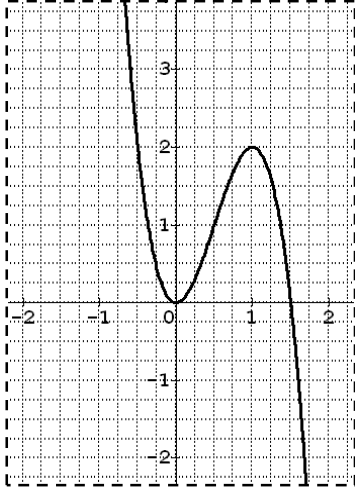


التمرين الأول : 04 نقاط



g دالة معرفة على $\mathbb{R}$, تمثيلها البياني موضح في الشكل المقابل . بقراءة بيانية :

1. شكل جدول تغيرات الدالة g .

2. حدد إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = g(x) - e^{g(x)}$

1. عين نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها .

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g'(x) [1 - e^{g(x)}]$

- إستنتج اتجاه تغير الدالة f . ثم أعط جدول تغيراتها .

التمرين الثاني : 06 نقاط

أولاً : نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 - 6x^2 + 13x + 50$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g , ثم شكل جدول تغيراتها .

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $]-2; -1[$. ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

ثانياً : نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^3 - 13x - 12}{(x-2)^2}$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها . فسر النتائج بيانياً .

2. بين أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-2)^3}$

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها .

4. تحقق أن : $f(-1) = 0$ و مهما يكن x فإن : $x^3 - 13x - 12 = (x+1)(x^2 - x - 12)$

- إستنتج حلول المعادلة $f(x) = 0$.

ثالثاً : نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\infty; \ln 2[\cup]\ln 2; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = f(e^x)$

1. أوجد عبارة $h'(x)$, ثم إستنتج اتجاه تغير الدالة h . مشكلاً جدولاً لتغيراتها .

2. بين أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً يطلب تعيينه (إستنتاجاً مما أنجز سابقاً) .

بتاريخ: 2016/12/08

المدة: ساعتان

ثانوية: الشهيد حوشيتي محمد الضاية

المستوى: نهائي علوم تجريبية

التمرين الأول: (04 نقاط)

30 د

$$f(x) = \begin{cases} x(x^2 - 2) & ; x < 0 \\ -1 + e^x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

المستوى: $\mathbb{R}$ على f متصلة

بصحيح أو خطأ مع التعليل:

1. f متصلة على $\mathbb{R}$

2. f غير قابلة للاشتقاق عند 0

3. $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما a حيث $-1.45 \leq a \leq -1.35$

45 د

التمرين الثاني: (08 نقطة)

g ذات المتغير الحقيقي x $g(x) = x^2 + 3 - 2 \ln x$ كما يلي: $]0; +\infty[$

(1) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g .

(2) $g(x)$ $]0; +\infty[$

(3) f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{x^2 - 1}{2x}$

C تمثيلها البياني في مستوى $(O; \vec{i}, \vec{j})$ $2cm$

(أ) بين أنه من أجل كل x $]0; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$ استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ فسر هذه النتيجة بيانيا.

(ج) ليكن D المستقيم الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x \right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

(هـ) أنشئ المستقيم D C f .

45

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (ax + b)e^{x+1} + c$ حيث a, b, c اعداد حقيقية

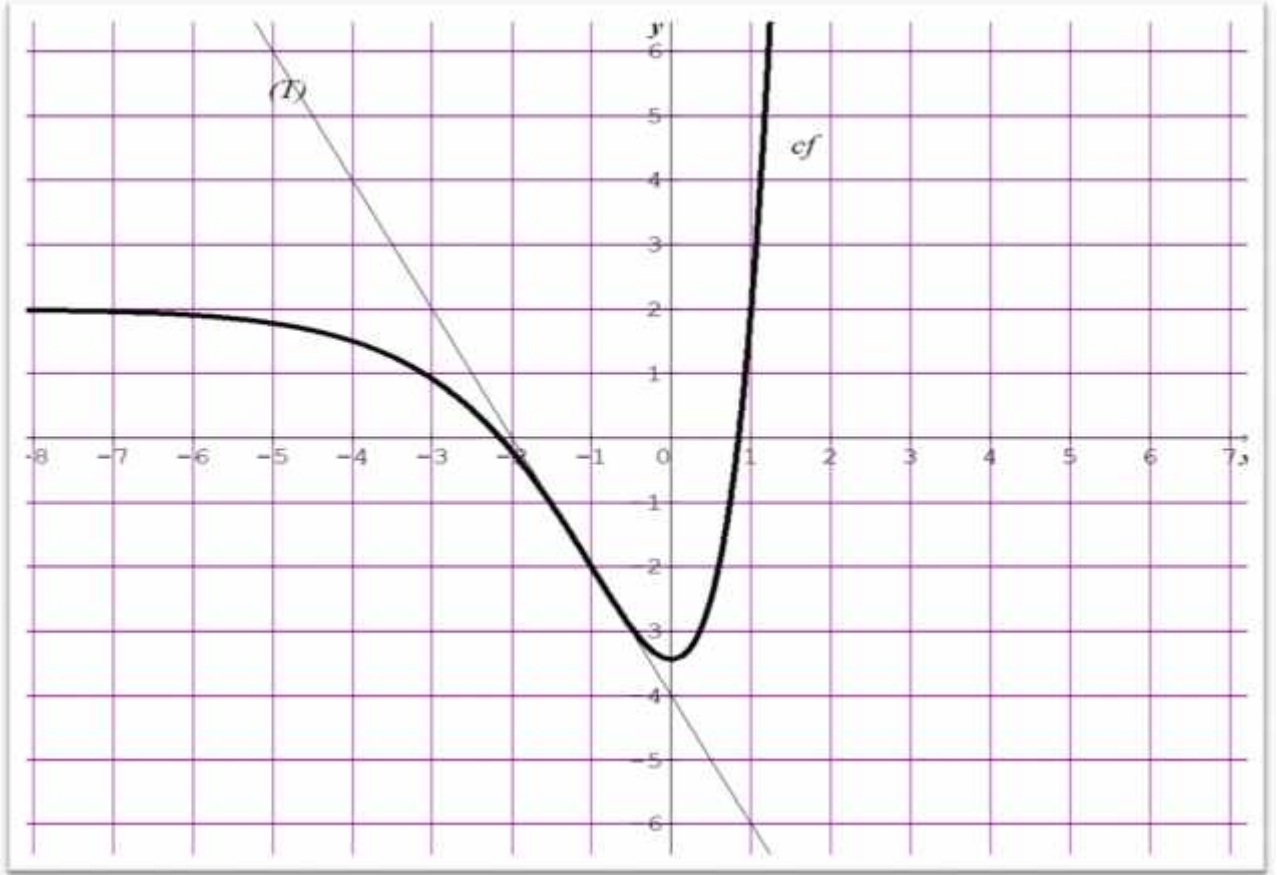
(c_f) تمثيلها البياني موضح في الشكل ادناه (الصفحة 2)

(c_f) يقبل مستقيما مقاربا افقيا معادلته $y = 2$ بجوار $(-\infty)$ ومماسا (T) عند النقطة $A(-1, -2)$

(c_f) يقبل مماسا اخر موازيا لمحور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$

✓ بقراءة بيانية عين ما يلي :

- عين قيم $f(1)$ و $f'(0)$ و $f'(-1)$
- اوجد معادلة المماس (T)
- $f'(x)$ بدلالة الاعداد a, b, c
- اوجد الاعداد الحقيقية a, b, c ثم اكتب عبارة $f(x)$
- شكل جدول تغيرات الدالة f ثم عين اشارتها
- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m $f(x) = m$



ليست المشكلة أن تخطئ ... حتى ولو كان الخطأ جسيما ... إنما المشكلة هي عدم
... دع القلق ... كن واثقا بنفسك ... كن إيجابيا

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (04 نقاط):

هذا التمرين هو إستبيان متعدد الإجابات ، لكل سؤال، إقتراح واحد صحيح ، حدد الإجابة الصحيحة مع التبرير:

الأسئلة	أ	ب	ج
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}$ تساوي	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{24}$
(2) إذا كانت $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$ و كانت $h(x) = f(3x)$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2-1}$	$h'(x) = -\frac{1}{3x^2+1}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2+1}$
(3) حلول المعادلة $2[\ln(x)]^2 - 5\ln(x) + 2 = 0$	$\begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$ أو	$\begin{cases} x = e^2 \\ x = \sqrt{e} \end{cases}$ أو	$\begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$ أو
(4) أحسن تقريب تالفي للدالة : $x \mapsto \ln(x)$ بجوار 2 هو	$\frac{1}{2}x + \ln 2 - 1$	$\frac{1}{2}x + \ln 2 + 1$	$\frac{1}{2}x + \ln 2$

التمرين الثاني (4 نقاط) :

- (1) حل المعادلة التفاضلية (I) $2y' + y = 0$ ثم عين الحل الخاص f الذي يحقق $f'(0) = 1$.
- (2) نعتبر المعادلة التفاضلية (II) $2y' + y = x^2 + 3x$
- بين ان الدالة g على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = x^2 - x + 2$ هي حل للمعادلة التفاضلية (II).
- (3) بين انه تكون الدالة h حل للمعادلة التفاضلية (II) إذا وفقط إذا كان $h - g$ حل للمعادلة التفاضلية (I) استنتج حلا للمعادلة التفاضلية (II)

التمرين الثالث (5 نقاط):

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بالعلاقة : $f(x) = x + \frac{ax+b}{(x-2)^2}$ حيث $a ; b$ عدنان حقيقيان و بجدول تغيراتها التالي :

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	
$f(x)$		1		1	

و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1. باستعمال جدول تغيرات و عبارة الدالة f أوجد العددين الحقيقيين a ; b ثم إستنتج أن : $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 3x + 1}{(x-2)^2}$

2. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها . ثم أكمل جدول تغيراتها .

3. بين أن المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل 3 حلول على المجموعة $\mathbb{R} - \{2\}$.

4. أثبت أن : $f'(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 8}{(x-2)^3}$

5. بين أنه يوجد مماس للمنحنى (C) موازي للمستقيم ذو المعادلة $y = x$.

التمرين الثالث : (08 نقاط)

I - نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 4xe^{2x} + 1$

1- أوجد نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها

2- احسب $g'(x)$ ، أدرس إتجاه تغير g ثم شكل جدول التغيرات g .

3- استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) > 0$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x + (2x-1)e^{2x}$

ليكن $\mathcal{C}_f$ المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس.

1- (أ) تحقق أنه لأجل كل x من $\mathbb{R}$ أن : $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

2- (أ) بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني $\mathcal{C}_f$.

(ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني $\mathcal{C}_f$ و المستقيم (d) .

3- بين أن المنحني يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق $0,40 < \alpha < 0,41$.

4- اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5- أنشئ المماس (Δ) المستقيم (d) والمنحني $(\mathcal{C}_f)$.

اساتذة المادة – بالتوفيق للجميع

تصحيح الاختبار الثلاثي الاول شعبة الثالثة علوم التجريبية

التنقيط		عناصر الإجابة	التمارين
كاملة	مجزأة		
4	(0,5)	(1) الاجابة (ج) : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4} = \frac{1}{24}$ لدينا $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}$ حالة عدم التعيين لنزيل هذه الحالة نضرب في المرافق فنجد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+7}-3)(\sqrt{x+7}+3)}{(x^2-4)(\sqrt{x+7}+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(\sqrt{x+7}+3)(x+2)(x-2)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(\sqrt{x+7}+3)(x+2)} = \frac{1}{24}$ (2) اذا كانت $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$ و كانت $h(x) = f(3x)$ الاجابة (ج) : لأن $h'(x) = 3f'(3x) = \frac{3}{(3x)^2+3} = \frac{3}{9x^2+3} = \frac{1}{3x^2+1}$ (3) حلول المعادلة : $2[\ln(x)]^2 - 5\ln(x) + 2 = 0$ هي الاجابة (ب) او $\begin{cases} x = e^2 \\ x = \sqrt{e} \end{cases}$ نضع $X = \ln(x)$ تصبح المعادلة $2X^2 - 5X + 2 = 0$ كما يلي $\Delta = 9 \text{ نحسب المميز } \Delta = 9 \text{ للمعادلة حلين هما } \begin{cases} X = \frac{1}{2} \\ X = 2 \end{cases} \text{ أي ان } \begin{cases} \ln(x) = \frac{1}{2} \\ \ln(x) = 2 \end{cases} \text{ يكافئ } \begin{cases} x = e^{\frac{1}{2}} \\ x = e^2 \end{cases} \text{ او } \begin{cases} x = \sqrt{e} \\ x = e^2 \end{cases} \text{ يكافئ}$ (4) أحسن تقريب تالفي للدالة : $\ln(x) \mapsto x$ بجوار 2 هو (أ) $\frac{1}{2}x + \ln 2 - 1$ ومنه $f(x) = \ln(x)$ ومنه $f'(x) = \frac{1}{x}$ التقريب التالفي للدالة f بجوار 2 هو $f(x) \approx f'(2)(x-2) + f(2) \text{ أي ان } f(x) \approx \frac{1}{2}(x-2) + \ln(2) \text{ ومنه } f(x) \approx \frac{1}{2}x + \ln(2) - 1$	التمرين الاول
4	(0,5)	(1) حل المعادلة التفاضلية (I) $2y' + y = 0$..... تكافئ $y' = -\frac{1}{2}y$ حلها العام هو $y = Ce^{-\frac{1}{2}x}$ حيث C ثابت حقيقي . الحل الخاص f الذي يحقق $f'(0) = 1$. أي ان $f(x) = Ce^{-\frac{1}{2}x}$, ومنه $f'(x) = -\frac{1}{2}Ce^{-\frac{1}{2}x} \text{ بالتعويض بـ } 0 \text{ نجد } f'(0) = -\frac{1}{2}C \text{ و } f'(0) = 1 \text{ و } -\frac{1}{2}C = 1 \text{ إذن } C = -2 \text{ وبالتالي نجد } f(x) = -2e^{-\frac{1}{2}x}$	التمرين الثاني

		(2) نعتبر المعادلة التفاضلية (II) $2y'+y = x^2 + 3x$..... لدينا $g(x) = x^2 - x + 2$ و $g'(x) = 2x - 1$ و منه $2g'(x) + g(x) = 4x - 2 + x^2 - x + 2 = x^2 + 3x$ أي أن $2g'(x) + g(x) = x^2 + 3x$ إذن g حل للمعادلة (II). (3) إثبات انه تكون الدالة h حل للمعادلة التفاضلية (II) إذا وفقط إذا كان $h - g$ حل للمعادلة التفاضلية (I) - إذا كان $h - g$ حل للمعادلة التفاضلية (I) يكافئ $2(h - g)'(x) + (h - g)(x) = 0$ و منه $2h'(x) + h(x) = 2g'(x) + g(x) = x^2 + 3x$ و بما $2g'(x) + g(x) = x^2 + 3x$ فإن $2h'(x) + h(x) = x^2 + 3x$ و منه h حل للمعادلة (II). - إذا كان h حل للمعادلة (II) يعني أن $2h'(x) + h(x) = x^2 + 3x$ و لدينا $2g'(x) + g(x) = x^2 + 3x$ بطرح المعادلتين نجد $2(h - g)'(x) + (h - g)(x) = 0$ و منه $h - g$ حل للمعادلة التفاضلية (I). استنتاج حلا للمعادلة التفاضلية (II) $h(x) - g(x) = Ce^{\frac{-1}{2}x}$ و منه $h(x) = g(x) + Ce^{\frac{-1}{2}x}$ أي ان $h(x) = x^2 + 3x + Ce^{\frac{-1}{2}x}$.																			
5	(0,25)× 2 (0,5) (0,25)× 2 (0,5) (0,5) (0,5)	(1) من جدول التغيرات لدينا $f(1)=1$ $f(3)=1$; اي ان $1+a+b=1$ و $3+3a+b=1$ اي ان $a=-b$ و $3a+b=-2$ و منه $a=-1$ و $b=1$ بالتعويض في العبارة نجد $-3b+b=-2$ و $b=1$ و $a=-1$ بالتعويض في العبارة نجد $f(x) = x + \frac{-x+1}{(x-2)^2}$ بتوحيد المقامات نجد $f(x) = \frac{x(x-2)^2 - x + 1}{(x-2)^2} = \frac{x(x^2 - 4x + 4) - x + 1}{(x-2)^2} = \frac{x^3 - 4x^2 + 4x - x + 1}{(x-2)^2} = \frac{x^3 - 4x^2 + 3x + 1}{(x-2)^2}$ 2. حساب النهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{x^2} \right) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{x^2} \right) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{(x-2)^2} = -\infty$ جدول تغيرات الدالة f <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow$</td><td>1</td><td>$\searrow$</td><td>$-\infty$</td></tr></table> 3. تبين أن المعادلة : $f(x)=0$.....(1) تقبل 3 حلول على المجموعة $\mathbb{R} - \{2\}$ لدينا : - دالة f متزايدة و مستمرة على المجال $]-\infty;1]$ و تأخذ صورها في المجال $]-\infty;1]$ أي انها تغير إشارتها على المجال $]-\infty;1]$ فحسب نظرية القيم المتوسطة المعادلة (1) تقبل حلا في المجال $]-\infty;1]$. - دالة f متناقصة و مستمرة على المجال $[1;2[$ و تأخذ صورها في المجال $]-\infty;1]$ أي	x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	$f'(x)$		+	0	-	+	$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$	التمرين الثالث
x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$																
$f'(x)$		+	0	-	+																
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$																

		انها تغير إشارتها على المجال $[1;2]$ فحسب نظرية القيم المتوسطة المعادلة (1) تقبل حلا في المجال $[1;2]$. (0,5) - دالة متزايدة و مستمرة على المجال $[2;+\infty]$ و تأخذ صورها في المجال $]-\infty;+\infty[$ أي انها تغير إشارتها على المجال $[2;+\infty]$ فحسب نظرية القيم المتوسطة المعادلة (1) تقبل حلا في المجال $[2;+\infty]$. مما سبق نستنتج ان للمعادلة (1) ثلاثة حلول على مجموعة تعريفها . (0,5) 4. إثبات أن: $f'(x) = \frac{x^3-6x^2+13x-8}{(x-2)^3}$ لدينا $f(x) = x + \frac{-x+1}{(x-2)^2}$ و منه $f'(x) = 1 + \frac{-(x-2)^2 - 2(x-2)(-x+1)}{(x-2)^4} = 1 + \frac{(x-2)[-x+2+2x-2]}{(x-2)^4} = 1 + \frac{x}{(x-2)^3}$ $f'(x) = \frac{(x-2)^3 + x}{(x-2)^3} = \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + x}{(x-2)^3} = \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 8}{(x-2)^3}$ 5. إثبات أنه يوجد مماس للمنحنى (C) موازي للمستقيم ذو المعادلة $y = x$ اي ان المعادلة $f'(x) = 1$ تقبل حلا (0,5) $f'(x) = 1$ يكافئ $\frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 8}{(x-2)^3} = 1$ يكافئ $x^3 - 6x^2 + 13x - 8 = (x-2)^3$ و $x \neq 2$ أي أن $x^3 - 6x^2 + 13x - 8 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ يكافئ $x = 0$ و منه المنحنى (C) يقبل مماسا عند النقطة $A\left(0; \frac{1}{4}\right)$ موازيا للمنصف الأول ذو المعادلة $y = x$													
7	(0,25) × 2 (0,25) (0,25) (0,5) (0,25)	I - نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 4xe^{2x} + 1$ 1- النهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 4xe^{2x} = +\infty$ (لأن $\lim_{x \rightarrow -\infty} 4xe^{2x} = 0$) 2- حساب $g'(x)$: $g'(x) = 4e^{2x} + 8xe^{2x} = 4(1+2x)e^{2x}$ إشارتها من إشارة $(1+2x)$ و منه g متزايدة على المجال $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ و متناقصة على المجال $] -\infty; -\frac{1}{2}]$. شكل جدول التغيرات g : <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$g'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td>$g(x)$</td><td>1</td><td>$-2e^{-1} + 1$</td><td>$+\infty$</td></tr> </table> 3- استنتاج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) > 0$ مما سبق لاحظنا من جدول تغيرات الدالة تقبل قيمة حدية صغرى هي $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ عدد موجب تماما و منه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) > 0$. II - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x + (2x-1)e^{2x}$ ليكن c_f المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس.	x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$g'(x)$	-	0	+	$g(x)$	1	$-2e^{-1} + 1$	$+\infty$	التمرين الرابع
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$												
$g'(x)$	-	0	+												
$g(x)$	1	$-2e^{-1} + 1$	$+\infty$												

(0,25)

(0,25)

(0,25) × 2

(0,5)

(0,5)

(0,25)

(0,5)

(1)

(0,5)

(1)

1- أ) التحقق أنه لأجل كل x من $\mathbb{R}$ أن $f'(x) = g(x)$:

$f'(x) = 1 + 2e^{2x} + 2(2x-1)e^{2x} = 1 + 2e^{2x} + 4xe^{2x} - 2e^{2x} = 1 + 4xe^{2x} = g(x)$ و منه الدالة f متزايدة على $\mathbb{R}$ لان g موجبة على $\mathbb{R}$.

ب) حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x-1)e^{2x} = 0$$

جدول تغيرات f :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

2

2- أ) إثبات أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $\mathcal{C}_f$:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x-1)e^{2x} = 0$ و منه (d) مستقيم مقارب مائل للمنحنى $\mathcal{C}_f$.

ب) دراسو وضعية المنحنى $\mathcal{C}_f$ بالنسبة للمستقيم (d) لدينا $[f(x) - x] = (2x-1)e^{2x}$ إشارة الفرق من إشارة $(2x-1)$:

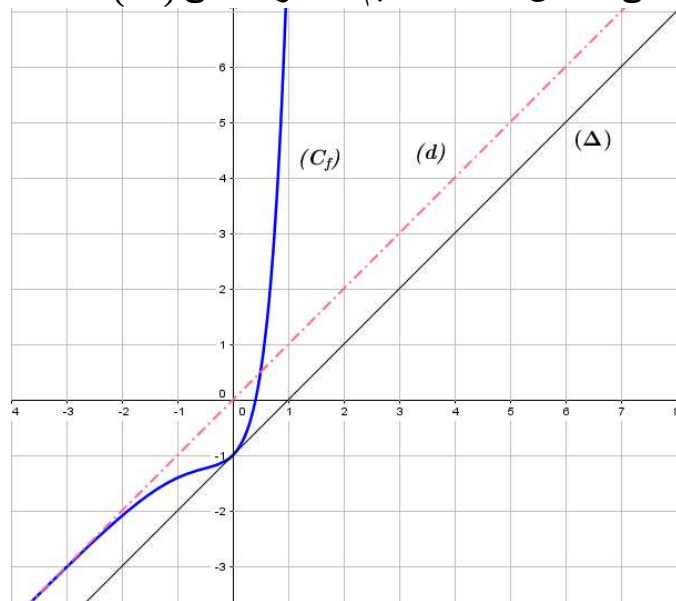
x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
إشارة $2x-1$	-	0	+
الوضعية	(C_f) يقع تحت (d)	(C_f) يقطع (d)	(C_f) يقع فوق (d)

3- إثبات أن المنحنى يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق

$0,40 < \alpha < 0,41$. بما أن f مستمرة و متزايدة على $\mathbb{R}$ و $f(0,40) = -0,04511$ و $f(0,41) = 0,00131$ فحسب نظرية القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α .

4- كتابة معادلة للمماس (Δ) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 : $y = x - 1$

5- أنشئ المماس (Δ) للمستقيم (d) والمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.



السنة الدراسية : 2017/2016
مدة الإنجاز : ساعتان

التاريخ : 2016/ 12/ 05
الشعبة : علوم تجريبية

ثانوية حاج ميلود عبدالحميد الشلف
المستوى : 3 ثانوي

إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول : _____ 15 د _____ (04 نقاط)

✍ عين في كل حالة من الحالات التالية الإقتراح الصحيح مع التبرير .

(1) العدد $e^{-3\ln 4}$ يساوي

(أ) $\frac{1}{81}$	(ب) $\frac{1}{12}$	(ج) $\frac{1}{64}$	(د) -12
--------------------	--------------------	--------------------	---------

(2) من أجل كل عدد حقيقي x ، $2x - \ln(e^x + 3)$ يساوي

(أ) $3x + \ln(1 + 3e^{-x})$	(ب) $x - \ln(1 + 3e^{-x})$	(ج) $x + \ln(1 + 3e^{-x})$	(د) $3x - \ln(1 + 3e^{-x})$
-----------------------------	----------------------------	----------------------------	-----------------------------

(3) المعادلة $\ln x = \frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$ هو :

(أ) $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$	(ب) $x = \sqrt{e}$	(ج) $x = -\frac{1}{\sqrt{e}}$	(د) $x = \frac{1}{2}e$
------------------------------	--------------------	-------------------------------	------------------------

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + e^x - 2}{e^x - 1}$ تساوي

(أ) 1	(ب) 2	(ج) 3	(د) -3
-------	-------	-------	--------

التمرين الثاني : _____ 25 د _____ (04 نقاط)

✍ ليكن P كثير الحدود للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $P(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4$

(1) تحقق أن : $P(-1) = 0$ ثم عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون : $P(x) = (x+1)(x^2 + ax + b)$

(2) أدرس إشارة $P(x)$.

(3) إستنتج حلول المعادلة : $(\ln x)^3 - 4(\ln x)^2 - \ln x + 4 = 0$

(4) إستنتج حلول المتراجحة : $e^{3x} - 4e^{2x} - e^x + 4 \geq 0$

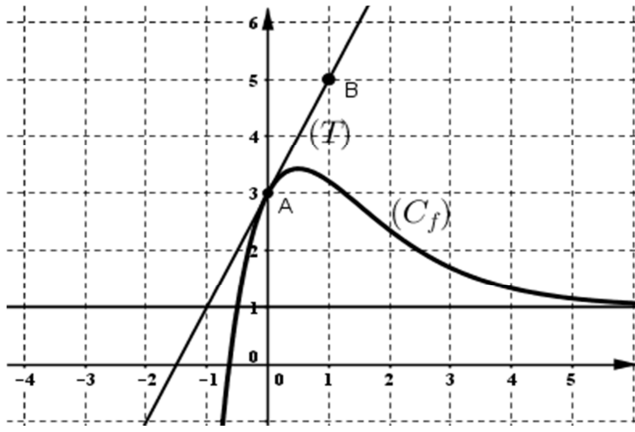
التمرين الثالث : _____ 20 د _____ (05 نقاط)

(C_f) التمثيل البياني لدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ كما هو مبين في الشكل الموالي .

(T) المماس للمنحني (C_f) في النقطة $A(0;3)$ والمار من النقطة $B(1;5)$

(1) بقراءة بيانية عين : $f'(0), f(0)$

(2) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T).



- (3) من أجل كل عدد حقيقي x نضع :
- نعتبر الدالة العددية $f(x) = 1 + \frac{ax+b}{e^x}$ حيث a, b عددين حقيقيين .
- أ) أحسب عبارة $f'(x)$ بدلالة a و b .
- ب) بالاستعانة بنتائج السؤال 1- عين كلا من العددين الحقيقيين a و b .

التمرين الرابع: 60 د (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية k المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x) = (-x+1)e^x - 1$

جدول تغيراتها يعطى كما يلي

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$k(x)$	-1	0	$-\infty$

- شكل جدول إشارة الدالة k .

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (-x+2)(e^x + 1)$

نسمي (C_f) التمثيل البياني لدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = k(x)$ ، ثم إستنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - (-x+2) = (-x+2)e^x$ ،

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = -x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ (يعطى $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$)

ج) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا معاملا توجيهه يساوي -1 .

5) أكتب معادلة ديكارتية لكل من المماسين (T) و (T') للمنحنى (C_f) عند النقطتين ذات الفاصلتين 0 و 1 على

الترتيب .

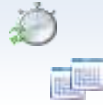
6) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم إستنتج نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

7) أرسم (T) ، (T') ، (Δ) و (C_f) .

8) ناقش بياننا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$$f(x) = -x + m \quad (E).$$

بالتوفيق 😊 والنجاح 🌸 أساتذة المادة 🌸 BAC 2017



الرياضيات

الإختبار الثلاثي الأول في مادة

التوقيت (26 دقيقة)

التمرين الأول

04
نقاطليكن كثير الحدود $f(x)$ المعرفة على $\mathcal{R}$ كمايلي: $f(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8$ (1) أحسب $f(2)$ ، ثم عين الأعداد الحقيقية α, β, δ بحيث: من أجل كل x من $\mathcal{R}$ ، $f(x) = (x-2)(\alpha x^2 + \beta x + \delta)$ (2) حل في $\mathcal{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ (3) استنتج في $\mathcal{R}$ حلول المعادلتين:

$$e^{2x} + e^x + 8e^{-x} - 10 = 0 \quad , \quad 2 \ln(x) + \ln(x+1) = \ln(2) + \ln(5x-4)$$

التوقيت (36 دقيقة)

التمرين الثاني

06
نقاطالفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط:

$$\vec{n}(2; -1; 1) \text{ والشعاع } D(4; -2; 5), C(-1; -3; 2), B(0; 1; 4), A(1; 2; 3)$$

(1) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) (2) بين أن النقط A, B, C ليست على استقامة(3) بين أن $\vec{n}$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) وعين معادلة ديكراتية للمستوي (ABC)

$$(4) \text{ ليكن } (\Delta) \text{ مستقيم ذو التمثيل الوسيطى } \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 4 - t \end{cases} \text{ مع } t \in \mathbb{R}$$

✓ بين أن D تنتمي إلى (Δ) وأن (Δ) عمودي على (ABC) (5) هل المستقيمان (AB) و (Δ) متعامدان؟ ، برّر إجابتك(6) هل المستقيمان (AB) و (Δ) متقاطعان؟ ، برّر إجابتك

التوقيت (50 دقيقة)

التمرين الثالث

10
نقاطI - نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = -x^2 + 2 - \ln(x)$ (1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها (تأكد أن g متناقصة على $]0; +\infty[$)(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي إلى المجال $[1; \frac{3}{2}]$ (3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$ II - لنكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 + 1 - \ln(x)}{x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ فإن: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$ (2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها(4) بين أن المستقيم $y = x$: (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) و (Δ) (5) بين أن: $f(\alpha) = 2$ $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (6) أنشئ كلا من (Δ) والمنحنى (C_f) (7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $\frac{x^2 + 1 - \ln(x)}{mx} = -1$

كل التمرين الأول 05 ن :

اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل .

الجواب (03)	الجواب (02)	الجواب (01)	
2	-2	$-\infty$	إذا كانت $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(-2x+1)$ هي :
$y = ex + e$	$y = x + e$	$y = x + 1$	عبارة التقريب التآلفي لدالة $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2}$ بجوار 0 هي :
$e + 2$	$e - 2$	$\ln 2 + e - 4$	العدد $e^{\ln 2} + e - 4$ يساوي :
$s = \{0; \ln 3\}$	$s = \{-1; \ln 4\}$	$s = \{1; 3\}$	مجموعة حلول المعادلة $e^x + 3e^{-x} - 4 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي :
-1	$+\infty$	$-\infty$	$\lim_{x \rightarrow -1} [x^2 + 2x + \ln(x+1)]$

كل التمرين الثاني 15 ن:

(I) الدالة المعرفة على المجال $\square$ ب: $g(x) = (1-x)e^x + 1$.① احسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ ثم عند $+\infty$ علما أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$.② أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.③ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $[1.27, 1.28]$ حلا وحيدا α .④ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .(II) الدالة العددية المعرفة على المجال $\square$ ب: $f(x) = \frac{x}{e^x + 1} + 2$.و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.① احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، علما أن ثم $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.② احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.③ برهن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .④ أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$.⑤ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.⑥ بين أن $f(\alpha) = \alpha + 1$ ثم استنتج حصر لـ $f(\alpha)$.⑦ احسب $f(-1)$ ، $f(-2)$ ، $f(-3)$ ، $f(1)$ ، ثم أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) .(III) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $\square$ ب: $h(x) = \frac{|x|}{e^{|x|} + 1} + 2$.① بين أن الدالة h زوجية.② تأكد أنه من أجل كل من المجال $[0; +\infty]$ فإن : $h(x) = f(x)$.③ اشرح طريقة لإنشاء المنحنى (C_h) اعتمادا على المنحنى (C_f) ، ثم انشئه .

انتهى

الموضوع الأول

التمرين الأول (03 نقاط) : أعط تفسيرا بيانيا لكل نتيجة من النتائج التالية :

(1) f دالة مستمرة على مجال $[A; B]$ و x_0 عدد حقيقي من هذا المجال :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = - \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = 1 \quad \text{لدينا :}$$

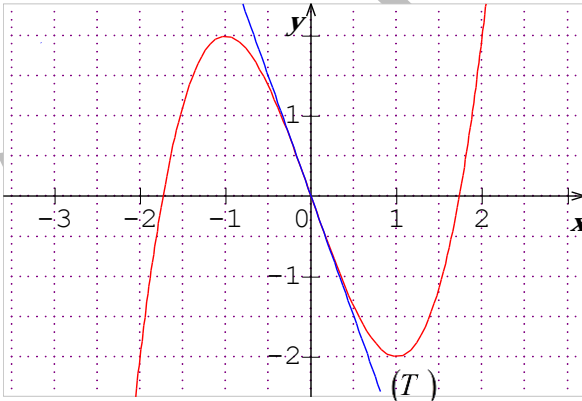
(2) لدينا $f(x) = ax + b + g(x)$ وكان $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$

(3) للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد α حيث : $\alpha \in [A; B]$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x^2] = 0 \quad (4)$$

التمرين الثاني (04 نقاط) :

(I) أذكر نص مبرهنة القيم المتوسطة



(II) لتكن الدالة f المعرفة على $[-2, 2]$ و (T) مماس للمنحنى (C_f)

في النقطة ذات الفاصلة $x = 0$ ، (C_f) منحنائها البياني كما هو موضح

بالشكل المقابل :

1. بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث

$$\alpha \in [-2, -1]$$

2. حل بيانيا المعادلات : $f'(x) = 0$ ، $f(x) = -2$

3. ماذا تمثل هذه النقطة $O(0, 0)$ مع التبرير

4. أحسب ما يلي : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{f(x)}$

التمرين الثالث (04 نقاط) : نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -\frac{1}{2}e^{2x} + e^x + 2x$

(1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية : $-e^{2x} + e^x + 2 = 0$

(2) عين قيم x في كل حالة :

• للدالة f قيم حدية محلية يطلب تعيينها

• الدالة f متزايدة تماما و متناقصة تماما .

(3) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-1, +\infty[$ بـ: $g(x) = -[\ln(x+1)]^2 + \ln(x+1) + 2$.

➤ عين نقط تقاطع (C_g) مع محور الفواصل

التمرين الرابع (09 نقاط):

الجزء الأول : لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{-x} - x - 2$

1. ادرس تغيرات الدالة g (تعطى $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$)

2. بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $\alpha \in [-1, 0]$

3. عين اشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x-1)(1-e^{-x})$

(1) عين اشارة $f(x)$

(2) احسب نهايات الدالة f

(3) بين انه من أجل كل أن: $f'(x) = e^{-x} g(-x)$

(4) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(5) بين أن: $f(\alpha) = 1 - \alpha^2$ ثم عين حصرا لـ: $f(\alpha)$.

(6) بين ان المستقيم $y = x - 1$: (Δ) مستقيم مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$

(7) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

(8) ليكن (T_m) مستقيم معادلته $y = x + m$ ، m وسيط حقيقي

❖ عين قيمة m التي يكون من أجلها (T_m) مماسا لـ (C_f) في نقطة يطلب تعيين احداثياتها.

(9) انشئ كل من (C_f) و (Δ) و المماس في معلم متعامد ومتجانس (مساعدة $f(-1) = 3.43$)

(10) عين قيم m التي من أجلها المعادلة $(m+1)e^x + x - 1 = 0$ لا تقبل حلول.

التمرين الأول (03 نقاط) :

أعط تفسيراً بيانياً لكل نتيجة من النتائج التالية :

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -f(x_0) \quad \diamond$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x + 2] = 3 \quad \diamond$$

❖ للمعادلة $f(x) = 1$ حل وحيد α حيث : $\alpha \in]A; B]$.

❖ العدد الحقيقي a يحقق : $f'(a) = 0$ و $f'(x) > 0$ من أجل كل $x \in D_f$

التمرين الثاني (04 نقاط) :

$$f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad \text{لتكن } f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ :}$$

(1) هل الدالة f مستمرة عند $x = 0$

(2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x = 0$ ثم فسر النتيجة هندسياً

(3) احسب النهايات

(4) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

التمرين الثالث (04 نقاط) :

$$f(x) = (e^x + 1)(3 - e^x) \quad \text{بـ : } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R}$$

$$(1) \text{ حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة التالية : } -2e^{2x} + 2e^x = 0$$

(2) عين قيم x في كل حالة :

- فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل
- للدالة f قيم حدية محلية يطلب تعيينها
- الدالة f متزايدة تماماً ومتناقصة تماماً على مجال يطلب تعيينه

$$(3) \text{ لتكن الدالة } g \text{ المعرفة على المجال }]-1, +\infty[\text{ بـ : } g(x) = -2[\ln(x+1)]^2 + 2\ln(x+1).$$

➤ عين نقط تقاطع (C_g) مع محور الفواصل

التمرين الرابع (09 نقاط):

لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ بـ: $f(x) = x - \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$

وليكن لمنحنى (C_f) هو التمثيل البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب كل من : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(2) بين أنه من أجل كل x من D : $f'(x) = \frac{e^{2x} + 1}{(e^x - 1)^2}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f

(4) بين أن الدالة f دالة فردية

(5) استنتج كل من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. ثم أكتب جدول التغيرات.

(6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $\alpha \in]0, +\infty[$

(7) استنتج حلا آخر للمعادلة $f(x) = 0$ ينتمي إلى $] -\infty, 0[$

(8) بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x - 1$: مستقيم مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$

(9) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته.

(10) ادرس الوضع النسبي لكل من (C_f) و (Δ) ثم (C_f) و (d)

(11) انشئ كل من (C_f) والمستقيمات المقاربة في نفس المعلم

(12) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = x - m + 1$

العمل المستمر والمنظم هو بداية النجاح

بالتوفيق أستاذ المادة : ز. أسامة

ثانوية الشيخ عمر المختار حل الموضوع الاول: الاستاذ: زيان أسامة
التمرين الاول: التفسير الهندسي لكل عبارة

(1) النقطة $(x_0, f(x_0))$ نقطة زاوية و (C_f) يقبل نصف مماس على
يمين ويسار x_0 ميل كل منها 1 و -1

(2) المستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$ م م لـ (C_f) بجوار $+\infty$

(3) (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة α حيث $\alpha \in]A; B[$

(4) بيان الدالة مربع منحنى مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

التمرين الثاني: (1) نص مبرهنة القيم المتوسطة.

(2) اثبات ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $\alpha \in [-2, -1]$

من البيان الدالة f دالة معرفة ومستمرة ورتيبة على المجال $[-2, -1]$

ولدينا: $\begin{cases} f(-2) = -2 \\ f(-1) = 2 \end{cases}$ و $f(-2) \times f(-1) < 0$

ومنه ح م ق م المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $\alpha \in [-2, -1]$

(3) المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلان هما $x = 1$ او $x = -1$

المعادلة $f(x) = -2$ تقبل حلان هما $x = 1$ او $x = -2$

(4) النقطة $O(0,0)$ هي نقطة إنعطاف

التبرير: لان المماس عند $O(0,0)$ يخترق المنحنى (C_f)

(5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{f(x)} = e^{-\infty} = 0$

التمرين الثالث:

(1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $-e^{2x} + e^x + 2 = 0$

بوضع: $e^x = t$, $e^{2x} = t^2$

تصبح المعادلة من الشكل: $(1) -t^2 + t + 2 = 0$

$\Delta = 9$ للمعادلة (1) حلان هما $t = -1$ او $t = 2$

وبالتالي لما: $t = -1 = e^x$ مرفوض ولما $t = 2 = e^x$ أي $x = \ln 2$

ومنه المعادلة تقبل حل وحيد هو $S = \{\ln 2\}$

(2) تعين قيم x في كل حالة:

الدالة f قيم حدية محلية: معناه حلول المعادلة $f'(x) = 0$

لدينا: $x = \ln 2$ أي $f'(x) = -e^{2x} + e^x + 2 = 0$

ومنه توجد قيمة حدية وحيدة $(\ln 2, f(\ln 2))$ أي $(\ln 2, 2 \ln 2)$

الدالة f متزايدة تماما ومتناقصة تماما.

ندرس اشارة $f'(x)$.

لما $x \in]\ln 2, +\infty[$ فان $f'(x) < 0$ ومنه f' دالة متناقصة تماما

لما $x \in]-\infty, \ln 2[$ فان $f'(x) > 0$ ومنه f' دالة متزايدة تماما

(3) نقط تقاطع (C_g) مع محور الفواصل

معناه حل المعادلة $g(x) = -[\ln(x+1)]^2 + \ln(x+1) + 2 = 0$

بوضع: $\ln(x+1) = r$, $[\ln(x+1)]^2 = r^2$

تصبح المعادلة من الشكل: $(1) -r^2 + r + 2 = 0$

حلاها هما $r = -1$ او $r = 2$

لما: $r = -1 = \ln(x+1)$ أي $x+1 = e^{-1}$ ومنه $x = e^{-1} - 1$

ولما $r = 2 = \ln(x+1)$ أي $x+1 = e^2$ ومنه $x = e^2 - 1$

ومنه فواصل نقط تقاطع (C_g) مع محور الفواصل $S = \{e^{-1} - 1, e^2 - 1\}$

التمرين الرابع:

g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = e^{-x} - x - 2$

(1) دراسة التغيرات

المشتق واتجاه التغير: $g'(x) = -e^{-x} - 1 < 0$ ومنه g دالة متناقصة

تماما على $\mathbb{R}$, جدول التغيرات

(2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $\alpha \in [-1, 0]$

باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة.

(3) اشارة $g(x)$.

لما $x \in]\alpha, +\infty[$ فان $g(x) < 0$ ، لما $x \in]-\infty, \alpha[$ فان $g(x) > 0$

(II) f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = (x-1)(1-e^{-x})$

اشارة $f(x)$: لما $x \in [0, 1]$ فان $f(x) \leq 0$

لما $x \in]-\infty, 0] \cup [1, +\infty[$ فان $f(x) \geq 0$.

النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

اثبات أن: $f'(x) = e^{-x} g(-x)$

اتجاه التغير:

لما $x \in]-\infty, -\alpha[$ فان f متناقصة تماما، لما $x \in]-\alpha, +\infty[$

فان f متزايدة تماما.

تبيان: $f(\alpha) = 1 - \alpha^2$: $e^{-\alpha} = \alpha + 2$ بالتعويض في $f(\alpha)$ والتبسيط

نجد: $f(\alpha) = 1 - \alpha^2$. الحصر: $0 \leq f(\alpha) \leq 1$

تبيان ان المستقيم $y = x - 1$ م.م.م لـ (C_f) بجوار $+\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = 0$

الوضع النسبي:

ندرس اشارة: $f(x) - (x-1)$

لما $x \in]-\infty, 1[$ فإن: (C_f) فوق (Δ) .

لما $x \in]1, +\infty[$ فإن: (C_f) تحت (Δ) .

لما $x = 1$ فإن: (C_f) يقطع (Δ) .

تعين قيمة m التي يكون من أجلها (T_m) مماسا لـ (C_f)

معناه حل المعادلة: $f'(x_0) = 1$ أي $x_0 = 2$

معادلة المماس عند $x_0 = 2$ هي: $(T): y = x - 1 - e^{-2}$

بالمطابقة نجد: $m = -1 - e^{-2}$

عين قيم m التي من أجلها المعادلة $(m+1)e^x + x - 1 = 0$ لا تقبل حلول

$(m+1)e^x + x - 1 = 0$ تكافئ: $f(x) = x + m$

من البيان نجد قيم m هي: $m \in]-\infty, -1 - e^{-2}[$

حل الموضوع الثاني

التمرين الاول: التفسير الهندسي لكل عبارة

(1) لا يمكن رسم المنحنى (C_f) من دون رفع القلم عند $x = x_0$.

(2) المستقيم $y = x + 1$: (Δ) م.م.م لـ (C_f) بجوار $-\infty$

(3) المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y = 1$ في نقطة فاصلتها x_0

(4) النقطة $(a, f(a))$ نقطة انعطاف

التمرين الثاني: (1) دراسة استمرارية الدالة f عند $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} e^x + 1 = 2$$

$$f(0) = 1 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 + 1 = 1$$

ومنه f غير مستمرة عند $x = 0$

(2) قابلية اشتقاق الدالة f عند $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \text{ من اليمين:}$$

$$\text{من اليسار: } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2}{x} = 0 \text{ ومنه } f \text{ غير ق.إ. عند } x = 0$$

ت. ه. : النقطة $(0, f(0))$ نقطة زاوية و (C_f) يقبل نصف مماس على يمين

ويسار x_0 ميل كل منها 1 و 0

$$\text{النهايات: } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$$

اتجاه التغير:

$$f'(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \geq 0 \\ 2x & \text{si } x < 0 \end{cases} \text{ المشتق:}$$

إشارة المشتق واتجاه التغير:

لما $x \in [0, +\infty[$ دالة متزايدة تماما.

لما $x \in]-\infty, 0]$ دالة متناقصة تماما.

التمرين الثالث: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: $-2e^{2x} + 2e^x = 0$

$$\text{بوضع: } e^{2x} = t^2, e^x = t$$

$$\text{تصبح المعادلة من الشكل: } -t^2 + 2t = 0 \dots (1)$$

$$\Delta = 4 \text{ للمعادلة (1) حلان هما } t = 0 \text{ او } t = 2$$

و بالتالي لما: $t = 1 = e^x$ مرفوض ولما $t = 2 = e^x$ أي $x = \ln 2$

ومنه المعادلة تقبل حل وحيد هو $S = \{\ln 2\}$

عين قيم x في كل حالة:

فواصل نقاط نقاط المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

$$\text{معناه حل المعادلة: } f(x) = 0 \text{ أي } (e^x + 1)(3 - e^x) = 0$$

$$= 0 \text{ أي } (e^x + 1) = 0 \text{ أي } e^x = -1 \text{ مرفوض}$$

$$\text{او } (3 - e^x) = 0 \text{ أي } e^x = 3 \text{ ومنه } x = \ln 3$$

اذن توجد نقطة وحيدة ذات الاحداثيات $(\ln 3, 0)$

للدالة f قيم حدية محلية: معناه حلول المعادلة $f'(x) = 0$

$$\text{لدينا: } f'(x) = -2e^{2x} + 2e^x = 0 \text{ أي } x = \ln 2$$

ومنه توجد قيمة حدية وحيدة $(\ln 2, f(\ln 2))$ أي $(\ln 2, 2 \ln 2)$

الدالة f متزايدة تماما و متناقصة تماما.

ندرس إشارة $f'(x)$.

لما $x \in [\ln 2, +\infty[$ فان $f'(x) < 0$ ومنه f' دالة متناقصة

لما $x \in]-\infty, \ln 2[$ فان $f'(x) > 0$ ومنه f' دالة متزايدة تماما

(3) نقاط نقاط (C_g) مع محور الفواصل

$$\text{معناه حل المعادلة } g(x) = -2[\ln(x+1)]^2 + 2\ln(x+1) = 0$$

$$\text{بوضع: } \ln(x+1) = r, [\ln(x+1)]^2 = r^2$$

$$\text{تصبح المعادلة من الشكل: } -r^2 + r + 2 = 0 \dots (1)$$

حلاها هما $r = 0$ او $r = 2$

لما: $r = 0 = \ln(x+1)$ أي $x+1=1$ ومنه $x = e^{-1}$

$$\text{ولما } r = 2 = \ln(x+1) \text{ أي } x+1 = e^2 \text{ ومنه } x = e^2 - 1$$

ومنه فواصل نقاط نقاط (C_g) مع محور الفواصل $S = \{e^{-1}, e^2 - 1\}$.

التمرين الرابع:

$$(1) \text{ النهايات: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$(2) \text{ بين أنه من أجل كل } x \text{ من } D \text{ ان: } f'(x) = \frac{e^{2x} + 1}{(e^x - 1)^2}$$

(3) اتجاه تغير الدالة $f: f'(x) > 0$ أي f دالة متزايدة تماما على D_f .

(4) بين أن الدالة f دالة فردية: نثبت ان $f(-x) = -f(x)$

$$(5) \text{ استنتاج كل من } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

باستعمال العلاقة السابقة: $f(-x) = -f(x)$ نجد ان:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

(6) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $\alpha \in]0, +\infty[$

باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة.

(7) استنتاج حلا آخر للمعادلة $f(x) = 0$ ينتمي الى $]-\infty, 0[$

باستعمال العلاقة السابقة: $f(-x) = -f(x)$ نجد ان: $f(-\alpha) = -f(\alpha) = 0$

والمجالان $]0, +\infty[$ و $]-\infty, 0[$ متناظران بالنسبة للمبدأ اذن الحل هو $-\alpha$

(8) المستقيم $(d): y = x - 1$ ذو المعادلة $(d): y = x - 1$ م.م.م لـ (C_f) بجوار $+\infty$

$$\text{بعد الحساب نجد: } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0$$

(9) استنتاج ان (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته

نظير المستقيم $(d): y = x - 1$ بالنسبة للمبدأ هو المستقيم $(\Delta): y = x + 1$

ومنه $(\Delta): y = x + 1$ م.م.م لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

(10) المناقشة البيانية: لما $m \in]-\infty, 0]$ للمعادلة حل وحيد سالب

: لما $m \in [0, 2]$ لا يوجد حلول. : لما $m \in [2, +\infty[$ للمعادلة حل وحيد موجب

التمرين الاول (7.5 نقطة)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير عن كل مما يلي

$$1 - \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{\ln(x^2 + x - 5)}{x^2 - 4} \right] = \frac{5}{2}$$

$$2 - \ln(x^4) = 4 \ln x \text{ فان } \mathbb{R}^* \text{ من } x \text{ من اجل كل}$$

$$3 - \text{الحل الخاص } f \text{ للمعادلة التفاضلية : } 2y' + 3y = 2 \text{ حيث } f(0) = \frac{8}{3} \text{ هو } f(x) = 2e^{\frac{3}{2}x} + \frac{2}{3}$$

$$4 - \text{المعادلة : } 4^x - 3 \times 2^x - 4 = 0 \text{ تقبل حلين مختلفين}$$

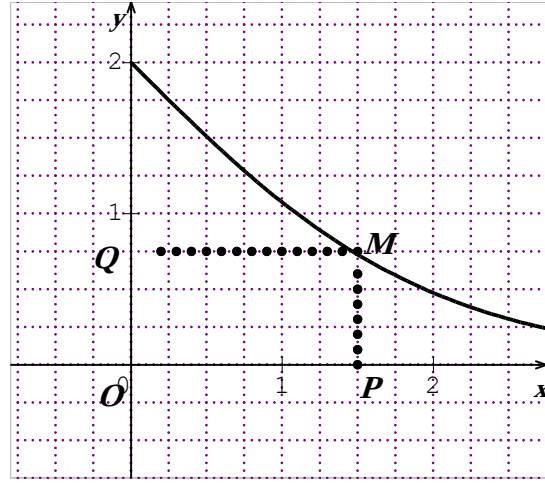
$$5 - \sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{4^{90}}}}} = 2$$

التمرين الثاني (12.5 نقطة)المستوي منسوب إلى معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$ I نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (1-x)e^x + 1$ أ) أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتهاب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1.27; 1.28]$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ II نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{4x}{e^x + 1}$ و (C_f) منحنى الدالة f 1- أ) أحسب نهاية الدالة f عند $(-\infty)$ ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = 4x$ مقارب لـ (C_f) في جوار $(-\infty)$ وادرس الوضع النسبي بينهماج) أحسب نهاية الدالة f عند $(+\infty)$ ثم فسر النتيجة ببيان

$$2 - \text{أ) بين انه من اجل كل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ فان : } f'(x) = \frac{4g(x)}{(e^x + 1)^2}$$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها3 - بين أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 4$ ثم أعط حصرا لـ : $f(\alpha)$ 4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 05. أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) 6. m عدد حقيقي غير معدوم. ناقش حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة : $e^x = 4mx - 1$

$$III) \text{ نعتبر الدالة } h \text{ المعرفة على } [0, +\infty[\text{ ك ما يلي : } h(x) = \frac{4}{e^x + 1}$$



منحني الدالة h معطى في الشكل المقابل

وليكن x عدد حقيقي موجب تماماً

ونعتبر النقط $Q(0, h(x))$ و $P(x, 0)$ و $M(x, h(x))$

أ) برهن أن مساحة المستطيل $OPMQ$ تساوي $\frac{4x}{e^x + 1}$

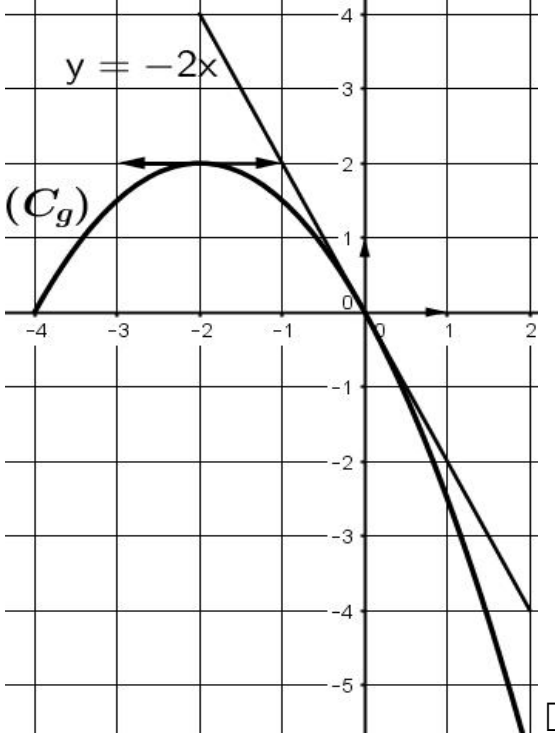
ب) بين أن هذه المساحة تكون أعظمية من أجل $x = \alpha$

(α هو العدد المعروف في السؤال (I) ب)

(إنتهى)

اختبار الثلاثي الاول لمادة الرياضيات

التمرين الاول (04 ن)



التمثيل البياني المقابل (C_g) هو للدالة g المعرفة على $[-4, 2]$ والقابلة للاشتقاق على المجال $] -4, 2[$

مماسين للمنحنى (C_g) احدهما مائل معادلته $y = -2x$

وثان معادلته $y = 2$ ، اعتمادا على التمثيل البياني ، اجب عن ما يأتي:

1. عين في المجال $[-4, 2]$ النهاية: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$

2. حل في المجال $] -4, 2[$ المتراجحة $g'(x) \geq 0$

3. الدالة المعرفة على المجال $[-4, 2]$ بـ $f(x) = g(x-1)$

❖ احسب $f(1)$ و $f'(1)$

4. الدالة المعرفة على $]0; 2[\cup]-4; 0[$ بـ: $h(x) = g(-|x|)$

❖ شكل جدول تغيرات الدالة h

التمرين الثاني (04 ن)

f دالة معرفة على مجال I و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$ انقل ؛ ثم أكمل الجدول الآتي :

تفسيرا بيانيا	العبرة الرياضية الموافقة
.....	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$
.....	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (3-x)] = 0$
.....	من اجل كل x من المجال $]0; 1[$: $f(x) < 2$
	$f(x) = \ln x$ من اجل $x = 1$

التمرين الثالث (05ن)

f الدالة القابلة للاشتقاق على كل من المجالين $]-\infty; -1]$ و $]-1; +\infty[$ وجدول تغيراتها هو التالي :

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f(x)$	1	$+\infty$	$+\infty$	5
			0	

(C) هو تمثيلها البياني f في معلم $(0, \vec{i}; \vec{j})$.

❖ أكد صحة ؛ من عدم صحة ؛ كل عبارة من العبارات الآتية مع التبرير:

1. المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور الترتيب .
2. من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ فإن : $f(x) > 0$.
3. $f(1) < f\left(\frac{3}{4}\right)$.
4. g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty; -1]$ كما يلي : $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2 \quad (\text{أ})$$

ب) الدالة g متزايدة تماما على المجال $]-\infty; -1]$.

التمرين الرابع (07ن)

1) نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 4 - x - e^x$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \quad (\text{أ})$$

ب) أدرس اتجاه تغير g ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ ، تقبل حلا وحيدا α ؛ حيث $1.07 < \alpha < 1.08$ □

ثم ، عين إشارة $g(x) = 0$ على $\mathbb{R}$

2) نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = (3 - x)(1 - e^{-x})$

ونسَمي (C_f) التمثيل البياني لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0, \vec{i}; \vec{j})$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad (\text{أ})$$

ب) تحقق من أن : $f'(x) = e^{-x} \cdot g(x)$ ؛ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

$$(\text{ج}) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} = 0 \quad (\text{نقبل أن})$$

✓ تأكد أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 3 - x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

د) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

هـ) انشئ على المجال $]-1; +\infty[$ (Δ) و (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 1,27$)

دورة : ديسمبر 2016

(الثالثة علوم تجريبية)

اختبار الثلاثي الأول

المدة : 3 ساعات

اختبار في مادة: الرياضيات

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (4ن)

f الدالة المعرفة على $\{5\} - \square$ بجدول تغيراتها التالي و (c) هو التمثيل البياني لها في معلم متعامد

إختر فيمايلي العبارة الصحيحة

x	$-\infty$	1	5	11	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-
$f(x)$	3	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	7	$-\infty$

من ملاحظتك للجدول:

(1) المنحني (c) :

(ب) يقبل مستقيما مقاربا مائلا.

(أ) يقبل مستقيما مقاربا أفقيا

(د) يقبل مستقيمين مقاربين عموديين مختلفين

(ج) لا يقبل أي مستقيم مقارب عمودي

(2) في النقطة التي فاصلتها 1 المنحني (c) :

(ب) يقبل مماسا معادلة له: $y = -1$

(أ) يقبل مماسا معادلة له: $x = -1$

(د) يقبل مماسا معادلة له: $y = x - 1$

(ج) لا يقبل مماسا أفقيا.

(3) على المجموعة $\{5\} - \square$ المعادلة :

(ب) $f(x) = -1$ تقبل بالضبط حلا واحدا.

(أ) $f(x) = 2$ تقبل على الأقل ثلاثة حلول.

د) $e^{f(x)} = \ln e^e$ تقبل بالضبط حلين أحدهما مضاعف

ج) $f(x) = -5$ لا تقبل أي حل.

4) انطلاقا من مركب دالتين:

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = 3$

أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = 3$

د) $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{f(x)} = +\infty$

ج) الدالة $x \mapsto [f(x)]^2$ معرفة على $\square$

التمرين الثاني(4):

1) علما أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ برهن أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

2) برهن أن: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2017} - 1}{x - 1} = 2017$

3) أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(1 + \frac{1}{x})$

4) أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$

التمرين الثالث(5):

هل صحيح أم خاطئ ما يلي مع التبرير:

1) إذا كان مماس منحنى الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة -2 ، موازيا للمستقيم ذي المعادلة $y = \frac{x}{2}$ فإن $f'(-2) = 4$.

2) إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x > -\frac{1}{2}$: $\frac{x-1}{2x+1} \leq f(x) \leq \frac{x+1}{2x+1}$ فإن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$

3) المعادلة: $x^5 + \sqrt{x} - 3 = 0$ تقبل حلا وحيدا في مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ .

4) للمعادلة: $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$ حلان في مجموعة الأعداد الحقيقية R .

5) من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $e^{\ln x} = \ln e^x$

التمرين الرابع(7):

نعتبر الدالة f المعرفة على R^* بـ $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 6x + 3}{4x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب

الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أولاً:

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي تعريفها واستنتج مستقيماً مقارباً للمنحني (C_f)

(2) تحقق أن مشتقة الدالة f تعرف بالدستور: $f'(x) = \frac{(x-1)(2x^2+3x+3)}{4x^2}$

(3) حدد اتجاه تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها.

من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماماً نضع: $g(x) = f(x) - xf'(x)$

(4) بين أن المعادلتين: $g(x) = 0$ و $-x^3 + 6x + 6 = 0$ متكافئتان.

(5) بين أن المعادلة: $-x^3 + 6x + 6 = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $2,8 < \alpha < 2,9$

(6) نضع: $A = \frac{f(\alpha)}{\alpha}$. تحقق أن: $A = f'(\alpha)$

(7أ) بين أن المماس (T_α) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة α له معادلة من الشكل: $y = Ax$

(ج) برهن أن (T_α) هو المماس الوحيد للمنحني (C_f) والذي يشمل المبدأ (نفرض وجود مماس آخر في النقطة ذات الفاصلة x_0 حيث: $x_0 > 0$)

دورة : ديسمبر 2016

(الثالثة علوم تجريبية)

اختبار الثلاثي الأول

المدة : 3 ساعات

اختبار في مادة: الرياضيات

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (4 ن)

الدالة f معرفة بجدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f(x)$	2	$\searrow$ -5	$\nearrow$ $+\infty$	$+\infty$ $\searrow$ 2

(1) أ) بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلين على مجالي تعريفها.

ب) عين مجالين تكون فيهما الدالة f مستمرة وغير رتيبة.

(2) أ) حدد اتجاه تغير الدالة: $x \rightarrow \sqrt{\ln x}$ على المجال $]3; +\infty[$

ب) حدد عدد حلول المعادلة: $e^{f(x)} = 1$.

(3) لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]3; +\infty[$ بالشكل: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

- أوجد: $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(4) أ) عين معادلة لمماس منحنى f عند الفاصلة -1

ب) نشير بالرمز g' لمشتقة الدالة g . حدد إشارة: $g'(x)$

التمرين الثاني: (4 ن)

الشكل في أسفل الصفحة 3/3 هو التمثيل البياني (C) في معلم متعامد متجانس لدالة f معرفة وقابلة

للإشتقاق على المجال $[-2,4]$ ، A النقطة من (C) ذات الفاصلة -1 ، B النقطة من (C) ذات الفاصلة 0 والمماس للمنحني (C) في A أفقي المستقيم (T) مماس للتمثيل البياني (C) في النقطة B ، f' الدالة المشتقة للدالة f

(1) أحسب $f'(-1)$ وحدد إشارة $f'(2)$

(2) أعط تفسيراً بيانياً للعدد $f'(0)$ ثم أحسبه.

(3) عين معادلة للمماس (T) .

(4) العددان a, b حقيقيان نقبل أن الدالة f معرفة بالدستور: $f(x) = (ax + b)e^{-x}$

(أ) أحسب عبارة $f'(x)$ بدلالة a, b, x

(ب) باستعمال نتائج من البيان تحقق أن: $f(x) = (x + 2)e^{-x}$

التمرين الثالث: (5 ن)

هل صحيح أم خاطئ ما يلي مع التبرير:

1) إذا كان مماس منحني الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة -2 ، موازياً للمستقيم ذي المعادلة $y = \frac{x}{2}$ فإن $f'(-2) = 4$.

(2) إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x > -\frac{1}{2}$: $\frac{x+1}{2x+1} \leq f(x) \leq \frac{x-1}{2x+1}$ فإن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$

(3) للمعادلة: $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$ حلان في مجموعة الأعداد الحقيقية R .

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x} = 1$

(5) من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $e^{\ln x} = \ln e^x$

التمرين الرابع: (7 ن)

نعرف الدالة f على المجالين: $]-\infty, -1[$ و $]-1, +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 3x - 1 - \frac{x-1}{(x+1)^2}$

وليكن (c_f) منحني الدالة f في المستوي المزود بالمعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

(1) أحسب نهايات f عند حدود مجالي تعريفها

(2) بين أن (c_f) يقبل مقاربين أحدهما مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

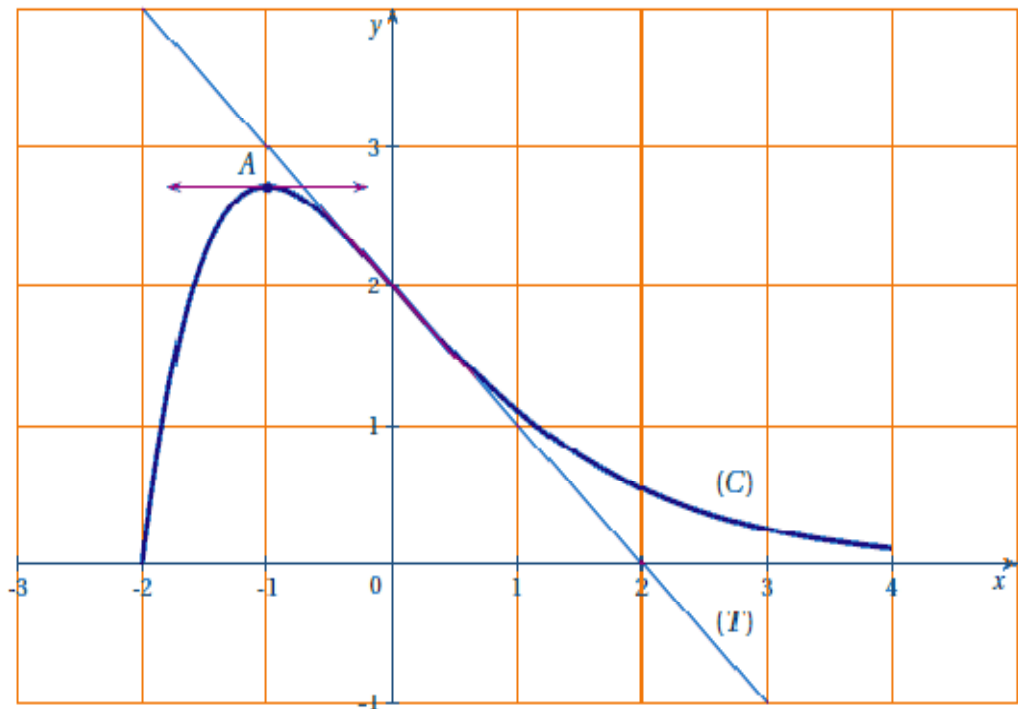
3) بين أن (c_f) يشترك مع مقاربه المائل في نقطة يطلب نعين إحداثيها، ثم حدد وضعية (c_f) مع (Δ)

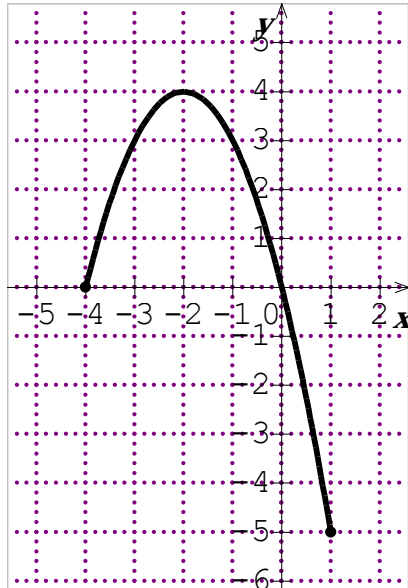
4) عين نقط تقاطع (c_f) مع المستقيمين المعرفين بمعادلتين لهما: $y=2$ ، $y=0$

5) تحقق أن عبار مشتقة الدالة f معرفة كما يلي: $f'(x) = \frac{xp(x)}{(x+1)^3}$ حيث $p(x)$ كثير حدود من الدرجة الثانية

6) أدرس إتجاه تغير الدالة f

7) أرسم (c_f)





التمرين الأول (06 نقاط)

التمثيل البياني المقابل هو لدالة h قابلة للاشتقاق على المجال $[-4;1]$

- (1) أ) عين إشارة $h(x)$ و $h'(x)$
ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m
عدد وإشارة حلول المعادلة : $h(x) = m$
(2) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-4;1]$ بـ:

$$f(x) = [h(x)]^4$$

- أدرس تغيرات الدالة f

التمرين الثاني (14 نقطة)

(I) لتكن الدالة φ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\varphi(x) = (x+1)e^{x+2}$

- (1) أدرس تغيرات الدالة φ
(2) أستنتج أن $\varphi(x) + 1 \geq 0$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$
- (II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ: $f(x) = x + 1 - \frac{x+2}{e^{x+2} - x - 3}$
- وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

$$(1) \text{ أ) أحسب : } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\text{ب) أحسب : } \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \text{ ، لاحظ أن : } f(x) = x + 1 - \frac{1}{\frac{e^{x+2} - 1}{x + 2} - 1}$$

$$(2) \text{ بين أنه من أجل كل } x \text{ من } \mathbb{R} - \{-2\} \text{ أن } f'(x) = 1 + \frac{\varphi(x) + 1}{(e^{x+2} - x - 3)^2}$$

ثم استنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

- (3) أ) أثبت أن المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) ذا المعادلتين $y = x + 1$ و $y = x + 2$ على الترتيب مقاربان للمنحنى (C_f)

ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث : $-1 < x_1 < 0$ و $-4 < x_2 < -3$

- (4) أنشئ (Δ_1) و (Δ_2) و (C_f) .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية تيسمسيلت

ثانوية: أحمد بن يحي النشريسي

الشعبة: ثالثة علوم تجريبية

المدة: 03 ساعات

الاحد 4 ديسمبر 2016

إختبار في مادة: الرياضات

التمرين الأول: (06 نقاط): لكل عبارة من بين العبارات التالية اقترح واحد صحيح يطلب تعيينه مع التعليل

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{e^x - 1}$ تساوي : (أ) 2 (ب) 1 (ج) 0

2) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب: $f(x) = x\sqrt{x}$

(أ) f غير قابلة للاشتقاق عند 0 (ب) f قابلة للاشتقاق على المجال $[0; +\infty[$

(ج) f قابلة للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$

3) المعادلة: $2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$ تقبل في □

(ج) حلين مختلفين

(ب) لا تقبل حلول

(أ) حل وحيد

4) مجموعة حلول المتراجحة: $\ln(2x^2 - 3x) \leq \ln(2x - 2)$ هي:

(ج) $\left[\frac{3}{2}; 2\right]$

(ب) $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$

(أ) $\left[\frac{3}{2}; 2\right[$

التمرين الثاني: (7 نقاط)

I- لتكن الدالة f المعرفة على □ ب: $f(x) = \frac{(x-1)e^x + x + 3}{e^x + 1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$)

2. أثبت أنه من أجل كل x من □: $f'(x) = \frac{(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

3. بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف Ω يطلب تعيين إحداثياتها.

4. أكتب معادلة لمماس المنحني (C_f) عند النقطة Ω .

5. أثبت أن Ω مركز تناظر للمنحني (C_f)

6. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+3)]$, ماذا تستنتج؟

7. بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2.77; -2.76[$

7. أحسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم (C_f) ومستقيميته المقاربين .

II- الدالة المعرفة على IR ب: $g(x) = \frac{(-x+3)e^x - x - 1}{e^x + 1}$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني.

1. بين أن من أجل كل عدد حقيقي x فان: $g(x) = f(-x)$

2. استنتج انه يوجد تحويل بسيط يحوّل (C_f) إلى (C_g) .

3. أنشئ في نفس المعلم السابق (C_g) دون دراسة الدالة g .

التمرين الثالث: (07)

المنحني (C) في الشكل التالي هو التمثيل البياني لدالة f المعرفة

$$f(x) = e^{-x}(ax + b) \quad \square \quad \text{على}$$

حيث a و b عددا حقيقيان

- المنحني (C) يقبل عند النقطة التي فاصلتها $\left(-\frac{1}{2}\right)$ مماس يوازي

محور الفواصل ويقبل عند النقطة $A(0;3)$ مماس (Δ) يمر بالنقطة

$$B(3;0)$$

1. أقرأ ببيان عين $f\left(-\frac{3}{2}\right)$, $f(0)$ و $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$.

ب) أحسب $f'(0)$ ثم عين معادلة للمستقيم (Δ) .

ج) أثبت أنه من أجل كل x من $\square$: $f(x) = e^{-x}(2x + 3)$

2. لتكن الدالة h المعرفة على $\square$: $h(x) = e^{-x}(2x+1)+1$

أ) أدرس تغيرات الدالة h . (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$)

أ) أثبت أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلان أحدهما معدوم والآخر α حيث $1 < \alpha < 2$ ثم استنتج إشارة $h(x)$.

3. لتكن الدالة g المعرفة على $\square$: $g(x) = e^{-x}(2x+3)+x-3$

أ) أثبت أنه من أجل كل x من $\square$: $g'(x) = h(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة g ثم أنجز جدول تغيراتها (يعطى $g(\alpha) = -0.6$)

ج) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β ينتمي إلى المجال $[\alpha; +\infty[$ ثم تحقق أن: $1 < \beta < 2$

د) استنتج إشارة $g(x)$.

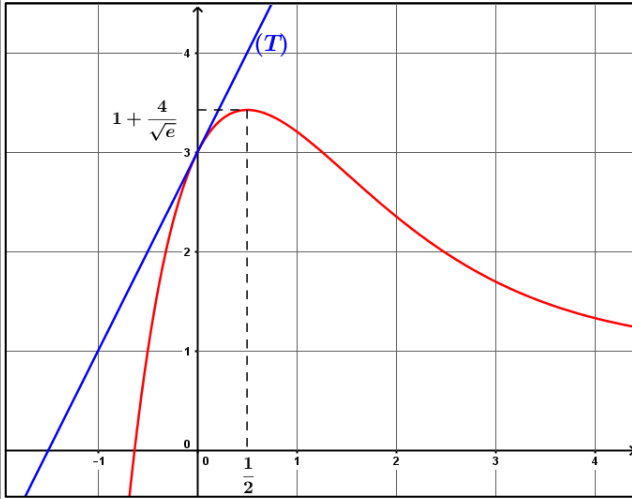
4. حدد وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

إختبار الفصل الأول

المدة: 2 ساعة

التمرين الأول: (05 نقاط)

f دالة معرفة وقابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; I; J)$ ، المماس لـ (C_f) عند النقطة $A(0; 3)$



أ) عين بيانيا $f(0)$ و $f'(0)$ ثم أكتب معادلة المماس (T)

ب) نضع $f(x) = 1 + \frac{ax+b}{e^x}$ حيث a و b عدنان حقيقيان

1) عين بدلالة a و b عبارة $f'(x)$

2) باستعمال السؤال أ) عين a و b .

ج) عين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون للمعادلة

$$f(x) = 1 + m$$

حل واحد.

د) ناقش بيانيا حلول المتراجحة، $f'(x) < 2$

التمرين الثاني: (15 نقطة)

الجزء 01: g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 10 - 8x + e^x$

- أدرس اتجاه تغير الدالة g . ثم استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x) > 0$.

الجزء 02: f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{2x}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$ و $\|\vec{j}\| = 2\text{cm}$.

1) احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{9 + e^x g(x)}{4(e^x + 1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3) أ) أثبت أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين، (Δ) معادلته: $y = \frac{1}{4}x$ عند $+\infty$ و (Δ') معادلته: $y = \frac{9}{4}x$ عند $-\infty$.

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = 1 + e^x - xe^x$

أ) أدرس اتجاه تغير الدالة h ثم بين أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1, 2 < \alpha < 1, 3$

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) في النقطة التي فاصلتها α .

ج) بين أن: $e^\alpha = \frac{1}{\alpha - 1}$ وأن: $f(\alpha) = \frac{9}{4}\alpha - 2$. ثم أكتب معادلة للمماس (T) .

5) مثل (Δ) ، (Δ') ، (T) و (C_f) . $f(-1) = -1.71$ و $f(-0.5) = -0.75$ و (Δ') تحت (C_f) في $]-\infty; 0]$

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x) = \frac{1}{4}x + m$

الجزء 03: نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $k(x) = f(|x| - 1)$

- بين أن الدالة k زوجية ثم اشرح كيف يمكن رسم (C_k) منحنى الدالة k إنطلاقا من (C_f) . **بالتوفيق.**

التمرين الأول (08 ن): توجد إجابة واحدة صحيحة لكل حالة حددها مع التعليل:

0	1	$+\infty$	1. إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right)$ تساوي
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$	2. إذا كانت h دالة تحقق لكل عدد حقيقي x موجب تماما $e^{-x} \leq h(x) \leq 2e^{-x}$ و f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = xe^x h(x)$ فإن
$+\infty$	$-f'(2)$	$f'(2)$	3. إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند القيمة 2 فإن $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+2h)}{2h}$ تساوي
$f(x) = -e^{-2x} + 1$	$f(x) = -e^{-2x} - 1$	$f(x) = e^{-2x} - 1$	4. حل المعادلة التفاضلية $y' + 2y - 2 = 0$ الذي يحقق $f(0) = 0$ هو f حيث:
$\mathbb{R}$	$[1; +\infty[$	$]-\infty; 0]$	5. مجموعة الحلول في $\mathbb{R}$ ، للمترابضة $e^x - e^{-x} \leq 0$ هي

التمرين الثاني (12 ن):

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (-x + 2)e^x - 2$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. (نقبل أن: $\lim_{t \rightarrow +\infty} te^t = 0$)

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث: $1.5 < \alpha < 1.6$

4. احسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{e^x - 1} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (نقبل أن: $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^2} = +\infty$)

2. ادرس استمرارية وقابلية الاشتقاق للدالة f عند القيمة 0، ثم فسر النتائج هندسيا.

3. (ا) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{0\}$: $f'(x) = \frac{xg(x)}{(e^x - 1)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. بين أن: $f(\alpha) = \alpha(2 - \alpha)$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

5. انشئ (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ على المجال $[-1; +\infty[$

العلامة		عناصر الإجابة	مخاور الموضوع																						
المجموع	مجزاة																								
8		<u>التمرين الأول:</u> 1. 0 (نهاية مركب دالتين) لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 1}{e^x - 1} = 1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ 2. $+\infty$ (نهاية بالخصر) لأن: $e^{-x} \leq h(x) \leq 2e^{-x}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x = +\infty$ 3. $-f'(2)$ لأن: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+2h)}{2h} = -\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(2+t) - f(2)}{t} = -f'(2)$ 4. $f(x) = -e^{-2x} + 1$ لأن $f(0) = 0$ و $f'(x) + 2f(x) - 2 = 0$ 5. $S =]-\infty; 0]$ لأن: مجموعة التعريف للمترابحة $e^x - e^{-x} \leq 0$ هي $\mathbb{R}$ و $e^x - e^{-x} \leq 0$ تكافئ أن: $e^{2x} - 1 \leq 0$ تكافئ أن: $x \leq 0$ ومنه نجد أن: $S =]-\infty; 0]$	الدوال العددية																						
12	5	<u>التمرين الثاني:</u> I. 1. حساب النهايات: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -2$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ 2. دراسة اتجاه تغير الدالة g: حساب $g'(x) = (1-x)e^x$ دراسة إشارة $g'(x)$: من أجل كل x من $[1; +\infty[$ لدينا $g'(x) \leq 0$ من أجل كل x من $]-\infty; 1]$ لدينا $g'(x) \geq 0$ تشكيل جدول تغيرات الدالة g: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>-2</td><td>e^{-2}</td><td>$+\infty$</td></tr></table> 3. تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث $1.5 < \alpha < 1.6$ الدالة g مستمرة على $\mathbb{R}$ و $g(1.5) \times g(1.6) < 0$ إذن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث $1.5 < \alpha < 1.6$ 4. حساب $g(0)$ ، مع استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$: $g(0) = 0$ إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>-</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$g'(x)$		+	-	$g(x)$	-2	e^{-2}	$+\infty$	x	$-\infty$	0	α	$+\infty$	$g(x)$	-	0	+	-	الدوال العددية
x	$-\infty$	1	$+\infty$																						
$g'(x)$		+	-																						
$g(x)$	-2	e^{-2}	$+\infty$																						
x	$-\infty$	0	α	$+\infty$																					
$g(x)$	-	0	+	-																					

1. حساب النهايات : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

2. دراسة استمرارية وقابلية الاشتقاق للدالة عند القيمة 0 :

لدينا : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = f(0)$

إذن الدالة f مستمرة عند القيمة 0

لدينا : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 1$

إذن الدالة f قابلة للاشتقاق عند القيمة 0

التفسير الهندسي : (C_f) لا ينقطع عند النقطة 0 و (C_f) يقبل مماسا عند النقطة 0 معامل توجيهه $f'(0) = 1$

1

3. $f'(x) = \left(\frac{x^2}{e^x - 1} \right)' = \frac{2x(e^x - 1) - (e^x)(x^2)}{(e^x - 1)^2} = \frac{x((2-x)e^x - 2)}{(e^x - 1)^2} = \frac{xg(x)}{(e^x - 1)^2}$

(ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $\mathbb{R}$ ، مع تشكيل جدول تغيرات الدالة f دراسة إشارة $f'(x)$:

من أجل كل x من $[\alpha; +\infty[$ ، لدينا $f'(x) \leq 0$ ،
من أجل كل x من $]-\infty; \alpha]$ ، لدينا $f'(x) \geq 0$ ،
جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		$f(\alpha)$	

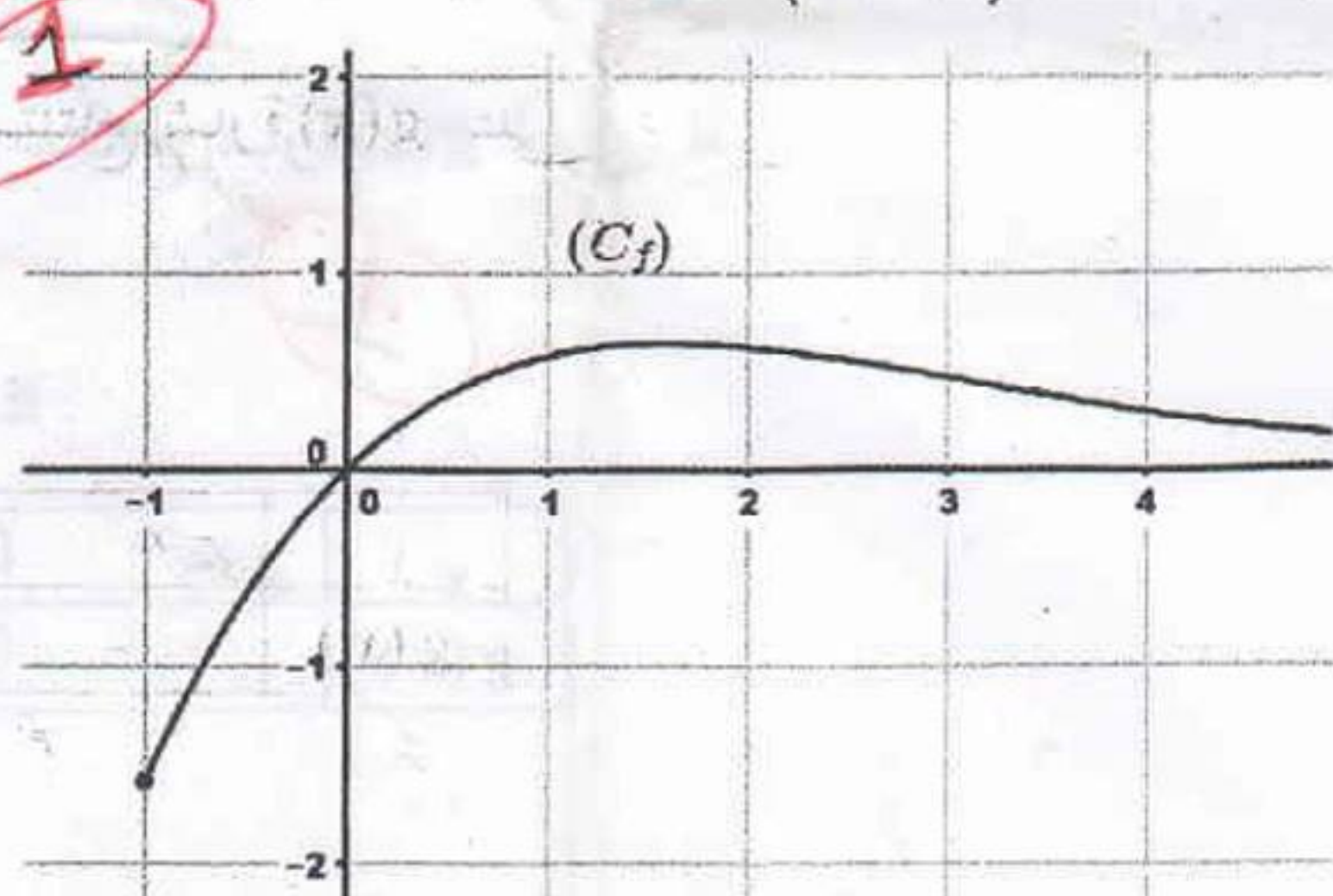
4. تبين أن $f(\alpha) = \alpha(2 - \alpha)$ ، ثم استنتاج حصر $f(\alpha)$:

لدينا : $g(\alpha) = 0$ ومنه نجد $e^\alpha = \frac{2}{2 - \alpha}$

و $f(\alpha) = \frac{\alpha^2}{e^\alpha - 1}$ بتعويض قيمة e^α نجد أن : $f(\alpha) = \alpha(2 - \alpha)$

استنتاج حصر $f(\alpha)$: $0.6 < f(\alpha) < 0.8$

5. إنشاء (C_f) في المعلم $(0; \bar{i}, \bar{j})$ على المجال $[-1; +\infty[$:



قسم 3: ع ت - 3
المدة : 2سا

إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (6 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل

الجزء الأول : تعتبر المعادلة (E) $3y' + 2y = 0$:

1- الدوال f حلول المعادلة (E) تكتب على الشكل $f(x) = ce^{-\frac{2}{3}x}$

2- إذا كان $f(-3) = \sqrt{e}$ فإن المعادلة (E) تقبل حلا وحيدا R معرفة كما يلي :

$$h(x) = e^{-\frac{2}{3}x}$$

الجزء الثاني :

1 - مجموعة حلول المتراجحة $\ln(-3x + 2) \leq \ln 3$ هي $s =]-\frac{1}{3}, +\infty[$

2 - الدالة المعرفة على R^* بـ : $f(x) = x^3 - x \ln\left(\frac{3}{x^2}\right)$ هي دالة فردية.

التمرين الثاني: (4 نقاط)

$$f(x) = 2x^2 - x - 1$$

1. عين جذور $f(x)$

2. أ- حل $2(\ln x)^2 - \ln x - 1$

ب- استنتج مجموعة الحلول في R للمتراجحة :

$$2e^{2x} - e^x - 1 \leq 0$$

التمرين الثالث : (10 نقاط)

الجزء الأول :

لتكن g دالة معرفة على R : $g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$

1 - أحسب نهاية g عند $-\infty$ و عند $+\infty$

2 - عين اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول التغيرات .

3 - أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على R ، وتحقق أن : $0.35 \leq \alpha \leq 0.36$

4 - استنتج إشارة g على R .

الجزء الثاني:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(\vec{i}; \vec{o}; \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm) ، و لتكن الدالة f المعرفة على R بـ :

$$f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$$

1 - أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2 - أحسب $f'(x)$ ، و استنتج تغيرات الدالة $f(x)$.

3 - أثبت أن $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$ و استنتج حصر $f(\alpha)$

أقلب الورقة

- 1 - أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
- 2 - أحسب $f'(x)$ ، و استنتج تغيرات الدالة $f(x)$.
- 3 - أثبت أن $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$ و استنتج حصر $f(\alpha)$.
- 4 - أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- 5 - أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند الفاصلة 0.
- 6 - أرسم (Δ) و (T) و (C_f) .
- 7 - عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $-m + 1 + (x^2 + 2)e^{-x} = 0$ حل وحيد موجب.

هديتم وكفيتم وجعله الله بردا و سلاما عليكم

بالتوفيق

المدة: ساعتان

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوى: 3 علوم تجريبية

التمرين الأول: عين الجواب الصحيح من بين الإجابات المقترحة (أ) ، (ب) و (ج) مع التعليل ، لكل سؤال مما يلي :

السؤال	الجواب (أ)	الجواب (ب)	الجواب (ج)
حلول المتراجحة $-e^{5x} \geq 0$	$g(x) = x + 2 - e^x$	$[0, +\infty[$	$] -\infty, 0]$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x}-1}{x}$	5	1/5	1
إذا كان $f'(x) = \frac{1}{x^2+3}$ وكان $h(x) = f(3x)$ فإن	$h'(x) = \frac{1}{3x^2-1}$	$h'(x) = \frac{-1}{3x^2+1}$	$h'(x) = \frac{1}{3x^2+1}$
المعادلة: $e^{2x} + e^x = 0$ في $\mathbb{R}$	ليس لها حلول	تقبل حل وحيد	تقبل حلين مختلفين

التمرين الثاني: f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ: $f(x) = \frac{x(x+1)}{x-2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو إلى معلم متعامد ومتجانس.

- أدرس تغيرات الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها.
- أ- برهن أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x + 3$ هو مقارب مائل للمنحنى (C) ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (d) .
- ب- أرسم المستقيم (d) ثم المنحنى (C) .
- باستعمال المنحنى (C) ، عين حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $x^2 + (1-m)x + 2m = 0$
- لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ: $g(x) = |f(x)|$
 - أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$ وبدون رمز القيمة المطلقة ، حسب قيم x .
 - أرسم (γ) منحنى الدالة g اعتمادا على (C) في نفس المعلم السابق.

التمرين الثالث:

- لتكن g الدالة المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بـ: $g(x) = x + 2 - e^x$
 - أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
 - بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,14; 1,15[$
 - استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[0, +\infty[$
- لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{e^x-1}{xe^{x+1}}$ وليكن (c) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم م.م. $(o, i^{\rightarrow}, j^{\rightarrow})$

$$f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^{x+1})^2} : [0, +\infty[$$

- بَيِّن أنه من أجل كل x من $[0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^{x+1})^2}$
- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- بين أن $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+1}$ ، ثم أعط حصرًا لـ $f(\alpha)$ بتقريب 10^{-3}
- أرسم المنحنى (C) .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الثنوية : حسين براهيم
المستوى : ثالثة ثانوي
المعامل : 5
المدة : 2 ساعة

مديرية التربية لولاية قسنطينة
المادة : رياضيات
الشعبة : علوم تجريبية
الإمتحان الأول للفصل الأول

التمرين الأول (10ن): نعتبر الدالة f حيث: $f(x) = \frac{2e^x}{e^x - 1}$.
(1) أدرس تغيّرات الدالة f .

(2) ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ ، بيّن أنّ (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة.

(3) بيّن أنّ النقطة $\omega(0; 1)$ مركز تناظر للمنحنى ثمّ أنشئه.

(4) نعتبر الدالة g حيث: $g(x) = \frac{2e^x}{|e^x - 1|}$.

أ- أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ب- أنشئ (Y) التمثيل البياني للدالة g باستخدام البيان (C_f) .

ج- ناقش بيانياً تبعاً لقيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x حيث :
 $(m - 3)|e^x - 1| = 2e^x$.

التمرين الثاني (10ن): (I) نعتبر الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$ ، (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) أدرس تغيّرات الدالة f .
- (2) أدرس المستقيمات المقاربة.
- (3) عيّن إحداثيات نقطة تقاطع البيان (C_f) مع المستقيم المقارب الأفقي (Δ) ، ثمّ أدرس الوضعية النسبية.
- (4) أنشئ المنحنى البياني (C_f) .
- (5) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $(m - 1)x^2 + 4x - m - 4 = 0$.

(II) نعتبر الدالة g المعرفة بـ: $g(x) = \frac{(|x|-2)^2}{x^2-1}$.

- (1) أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.
- (2) أدرس إستمرارية و قابلية الإشتقاق للدالة g عند الصفر.
- (3) بيّن أنّ: $f(x) = g(x)$ على مجموعة يُطلب تعيينها.
- (4) أدرس شفعية الدالة g .
- (5) إستنتج التمثيل البياني (C_g) للدالة g .

(III) نعتبر الدالة h المعرفة بـ: $h(x) = \frac{(x-2)^2}{|x^2-1|}$.

- (1) أكتب عبارة $h(x)$ بدلالة $f(x)$.
 - (2) إستنتج التمثيل البياني (C_h) للدالة h .
- (IV) نعتبر الدالة φ المعرفة بـ: $\varphi(x) = \frac{(\sin x - 2)^2}{\sin^2 x - 1}$.

- (1) عيّن مجموعة تعريف الدالة φ .
- (2) بيّن أنّ الدالة φ هي مركب دالتين يُطلب تعيينهما.
- (3) أحسب مشتقة الدالة φ .

ملاحظة هامة جداً: - يُمنع منعاً باتاً التشطيب و يجب إستعمال اللونين الأزرق والأسود فقط .

- لا تكتب ولا تُلطخ هذه الورقة لأنك سترجعها مع ورقة الإجابة .

بالتوفيق _____ الأربعاء 7 ديسمبر 2016 _____ الأستاذة زعتر آمال

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

أجب بصحيح أو خطأ عن الجمل التالية مع التعليل:

$$1. \text{ الدالة } f \text{ المعرفة بـ: } \begin{cases} f(x) = x^2 - x & ; x \geq 1 \\ f(x) = -x^2 + x & ; x < 1 \end{cases} \text{ تقبل الاشتقاق على } \mathbb{R}$$

$$2. \text{ إذا كانت } f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي: } \begin{cases} f(x) = \frac{x+2-\sqrt{4+x^2}}{x} & ; x \neq 0 \\ f(0) = \alpha \end{cases}$$

فان قيمة α حتى تكون f مستمرة عند العدد 0 هي : 1

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+3)}{\ln x} = 0$$

$$4. \text{ النقطة } w \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right) \text{ مركز تناظر للمنحنى الممثل للدالة } f \text{ المعرفة على }]0; 1[\text{ كما يلي:}$$

$$f(x) = x + 1 + 2 \ln \left(\frac{x}{1-x} \right)$$

$$5. \text{ المنحنى الممثل للدالة } f \text{ المعرفة على }]0; +\infty[\text{ بـ: } f(x) = (\ln x)^2 - \ln x + x \text{ يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي 1}$$

التمرين الثاني:

$$(I) \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي: } g(x) = xe^{-x} + 1$$

1. ادرس تغيرات الدالة g

$$2. \text{ بين أن المعادلة } g(x) = 0 \text{ تقبل حلا وحيدا } \alpha \text{ حيث: } -0,6 < \alpha < -0,5$$

$$3. \text{ استنتج إشارة } g(x) \text{ على } \mathbb{R}$$

$$(II) \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بالعلاقة: } f(x) = (x+1)e^{-x} - x$$

$$(C_f) \text{ التمثيل البياني للدالة } f \text{ في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس } (O; \vec{i}, \vec{j})$$

$$1. \text{ احسب: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$2. (أ) \text{ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ فان: } f'(x) = -g(x)$$

(ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

$$3. (أ) \text{ بين أن المستقيم } (\Delta) \text{ ذو المعادلة } y = -x \text{ مقارب مائل للمنحنى } (C_f) \text{ عند } +\infty$$

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

$$4. \text{ اثبت أن المنحنى } (C_f) \text{ يقبل مماسا } (T) \text{ موازيا للمستقيم } (\Delta), \text{ يطلب اعطاء معادلة له.}$$

$$5. \text{ بين أن المنحنى } (C_f) \text{ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها}$$

$$6. \text{ ارسم } (\Delta), (T), \text{ و } (C_f) \text{ على المجال } [-2; +\infty[\text{ ، تعطى } f(\alpha) \approx 1,3$$

$$7. \text{ أوجد قيم الوسيط الحقيقي } m \text{ حتى تقبل المعادلة: } \frac{x+1}{e^x} = m \text{ حلان مختلفان في الإشارة}$$

بالتوفيق

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (05 نقط) :

لكل سؤال ثلاث إجابات ، إجابة واحدة منها صحيحة ، المطلوب : تحديد الإجابة الصحيحة مع التبرير

الرقم	السؤال	الإجابة أ	الإجابة ب	الإجابة ج
01	الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} : g(x) = \begin{cases} x-1 & ; x \leq 1 \\ 2-ax & ; x > 1 \end{cases}$ حيث $a \in \mathbb{R}$ هي مستمرة عند 1 من أجل	$a = 2$	$a = 0$	$a = -1$
02	الحلول في $\mathbb{R}$ للمعادلة التالية : $\ln(x-3) + \ln(x-1) = 3\ln 2$ هي :	$S = \{-2, 3\}$	$S = \{-1, 5\}$	$S = \{5\}$
03	حلول المعادلة التفاضلية $y = 2y' - 1$ على $\mathbb{R}$ هي الدوال	$f : x \rightarrow ke^{2x} + \frac{1}{2}$ حيث $(k \in \mathbb{R})$	$f : x \rightarrow ke^{\frac{1}{2}x} + 2$ حيث $(k \in \mathbb{R})$	$f : x \rightarrow ke^{\frac{1}{2}x} - 1$ حيث $(k \in \mathbb{R})$
04	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x}$ تساوي	0	1	2
05	مجموعة حلول المتراجحة $e^{-2x} > -1$ في $\mathbb{R}$ هي :	$\emptyset$	$[0 ; +\infty[$	$\mathbb{R}$

التمرين الثاني (07 نقاط) :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، f دالة معرفة على $\mathbb{R}$.

في الورقة المرفقة المنحنى (C_f) الممثل للدالة f والعماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(3;1)$.

المنحنى (C_f) يقبل مماسين يوازيان حامل محور الفواصل في النقطتين $B(2,3)$ و $C(4,-1)$.

1 / بقراءة بيانية : * احسب $f'(3); f'(2)$

ب* أوجد معادلة العماس (Δ) ج* هل تقبل الدالة f الاشتقاق عند العدد 5 ، برر إجابتك .

2 / أوجد : $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x)+3}{x-3}$ ، $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)-f(5)}{x-5}$ ، $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)-f(5)}{x-5}$

3 / ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة التالية : $f(x) = 4m$ في $\mathbb{R}$.

4 / h دالة معرفة على $\mathbb{R} : h(x) = |f(x)|$

اشرح كيف يتم الحصول على المنحنى البياني (C_h) الممثل للدالة h انطلاقا من التمثيل البياني (C_f) للدالة f

ثم أرسم (C_h) في نفس المعلم .

التمرين الثالث (08 نقاط):

x	$-\infty$	x_1	x_2	β	$+\infty$
$h'(x)$	+	0	-	0	+
$h(x)$	$-\infty$	-5.9	-12.8	0	$+\infty$

لنعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$h(x) = x^3 - x^2 - 4x - 8 \quad \text{و جدول تغيراتها كما هو موضح .}$$

$$\text{بحيث: } 3 < \beta < 4, \quad x_1 = \frac{1 - \sqrt{13}}{3} \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{1 + \sqrt{13}}{3}$$

(I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $g(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{2x^2} e^{-\frac{1}{2}x} - \frac{1}{\sqrt{e}}$

1 / بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم : $g'(x) = \frac{h(x)}{4x^3} e^{-\frac{1}{2}x}$

2 / استنتج إشارة $g'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

3 / بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين حقيقيين هما : 1 و α حيث $-0.9 < \alpha < -0.8$.

(II) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = -1 + \left(1 - \frac{1}{x}\right) e^{-\frac{1}{2}x}$

و ليكن (C_f) المنحنى البياني للممثل للدالة f في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 / احسب : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم فسر هندسيا النتائج .

2 / أ * بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f'(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{2x^2} e^{-\frac{1}{2}x}$

ب * ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3 / أ * اكتب معادلة المماس (T_1) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 من (C_f) .

ب * بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كلاً منهما يساوي $\frac{1}{\sqrt{e}}$ أحدهما (T_1) والآخر (T_2) عند النقطة

ذات الفاصلة α يطلب كتابة معادلته ، يعطى $f(\alpha) \approx 2.3$.

4 / تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f''(x) = g'(x)$ واستنتج أن النقطة ذات الفاصلة β هي نقطة

انعطاف للمنحنى (C_f) .

5 / ارسم (T_1) ، (T_2) و (C_f) .

**** بالتوفيق ****

ملاحظة: يراعى في التصحيح الدقة في الإجابة وجودة التحرير

التمرين الأول: (10 نقاط).

الجزء 1: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = -x + (1-x)e^{(1-2x)}$ (C_g) تمثيلها البياني

(1) أ/ احسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (إرشاد $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$)

ب/ استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $g'(x) < 0$.

ج/ احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) احسب $g\left(\frac{1}{2}\right)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

(3) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو $y = -x$ المعادلة مقارب مائل للمنحني (C_g) .

ب/ ادرس وضعية المنحني (C_g) بالنسبة إلى (Δ) .

ج/ استنتج أن المنحني (C_g) يقبل نقطة انعطاف S يطلب تعيين إحداثياتها.

(4) انشئ كلا من (C_g) و (Δ) .

الجزء 2: نعتبر الدالة f المعرفة على $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right]$ كما يلي: $f(x) = \ln[g(x)]$ (C_f) تمثيلها البياني

(1) عين نهايات الدالة f عند حدود اطراف مجال تعريفها.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

التمرين الثاني: (10 نقاط).

الجزء 1: نعتبر الدالة f المعرفة على $\left]0; +\infty\right[\cup \left]-2; -\infty\right]$ كما يلي: $f(x) = x \ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$

1. أ/ احسب $f'(x)$ من أجل كل x من $\left]0; +\infty\right[\cup \left]-2; -\infty\right]$.

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f' و شكل جدول تغيراتها. (إرشاد $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$)

ج/ استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $\left]0; +\infty\right[\cup \left]-2; -\infty\right]$.

2. أ/ بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج/ انشئ المنحني (C_f) .

د/ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = e^m$.

الجزء 2: نعتبر الدالة h المعرفة على $\left]0; +\infty\right[\cup \left]-2; -\infty\right]$ كما يلي: $h(x) = \frac{2x}{x+2}$ (C_h) تمثيلها البياني.

1. ادرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بين أنه من أجل كل x من $\left]0; +\infty\right[\cup \left]-2; -\infty\right]$ فإن: $f(x) - h(x) = xf'(x)$.

3. استنتج وضعية المنحني (C_h) بالنسبة إلى (C_f) ، ثم انشئ المنحني (C_h) .

4. بين أن المماس للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها α يقطع محور الترتيب عند النقطة التي

ترتيبها $h(\alpha)$ (حيث α عدد حقيقي موجب تماما)

وفقكم الله وسدد خطاكم.