الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطـــــــــــنية مديرية التربية لولاية الأغواط

ثانويـــــــــات الأغواط (1) دورة : مـــــــــاي 2018

إمتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

الشعبة : رياضيـــــــــــات المدة : 4 سا و 30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــــــــوع الأول

التمرين الأول : (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

$A(0;-1;0)$ ، $B(-2;0;1)$ ، $C(1;0;1)$ ، $D(0;0;3)$ أربع نقط منه

(Δ) مستقيم تمثيله الوسيطي $(\Delta):\begin{cases} x=4+4\alpha \\ y=\alpha \\ z=-5-5\alpha \end{cases}$: $\alpha \in \mathbb{R}$

1) تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (Δ)

2) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') المعرف بالنقطتين A و B

3) أ) برر لماذا الستقيمان (Δ)و (Δ') متقاطعان في نقطة واحدة (يطلب تعينها)

ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) المعين بالمستقيمين (Δ)و (Δ')

ج) تحقق أن C لا تنتمي الى (P). ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC

4) أ) تحقق أن : $x+y+z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (P)

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) العمودي على المستوي (P)و الذي يشمل النقطتين C و D

ج) تحقق من أن (Δ) محتوى في (Q)

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

د) إستنتج أن المستويات (P) ، (Q) و $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ متقاطعة في نقطة وحيدة يطلب تعيينها

التمرين الثاني : (4 نقاط)

كيس به 7 كريات منها 4 حمراء (R) و 3 سوداء (N) . نسحب منه كريتين على التوالي كما يلي :
إذا كانت الكرية الأولى المسحوبة سوداء فإننا نعيدها إلى الكيس قبل السحب الثاني و إذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس

1) أحسب إحتمالات الأحداث التالية :
أ) الحصول على كريتين من نفس اللون
ب) الحصول على كريتين مختلفتي اللون

ج)الحصول على كريتين حمراوين

د)الحصول على كرية سوداء على الأقل

3) ليكن X المتغير العشوائي المعرف بـ : سحب كرية حمراء يربح اللاعب 50 دينارا و سحب كرية سوداء يخسر اللاعب 25 دينارا

أ) عين مجموعة قيم X

ب)عين قانون إحتمال X و أمله الرياضي

التمرين الثالث:(5 نقاط)

I) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2(1+i)z+3-2i=0.....(E)$

- بين أن $-i$ هو حلا للمعادلة (E) ثم إستنتج الحل الأخر

II) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A=-i$ ، $z_B=2+3i$ و $z_C=-4+i$

1) أكتب على الشكل الأسي العدد المركب : $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC

2) نعتبر التحويل النقطي f في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث : $Z'=iZ-1-i$

أ)عين طبيعة التحويل f محددا عناصره المميزة

ency-education.com/exams

ب) ماهي صورة النقطة B بالتحويل f

3)لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D = -6+2i$

أ) بين أن النقط A ، C و D في إستقامية

ب) عين نسبة التحاكي h الذي مركزه A و يحول النقطة C إلى النقطة D

4)أ) إستنتج طبيعة التحويل $f \circ h$

ب) جد العبارة المركبة لـ $f \circ h$

ج) ماهي صورة النقطة B بالتحويل $f \circ h$

<u>التمرين الرابع : (7 نقاط)</u> المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I) نعتبر الدالة f_m حيث $f_m(x)=\dfrac{e^{mx}+2}{e^{mx}-2}$ حيث m وسيط حقيقي

1)ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m مجموعة التعريف للدالة D_m

2) بين أن جميع المنحنيات (C_m) تمر من نقطة واحدة يطلب تعينها

II) بوضع $m=1$ ، نعتبر الدالة f_1 المعرفة على المجال $]-\infty,\ln 2[\cup]\ln 2,+\infty[$ بـ $f_1(x)=\dfrac{e^x+2}{e^x-2}$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f_1(x)$ ثم أعط تفسيرا هندسيا

ب) بين أن المستقيم الذي معادلته $x=\ln 2$ مقارب للمنحني (C_1)

2) أدرس تغيرات الدالة f_1 و إستنتج جدول تغيراتها

3) بين أن (C_1) يقبل مماسين موازيين للمستقيم $y=-x$

4) بين أنه من أجل كل x من D_f فإن : $f(\ln(4)-x)+f(x)=0$. فسر النتيجة بيانيا

5) أرسم المستقيمات المقاربة لـ (C_1)و المنحني (C_1)

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي k عدد حلول المعادلة $(1-k)e^x+2k+2=0$

7) أ)عين العددين الحقيقين a و b بحيث : $f_1(x)=a+\dfrac{be^x}{e^x-2}$

ب)أحسب العدد الحقيقي $I=\int_{-1}^{0}[f(x)+x]dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا

ency-education.com/exams

الموضـــــــــــوع الثاني

التمرين الأول : (5 نقاط)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 4\sqrt{3}z + 16 = 0$

2) نعتبر في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقطتيين A و B لا حقتاهما على الترتيب $z_A = 2\sqrt{3} - 2i$ ، $z_B = \overline{z_A}$

- أكتب على الشكل الأسي كل من z_A, z_B و $\frac{z_B}{z_A}$. إستنتج طبيعة المثلث OAB

3) C النقطة ذات اللاحقة $z_C = -8i$ و D صورة C بالدوران R الذي مركزه المبدأ O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$.

أ) بين أن لاحقة D هي $z_D = 4\sqrt{3} + 4i$

ب)بين أن D هي صورة B بالتحاكي h الذي مركزه المبد أ يطلب تعيين نسبته . ثم بين أن D, C, A في إستقامية

4) بين أن العبارة المركبة للتحويل المركب $S = h \circ R \circ h$ هي $z' = \left(-2 + i\,2\sqrt{3}\right)$

إستنتج طبيعة و عناصر S

5) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $z = 4e^{i\theta}$ مع θ تمسح $\mathbb{R}$

أ) عين طبيعة و عناصر المجموعة (E)

ب)عين طبيعة و عناصر (E') صورة (E) بالتحويل S

التمرين الثاني : (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقط : $A(-1;2;2), B(-3;2;0), C(1;3;6)$ و $D(-7;0;4)$,

1) أ) بين أن النقط A, B, C تعين مستويا (P) و تمثيله الوسيطي يعطى بـ :

$$\begin{cases} x = -2\alpha + 2\beta - 1 \\ y = \beta + 2 \\ z = -2\alpha + 2\beta + 2 \end{cases}$$ حيث α و β من $\mathbb{R}$

ب) تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (P) هي $x + 2y - z - 1 = 0$.

2) أ) بين أن المسافة بين النقطة D والمستوي (P) : $2\sqrt{6}$.

ب) هل يمكن أن تكون D مرجحا للنقط A, B, C ؟

3) أ)عين احداثيات النقطة H ، المسقط العمودي للنقطة D على (P).

ency-education.com/exams

ب) استنتج المسافة بين النقطة D و المستوي (P) بطريقة ثانية .

4) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء المعرفة بـ :

$$x^2+y^2+z^2+14x-2mz+29=0$$

أ) بين أنه من أجل $m\in\mathbb{R}$, (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

ب)بوضع $m=4$ بين أن النقطة D هي مركز (S) و نصف قطرها 6 ثم تأكد أن B تنتمي إلى (S) .

ج) بين أن تقاطع (S) و (P) هي دائرة (C) . يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها

التمرين الثالث : (4 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد الطبيعي 4^n على 7

2) هل العدد $(2017^{1438}-1439^{2018}-2)$ يقبل القسمة على 7

3) عين حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد $(1999^{3n}+1999^{2n}+1999^n)$ على 7

4) نعتبر العدد الطبيعي $A=\overline{2a032a1}$ المكتوب في النظام ذي الأساس 4
عين قيمة العدد الطبيعي a التي من اجلها A يقبل القسمة على 7 ثم اكتب A في النظام العشري

تمرين الرابع : (7 نقاط)

I) الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2-2\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) : نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+\dfrac{2\ln x}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

1)أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ و إستنتج تفسيرا هندسيا

ج)بين أن المنحني (C_f) يقبل المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$ مقاربا مائلا له عند $+\infty$
ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

ency-education.com/exams

2)أ) بين انه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

ب)إستنتج إتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

3)بين أنه يوجد مماس وحيد (T) للمنحني (C_f) موازيا للمستقيم (D) ثم أكتب معادلته

4)بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل $(x'x)$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\frac{1}{2}<\alpha<1$

5) أ) أنشئ المستقيمين (D) ، (T) و المنحني (C_f)

ب) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $mx-2\ln x=0$

6) أحسب بالسم^2 A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=1$ و $x=e$ و $y=x$.

ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية تمنراست — ثانويات تمنراست المقاطعة 27

امتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي — دورة : مـــــايو 2018

شعـــــبة : الرياضيات و تقني رياضي .

اختبار في مادة الرياضيات — المـــدة : 4 ساعات و 30 دقيقة

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط) :

1) أ-أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 3^n على 10 ثم استنتج باقي قسمة A_n على 10 حيث $A_n = 1993^{16n+6} - 2\times 1439^{2n+3} + 2018$

2) بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $(3n+4)\times 1439^n + 2017^{2n+1} \equiv 3^{2n}(3n+1)[10]$ ثم أستنتج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $(3n+4)\times 1439^n + 2017^{2n+1}$ مضاعف للعدد 10 .

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\alpha 0\alpha\alpha 02}$ في النظام التعداد ذي الأساس 3 و يكتب $\overline{\beta 612}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 أوجد العددان α ; β ثم أكتب N في النظام العشري .

4) يحتوي كيس على 4 كريات مرقمة ببواقي قسمة 3^n على 10 نسحب عشوائياً كرتين في آن واحد .

أ - أحسب احتمال الحصول على رقمين مجموعها يساوي مجموع أرقام العدد 2017 .

ب - X المتغير العشوائي الذي يرفق عملية السحب بمجموع الرقمين المتحصل عليها

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين الثاني (4 نقاط) :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0 = 3$ من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}$.

1) أحسب الحدود u_1 و u_2 و u_3 ثم برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.

2) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على IN ثم أستنتج أنها متقاربة معيناً نهايتها .

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n^2 - 1$

أ - بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب -أكتب بدلالة n كلا من u_n ; v_n ثم أحسب $\lim u_n$.

ج-أحسب بدلالة n كلا من المجاميع التالية $S_n = u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + ... + u_n^2$ و

$T_n = v_0 + 2v_1 + 2^2 v_2 + ... + 2^n v_n$ و $L_n = \ln(v_0) + \ln(v_1) + \ln(v_2) + ... + \ln(v_n)$

3as.ency-education.com

التمرين الثالث (5 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط $A;\ B;\ C;\ D$ التي لواحقها على الترتيب

$z_A=1+i\ ;\ z_B=\overline{z_A}\ ;\ z_C=i\sqrt{2}\ ;\ z_D=e^{\frac{3\pi}{4}i}$.

و لتكن النقطة L نظيرة النقطة C بالنسبة إلى D .

1) بين أن لاحقة النقطة L تساوي $-\sqrt{2}$.

2) أثبت أن النقط $A\ ;\ B\ ;\ C\ ;\ L$ تنتمي إلى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

3) نعتبر النقطة K ذات اللاحقة $z_K=-z_B$ و R الدوران ذات المركز O و يحول C إلى K .

عين قيس زاوية الدوران R ثم عين لاحقة النقطة L' صورة L بالدوران R محدداً طبيعة الرباعي $ABL'K$.

4) نعتبر التحويل النقطي T المعرف بـ : $T=R\circ h$ حيث h هو التحاكي الذي نسبته $\sqrt{2}$ و مركزه O .

حدد طبيعة التحويل T ثم عين عناصره المميزة .

5) عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z و التي تحقق : $|z-z_A|=|\overline{z}-2z_D|$ حيث $\overline{z}$ مرافق z .

التمرين الرابع (7 نقاط)

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ $g(x)=\dfrac{x}{1+x}-2\ln(1+x)$.

أ - أدرس تغيرات الدالة g على $]-1;+\infty[$.

ب-بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين إحداهما معدوم و الأخر α حيث $-0,72<\alpha<-0,71$

ج-استنتج إشارة $g(x)$

II - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-1,0[\cup]0;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{\ln(1+x)}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول هي $2\,cm$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

2) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أنشئ المنحنى (C_f) نضع $\alpha\approx-0,715$ و $f(\alpha)\approx-2,46$.

4) ليكن λ عدد حقيقي موجب تماما نضع $I(\lambda)=\int_1^{\lambda} f(t)dt$

أ - أعط تفسيراً هندسيا للعدد $I(\lambda)$ حسب قيم العدد الحقيقي λ

ب -بملاحظة أنه من أجل كل x عدد حقيقي من $]1\ ;+\infty[$: $\dfrac{1}{x(1+x)}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{1+x}$

أحسب $I(\lambda)$ باستعمال التكامل بالتجزئة ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} I(\lambda)$

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول (4 نقاط)

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0=0$ من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=3u_n-2^n$.

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\leq 0$ ثم أستنتج أن (u_n) متناقصة .

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=2^n-u_n$.

أ - بين أن (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها و حدها الأول .

ب -عبر عن كلا من u_n و v_n بدلالة n.

3) أ- أحسب $\lim u_n$ ماذا تستنتج ؟

ب-أحسب المجموع S_n بدلالة n حيث $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

4) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5 و بواقي قسمة 3^n على 4

ب-عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق $2018+1962^{2n}+1439^n\equiv 0[5]$

التمرين الثاني (5 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ و نعتبر النقط A ; B ; C ; D ; E التي لواحقها على الترتيب $z_A=1$ و $z_B=4+i$ و $z_C=3i$ و $z_D=-1+i$ و $z_E=-2i$.

1) بين أن $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\dfrac{z_E-z_A}{z_D-z_A}$ ثم استنتج أنه يوجد تحويل نقطي T يحول D إلى E و يحول B إلى C يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة .

2) عين لاحقة النقطة C' صورة C بالتشابه المباشر S الذي مركزه A و زاويته $\dfrac{\pi}{4}$ و نسبته $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

3) لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها z صورتها M' ذات اللاحقة z' بالتشابه S.

بين أن $z'=\dfrac{1}{2}[(1+i)z+1-i]$.

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z و التي تحقق $z=(1+i)(1+e^{i\theta})$ حيث $\theta\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$

أ - عين طبيعة مجموعة النقط (Γ) لما θ يمسح المجال $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

ب -اوجد طبيعة (Γ') صورة (Γ) بالتشابه S.

5) لتكن (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $\arg(z-z_B)-\arg(z-z_A)\equiv\pi[2\pi]$

عين طبيعة مجموعة النقط (γ) .

3as.ency-education.com

التمرين الثالث (4 نقاط) :

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقطتين $A(12;7;-13)$ و $B(3;1;2)$ و المستويان $(P_1):3x+2y-5z-1=0$ و $(P_2):x+y-2z=0$.

1) بين المستويان (P_1) و (P_2) متقاطعان وفق مستقيم يشمل النقطة B و شعاع توجيهه $\vec{v}(1;1;1)$.

2) أثبت أن B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P_1).

3) ليكن (Q) المستوي المعرف بتمثيله الوسيطي التالي : $(\alpha;\beta)\in IR^2$
$$\begin{cases} x=2\alpha-2\beta+6 \\ y=2\alpha+3\beta+5 \\ z=2\alpha-6 \end{cases}$$

أ - بين أن (Q) و (P_1) متوازيان

ب -تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) هي $3x+2y-5z=58$.

ج-تحقق أن I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ تنتمي للمستوي (Q) ثم أستنتج أن (Q) هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

4) أ-بين أن (S) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ هي سطح كرة يطلب تعين عناصره المميزة .

ب-عين طبيعة مجموعة نقاط تقاطع (S)و المستوي (Q).

التمرين الرابع (7 نقاط) :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـ $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $1-\frac{1}{e^x+1}=\frac{1}{1+e^{-x}}$ ثم بين أن f دالة فردية .

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على IR^+

4) أستنتج انه من أجل كل عدد حقيقي موجب x : $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{1}{2}x$.

5) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]$ ثم فسر النتيجة هندسياً

6) أنشئ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+1$ و المنحنى (C_f).

7) أ-بين أن الدالة $x\mapsto\ln(e^{-x}+1)$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto-\frac{1}{e^x+1}$ على IR

ب-أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمان اللذان معادلاتهما $x=1$; $x=0$

انتهى الموضوع الثاني

3as.ency-education.com

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط) :

5) أ-دراسة بواقي قسمة العدد 3^n على 10 لدينا $3^0 \equiv 1[10]$

$n=$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$	$k \in \mathbb{N}$
$3^n \equiv$	1	3	9	7	$[10]$

باقي قسمة 3^n على 10

لما $n=4k$ هو 1

و لما $n=4k+1$ هو 3

و لما $n=4k+2$ هو 9

و لما $n=4k+3$ هو 7

استنتاج باقي قسمة A_n على 10 : لدينا $1993 \equiv 3[10]$ و منه $1993^{16n+6} \equiv 3^{16n+6}[10]$ يعني أن

$1993^{16n+6} \equiv 3^{4(4n+1)+2}[10]$ من ما سبق نجد أن $1993^{16n+6} \equiv 9[10]$

و لدينا $1439 \equiv -1[10]$ و منه $1439^{2n+3} \equiv -1[10]$ إذن $-2 \times 1439^{2n+3} \equiv 2[10]$

و $2018 \equiv 8[10]$

بالجمع نجد $1993^{16n+6} - 2 \times 1439^{2n+3} + 2018 \equiv 9+2+8[10]$ و منه $A_n \equiv 9\ [10]$

باقي قسمة A_n على 10 هو 9

6) إثبات انه من أجل كل عدد طبيعي n : $(3n+4) \times 1439^n + 2017^{2n+1} \equiv 3^{2n}(3n+1)[10]$

لدينا $1439 \equiv 9[10]$ أي أن $1439 \equiv 3^2[10]$ بالرفع إلى قوى n نجد $1439^n \equiv 3^{2n}[10]$ بالضرب في $3n+4$

نجد $(3n+4) \times 1439^n \equiv 3^{2n}(3n+4)[10]$.....(1)

و لدينا $2017 \equiv -3\ [10]$ بالرفع إلى قوى $2n+1$ نجد $2017^{2n+1} \equiv -3^{\ 2n+1}[10]$.....(2)

بجمع (1) و (2) نجد $(3n+4) \times 1439^n + 2017^{2n+1} \equiv 3^{2n}(3n+4) - 3^{2n} \times 3[10]$ أي أن

$(3n+4) \times 1439^n + 2017^{2n+1} \equiv 3^{2n}(3n+1)[10]$

استنتاج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $(3n+4) \times 1439^n + 2017^{2n+1}$ مضاعف للعدد 10 :

يعني أن $(3n+4) \times 1439^n + 2017^{2n+1} \equiv 0\ [10]$ مما سبق نجد أنه يعني أن $3^{2n}(3n+1) \equiv 0\ [10]$ بما أن 3

و 10 أوليان فيما بينهما فحسب نظرية غوس $3^{2n}(3n+1) \equiv 0\ [10]$ يكافئ $(3n+1) \equiv 0\ [10]$ يكافئ

$3n \equiv -1\ [10]$ بالضرب في 3 نجد $9n \equiv -3\ [10]$ و $9 \equiv -1\ [10]$ إذن $-n \equiv -3\ [10]$ بالضرب في -1

نجد $n \equiv 3\ [10]$ أي أن $n = 3+10k$ و k عدد طبيعي .....

3as.ency-education.com

7) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\alpha 0\alpha\alpha 02}$ في النظام التعداد ذي الأساس 3 و يكتب $\overline{\beta 612}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7

ننشر N في النظامين ثلاثة و سبعة نجد

$N=2+9\alpha+27\alpha+243\alpha+729\alpha$ و منه $N=2+1008\alpha$

$N=2+7\times 1+49\times 6+343\times\beta$ و منه $N=303+343\beta$

و منه $2+1008\alpha=303+343\beta$ أي أن $343\beta=1008\alpha-301$

α عدد طبيعي أصغر تماما من 3

لما $\alpha=1$ نجد أن $343\beta=1008-301$ أي أن $\beta=\dfrac{707}{343}$ مرفوض

لما $\alpha=2$ نجد أن $343\beta=2016-301$ أي أن $\beta=5$ مقبول

و منه $N=2018$.

8) يحتوي كيس على 4 كريات مرقمة ببواقي قسمة 3^n على 10 نسحب عشوائياً كرتين في آن واحد .

ت -حساب احتمال الحادثة A "الحصول على رقمين مجموعهما يساوي مجموع أرقام العدد 2017 "

+	1	3	7	9
1				
3	4			
7	8	10		
9	10	12	16	

$P(A)=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$.

ث - X المتغير العشوائي الذي يرفق عملية السحب بمجموع الرقمين المتحصل عليها قيمه هي 4 و 8 و 10 و 12 و 16 .

قانون الاحتمال

x_i	4	8	10	12	16
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

حساب أمل ألرياضياتي : $E(X)=4\left(\dfrac{1}{6}\right)+8\left(\dfrac{1}{6}\right)+10\left(\dfrac{2}{6}\right)+12\left(\dfrac{1}{6}\right)+16\left(\dfrac{1}{6}\right)$ و منه $E(X)=10$

التمرين الثاني (4 نقاط) :

4) حساب الحدود u_1 و u_2 و u_3 : $u_1=\sqrt{\dfrac{1+u_0^2}{2}}=\sqrt{5}$ و $u_2=\sqrt{\dfrac{1+u_1^2}{2}}=\sqrt{3}$ و

$u_3=\sqrt{\dfrac{1+u_2^2}{2}}=\sqrt{2}$

البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>1$: لدينا $u_0>1$ محققة لان $3>1$

3as.ency-education.com

نفرض أن $u_n>1$ و لنبرهن أن $u_{n+1}>1$

$u_n>1$ بالتربيع نجد $u_n^2>1$ بإضافة 1 نجد $1+u_n^2>2$ بالقسمة على 2 نجد $\frac{1+u_n^2}{2}>1$ بالجذر نجد $\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}>1$

و منه نجد $u_{n+1}>1$ محققة

و منه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>1$.

5) إثبات أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على IN : لدينا

$$u_{n+1}-u_n=\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}-u_n=\frac{\left(\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}-u_n\right)\left(\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}+u_n\right)}{\left(\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}+u_n\right)}$$ و منه نجد

$$u_{n+1}-u_n=\frac{\frac{1+u_n^2}{2}-u_n^2}{\left(\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}+u_n\right)}=\frac{1-u_n^2}{2\left(\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}+u_n\right)}=\frac{(1+u_n)(1-u_n)}{2\left(\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}+u_n\right)}$$ بما أن $u_n>1$ فإن

(u_n) متناقصة .

بما أن (u_n) متناقصة و محدودة من الأسفل فهي متقاربة .

و لتكن نهايتها هي l : $\lim u_{n+1}=\lim\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}$ يعني أن $l=\sqrt{\frac{1+l^2}{2}}$ يكافئ $l^2=1$ و منه $l=1$

6) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n^2-1$

ت -إثبات أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول :

$$v_{n+1}=u_{n+1}^2-1=\frac{1+u_n^2}{2}-1=\frac{u_n^2-1}{2}=\frac{1}{2}v_n$$ و منه (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و حدها الأول

$$v_0=u_0^2-1=8$$

ث -الكتابة بدلالة n كلا من u_n ; v_n : $v_n=v_0.q^n=8\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{1}{2^{n-3}}$ و لدينا $v_n=u_n^2-1$ و منه

$u_n=\sqrt{v_n+1}$ و منه $u_n=\sqrt{\frac{1}{2^{n-3}}+1}$

حساب النهاية $\lim u_n=1$.

ج-حساب بدلالة n كلا من المجاميع التالية :

- لدينا

3as.ency-education.com

أي أن $S_n=(1+v_0)+(1+v_1)+(1+v_2)+...+(1+v_n)$ و منه $u_n^2=1+v_n$ و منه $v_n=u_n^2-1$

$$S_n=(n+1)+16\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$$ و منه $$S_n=(n+1)+v_0\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}$$

- حساب المجموع T_n لدينا $v_n=\frac{1}{2^{n-3}}$ و منه $w_n=2^n v_n=2^3=8$ إذن (w_n) متتالية ثابتة إذن

$T_n=8(n+1)$ و منه $T_n=w_0+w_1+w_2+....+w_n$ أي $T_n=v_0+2v_1+2^2v_2+....+2^nv_n$

- حساب المجموع L_n و لدينا $v_n=\frac{1}{2^{n-3}}$ و منه $k_n=\ln(v_n)=(3-n)\ln(2)$ إذن (k_n) متتالية حسابية أساسها $\ln(2)$

و منه $L_n=\ln(v_0)+\ln(v_1)+\ln(v_2)+....+\ln(v_n)$ أي أن $L_n=k_0+k_1+k_2+....+k_n$ و منه

$$L_n=\frac{n+1}{2}[3\ln(2)+(3-n)\ln(2)]$$ إذن $$L_n=\frac{n+1}{2}[k_0+k_n]$$

و منه $L_n=\frac{(n+1)(6-n)\ln(2)}{2}$.

التمرين الثالث (5 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ; B ; C ; D التي لواحقها على الترتيب

$z_A=1+i$; $z_B=\overline{z_A}$; $z_C=i\sqrt{2}$; $z_D=e^{\frac{3\pi}{4}i}$.

و لتكن النقطة L نظيرة النقطة C بالنسبة إلى D.

6) إثبات أن لاحقة النقطة L تساوي $-\sqrt{2}$: لدينا النقطة L نظيرة النقطة C بالنسبة إلى D يعني أن $\overrightarrow{LD}=\overrightarrow{DC}$ يعني أن $z_D-z_L=z_C-z_D$ و منه $z_L=2z_D+z_C$ أي $z_L=2e^{\frac{3\pi}{4}i}+i\sqrt{2}$

يكافئ $z_L=2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+i\sqrt{2}=-\sqrt{2}$ و هو المطلوب .

7) إثبات أن النقط A ; B ; C ; L تنتمي إلى نفس الدائرة (C) بما أن $|z_A|=\sqrt{2}$; $|z_B|=\sqrt{2}$; $|z_C|=\sqrt{2}$; $z_L=\sqrt{2}$ فإن النقط تنتمي إلى الدائرة (C) ذات المركز O و نصف القطر $\sqrt{2}$.

3as.ency-education.com

8) نعتبر النقطة K ذات اللاحقة $z_K=-z_B$ و R الدوران ذات المركز O و يحول C إلى K أي أن $R(C)=K$; $R(O)=O$ يعني أن زاوية الدوران هي $\arg\left(\frac{z_K}{z_C}\right)$ لدينا

$\arg\left(\frac{z_K}{z_C}\right)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$ و منه $\left(\frac{z_K}{z_C}\right)=\left(\frac{-z_B}{z_C}\right)=\left(\frac{-1+i}{i\sqrt{2}}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}i+\frac{1}{\sqrt{2}}$ و هي زاويتي الدوران R .

تعين لاحقة النقطة L' صورة L بالدوران R : العبارة المركبة هي $z'=e^{\frac{\pi}{4}i}z$ و منه $z_{L'}=e^{\frac{\pi}{4}i}z_L$ أي أن

$z_{L'}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\sqrt{2}\right)$ و منه $z_{L'}=-1-i$.

طبيعة الرباعي $ABL'K$: لدينا $z_{L'}=-z_A$; $z_K=-z_B$ و منه $|z_K-z_B|=|z_{L'}-z_A|=2|z_A|=2\sqrt{2}$ إذن قطرا الرباعي متقايسان و

$\left(\overrightarrow{KB};\overrightarrow{L'A}\right)=\arg\left(\frac{z_A-z_{L'}}{z_B-z_K}\right)=\arg\left(\frac{2z_A}{2z_B}\right)=\arg\left(\frac{z_A}{z_A}\right)=2\arg(z_A)=2\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{2}$ و منه $ABL'K$

هو مربع قطراه متقايسان و متعامدان

9) نعتبر التحويل النقطي T المعرف بـ : $T=R\circ h$ حيث h هو التحاكي الذي نسبته $\sqrt{2}$ و مركزه O .

لدينا

$\underbrace{z\overset{h}{\mapsto}z_1\overset{R}{\mapsto}z'}_{T}$ أي أن $\begin{cases}z_1=\sqrt{2}z\\z'=e^{\frac{\pi}{4}i}z_1\end{cases}$ و منه $z'=\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}z$ ومنه T هو التشابه المباشر الذي نسبته $\sqrt{2}$ و

مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{4}$.

10)تعيين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z و التي تحقق : $|z-z_A|=|\overline{z}-2z_D|$ يعني أن

$|z-z_A|=|z-2\overline{z_D}|$ يعني أن $MA=MN$ حيث N النقطة ذات اللاحقة $2\overline{z_D}$ و منه مجموعة النقط (Γ) هي محور القطعة المستقيمة $[AN]$.

التمرين الرابع (7 نقاط) :

III - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ $g(x)=\frac{x}{1+x}-2\ln(1+x)$.

ب -دراسة تغيرات الدالة g على $]-1;+\infty[$.

النهايات : $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}g(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}\frac{x-2(1+x)\ln(1+x)}{1+x}$ و منه

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}g(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}\frac{x-2(1+x)\ln(1+x)}{1+x}$ أي أن $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}g(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}\frac{x}{1+x}=-\infty$

لان $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}(1+x)\ln(1+x)=0$

3as.ency-education.com

المشتقة : $g'(x)=\frac{1}{(1+x)^2}-\frac{2}{1+x}=\frac{-1-2x}{(1+x)^2}$ إشارتها سالبة على المجال $\left[-\frac{1}{2};+\infty\right[$ و منه

الدالة g متناقصة على هذا المجال و متزايدة على المجال $\left]-1;-\frac{1}{2}\right]$.

ت -إثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين إحداهما معدوم و الأخر α حيث $-0,72<\alpha<-0,71$

بما أن $g(0)=0$ منه المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل معدوم .

و لدينا $g(-0,71)=0,03$ و $g(-0,72)=-0,03$ بما الدالة g متزايدة تماما على $\left]-1;-\frac{1}{2}\right]$ و

$g(-0,72)\times g(-0,71)<0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α حيث

$-0,72<\alpha<-0,71$

ج-استنتاج إشارة $g(x)$:

x	-1		α		0		$+\infty$
g	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

IV - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-1,0[\cup]0;+\infty[$ بـ $f(x)=\frac{\ln(1+x)}{x^2}$

5) حساب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها :

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(1+x)}{x^2}=0$ بالتزيد المقارن. و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)=-\infty$

و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\left[\frac{\ln(1+x)}{x}\times\frac{1}{x}\right]=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\left[\frac{1}{1+x}\times\frac{1}{x}\right]=+\infty$ و

$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\left[\frac{\ln(1+x)}{x}\times\frac{1}{x}\right]=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\left[\frac{1}{1+x}\times\frac{1}{x}\right]=-\infty$

6) دراسة تغيرات الدالة f : $f'(x)=\frac{\frac{x^2}{1+x}-2x\ln(1+x)}{x^4}=\frac{x.g(x)}{x^4}$ و منه إشارتها من إشارة البسط

من جدول الإشارة نستنتج أن f متزايدة على المجال $]-1;\alpha]$ و متناقصة على المجالين $[\alpha;0[$ و $]0;+\infty[$.

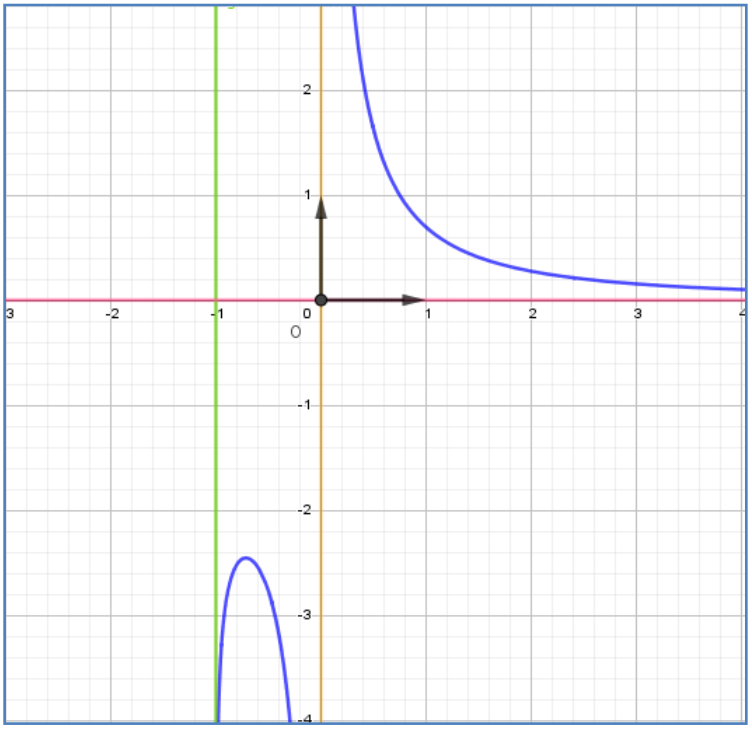
x	-1		α		0		$+\infty$
إشارة $g(x)$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	
إشارة x	‖	$-$	‖	$-$	0	$+$	
إشارة $x.g(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	

جدول تغيراتها :

x	-1		α		0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	$+\infty$	↘	0

3as.ency-education.com

7) إنشاء المنحنى (C_f)



8) ليكن λ عدد حقيقي موجب تماما نضع

$$I(\lambda)=\int_1^{\lambda} f(t)dt$$

ت -تفسيراً هندسيا للعدد $I(\lambda)$ حسب قيم العدد الحقيقي λ :

- لما $\lambda>1$ فإن $I(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلتها $x=1\ ;\ x=\lambda\ ;\ y=0$.
- لما $0<\lambda<1$ فإن $-I(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلتها $x=1\ ;\ x=\lambda\ ;\ y=0$.

ث -بملاحظة أنه من أجل كل x عدد حقيقي من $]1\ ;+\infty[$: $\dfrac{1}{x(1+x)}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{1+x}$

حساب $I(\lambda)$: $I(\lambda)=\int_1^{\lambda} f(t)dt=\int_1^{\lambda}\dfrac{\ln(1+t)}{t^2}dt=-\dfrac{\ln(1+t)}{t}\Big]_1^{\lambda}+\int_1^{\lambda}\dfrac{1}{t(1+t)}dt$ و منه

إذن $I(\lambda)=-\dfrac{\ln(1+\lambda)}{\lambda}+\ln(2)+\int_1^{\lambda}\left[\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{1+t}\right]dt$ و منه $I(\lambda)=-\dfrac{\ln(1+\lambda)}{\lambda}+\ln(2)+[\ln(t)-\ln(1+t)]_1^{\lambda}$

و منه $I(\lambda)=-\dfrac{\ln(1+\lambda)}{\lambda}+\ln(2)+\ln\left(\dfrac{\lambda}{1+\lambda}\right)-\ln\left(\dfrac{1}{2}\right)$. $I(\lambda)=-\dfrac{\ln(1+\lambda)}{\lambda}+2\ln(2)+\ln\left(\dfrac{\lambda}{1+\lambda}\right)$.

حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} I(\lambda)$: $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} I(\lambda)=2\ln(2)$

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

التمرين الأول (4 نقاط)

5) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0=0$ من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=3u_n-2^n$.

البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\leq 0$: لدينا $u_0\leq 0$ محققة

نفرض أن $u_n\leq 0$ و لبرهن أن $u_{n+1}\leq 0$

$u_n\leq 0$ يعني أن $3u_n\leq 0$ و منه $3u_n-2^n\leq -2^n$ و $-2^n\leq 0$ و منه $u_{n+1}\leq 0$ محققة إذن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\leq 0$.

لدينا $u_{n+1}-u_n=2u_n-2^n=2\left(u_n-2^{n-1}\right)$ و $u_n\leq 0$ إذن الفرق سالب إذن المتتالية (u_n) متناقصة .

6) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=2^n-u_n$.

ت - إثبات أن (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها و حدها الأول : لدينا $v_{n+1}=2^{n+1}-u_{n+1}=2\times 2^n-3u_n+2^n$. يعني أن $v_{n+1}=2^{n+1}-u_{n+1}=3\times 2^n-3u_n=3\left(2^n-u_n\right)=3v_n$ و منه المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 و حدها الأول $v_0=2^0-u_0=1$.

ث -تعبير عن كلا من u_n و v_n بدلالة n: $v_n=3^n$ و $u_n=2^n-3^n$

7) أ- حساب $\lim u_n=\lim\left[2^n-3^n\right]=\lim 3^n\left[\left(\frac{2}{3}\right)^n-1\right]=-\infty$ و منه المتتالية (u_n) متباعدة .

ب-حساب المجموع S_n بدلالة n حيث $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$ و منه

$S_n=\left(2^0-3^0\right)+(2-3)+\left(2^2-3^2\right)+\ldots+\left(2^n-3^n\right)$ و منه $S_n=\frac{1-2^{n+1}}{1-2}-\frac{1-3^{n+1}}{1-3}$ أي أن

$S_n=-1+2^{n+1}+\frac{1}{2}\left(1-3^{n+1}\right)$ إذن $S_n=-\frac{1}{2}+2^{n+1}-3^{n+1}$.

8) أ-الدراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5

$n=$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$	
$2^n\equiv$	1	2	4	3	$[5]$

و منه لما $n=4k$ فإن باقي قسمة 2^n على 5 هو 1 و لما $n=4k+1$ فإن باقي قسمة 2^n على 5 هو 2

لما $n=4k+2$ فإن باقي قسمة 2^n على 5 هو 4 و لما $n=4k+3$ فإن باقي قسمة 2^n على 5 هو 3.

و بواقي قسمة 3^n على 4

$n=$	$2k$	$4k+1$	
$3^n\equiv$	1	3	$[4]$

و منه لما $n=2k$ فإن باقي قسمة 3^n على 4 هو 1 و لما $n=2k+1$ فإن باقي قسمة 3^n على 4 هو 3.

ب-تعين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق $2018+1962^{2n}+1439^n\equiv 0[5]$ لدينا $2018\equiv 3[5]$ و $1962\equiv 2[5]$ و منه $2^{2n}\equiv 0[5]$ و $1439\equiv 9[5]$ و منه $1439^n\equiv 3^{2n}[5]$ إذن

3as.ency-education.com

يكافئ أن $2018+1962^{2n}+1439^n \equiv 3+2^{2n}+3^{2n}[5]$

و لدينا $2018+1962^{2n}+1439^n \equiv 3+4^n+9^n[5]$ و $9 \equiv 1[5]$ و $4 \equiv -1[5]$ و منه $9^n \equiv 1[5]$ أي أن

$2018+1962^{2n}+1439^n \equiv 4+(-1)^n[5]$ حتى يكون $2018+1962^{2n}+1439^n \equiv 0[5]$ يجب أن

يكون n عدد زوجي .

التمرين الثالث (5 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ و نعتبر النقط A ; B ; C ; D ; E التي لواحقها على الترتيب $z_A=1$ و $z_B=4+i$ و $z_C=3i$ و $z_D=-1+i$ و $z_E=-2i$.

6) إثبات أن $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{z_E-z_A}{z_D-z_A}$ لدينا $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{3i-1}{4+i-1}=\frac{3i-1}{3+i}=\frac{i(3+i)}{3+i}=i$ و

$\frac{z_E-z_A}{z_D-z_A}=\frac{-2i-1}{-1+i-1}=\frac{i(-2+i)}{-2+i}=i$ و منه $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{z_E-z_A}{z_D-z_A}$.

نستنتج أنه يوجد تحويل نقطي T يحول D إلى E و يحول B إلى C و هو الدوران الذي مركزه A و زاويته

$\arg(i)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

7) تعيين لاحقة النقطة C' صورة C بالتشابه المباشر S الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{4}$ و نسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$:

$z_{C'}=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}i}z_C+\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}i}\right)z_A$ و منه $z_{C'}=\frac{1}{2}(1+i)3i+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\right)=i-1$

8) لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها z صورتها M' ذات اللاحقة z' بالتشابه S .

إثبات أن $z'=\frac{1}{2}[(1+i)z+1-i]$ لدينا $z'=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}i}z+\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}i}\right)z_A=\frac{1}{2}(1+i)z+\frac{1}{2}(1-i)$ و منه

$z'=\frac{1}{2}[(1+i)z+1-i]$.

9) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z و التي تحقق $z=(1+i)(1+e^{i\theta})$ حيث $\theta\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

ت -تعيين طبيعة مجموعة النقط (Γ) لما θ يمسح المجال $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ لدينا $z=(1+i)+(1+i)e^{i\theta}$ و منه

$z-(1+i)=(1+i)e^{i\theta}$ يعني أن $|z-(1+i)|=|1+i|$ يعني أن $|z-(1+i)|=\sqrt{2}$ و $MD=\sqrt{2}$

منه لما θ يمسح المجال $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ هي قوس من دائرة أي هي ربع الدائرة ذات المركز D و نصف القطر $\sqrt{2}$

ث -طبيعة (Γ') صورة (Γ) بالتشابه S هي ربع دائرة مركزها هو D' ذو اللاحقة

$z_{D'}=\frac{1}{2}[(1+i)^2+1-i]=\frac{1}{2}(1+i)$ و نصف قطرها $\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}=1$

10)لتكن (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $\arg(z-z_B)-\arg(z-z_A)\equiv\pi[2\pi]$

3as.ency-education.com

طبيعة مجموعة النقط (γ) : $\arg(z-z_B)-\arg(z-z_A)\equiv\pi[2\pi]$ يكافئ $\arg\left(\frac{z-z_B}{z-z_A}\right)\equiv\pi[2\pi]$ يكافئ $\left(\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}\right)\equiv\pi[2\pi]$ مجموعة النقط هي القطعة المستقيمة $[AB]$.

التمرين الثالث (4 نقاط) :

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقطتين $A(12;7;-13)$ و $B(3;1;2)$ و المستويان $(P_1):3x+2y-5z-1=0$ و $(P_2):x+y-2z=0$.

5) إثبات أن المستويان (P_1) و (P_2) متقاطعان بما أن شعاعيهما الناظميان على الترتيب $\overrightarrow{n_1}(3;2;-5)$ و $\overrightarrow{n_2}(1;1;-2)$ غير مرتبطان خطيا لأن $\frac{3}{1}\neq\frac{2}{1}$ فهما متقاطعان وفق مستقيم

$B\in(P_1)$ يعني أن $3(3)+2(1)-5(2)-1=0$ أي أن $0=0$ محققة

$B\in(P_2)$ يعني أن $(3)+(1)-2(2)=0$ أي أن محققة و منه B تنتمي إلى مستقيم التقاطع .

لدينا $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{v}=3+2-5=0$ و $\overrightarrow{n_2}.\overrightarrow{v}=1+1-2=0$ و منه شعاع توجيه مستقيم التقاطع هو $\overrightarrow{v}(1;1;1)$

6) إثبات أن B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P_1) : يعني أن $B\in(P_1)$ محققة

و $\overrightarrow{AB}(-9;-6;15)$ مرتبط خطياً مع $\overrightarrow{n_1}(3;2;-5)$ لدينا $\frac{-9}{3}=\frac{-6}{2}=\frac{15}{-5}=-3$ و منه محققة.

7) ليكن (Q) المستوي المعرف بتمثيله الوسيطي التالي : $(\alpha;\beta)\in IR^2$
$$\begin{cases}x=2\alpha-2\beta+6\\y=2\alpha+3\beta+5\\z=2\alpha-6\end{cases}$$

ت -إثبات أن (Q) و (P_1) متوازيان يعني أن الشعاع $\overrightarrow{n_1}(3;2;-5)$ عمودي على الشعاعين المعينين للمستوي (Q) و هما $\overrightarrow{v_1}(2;2;2)$ و $\overrightarrow{v_2}(-2;3;0)$:

$\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{v_1}=3(2)+2(2)-5(2)=0$ و $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{v_2}=3(-2)+2(3)-5(0)=0$ محققة .

ث -التحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) هي $3x+2y-5z=58$ نعوض التمثيل الوسيطي في المعادلة الديكارتية $3(2\alpha-2\beta+6)+2(2\alpha+3\beta+5)-5(2\alpha-6)=58$ يكافئ $58=58$ محققة .

ج-التحقق أن I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ تنتمي للمستوي (Q) : لدينا $I\left(\frac{15}{2};4;-\frac{11}{2}\right)$ بالتعويض في المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) : $3\left(\frac{15}{2}\right)+2(4)-5\left(-\frac{11}{2}\right)=58$ محققة

و بما أن $\overrightarrow{n_1}(3;2;-5)$ الشعاع الناظمي للمستوي (Q) و $\overrightarrow{AB}(-9;-6;15)$ مرتبطان خطيا و المستوي يشمل I فهو المستوي المحور للقطعة المستقيمة $[AB]$.

8) أ-إثبات أن (S) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ هي سطح كرة ذات القطر $[AB]$

أو بطريقة أخرى $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ يكافئ $(x-12)(x-3)+(y-7)(y-1)+(z+13)(z-2)=0$ يكافئ

$x^2+y^2+z^2-15x-8y+11y+17=0$ و هي سطح الكرة الذي مركزه $I\left(\frac{15}{2};4;-\frac{11}{2}\right)$ و نصف قطره

$$\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{342}}{2}$$

3as.ency-education.com

ب-تعيين طبيعة مجموعة نقاط تقاطع (S) و المستوي (Q) بما أن I نقطة من المستوي (Q) يعني أن (S) و المستوي (Q) يتقاطعان وفق دائرة مركزها $I\left(\frac{15}{2};4;-\frac{11}{2}\right)$ و نصف قطرها هو $\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{342}}{2}$.

التمرين الرابع (7 نقاط) :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـ $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

8) التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $1-\frac{1}{e^x+1}=\frac{1}{1+e^{-x}}$

لدينا بتوحيد المقامات نجد $1-\frac{1}{e^x+1}=\frac{e^x}{e^x+1}=\frac{\frac{1}{e^{-x}}}{\frac{1}{e^{-x}}+1}=\frac{1}{1+e^{-x}}$ محققة .

بما أن IR متناظرة بالنسبة O و

$$f(-x)=1-\frac{1}{2}(-x)-\frac{2}{e^{-x}+1}=1+\frac{1}{2}x-2\left[1-\frac{1}{e^x+1}\right]=-1+\frac{1}{2}x+\frac{2}{e^x+1}=-f(x)$$

فإن f دالة فردية .

9) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}\right]=-\infty$

10)إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$:

$f'(x)=-\frac{1}{2}+\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}=\frac{-(e^x+1)^2+4e^x}{2(e^x+1)^2}=-\frac{(e^x-1)^2}{2(e^x+1)^2}$ محققة

- جدول تغيرات الدالة f على IR^+ بما أن $f'(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ فإن الدالة f متناقصة على IR^+

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	0 ↘	$-\infty$

11)استنتاج انه من أجل كل عدد حقيقي موجب x :

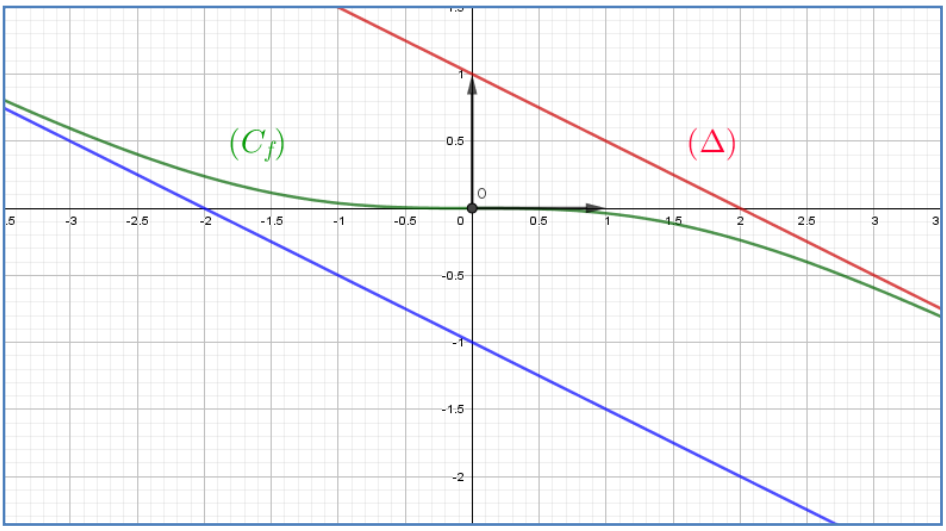
من جدول تغيرات الدالة f نلاحظ أن الدالة تقبل قيمة حدية كبرى هي 0 أي أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x : $f(x)\le 0$ أي أن $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{1}{2}x$.

12)حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]$: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}-\frac{2}{e^x+1}=0$

التفسير الهندسية : من ما سبق نستنتج أن المنحنى (C_f) له مستقيم مقارب معادلته $y=1-\frac{1}{2}x$ بجهة $+\infty$.

3as.ency-education.com

13)إنشاء المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+1$ و المنحنى (C_f):



14)أ-إثبات أن الدالة $x\mapsto \ln\left(e^{-x}+1\right)$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto -\frac{1}{e^x+1}$ على IR بالاشتقاق:

دالتها المشتقة هي $x\mapsto \ln\left(e^{-x}+1\right)$ بالضرب في e^x في البسط و المقام نجد $x\mapsto \frac{-e^{-x}}{e^{-x}+1}$ و منه $x\mapsto \frac{-1}{1+e^x}$ و منه محققة .

ب-حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمان اللذان معادلاتهما $x=1$; $x=0$

و منه $A=\int_0^1 -f(t)dt=\int_0^1\left[-1+\frac{1}{2}t+\frac{2}{e^t+1}\right]dt=\left[-t+\frac{1}{4}t^2-2\ln\left(e^{-t}+1\right)\right]_0^1$

$$A=\left[-\frac{3}{4}-2\ln\left(\frac{1}{e}+1\right)+2\ln(2)\right]u.a\approx 0{,}01u.a$$

انتهى الموضوع الثاني

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

التمرين الاول :(04 نقاط)

I. (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 0$ و من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = 2u_n + 1$

1. أ) احسب u_1 ، u_2 و u_3

ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $u_n = 2^n - 1$

2. (v_n) و (w_n) المتتاليتين العدديتين المعرفتين على $\mathbb{N}$: $v_n = u_n + 3$ و $w_n = 2^n$

أ) بين أن المتتالية (w_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها q

ب) احسب بدلالة n ، S_n و S'_n و S''_n

حيث : $S_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$ ، $S'_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ و $S''_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

II. نعتبر في هذا الجزء انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان جميع حدود المتتاليتين (u_n) و (v_n) من $\mathbb{N}$

1. عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للحدين u_n و v_n

2. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 3

ب) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $v_n \equiv 0 [3]$

ج) استنتج مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تجعل الحدين u_n و v_n أوليين فيما بينهما

3. بين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان $S''_n \equiv S'_n [3]$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يعرض متجر تخفيضات هامة أثناء بيع جزء من مدخراته لقطع الغيار التي تشتمل ثلاثة أنواع من السلع x ، y ، z، تمثل السلعة x ربع المدخرات بينما تمثل y ثلثها و تمثل z الباقي ، 40% من السلعة x و 75% من السلعة y و 24% من السلعة z كلها مخفضة الثمن . أخذ زبون قطعة عشوائيا.

لتكن الاحداث التالية:

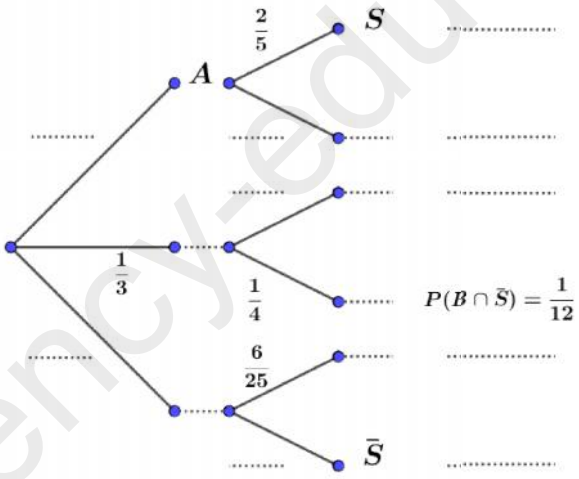
A : " الحادثة اخذ الزبون القطعة من السلعة x "

B : " الحادثة اخذ الزبون القطعة من السلعة y "

C : " الحادثة اخذ الزبون القطعة من السلعة z "

S : " الحادثة القطعة التي أخذها الزبون مخفضة الثمن"

$\overline{S}$: " الحادثة القطعة التي أخذها الزبون غير مخفضة الثمن"



1. انقل الشجرة المقابلة على ورقة الإجابة , ثم أكملها .

2. احسب $P(S)$ احتمال أن تحقق الحادثة S

3. احسب $P(\overline{S})$ احتمال أن تحقق الحادثة $\overline{S}$

التمرين الثالث :(05 نقاط)

I. حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z التالية : $(z + 2 - 3i)(z^2 - 2z + 10) = 0$

3as.ency-education.com

II. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B ، C التي لاحقاتها z_A ، z_B ، z_C على الترتيب ، حيث: $z_A = -2+3i$ ، $z_B = 1-3i$ ، $z_C = \overline{z_B}$.

1. أ) اكتب على الشكل الجبري ، ثم على الشكل الاسي العدد المركب $\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$

ب) اوجد طبيعة التحويل النقطي T الذي يحول النقطة A الى النقطة B مع تحديد عناصره المميزة.

ج) استنتج طبيعة المثلث ABC

د) بين ان النقاط A ، B ، C تقع على دائرة $(\mathcal{C})$ ، يطلب تحديد مركزها Ω ونصف قطرها r

2. $(\mathcal{E})$ مجموعة النقط $M(x;y)$ ذات اللاحقة $z = x+iy$ التي تحقق $\left|\dfrac{z-z_A}{z-\overline{z_C}}\right| = 1$

أ) عين ثم انشئ المجموعة $(\mathcal{E})$.

ب) عين ثم انشئ صورة المجموعة $(\mathcal{E})$ بالتحويل النقطي T .

3. أ) عين z_D لاحقة النقطة D ، بحيث تكون النقطة C مرجح للجملة $\{(A;1),(B;1),(D;-1)\}$

ب) بين ان النقطة D هي نظيرة النقطة C بالنسبة الى النقطة Ω .

ج) عين بدقة طبيعة الرباعي $ADCB$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجموعة $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{x}{2} - \ln\left(\dfrac{x-1}{x}\right)$

(C_f) :التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، $\|\vec{i}\| = 1cm$

I.

1. احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة تعريفها.

2. أ)اثبت أن المستقيم $(\mathcal{D})$ ذو المعادلة $y = \dfrac{x}{2}$ هو مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$ و $-\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و $(\mathcal{D})$.

3. أ) بين انه من اجل كل x من المجموعة $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ ، $f'(x) = \dfrac{x^2-x-2}{2x(x-1)}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجموعة $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4. أنشئ (C_f) و المستقيمات المقاربة في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

II.

1. $\sim$ عدد حقيقي ، بين ان الدالة $x \mapsto (x-\sim)\ln(x-\sim) - x$ دالة اصلية للدالة $\ln$ على المجال $]\sim;+\infty[$

2. a عدد حقيقي حيث $a \in]-\infty;2[$ ، احسب بـ cm^2 المساحة $\mathcal{A}(a)$ للحيز المستوي المحدد بـ (C_f) ، $(\mathcal{D})$ و المستقيمين ذي المعادلتين $x = 2$ ، $x = a$

3. احسب $\lim\limits_{a \to -\infty} \mathcal{A}(a)$

بالتـــوفيـــق

3as.ency-education.com

التمرين الاول

I.

1.

أ) حساب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 :

$u_1 = 1$ ، $u_2 = 3$ ، $u_3 = 7$

ب) برهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 2^n - 1$:

نبرهن بالتراجع على الخاصية $P(n)$ ($P(n)$: من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 2^n - 1$)

المرحلة الأولى : من اجل $n = 0$ لدينا : $u_0 = 2^0 - 1 = 1 - 1 = 0$ الخاصية $P(0)$ صحيحة

المرحلة الثانية :ليكن k عدد طبيعي كيفي

لنفترض أن الخاصية $P(k)$ صحيحة أي أن $u_k = 2^k - 1$ ، ونبرهن صحة الخاصية $P(k+1)$

لدينا : $u_{k+1} = 2u_k + 1$ ومنه: $u_{k+1} = 2\left(2^k - 1\right) + 1$ ومنه : $u_{k+1} = 2^{k+1} - 1$

وبالتالي فان الخاصية $P(k+1)$ صحيحة

إذن : من أجل كل عدد طبيعي n فان $u_n = 2^n - 1$

2.

أ) تبيين أن المتتالية (w_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها q :

لدينا : $\dfrac{w_{n+1}}{w_n} = \dfrac{2^{n+1}}{2^n} = 2$

ومنه المتتالية (w_n) متتالية هندسية أساسها $q = 2$

ب) حساب بدلالة n ، S_n ، S'_n و S''_n :

$S_n = 2^{n+1} - 1$ ، $S'_n = 2^{n+1} + 2n + 1$ ، $S''_n = 2^{n+1} - \left(n + 2\right)$

II.

1. تعيين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للحدين u_n و u_n :

ليكن $p\gcd(u_n ; v_n) = d$ ومنه : d/u_n و d/v_n ومنه : $d/v_n - u_n$ ومنه : $d/3$

وبالتالي القيم الممكنة لـ : $d \in D_3 = \{1 ; 3\}$

2.

أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 3:

n	$2k$	$2k+1$
بواقي قسمة 2^n على 3	1	2

ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق $v_n \equiv 0[3]$:

لدينا : $v_n \equiv 0[3]$ معناه أن : $2^n \equiv -2[3]$ وبما أن: $-2 \equiv 1[3]$ إذن : $2^n \equiv 1[3]$

وبالتالي نجد : $n = 2k$; $k \in$

ج) استنتاج مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تجعل $p\gcd(u_n ; v_n) = 1$:

نعلم أن $v_n \equiv 0[3]$ لما $n = 2k$; $k \in$ وكذلك نجد أن : $u_n \equiv 0[3]$ لما $n = 2k'$; $k' \in$

أي في هذه الحالة نجد : $p\gcd(u_n ; v_n) = 3$ لكن القيم الممكنة لـ d هي : 3 او 1 إذن حتى

يكون $p\gcd(u_n ; v_n) = 1$ يجب أن يكون $n = 2m + 1$; $m \in$

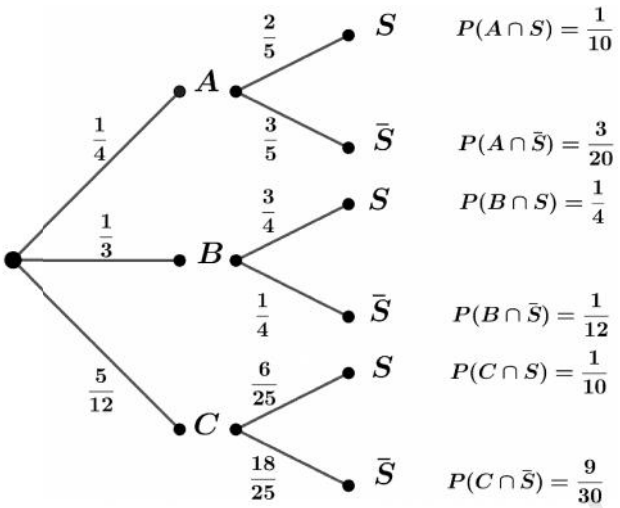
3. تبيين انه من اجل كل n من فان $S''_n \equiv S'[3]$:

لدينا : $S''_n - S' = 3\left(n + 1\right)$ تكافئ أن : $S''_n - S' = 0[3]$ تكافئ أن : $S''_n \equiv S'[3]$

ency-education.com/exams

التمرين الثاني

1. اكمال شجرة الاحتمالات:



2. حساب $P(S)$ احتمال تحقق الحادثة S :

$$P(S)=P(A\cap S)+P(B\cap S)+P(C\cap S)=\frac{1}{10}+\frac{1}{4}+\frac{1}{10}=\frac{9}{20}$$

3. حساب $P(\overline{S})$ احتمال تحقق الحادثة $\overline{S}$:

$$P(\overline{S})=P(A\cap\overline{S})+P(B\cap\overline{S})+P(C\cap\overline{S})=\frac{3}{20}+\frac{1}{12}+\frac{9}{30}=\frac{8}{15}$$

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

التمرين الثالث : .....

I.

حل في المعادلة ذات المجهول z التالية: $(z+2-3i)(z^2-2z+10)=0$

$(z-+2-3i)(z^2-2z+10)=0$ تكافئ $z=-2+3i$ او $z^2-2z+10=0$

لنحل المعادلة $z^2-2z+10=0$:

لدينا $\Delta=-36=(6i)^2$ ومنه $z_1=\dfrac{2-6i}{2}$, $z_2=\dfrac{2+6i}{2}$

أي : $z_1=1-3i$, $z_2=1+3i$

وبالتالي نجد :

$(z-+2-3i)(z^2-2z+10)=0$ تكافئ $z\in\{-2+3i;1-3i;1+3i\}$

II.

1. أ) كتابة الشكل الجبري ، والشكل الاسي للعدد المركب $\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$:

$$\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=\frac{1-3i-1-3i}{-2+3i-1-3i}=\frac{-6i}{-3}=2i$$

$$\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=2e^{i\frac{\pi}{2}}$$

ب) ايجاد طبيعة التحويل النقطي T مع ذكر عناصره المميزة:

لدينا : $\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=2e^{i\frac{\pi}{2}}$ تكافئ $z_B-z_C=2e^{i\frac{\pi}{2}}(z_A-z_C)$

ومنه التحويل النقطي هو تشابه مباشر مركزه النقطة C ونسبته 2 وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$

ج) استنتاج طبيعة المثلث ABC :

لدينا : $z_B-z_C=2e^{i\frac{\pi}{2}}(z_A-z_C)$ معناه : $|z_B-z_C|=2|z_A-z_C|$

معناه : $CB=2CA$

لدينا : $\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=2e^{i\frac{\pi}{2}}$ معناه: $\arg\left(\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}\right)=\dfrac{\pi}{2}+k\times 2\pi$, $k\in$

معناه : $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})=\dfrac{\pi}{2}+k\times 2\pi$, $k\in$

وبالتالي نجد ان المثلث ABC مثلث قائم في النقطة C

د) تبيين ان النقاط A ، B ، C تقع على دائرة (Γ) مع تحديد مركزها النقطة Ω ونصف قطرها r :

بما ان المثلث ABC قائم في النقطة C فان النقاط A ، B ، C تقع على دائرة (Γ) قطرها هو وتر للمثلث ABC أي ان القطعة $[AB]$ هي قطر للدائرة (Γ) وبالتالي فان النقطة Ω هي منتصف القطعة $[AB]$

لتكن z_Ω لاحقة النقطة Ω لدينا : $z_\Omega=\dfrac{z_A+z_B}{2}=\dfrac{-2+3i+1-3i}{2}=-\dfrac{1}{2}$

اذن $\Omega\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$ و $r=\dfrac{|z_B-z_A|}{2}=\dfrac{|1-3i+2-3i|}{2}=\dfrac{|3-6i|}{2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}u.m$

2. أ) تعيين وانشاء المجموعة النقط (Δ) :

$\left|\dfrac{z-z_A}{z-z_B}\right|=1$ تكافئ $\left|\dfrac{z-z_A}{z-z_{\overline{C}}}\right|=1$

$|z-z_A|=|z-z_B|$ تكافئ

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

معناه ان $AM = BM$

أي مجموعة النقط هي عبارة عن محور القطعة $[AB]$

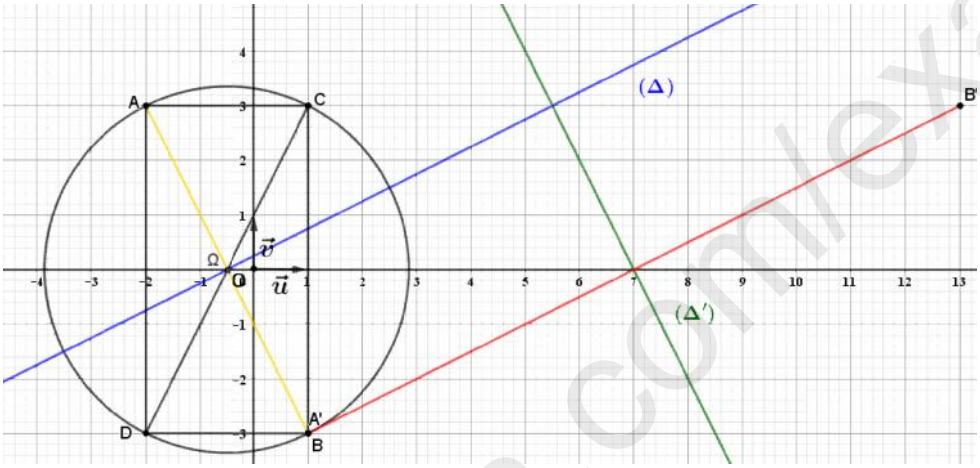
ب) تعيين وانشاء صورة المجموعة النقط (Δ) بالتحويل النقطي T :

لتكن النقط A' ، B' و M' حيث : $T(A) = A'$ ، $T(B) = B'$ و $T(M) = M'$

بما ان التحويل النقطي T هو تشابه مباشر فان : $\frac{A'M'}{AM} = \frac{B'M'}{BM}$ ومنه: $\frac{B'M'}{A'M'} = \frac{BM}{AM}$

أي : $\frac{B'M'}{A'M'} = 1$ وبالتالي نجد : $A'M' = B'M'$

اي صورة مجموعة النقط $[AB]$ عبارة عن محور القطعة $[A'B']$



3. أ) تعيين لاحقة النقطة D :

النقطة D مرجح الجملة $\{(A;1),(B;1),(D;-1)\}$ معناه :

$z_C = \frac{z_A + z_B - z_D}{1+1-1} = z_A + z_B - z_D$ ومنه: $z_D = z_A + z_B - z_C$

أي : $z_D = -2 + 3i + 1 - 3i - 1 - 3i = -2 - 3i$

ب) تبيين ان النقطة D نظيرة النقطة C بالنسبة للنقطة Ω :

النقطة D نظيرة النقطة C بالنسبة للنقطة Ω معناه ان النقطة Ω منتصف القطعة $[CD]$

لدينا : $\frac{z_C + z_D}{2} = \frac{1+3i-2-3i}{2} = -\frac{1}{2} = z_\Omega$

اذن: النقطة D نظيرة النقطة C بالنسبة للنقطة Ω

ج) تعيين بدقة طبيعة الرباعي $ADBC$:

بما ان القطعتيين $[AB]$، $[CD]$ قطرا الرباعي $ADBC$ وكذلك قطرا للدائرة (Γ)، و النقطتيين C ، D لا تنتميان الى (Δ) محور القطعة $[AB]$ لان $|z_C - z_A| \neq |z_C - z_B|$ و $|z_D - z_A| \neq |z_D - z_B|$

فان القطران $[AB]$، $[CD]$ متنصفان و متقايسان و غير متعامدان اذن الرباعي $ADBC$ مستطيل.

ency-education.com/exams

التمرين الرابع :

I.

1. حساب نهايات الدالة عند اطراف مجموعة التعريف :

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2. أ) بين أن المستقيم $(\mathcal{D})$ ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ، $+\infty$:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-\frac{1}{2}x\right)=0 \quad ، \quad \lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-\frac{1}{2}x\right)=0$$

ب) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و $(\mathcal{D})$:

لدينا من اجل كل x من $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ ، $f(x)-\frac{1}{2}x=-\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$

$f(x)-\frac{1}{2}x=0$ يكافئ $-\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)=0$ يكافئ $\frac{x-1}{x}=1$ معناه $x-1=x$ أي $-1=1$

وهذا تناقض ، اذن من اجل كل x من $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ فان (C_f) لايقطع $(\mathcal{D})$

$f(x)-\frac{1}{2}x<0$ يكافئ $\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)>0$ $\frac{x-1}{x}>1$ يكافئ $\frac{x-1}{x}-1>0$

يكافئ $\frac{-1}{x}>0$ يكافئ $-x>0$ يكافئ $x<0$

اذن من اجل كل x من $]-\infty;0[$ فان (C_f) يقع تحت $(\mathcal{D})$

$f(x)-\frac{1}{2}x>0$ يكافئ $\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)<0$ يكافئ $\frac{x-1}{x}<1$ يكافئ $\frac{x-1}{x}-1<0$

يكافئ $\frac{-1}{x}<0$ يكافئ $-x<0$ يكافئ $x>0$

اذن من اجل كل x من $]1;+\infty[$ فان (C_f) يقع فوق $(\mathcal{D})$

اذن (C_f) يقع تحت (Δ)

3. أ) تبيين من اجل كل x من $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{x^2-x-2}{2x(x-1)}$:

$$f'(x)=\left(\frac{1}{2}x-\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)\right)'=\frac{1}{2}-\left(\frac{x}{x-1}\right)\left(\frac{1}{x^2}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{x(x-1)}$$
$$=\frac{x^2-x-2}{2x(x-1)}$$

ب) دراسة اتجاه تغير الدالة f على المجموعة $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ ، مع تشكيل جدول تغيراتها:

تشكيل جدول اشارة $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		0		1		2		x
x^2-x-2		$+$	0	$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x(x-1)$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	‖	‖	$-$	0	$+$	

ومنه الدالة متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1;-\infty[$ و $]2;+\infty[$ ، و متناقصة تماما على كل من المجالين $]0;-1]$ و $[1;2]$

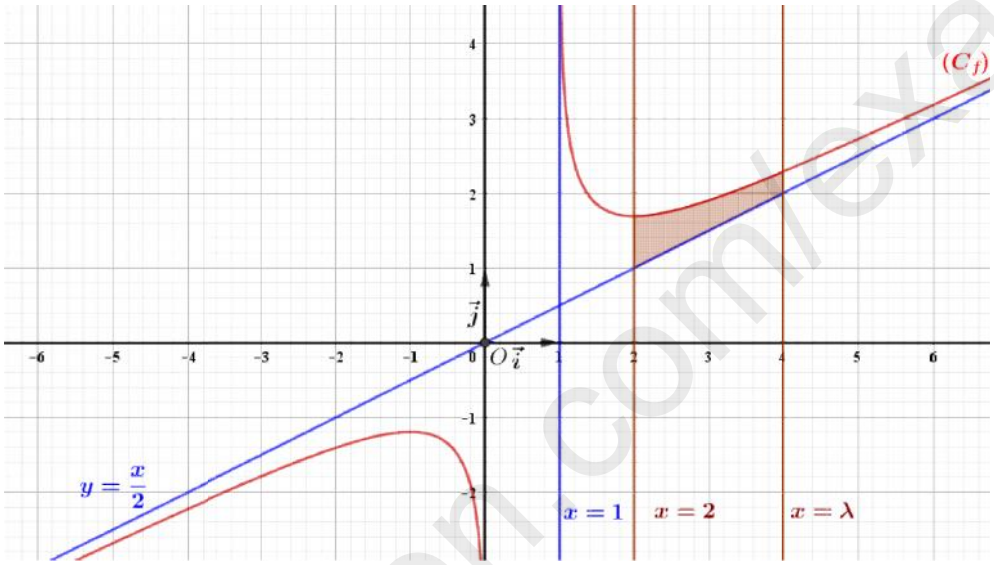
ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

تشكيل جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$1+\ln 2$	↘	‖	$+\infty$	‖	↘	$-\frac{1}{2}-\ln 2$	↗	$+\infty$

4. إنشاء (C_f) و المستقيمات المقاربة (Δ) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$:



II.

1. $a\in$ ، تبيين ان الدالة $x\mapsto (x-a)\ln(x-a)-x$ دالة الاصلية للدالة $x\mapsto \ln(x-a)$ على المجال $]a;+\infty[$:

من اجل كل من المجال $]a;+\infty[$ نضع : $H(x)=(x-a)\ln(x-a)-x$ و $h(x)=\ln(x-a)$

الدالة H قابلة للاشتقاق على المجال $]a;+\infty[$ و

$$H'(x)=(x-a)\frac{1}{x-a}+\ln(x-a)-1=1+\ln(x-a)-1=\ln(x-a)=h(x)$$

ومنه الدالة H هي دالة اصلية للدالة h على المجال $]a;+\infty[$.

2. حساب $\mathcal{A}(a)$:

$$A(a)=1\times 1\int_2^a\left(f(x)-\frac{x}{2}\right)dx=\int_2^a-\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)dx=\int_2^a\left(\ln x-\ln(x-1)\right)dx$$

$$A(a)=\left[x\ln x-x-(x-1)\ln(x-1)+x\right]_2^a=a\ln a-(a-1)\ln(a-1)-2\ln 2\,cm^2$$

3. حساب $\lim\limits_{a\to+\infty}\mathcal{A}(a)$:

$$\lim_{a\to+\infty}\mathcal{A}(a)=\lim_{a\to+\infty}a\ln a-(a-1)\ln(a-1)-2\ln 2=+\infty$$

مجموعة الرياضيات بالجزائر

https://www.facebook.com/groups/algerieeducation/

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الاستعمال و التحضير
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2017 - 2018
بكالوريا تجريبي
المدة : 4 ساعات ونصف

الشعبة: رياضيات | اختبار الرياضيات | دورة ماي 2018

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (5 ن)

المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B و C ذات اللواحق $z_A = 2$ ، $z_B = 1+i\sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب

أ) 1) أعط الكتابة الأسية للعدد z_B ثم للعدد z_C

2) بين أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

3) أنشئ النقط A ، B و C ثم عين طبيعة الرباعي $OBAC$.

4) عين ثم أنشئ المجموعة (E) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $|z| = |z-2|$

ب) T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z وتختلف عن النقطة A بالنقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z' = \dfrac{-4}{z-2}$

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z = \dfrac{-4}{z-2}$ ثم أستنتج صورتي B و C بالتحويل T

2) G مركز ثقل المثلث OAB ، عين ثم أنشئ النقطة G' صورة النقطة G بالتحويل T

3) أ) من أجل كل نقطة M تختلف عن A بين أن : $AM' = \dfrac{2\times OM}{AM}$

ب) نفرض أن النقطة M تنتمي إلى المجموعة (E) ما هي مجموعة النقط M' ؟

التمرين الثاني (4 ن)

أ - (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = 5$ و أساسها 4.

1) أكتب الحد العام u_n بدلالة n

2) أحسب قيمة المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$ بدلالة n.

3) إذا كان مجموع خمسة حدود متعاقبة من (u_n) هو 2025 فما هو الحد الأول من هذه الحدود

3as.ency-education.com

ب - (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = (2n+1) \times 2^{(n+5)}$

1) عين تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7

2) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون باقي قسمة v_n على 7 هو 3

3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \times 3 \times 5 \times \ldots\ldots \times (2n+1) = \dfrac{(2n+1)!}{2^n \times n!}$

4) أستنتج قيمة الجداء $P_n = v_0 \times v_1 \times \ldots \times v_n$ بدلالة n .

التمرين الثالث (4 ن)

عمر و حمزة راميا قوس، كل منهما يسدد سهما نحو هدف مقسم الى ثلاث مناطق $(C-B-A)$

نفرض أن كل رامي يصيب في كل رمية منطقة واحدة و واحدة فقط.

إذا علمت أن : - إحتمالات إصابة الرامي عمر المناطق $(C-B-A)$ على الترتيب هو $\left(\frac{7}{12}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}\right)$

- إحتمالات إصابة الرامي حمزة المناطق $(C-B-A)$ متساوية.

1) الرامي عمر يسدد سهمه ثلاث مرات متتابعة :

أ - ما احتمال أن يصيب في كل رمية المنطقة (C) ؟

ب - ما احتمال أن يصيب المناطق $(C-B-A)$ بهذا الترتيب ؟

جـ - ما احتمال أن يصيب المناطق $(C-B-A)$ ؟

2) نختار أحد الراميين مع العلم أن احتمال اختيار الرامي عمر ضعف إحتمال اختيار الرامي حمزة.

أ - في حالة تسديد رمية واحدة. ما احتمال أن تصيب هذه الرمية المنطقة (C) ؟

ب - علما أن رمية واحدة قد سُدّدت و أصابت المنطقة (C)، ما احتمال أن تكون هذه الرمية للرامي عمر ؟

التمرين الرابع (7 ن)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بـ : $f(x) = (x+2) - 2\ln|2x+1|$

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x \to -\frac{1}{2}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2) أثبت أن (C) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -3 ثم أكتب معادلته.

3) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$.

4) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.2 < \alpha < -1.3$

5) أرسم (T) و (D) ثم أنشئ المنحنى (C). (علما أن (C) لا يقبل نقطة إنعطاف)

3as.ency-education.com

6) أ) بإستعمال المكاملة بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \ln(2x+1)$ على المجال $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ والتي تنعدم من أجل $x = 0$.

ب) λ عدد حقيقي حيث $-\frac{1}{2} < \lambda \leq \frac{3}{2}$. أحسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها $x = \frac{3}{2}$ ، $x = \lambda$ و $y = 0$. ثم أحسب $\lim\limits_{\lambda \to -\frac{1}{2}} S(\lambda)$

7) ناقش بيانا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = -3x + m$.

8) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بـ: $g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - 2\ln|2x+1|$

- برهن أن المستقيم (K) الذي معادلته $x = -\frac{1}{2}$ محور تناظر للمنحنى (C_g) الممثل للدالة g

- إشرح كيفية إنشاء المنحنى (C_g) إنطلاقا من المنحنى (C) ثم أنشئه.

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الاستعمال و التحضير
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2017 - 2018
بكالوريا تجريبي
المدة: 4 ساعات ونصف

الشعبة: رياضيات | اختبار الرياضيات | دورة ماي 2018

الموضوع الثاني

التمرين الأول (05 ن)

نعتبر العدد المركب $L(z)=\frac{z-i}{z-1}$ حيث $z\neq 1$

I) 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $L(z)=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$ وليكن z_0 حل هذه المعادلة.

2) أكتب z_0 على الشكل الأسي ثم عين قيم العدد الطبيعي n : $z_0^{3n}=2^{\frac{9n}{2}}$.

3) عين العدد المركب z_1 بحيث $|L(z_1)|=1$ و $arg[L(z_1)]\equiv\frac{3\pi}{2}[2\pi]$ ثم بين أن $z_1^{2015}=2^{1007}(1-i)$.

4) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $z_0^{4n}+z_1^{4n}$ حقيقي.

II) المستوى المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B ، C ، D و M ذات اللواحق 1 ، i ، $1+i$ ، $-2-2i$ و z على الترتيب

1) * أكتب العدد $\frac{z_D-z_C}{z_A-z_C}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي.

* أستنتج أنه يوجد تحويل نقطي يحول النقطة A إلى النقطة D يطلب تحديد عناصره المميزة .

2) لتكن (S) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $arg[L(z)]=-\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$

* تحقق من أن النقطة C تنتمي إلى المجموعة (S).

* أعط تفسيرا هندسيا لـ $arg[L(z)]$ ثم عين المجموعة (S).

التمرين الثاني (04 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطتان $A(2,2,-1)$ ، $B(1,0,1)$

و المستوي (P) الذي معادلته : $2x+y+2z-13=0$.

1) أ) عين المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها B ونصف قطرها 3.

3as.ency-education.com

ب) حدد تقاطع المستوي (P) وسطح الكرة (S).

2) (D) المستقيم المار من النقطة A و العمودي على المستوي (P)

أ) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

ب) أدرس الوضع النسبي للمستقيم (D) و سطح الكرة (S).

3) (S_t) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق المعادلة الديكارتية

$x^2+y^2+z^2-2tx-2tz+2t^2-9=0$ حيث $t\in\mathbb{R}$

أ) بين أن (S_t) معادلة سطح كرة مركزها H_t ونصف قطرها r.

ب) عين مجموعة النقط H_t عندما t يمسح $\mathbb{R}$.

جـ) أدرس حسب قيم t الوضع النسبي لـ (S_t) و (P).

التمرين الثالث (04 ن)

نعتبر الأعداد الطبيعية : $a=2n+1$ ، $b=4n+3$ و $c=2n+3$ حيث n عدد طبيعي أكبر تماما من 2

1) تحقق من أن : $b=2a+1$ ثم أستنتج أن a و b أوليان فيما بينهما و $PGCD(a,b,c)=1$.

2) عين تبعا لقيم العدد n القاسم المشترك الأكبر للعددين b و c.

3) عين قيمة n بحيث يكون $PGCD(b,c)=3$ و $PPCM(b,c)=1305$.

4) أكتب العدد b^2 في نظام العد الذي أساسه a.

5) نفرض أن (a,b,c) هي إحداثيات نقطة D في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

أ) بين أن النقطة D تنتمي إلى مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له.

ب) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) الذي يشمل المبدأ O و يحوي المستقيم (Δ)، ثم أستنتج معادلة المستوي (P).

التمرين الرابع (07 ن)

f دالة عددية معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{(\ln x)^2}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I) 1) برهن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ و فسر النتائج بيانيا.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $]0,+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أنه من أجل كل $x\in]0,+\infty[$: $f''(x)=\dfrac{2\left[(\ln x)^2-3\ln x+1\right]}{x^3}$ ثم أستنتج أن المنحنى (C) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيينهما.

3as.ency-education.com

4) $\alpha \in]0,+\infty[$ ، A نقطة من (C) فاصلتها α و (T_α) المماس للمنحني (C) في A.

1°) بيّن أنّ (T_α) يمرّ بالمبدأ O إذا وفقط إذا كان $f(\alpha)-\alpha f'(\alpha)=0$.

2°) أستنتج وجود مماسين (T_a) و (T_b) يمرّان بالمبدأ O ثم عيّن معادلة كل من (T_a) و (T_b).

5) أرسم المماسين (T_a) ، (T_b) ثمّ إنشئ المنحنى (C).

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x)=mx$.

II) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع : $I_n = \int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^n}{x^2} dx$.

1) بإستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $I_1 = 1 - \frac{3}{e^2}$.

2) بإستعمال المكاملة بالتجزئة برهن أن : $I_{n+1} = \frac{-2^{n+1}}{e^2} + (n+1)I_n$ حيث $n \geq 1$

3) أستنتج القيمة المضبوطة لـ I_2 و فسر النتيجة هندسيا.

بالتوفيق ...

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية .. مديرية التربية لولاية بومرداس

ثانوية زموري الجديدة — ماي 2018

البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

شعبة رياضيات ..... المدة 4 سا و 30 د

الموضوع الأول

التمرين الأول : 4 نقاط

1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_1=\frac{1}{2}$ و بالعلاقة التراجعية : $u_{n+1}=\frac{1}{6}u_n+\frac{1}{3}$.

أ) و لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل $n\geq 1$ بـ : $v_n=u_n-\frac{2}{5}$.

بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها .

ب) إستنتج عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n .

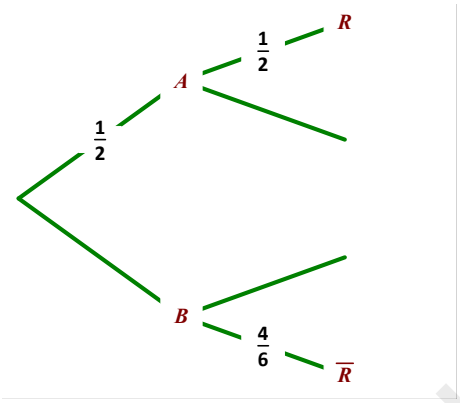
2) نعتبر نردين A و B غير مزيفين بحيث : النرد A به ثلاث أوجه حمراء و ثلاث أوجه بيضاء أما النرد B به أربع أوجه حمراء و وجهين بيضاوين .

نختار عشوائيا نردا و نرميه : إذا ظهر اللون الأحمر نحتفظ بهذا النرد . أما إذا ظهر اللون الأبيض نغير النرد . ثم نرمي هذا النرد وهكذا دواليك .

نرمز بـ : A_n إلى الحادثة : " رمي النرد n مرة " . و بـ : $\overline{A_n}$ الحادثة العكسية للحادثة A_n .

R_n إلى الحادثة : " ظهور اللون الأحمر في الرمية n " . و بـ : $\overline{R_n}$ الحادثة العكسية للحادثة للحادثة R_n .

و نرمز بـ : a_n إلى إحتمال الحادثة A_n و r_n إلى إحتمال الحادثة R_n .



أ) عين a_1 .

ب) أكمل الشجرة ثم عين r_1 .

جـ) بملاحظة من أجل كل $n\geq 1$:

$R_n=\left(R_n\cap A_n\right)\cup\left(R_n\cap\overline{A_n}\right)$

بين أن : $r_n=-\frac{1}{6}a_n+\frac{2}{3}$.

د) بين من أجل كل $n\geq 1$: $A_{n+1}=\left(A_n\cap R_n\right)\cup\left(\overline{A_n}\cap\overline{R_n}\right)$.

ه) إستنتج من أجل كل $n\geq 1$: $a_{n+1}=\frac{1}{6}a_n+\frac{1}{3}$. ثم عين عبارة a_n بدلالة n .

و) إستنتج عبارة r_n بدلالة n ثم $\lim\limits_{x\to+\infty} r_n$

التمرين الثاني : 5 نقاط

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2-2z+4=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ نعتبر النقط A,B و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_c=1-i\sqrt{3}$. و لتكن (Γ) الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها 2 .

أ) أكتب كلا من z_B و z_C على الشكل الأسي .

ب) تحقق أن العدد المركب $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^{2019}$ حقيقي .

جـ) عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها العدد $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا تماما .

ency-education.com/3axams

3as.ency-education.com

3) ليكن $\theta \in]-\pi\ ;\ \pi]$. M نقطة من الدائرة (Γ) لاحقتها $2e^{i\theta}$.

نسمي N النقطة من (Γ) حيث $(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{ON}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. تحقق أن : $z_N = 2e^{i\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)}$.

4) ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$.

أ) تحقق أن العبارة المركبة للدوران r هي : $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z + 2 - 2e^{i\frac{\pi}{3}}$

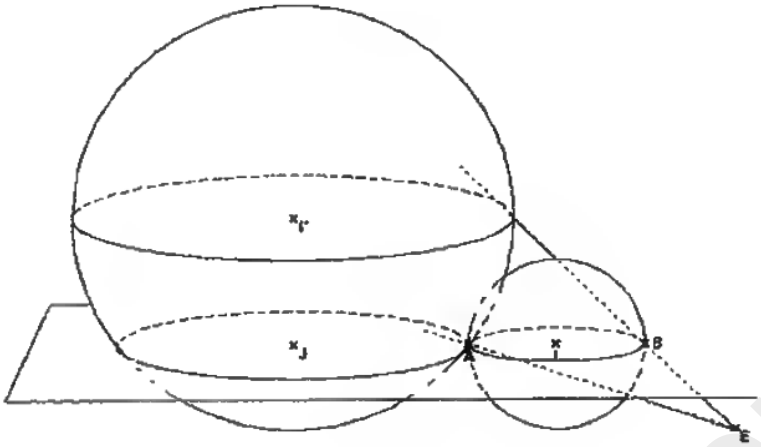
ب) ليكن : F منتصف $[BM]$ و K منتصف $[CN]$. بين أن : $r(F) = K$

جـ) إستنتج طبيعة المثلث AFK .

5) أ) بين أن : $AF^2 = 4 - 2\sqrt{3}\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$

ب) إستنتج z_M لاحقة النقطة M بحيث تكون المسافة AF أكبر ما يمكن .

التمرين الثالث : 5 نقاط



ليكن $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء .

نعتبر النقطتين : $A(-2;3;2)$ و $B(2;3;2)$ و S مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء

حيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 6y - 4z + 9 = 0$

1) أ) بين أن S معادلة سطح كرة يطلب تعيين نصف قطرها و احداثيات مركزها I .

ب) بين أن $[AB]$ قطرا لـ S .

2) ليكن (P) مستو معرف بالمعادلة $z = 2$

و لتكن النقطة $J(-6;3;2)$

أ) تحقق أن I تنتمي إلى (P) و إستنتج أن S تقطع المستوي (P) وفق دائرة Γ قطرها $[AB]$.

ب) نعتبر في المستوي (P) دائرة Γ' مركزها J و نصف قطرها 4 . بين أن الدائرتين Γ و Γ' متماستان خارجيا في A .

3) لتكن النقطة $E(4;3;0)$ و نعتبر التحاكي $h\left(E;\frac{5}{2}\right)$ و نرمز بـ S' إلى صورة S بـ h .

أ) عين نصف قطر S' و إحداثي مركزها I' .

ب) برر أن المستوي (P) يقطع S' وفق الدائرة Γ'

جـ) المستقيم (EA) يقطع S' في A' . لتكن B' متقابلة قطريا مع A' على S' . بين أن النقط E , B و B' في إستقامية .

التمرين الرابع : 6 نقاط

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = e^{-x}$ و (C_g) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) عين معادلة مماس المنحنى (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

2) أ) بين من أجل كل $x \geq 0$: $1 - x \leq e^{-x} \leq 1$.

ب)إستنتج من أجل كل $x \geq 0$: $x - \frac{x^2}{2} \leq 1 - e^{-x} \leq x$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0\ ;\ +\infty[$ كما يلي : $f(0) = 0$ و $f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$ إذا كان $x > 0$

(C_f) منحناها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

1) أ) أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) أدرس إستمرارية و قابلية الإشتقاق للدالة f على اليمن في 0 .

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) أ) بين أن $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{e^2}\right)$ نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f) .

ب) أكتب معادلة المماس T لـ (C_f) في النقطة $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{e^2}\right)$.

3) في الشكل المعطى أسفل الورقة الذي يعاد مع ورقة الإجابة هو منحنى الدالة (C_g) في المعلم $(O;\vec{i}:\vec{j})$.

علم النقطة I ، أرسم T و (C_f) .

4) لتكن A_k مساحة الحيز من المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمات التي معادلتها $y=1$ ، $x=k$ و $x=k+1$ حيث k عدد طبيعي غير معدوم .

أ) باستعمال $I)2)$ب) بين أن : $\ln\left(\frac{k+1}{k}\right)-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right]\le A_k\le \ln\left(\frac{k+1}{k}\right)$

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} A_k$.

5) من أجل كل $n\ge 1$ نضع : $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n} A_k$.

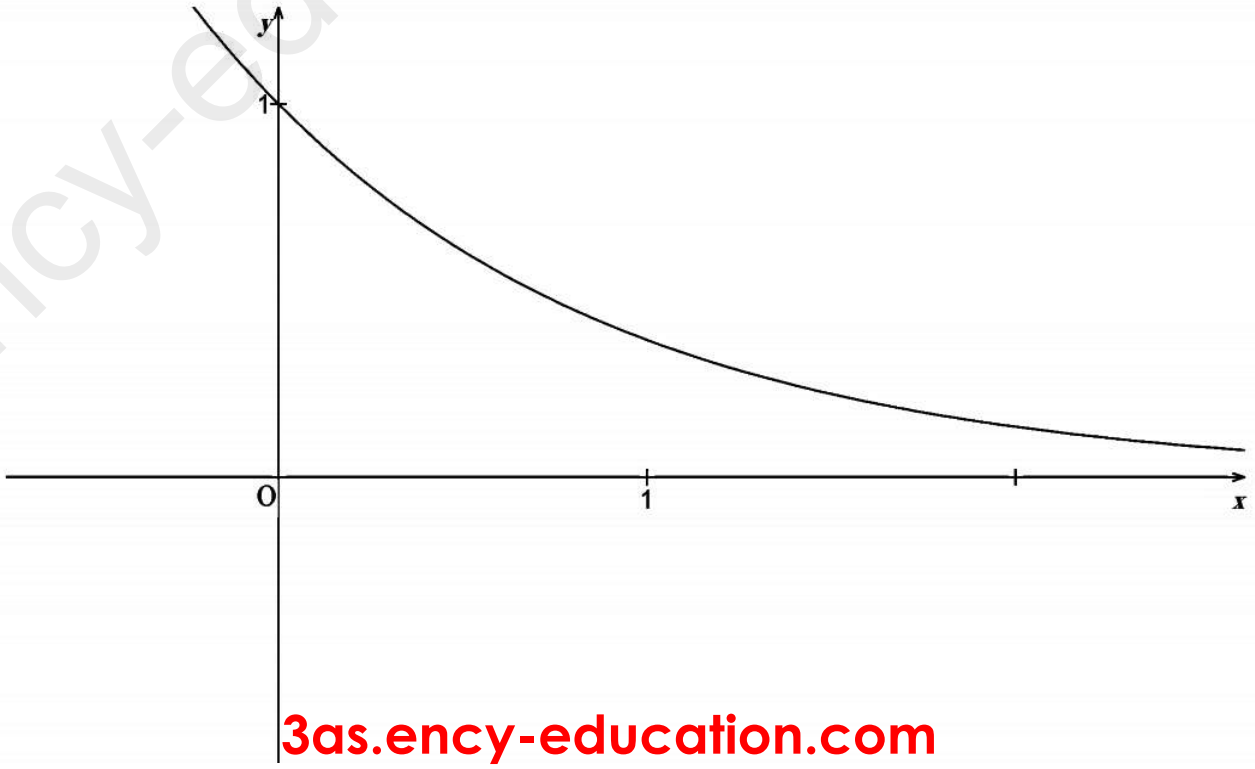
أ) فسر هندسيا S_n .

ب) بين أن : $\ln(n+1)-\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)\le S_n\le \ln(n+1)$

جـ) إستنتج : $\lim\limits_{x\to+\infty} S_n$.

إنتهى .....بالتوفيق .....أستاذ المادة : سعيدي

اللقب : الإسم:



ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول : 7 نقاط

الجزء الأول :لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بما يلي :

$f(0)=0$ و $f(x)=x\left(1+ln^2\,x\right)$ إذا كان $x>0$. (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد و متجانس $\left(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\right)$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. أ) بين أن الدالة f مستمرة على اليمين في 0 .

ب) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} \dfrac{f(x)}{x}$. فسر النتيجة هندسيا .

جـ) أحسب $f'(x)$ من أجل $x>0$. ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $]0\ ;\ +\infty[$.

3. أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف I فاصلتها e^{-1} .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم الذي معادلته : $y=x$.

جـ) أنشئ (C_f) . (إستعن بـ : $f(2)\ ;\ f(e)\ ;\ f(3)$).

الجزء الثاني : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $u_0=e^{-1}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$.

1. بين بالتراجع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $e^{-1}\leq u_n\leq 1$.
2. بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماما . و إستنتج تقاربها .
3. نضع : $\lim\limits_{n\to\infty} u_n=l$. بين أن $e^{-1}\leq l\leq 1$ ثم حدد قيمة l مع التعليل .

الجزء الثالث: لتكن F الدالة العددية المعرفة على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ بما يلي : $F(x)=\int_1^x f(t)dt$.

1.أ) بين أن الدالة : $H:x\mapsto -\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{1}{2}x^2\,ln\,x$ دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto x\,ln\,x$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) بين من أجل $x>0$: $\int_1^x t\,ln^2(t)dt=\dfrac{x^2}{2}ln^2(x)-\int_1^x t\,ln(t)$.

جـ) إستنتج من أجل $x>0$ أن : $F(x)=-\dfrac{3}{4}+\dfrac{3x^2}{4}-\dfrac{x^2}{2}ln(x)+\dfrac{x^2}{2}ln^2(x)$.

2. أ) بين أن الدالة F مستمرة على المجال : $]0\ ;\ +\infty[$.

ب) أحسب : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} F(x)$ ثم إستنتج قيمة التكامل $\int_0^1 f(x)dx$.

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

التمرين الثاني : 4 نقاط

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k}\right)$ و m عدد حقيقي:

و لتكن $\left(P_m\right)$ مجموعة النقط $M\left(x\,;y\,;z\right)$ من الفضاء التي تحقق : $mx-y+\left(2-m\right)z+m+4=0$.

1. بين أن $\left(P_m\right)$ مستو من أجل كل عدد حقيقي m .
2. بين أن جميع المستويات تتقاطع في نفس المستقيم $\left(\Delta\right)$ الذي يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .
3. عين m حتى يكون $\left(P_2\right)$ عمودي على $\left(P_m\right)$.
4. نعتبر النقطة $H\left(0\,;1\,;1\right)$ أحسب : $d\left(H\,;\left(\Delta\right)\right)$.
5. أ) ليكن $\left(S\right)$ سطح الكرة ذو المعادلة : $x^2+y^2+z^2-2y-2z-3=0$.عين مركز و نصف قطر $\left(S\right)$.

   ب) عين المستويات $\left(P_m\right)$ التي تمس $\left(S\right)$.
6. ليكن المستقيم $\left(D\right)$ المعرف بتمثيله الوسيطي : $\begin{cases}x=1+2t\\y=3+t\\z=-1-3t\end{cases}\;;t\in\mathbb{R}$.

أدرس الوضع النسبي بين $\left(D\right)$ و $\left(P_m\right)$.

التمرين الثالث : 5 نقاط

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{u}\,;\vec{v}\right)$. نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=\left(m-i\right)z+b$. ($m\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{C}$).

1. أ) عين قيم m حتى يكون T دوران يطلب تعيين زاويته .

   ب) عين العدد المركب b حتى يكون مركز الدوران هو النقطة A ذات اللاحقة $-1+4i$.
2. نضع : $m=\sqrt{3}$ و $b=x+iy$ حيث x و y عددان حقيقيان .

   أ) أثبت أن T تشابه مباشر يطلب تعيين نسبته و زاويته .

   ب) عين العدد المركب z_0 لاحقة النقطة ω مركز التشابه T و ذلك بدلالة x و y .

   جـ) عين $\left(\Gamma\right)$ مجموعة النقط بحيث يكون z_0 عددا تخيليا صرفا .
3. نعتبر النقط : A ; B ; C ذات اللواحق : $z_A=-1+4i$; $z_B=1$; $z_C=yi$. عين العددان الحقيقيان y و β حتى تكون النقطة O (مبدأ المعلم) مرجحا للجملة : $\left\{\left(A\,;2\right),\left(B\,;\beta\right),\left(C\,;3\right)\right\}$.
4. أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه O و نسبته 2 و زاوته $\frac{7\pi}{6}$.
5. بين أن التحويل النقطي $S\circ T$ تحاك يطلب تعيين نسبته .

3as.ency-education.com

التمرين الرابع : 4 نقاط

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $3x+4y=-8$.

1. أ) تحقق أن $(0\ ;-2)$ حل لـ (E) .

ب) حل في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة (E) .

2. نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$ المستقيم (Δ) المعرف بالمعادلة : $3x+4y+8=0$ و A نقطة من (Δ) فاصلتها معدومة .

أ) بين أنه إذا كانت M نقطة من (Δ) إحداثياها أعداد صحيحة فإن AM مضاعف لـ 5 .

ب) لتكن N نقطة من (Δ) إحداثياها $(x\ ;y)$. تحقق أن : $AN=\frac{5}{4}|x|$.

جـ) إستنتج أنه إذا كانت AN مضاعف لـ 5 فإن x و y عددان صحيحان .

إنتهى .....بالتوفيق .....أستاذ المادة : سعيدي

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية وهران — ثانوية العقيد احمد بن عبد الرزاق

امتحان بكالوريا تجريبية — دورة : مـــاي 2018

الشعبة: ريـــاضيـات

اختبار في مادة الرياضيات — المدة: 04 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04.5 نقاط)

1) عين مجموعة الأعداد الصحيحة x : $4x \equiv 33[5]$.

2) أ- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول (x , y) : $(E).....4x-5y=33$.

بـ- استنتج حلول الجملة : $\begin{cases} \lambda \equiv 55[5] \\ \lambda \equiv 22[4] \end{cases}$ حيث $\lambda \in \mathbb{Z}$

جـ- عين كل الثنائيات (x , y) حلول المعادلة (E) والتي تحقق: $|x+y+3|<27$

3) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 11

بـ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $10^{10n}+16^{5n-4}+27^{5n+2}+38^{5n+3}+49^{5n-1} \equiv 0[11]$

جـ- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة : $\begin{cases} n-5^n \equiv 0[11] \\ n \equiv 2[5] \end{cases}$

4) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\beta\beta\alpha\beta\alpha}$ في نظام تعداد أساسه 4 حيث $\alpha \neq 0$.

عين α و β بحيث يكون N قابلا للقسمة على 33 ثم أكتب N في النظام العشري .

التمرين الثاني : (04.5 نقاط)

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z+1-2i)(z^2+4z+5)=0$

II. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ النقط A_0 , A_1 , A_2 و Ω التي لواحقها على الترتيب:

$z_0=-1+2i$ ، $z_1=-2+i$ ، $z_2=-2-i$ ، $z_\Omega=i$ (وحدة الطول هي السنتيمتر)

1) - بين أنه يوجد تشابه مباشر وحيد S يحول النقطة A_0 إلى A_1 و يحول A_1 إلى A_2

- تحقق أن : $z'=(1+i)z+1$ عبارة مركبة للتشابه المباشر S ثم جد عناصره المميزة

2) من أجل كل عدد طبيعي n نعرف متتالية النقط (A_n) بحيث : $A_{n+1}=S(A_n)$ ونسمي z_n لاحقة A_n

- علم النقط A_0 , A_1 , A_2 ثم أنشئ النقطتين A_3 , A_4

- باستعمال البرهان بالتراجع برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $z_n=\left(\sqrt{2}\right)^n e^{\frac{n\pi}{4}i}(-1+i)+i$

3) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي: $u_n=\left\|\overrightarrow{A_{n+1}A_n}\right\|$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|z_{n+1}-z_n|=\left(\sqrt{2}\right)^{n+1}$

بـ- استنتج طبيعة المتتالية (u_n) و حدد عناصرها

جـ- جد أكبر عدد طبيعي n_0 بحيث تكون النقطة A_{n_0} تنتمي إلى القرص الذي مركزه Ω و طول نصف قطره 2018

د- نسمي l طول الخط المنكسر: $A_0A_1+A_1A_2+A_2A_3+...+A_nA_{n+1}$ ، احسب l بدلالة n

3as.ency-education.com

التمرين الثالث : (04 نقاط)

I. كيس A يحوي كريتان تحملان الرقم 1 و كريتان تحملان الرقم 2 ، و كيس B يحوي كريتان تحملان الرقم2 و 3 كريات تحمل الرقم 3

لنعتبر التجربة العشوائية التالية : نأخذ كرية من الكيس A و نضعها في الكيس B ثم نأخذ كرية من الكيس B ونضعها في الكيس A .

لتكن الحوادث التالية : A_1 الكرية المسحوبة من الكيس A تحمل الرقم 1 ، A_2 الكرية المسحوبة من الكيس A تحمل الرقم 2

B_1 الكرية المسحوبة من الكيس B تحمل الرقم 1 ، B_2 الكرية المسحوبة من الكيس B تحمل الرقم 2

1) احسب ما يلي :

أ- احتمال وقوع A_1 ، ب- احتمال وقوع B_1 علما أن A_1 محققة ، جـ- بين أن : $P(A_1 \cap B_1) = \frac{1}{12}$

2) بين أن : $P(A_2 \cap B_2) = \frac{1}{4}$

3) احسب احتمال أن يبقى الكيس A في وضعه الأصلي بعد التجربة .

II. نجمع محتويات الكيسين A و B في كيس واحد ، و نختار عشوائيا كرة منه

لنعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب رقم الكرية المسحوبة .

ـ عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضياتي

التمرين الرابع : (07 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0;1\}$ كما يلي: $f(x) = -\frac{1}{2}x + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1ـ أ. أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف

ب. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن: $f'(x) = \frac{-x^2+x+2}{2x(x-1)}$ ، ثم استنتج إشارة $f'(x)$.

جـ. شكل جدول تغيرات الدالة f .

2ـ برهن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -\frac{1}{2}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ـ ثم ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3ـ أثبت ان النقطة $\omega\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right)$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f).

4ـ أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $\frac{2}{5} < \alpha < \frac{9}{20}$.

5ـ ارسم (Δ) و (C_f).

6ـ لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;0;1\}$ كما يلي: $g(x) = -\frac{1}{2}|x| + \ln\left|\frac{|x|-1}{|x|}\right|$ ،

و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ- أدرس شفعية الدالة g .

ب- بين كيف يمكن رسم (C_g) المنحني للدالة g انطلاقا من (C_f). (رسم (C_g) غير مطلوب)

7ـ أ- باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب كلا من $\int_2^3 \ln(x)dx$ و $\int_2^3 \ln(x-1)dx$

ب- استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، المستقيم (Δ) ، المستقيمين $x=2$ و $x=3$

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (03.5 نقاط)

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7

2. حلل العدد 2016 إلى جداء عوامل أولية، ثم إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2018^{2016}+2016^{2017}$ على 7

3. نعتبر (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدودها موجبة و حدها الأول u_0 بحيث : $\begin{cases} u_2+u_3=12 \\ u_2\times u_3=32 \end{cases}$

أ- أحسب كلا من u_2 و u_3 ثم أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

ب- أوجد باقي قسمة $u_{n+1}-u_n$ على 7 من أجل $n=2017$.

ت- أثبت أن : $PGCD(u_{n+1};u_n)=2^n$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،

ثم استنتج بطريقة أخرى قيمتي كل من u_2 و u_3 .

التمرين الثاني : (05.5 نقاط)

1) نعتبر العدد المركب β حيث: $\beta=4\sqrt{2}(1+i)$.

- اكتب β على الشكل المثلثي .
- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z التالية: $Z^3=\beta$ .....(1) .
- نعتبر Z_1, Z_2, Z_3 حلول المعادلة (1) ، برهن أن : $\frac{Z_1\times Z_2}{Z_3^{\,2}}=\frac{Z_2\times Z_3}{Z_1^{\,2}}=\frac{Z_1\times Z_3}{Z_2^{\,2}}$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، لتكن النقط A, B, C, D و H لواحقها على الترتيب

$Z_A=\alpha$ ، $Z_B=1+\frac{\alpha-1}{\alpha}i$ ، $Z_C=\alpha i$ ، $Z_D=-\frac{1}{\alpha}i$ و $Z_H=1+Z_D$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما يختلف عن 1

- تحقق أن $Z_B-Z_D=\overline{Z_D}(Z_A-Z_C)$ ثم بين أن : $iZ_A\times Z_D=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(Z_B-Z_D)\right)^{2016}$.
- استنتج أن المستقيمين (BD) و (AC) متعامدان .
- عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول A إلى B و يحول C إلى D ، ثم جد عناصره المميزة .
- بين أن المثلثين OAC و BHD متشابهين ثم جد علاقة بين مساحتيهما.

3) عين مجموعة النقط M التي لواحقها Z التي تحقق: $\arg(\overline{Z}+i\alpha)=-\arg(Z_A-Z_C)+2\pi k$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1;3;4)$ ، $B(-1;4;4)$ ، $C(3;1;2)$

1) أ- بين أن النقط A ، B و C ليست على استقامية .

ب- بين أن الشعاع $\vec{n}(1;2;-1)$ ناظم للمستوي (ABC) ، ثم عين معادلة ديكارتية له.

2) (P) مستوي تمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=1+2\alpha+\beta \\ y=1+\alpha \\ z=5+\alpha+\beta \end{cases}$ $\alpha\in\mathbb{R}$ $\beta\in\mathbb{R}$

أ- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) ، ثم بين أن (P) و (ABC) متعامدان .

ب- أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (ABC) .

3as.ency-education.com

3) لتكن $D(3;1;1)$ نقطة من الفضاء

- عين d_1 بعد النقطة D عن المستوي (P) و d_2 بعد النقطة D عن المستوي (ABC) .
- استنتج d_3 بعد النقطة D عن المستقيم (Δ) .

4) نعتبر الدائرة (C) المعرفة كما يلي : $\begin{cases} z=0 \\ x^2+y^2-2x-4y+1=0 \end{cases}$

- عين المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي تحوي الدائرة (C) و مركزها Ω ينتمي إلى المستوي (P).

التمرين الرابع : (07 نقاط)

أ. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x-(1+x^2)e^{-x+1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$

جـ- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

2. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) ثم ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

3. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $1.8<\alpha<1.9$

4. أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنجني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

5. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

6. احسب $f(0), f(3)$ ثم ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

7. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

ii. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x+1}dx$

1. أ- بين أن الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $G(x)=-(x+1)e^{-x+1}$ هي الدالة الأصلية للدالة $x\to xe^{-x+1}$

ب- احسب I_1

2. أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $I_{n+1}=-1+(x+1)I_n$ لكل عدد طبيعي غير معدوم n .

ب- احسب I_2

3. احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معادلتيهما $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الثاني

أستاذ المادة يتمنى لكم النجاح في شهادة البكالوريا

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية المسيلة

ثانوية الشهيد مرزوك دحمان - سيدي عامر- — إمتحان بكالوريا التعليم الثانوي - التجريبي-

الشعبة : تقني رياضي رياضيات — دورة : ماي 2018

إختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (05 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(3;0;-2)$ و $B(3;3;1)$ والمستقيمين (Δ) الذي يشمل A و $\vec{u}(3;1;-1)$ شعاع توجيه له و (d) الذي يشمل B و $\vec{v}(0;2;2)$ شعاع توجيه له.

1/ تحقق ان المستقيم (Δ) هو تقاطع المستويين : $(P_1): x-2y+z-1=0$ و $(P_2): x-y+2z+1=0$.

2/ نعتبر المجموعة (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء متساوية المسافة عن المستويين (P_1) و (P_2).

أ) بين ان النقطة $I(3;\alpha+2;\alpha)$ تنتمي إلى المجموعة (Γ) حيث α وسيط حقيقي.

ب) بين ان مجموعة النقط I ، لما تمسح α مجموعة الاعداد الحقيقية، هي المستقيم (d) .

ج) جد نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (d) وبين أن النقطة A هي المسقط العمودي للنقطة B على (Δ) .

د) أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها النقطة B وتمس المستويين (P_1) و (P_2) في النقطتين C و D على الترتيب.

3/ أ) بين أن المجموعة (Γ) هي إتحاد مستويين (Q_1) و (Q_2) يطلب تعيين معادلة ديكارتية لكل منهما (حيث (Q_1) المستوي الذي يشمل المستقيم (d)) .

ب) تحقق أن المستويين (Q_1) و (Q_2) متعامدان .

ج) نسمي d_1 المسافة بين النقطة C والمستوي (Q_1) ، d_2 المسافة بين النقطة C والمستوي (Q_2).

• بين أن : $d_1=\frac{\sqrt{22}}{4}$ و $d_2=\frac{11\sqrt{2}}{4}$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية غير المعدومة $\mathbb{N}^*$ بـ:

$$\begin{cases} u_1=e^2 \\ u_{n+1}=e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n} \end{cases}$$

1/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n>\frac{1}{e}$.

2/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\frac{u_{n+1}}{u_n}<1$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3/ استنتج أن (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

4/ نعتبر من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_n=\frac{1}{2}+\ln\sqrt{u_n}$.

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ency-education.com/exams

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n واستنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n : $S_n = \frac{1}{1+\ln u_1} + \frac{1}{1+\ln u_2} + \cdots + \frac{1}{1+\ln u_n}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) 1/ اكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $(\sqrt{3}-i)^2$.

2/ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z^2-2+2i\sqrt{3})(z^2-8\sqrt{3}z+64)=0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A = 4\sqrt{3}-4i$ ، $z_B = 4\sqrt{3}+4i$، $z_C = -\sqrt{3}+i$ و $z_D = 2i$.

1/ اكتب على الشكل الاسي العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB.

2/ ليكن G مرجح الجملة $\{(O;-1),(D;1),(B;1)\}$ • تحقق أن G موجودة وأحسب لاحقتها z_G.

• عين المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MO}\right\| = \left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MG}\right\|$.

3/ احسب العدد المركب $\frac{z_G-z_C}{z_D-z_C}$ ، ثم استنتج محول النقطة D الى النقطة G مع ذكر عناصره المميزة.

4/ عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد $\frac{z-z_G}{z-z_D}$ حقيقيا موجبا تماما.

5/ عين لاحقة النقطة F حتي يكون الرباعي ACGF معينا ثم أحسب مساحته .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x-(x^2+1)e^{-x+1}$.

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 1+(x-1)^2e^{-x+1}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2/ • بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

• حدد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ).

3/ بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.8<\alpha<1.9$.

4/ اكتب معادلة للمماس **(T)** للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

5/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f''(x) = -(x-1)(x-3)e^{-x+1}$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيينهما.

6/ أحسب $f(0)$ ثم ارسم المستقيمين **(T)** و (Δ) والمنحني (C_f) .

7/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x+m$.

II) 1/ نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x+1}dx$. • بين أن الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $G(x) = -(x+1)e^{-x+1}$ هي أصلية للدالة $x \longmapsto xe^{-x+1}$ وأحسب I_1

2/ باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $I_{n+1} = -1+(n+1)I_n$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n وأحسب I_2 ، استنتج مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=1$.

ency-education.com/exams

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (05 نقاط)

1/ نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلتين : $2081x - 2018y = 1.....(E)$ و $2081x - 2018y = 3.....(E')$

أ) بين ان العددان 2018 و 2081 أوليان فيما بينهما .

ب) باستعمال خوارزمية إقليدس عين حلا خاصا للمعادلة (E) ثم استنتج حلا خاصا للمعادلة (E') .

ج) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E') .

2/ نرمز ب d الى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y .

أ) ماهي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب) عين حلول المعادلة (E') حتي يكون $d = 3$.

3/ A و B عددان طبيعيان يكتبان على الترتيب في النظام الذي أساسه 5 على الشكل : $\overline{\alpha\beta0\alpha\alpha}^5$ ، $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\beta}^5$

أ) بين أنه إذا كان : $B - A = 63$ فإن : $19\alpha + 6\beta = 63.....(*)$.

ب) بين انه توجد ثنائية وحيدة $(\alpha;\beta)$ من $\mathbb{N}^2$ تحقق المعادلة (*) ثم استنتج كتابة A و B في النظام العشري

التمرين الثاني: (05 نقاط)

$P(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z المعرف كمايلي : $P(z) = z^3 + (2-\sqrt{3})z^2 + (3-2\sqrt{3})z + 6$.

1/ أ) احسب $P(-2)$ ثم عين العددان α و β حتى يكون : $P(z) = (z+2)(z^2+\alpha z+\beta).....(*)$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 0$ (نرمز لحلي المعادلة (*) ب z_1 و z_2 حيث $Im(z_1) > 0$) .

2/ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المركب $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C ذات اللواحق على الترتيب $z_A = \frac{2}{\sqrt{3}}z_1$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = -2$.

أ) اكتب كلا من الأعداد z_A، z_B و z_C .على الشكل الأسي ، ثم استنتج ان النقط A، B و C تنتمي الى دائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتي يكون العدد $(\frac{z_A}{z_B})^n$ حقيقي.

ج) عين ثم أنشئ المجموعة (Δ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $\bar{z} = ke^{-i\frac{2\pi}{3}}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}$

3/ أ) عين الشكل الأسي للعدد : $L = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$.

ب) استنتج طبيعة التحويل r الذي يحول B إلى A ثم عين عناصره المميزة وكتابته المركبة.

ج) حدد مع التعليل طبيعة المثلث ABC.

د) عين قيم العدد الطبيعي n' حتي يكون العدد $L^{2018n'}$ تخيلي.

ه) عين اللاحقة z_D للنقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

و) استنتج أن النقطتين B و D تنتميان إلى حامل (Δ) .

4/ ليكن h التحاكي الذي مركزه A ونسبته 2 .

أ) عين الكتابة المركبة ل h.

ب) استنتج صورة لكل من من المستقيم (BD) والدائرة (C) بالتحاكي h.

ج) عين الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل $h \circ r$ (يطلب تعيين الكتابة المركبة) .

ency-education.com/exams

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات منها 05 كريات حمراء تحمل الارقام 2- ، 1- ، 0 ، 1 ، 2 ، و3 كريات خضراء تحمل الارقام 1- ، 0 ، 1 ، وكريتان سوداوان تحملان على الترتيب الرقمين 1- ، 0 .

1/ نسحب عشوائيا وفي آن واحد ، كريتين من هذا الكيس ، نفترض أن كل الكريات لها نفس احتمال السحب.

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة ممكنة بالعدد الحقيقي $\ln|x-y|$ حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X.

ب) أكتب قانون احتمال X و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

2/ نعيد كل الكريات المسحوبة إلى الكيس ونسحب منه كريتين على التوالى دون إرجاع .

أ) احسب عدد الحالات الممكنة للسحب.

ب) احسب $P(A)$ و $P(B)$ ، حيث الحدثان A و B معرفان كما يلي :

A : " الكريتان المسحوبتان لونيهما مختلفان".

B : "الكريتان المسحوبتان تحمل كل منهما عددا موجبا تماما" .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I) نعتبر الدالتين g و h والمعرفتين على $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=x-1-\ln x$ و $h(x)=x+(x-2)\ln x$.

1/ أ) أحسب $g'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة g.

ب) استنتج أن : $g(x)\geqslant 0$ من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$.

ج) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $h(x)=1+g(x)+(x-1)\ln x$.

د) بين أن من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإن : $h(x)>0$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+x\ln x-(\ln x)^2$.

و ليكن (C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و بين أن : $\lim\limits_{\substack{>\\ x\to 0}} f(x)=+\infty$ ، ثم فسر النتيجة الاولى هندسيا .

2/ أ) بين أن من أجل كل x من $]0;+\infty[$: بـ: $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]0,4;0,5[$.

3/ أ) أكتب معادلة (Δ) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

ب) تحقق أن من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f(x)-x=(\ln x-1)g(x)$.

ج) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ).

4/ ارسم (C_f) والمستقيم (Δ).

III) (U_n) المتتالية المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n ب : $U_0=\sqrt{e}$ و $U_{n+1}=f(U_n)$.

أ) برهن بالتراجع أنه اجل كل عدد طبيعي n : $1\leq U_n\leq e$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم برر تقاربها و عين نهايتها.

تمنياتنا لكم بالنجاح في بكالوريا 2018-

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية ميلة

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي) — مقاطعات ميلة 1 -2 -3

الشعبة : رياضيات — دورة : ماي 2018

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول : (04 ن)

- أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي:

1) إذا كان a, b عددان طبيعيان غير معدومين أوليين فيما بينهما فإن : $PGCD(a+b, ab)=1$.

2) رقم آحاد العدد $(1439)^{2018}$ يساوي الواحد .

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

3) لتكن النقط $A(1;1;2)$ ، $B(1;1;-2)$ و $C(0;1;0)$. المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $2x-y+1=0$

4) (P) مستوي معادلته الديكارتية $x+y+z-3=0$. ولتكن النقطتان $C(3;-2;2)$ و $D(6;1;5)$

المستقيم (CD) عمودي على المستوي (P) في النقطة C .

5) شعاع توجيه للمستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=1-\ln t \\ y=-\ln\left(\frac{e}{t}\right) \\ z=-1+\ln\left(e^2 t\right) \end{cases}$ $(t\in]0,+\infty[)$ هو $\vec{U}(-1;-1;1)$

التمرين الثاني : (04.5 ن)

يحتوي صندوق على 14 كرة متجانسة و مرقمة من1 الى 14.

نسحب بطريقة عشوائية و في آن واحد ثلاث كرات.

1) احسب احتمال الحوادث الآتية :

E_1 " الأرقام التي تحملها الكرات من مضاعفات 4 "

E_2 " كرتين على الأكثر تحمل رقما يقبل القسمة على 4"

E_3 " الكرات تحمل أعدادا يمكن تشكيل بها متتالية حسابية أساسها 4 "

3as.ency-education.com

2) نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات التي أرقامها تقبل القسمة على 4 .

- عين قانون الاحتمال لهذا المتغير ثم أحسب أمله الرياضي.

3) A و B حادثتان من فضاء احتمالي حيث : $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

أ- اثبت أن $P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})\times P(B)$ حيث $\overline{A}$ ترمز للحادثة العكسية لـ A

- استنتج أن $P(\overline{A}\cap \overline{B})=P(\overline{A})\times P(\overline{B})$ حيث $\overline{B}$ ترمز للحادثة العكسية لـ B

- نضع $P(A)=a$ و $P(B)=b$. أحسب $P(\overline{A}\cap \overline{B})$ بدلالة a و b

ب- نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ $f(x)=e^{-x}+x-1$

- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $1-x\le e^{-x}$.

ج - بفرض أن $a+b=\frac{1}{2}$. أثبت أن $\frac{1}{2}\le P(\overline{A}\cap \overline{B})\le \frac{1}{\sqrt{e}}$

التمرين الثالث (05 ن)

نعتبر العدد المركب a حيث $a=1-3i$ ولتكن المعادلة :

$z^3+2\alpha z^2+14z-2\beta=0 \ .....(E)$ حيث α , β عددين حقيقيين .

أ- إذا كان a حل للمعادلة (E) بين أن $\overline{a}$ حل لها ، ثم أوجد العددين الحقيقيين α , β .

ب- بوضع $\beta=10$, $\alpha=-2$ عين حلول المعادلة (E) .

في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A , B , C لواحقها على الترتيب :

$$a=1-3i \ , \ b=1+i \ , \ c=\text{Im}(b^2)$$

1) أ- عين d لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{-\pi}{2}$.

ب- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $z+e^{\frac{\pi}{2}i}=\sqrt{5}e^{i\theta}$ لما θ يمسح IR .

2) أ- برر وجود تشابه مباشر S يحول C إلى D و O نقطة صامدة بواسطة S .عين عناصره المميزة .

ب- عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة A بالتحويل S .

ج- E نقطة من المستوي لاحقتها $z_E=-2$. عين $z_{E'}$ لاحقة E' صورة النقطة E بالتحويل S .

د- ماذا تستنتج بالنسبة للمثلثين $DE'A'$ و CEA .

3) عين (Γ') مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\arg\left[(z-z_E)^2\right]=\arg\left(z_B{}^{2018}\right)+\arg\left(z_E{}^{29}\right)$

3as.ency-education.com

التمرين الرابع : (06.5 ن)

g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}$

1. احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
2. احسب $g'(x)$ ثم حدد اتجاه تغير الدالة g .
3. استنتج إشارة $g(x)$ و ذلك حسب قيم x .

I. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ $\begin{cases} f(x)=x^2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) & :x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1) أ- اثبت أن f دالة مستمرة على يمين 0 .

ب- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f وذلك على يمين 0 . فسر هندسيا النتيجة المحصل عليها .

2) اثبت أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. (يمكن وضع $t=\frac{1}{x}$)

3) احسب $f'(x)$ من أجل $x>0$. شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) برهن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=-\frac{1}{2}$. فسر النتيجة هندسيا ثم ارسم (C_f) .

II. n عدد طبيعي غير معدوم . ولتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ $u_n=\int_1^n x^2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)dx$.

أ- باستعمال التكامل بالتجزئة أوجد عبارة u_n بدلالة n . (لاحظ أن: $\frac{x^2}{x+1}=x-1+\frac{1}{x+1}$)

ب- اعط تفسيرا هندسيا للحد u_{2018} .

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني:

التمرين الأول : (04.5 ن)

1) أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .

ب- استنتج باقي قسمة العدد $3+2018^{2021^{1439}}$ على 7 .

ج- عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $2^{2n}-2^{6n}+2^n \equiv 5[7]$

2) أ- عين $PGCD(828;144;2340)$.

ب- نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية $\mathbb{Z}$ المعادلة $828x-2340y=\alpha.....(E)$ (α عدد صحيح نسبي).

- عين مجموعة قيم α حتى تقبل المعادلة حلولا في المجموعة $\mathbb{Z}^2$.

- بوضع $\alpha=144$. عين مجموعة الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) .

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{ab0ab}$ في نظام تعداد أساسه 5 ، و يكتب $\overline{ba200}$ في نظام تعداد أساسه 6.

- عين الأعداد الطبيعية a , b ثم اكتب العدد N في النظام العشري .

4) أ- حلل العدد 2018 إلى جداء عوامل أولية .

ب- عين الثنائيات الطبيعية (x,y) بحيث :
$$\begin{cases} m+d=2018 \\ d>2 \\ d=PGCD(x,y) \quad و \quad m=PPCM(x,y) \end{cases}$$

التمرين الثاني : (04 ن)

يحتوي صندوق U_1 على 6 كرات مرقمة بـ $0;1;1;2;2;2$ (كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس)

نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_1

I. أ- احسب عدد الحالات الممكنة للسحب .

ب- نعتبر الحوادث التالية: A " الكرتان تحملان نفس الرقم"

B " كرة واحدة تحمل رقما فرديا على الأكثر"

C " الكرتان تحملان رقمين يمكن تشكيل بهما عددا مكتوبا في النظام الثنائي "

- أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(C)$

3as.ency-education.com

- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لكرتين من الصندوق U_1 جداء الرقمين المسجلين .

- عرف قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضياتي .

II. نعتبر صندوق آخر U_2 يحتوي على 9 كرات منها 3 حمراء ، 4 بيضاء وكرتان خضراوان .
نسحب في آن واحد n كرة من U_2 حيث n هو مجموع أرقام الكرتين المسحوبتين من U_1

- احسب احتمال الحادثة A_1 حيث :
A_1 " سحب ثلاث كرات تحمل كل ألوان العلم الوطني "

التمرين الثالث (05 ن)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط D,C,B,A و H ذات اللواحق على الترتيب $z_A=a$ ، $z_B=1+\frac{a-1}{a}i$ ، $z_C=ia$ ،

$z_D=-\frac{1}{a}i$ ، $z_H=z_D+1$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما و يختلف عن 1 .

1. أ) تحقق أن $z_B-z_D=\overline{z_D}(z_A-z_C)$

ب) استنتج أن المستقيمين (AC) و (BD) متعامدان .

2. أ) عين الكتابة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول A إلى B و يحول C إلى D.

ب) حدد z_ω لاحقة المركز ω للتحويل S ، ثم عين العناصر المميزة لهذا التحويل .

ج) بين أن المثلثين OAC و BHD متشابهان ، ثم جد علاقة بين مساحتيهما .

3. نعتبر (M_n) متتالية نقط من المستوي حيث M_0 تمثل النقطة A ومن أجل كل عدد طبيعي n : $M_{n+1}=S(M_n)$

باعتبار z_n لاحقة النقطة M_n و بوضع $u_n=|z_n-z_\omega|$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ) بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) عين قيم العدد a حتى تكون (u_n) متقاربة .

ج) نرمز بـ I_n إلى مجموع أطوال القطع المستقيمة $[A\omega]$ ، $[M_1\omega]$ ، $[M_2\omega]$ ،..... ، $[M_n\omega]$ ، $[M_{n+1}\omega]$

- احسب المجموع I_n بدلالة n .

4- نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق $z=a(1+e^{i\theta})$ حيث $\theta\in IR$

- عين مجموعة النقط (Γ) لما يمسح θ المجموعة IR .

3as.ency-education.com

التمرين الرابع : (06.5 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $IR-\{0\}$ بـ $f(x)=x+\ln|e^x-1|$

نرمز بـ (C_f) للتمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x فإن : $f'(x)=\dfrac{2e^x-1}{e^x-1}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) أ- اثبت أن (C_f) يقبل (Δ) مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$ يطلب كتابة معادلة ديكارتية له .

ب- بين أنه من أجل كل x من $]0,+\infty[$ يكون $f(x)=2x+\ln\left(1-\dfrac{1}{e^x}\right)$

ج- استنتج أن (C_f) يقبل (Δ') مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ يطلب كتابة معادلة ديكارتية له .

د - حدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

هـ - عين معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $\ln 2$.

3) أ- برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق : $0,4<\alpha<0.5$ ثم استنتج إشارة $f(x)$.

ب- برهن أن العدد α يحقق $e^{2\alpha}-e^{\alpha}-1=0$ ثم أرسم كلا من (Δ) ، (Δ') و (C_f) .

ج - m وسيط حقيقي. ناقش حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=|m|x$

انتهى الموضوع الثاني

3as.ency-education.com