

إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (06 نقاط)

فيما يلي إختار الجواب أول الأجوبة الصحيحة مع التعليل في كل مرة :

- (1) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; 2\pi]$ كما يلي : $f(x) = e^{-x} \cdot \sin x$ ، وليكن (C_f) منحناها البياني في م.م.م.م.م $(O, \vec{i}, \vec{j})$
 - ❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 2\pi]$ تكون : $f'(x) = e^{-x}(\sin x + \cos x)$.
 - ❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 2\pi]$ تكون : $f'(x) = \sqrt{2}e^{-x} \cdot \cos x(x + \frac{\pi}{4})$.
 - ❖ المماس للمنحني (C_f) عند المبدأ معادلته هي : $y = x$.
 - ❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 2\pi]$ يكون : المنحني (C_f) يقع بين المنحنيين (C_g) و (C_h) حيث : $g(x) = e^{-x}$ و $h(x) = -e^{-x}$.
 - ❖ المنحنيان (C_f) و (C_g) لهما نقطة مشتركة وحيدة فاصلتها هي : π .
- (2) نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1} - \ln(x^2 + 1)$ ، (C_k) منحناها البياني في م.م.م.م.م $(O, \vec{i}, \vec{j})$
 - ❖ المبدأ O هو مركز التناظر للمنحني (C_k) .
 - ❖ $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = +\infty$.
 - ❖ من أجل كل عدد حقيقي x تكون : $k'(x) = \frac{2x(1-x)(1+x)}{(x^2 + 1)^2}$.
 - ❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 1]$ ، تكون : $k(x) > 0$.
 - ❖ المعادلة : $k(x) = 1$ لا تقبل حلاً على المجال $[0; 1]$.

التمرين الثاني : (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{1}{4}(x+1)e^{-x}$.

وليكن (C) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
الجزء الأول :

- (أ) أحسب كلاً من : $f'(x)$ و $f''(x)$.
- (ب) إستنتج تغيرات الدالة f .
- (ج) بين أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α ، حيث : $-1,3 < \alpha < -1,2$.
- (د) إستنتج إشارة $f'(x)$ و تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيرات هذه الأخيرة .

- (2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.
 ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
 (3) أنشئ كلاً من (Δ) و (C) .
 الجزء الثاني :

نعرف على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ ، المتتالية (u_n) كالآتي : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

- (1) أ) باستعمال المنحنى (C) و المستقيم (Δ) عين على محور الفواصل : u_2 ، u_1 ، u_0 .
 ب) أعط تخميناً حول إتجاه و تقارب المتتالية (u_n) .
 (2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n تكون : $-1 < u_n < 0$.
 ب) برهن أن المتتالية (u_n) متناقصة ، ثم استنتج أن لها نهاية l لا يطلب حسابها .
 (3) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n تكون : $0 < u_{n+1} + 1 < \frac{3}{4}(u_n + 1)$.
 ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n تكون : $0 < u_n + 1 < (\frac{3}{4})^n$. ماهي إذن نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث : (06 نقاط)

- (I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = \frac{e^x}{1+2e^x} - \ln(1+2e^x)$.
 (1) أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.
 (2) أدرس إتجاه تغير g و شكل جدول تغيراتها ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
 (II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{-2x} \cdot \ln(1+e^{2x})$.
 (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x تكون : $f'(x) = 2e^{-2x} \times g(x)$.
 (2) بوضع : $X = 1 + 2e^x$ ، بين أن : $f(x) = \frac{4X}{(X-1)^2} \times \frac{\ln X}{X}$. إستنتج عندئذٍ نهاية الدالة f عند $+\infty$.
 (3) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ، (يمكن وضع : $h = 2e^x$) .
 (4) شكل جدول تغيرات الدالة f .
 (5) ليكن (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
 ❖ $(1cm)$ هي الوحدة على محور الترتيب ، $(4cm)$ هي الوحدة على محور الفواصل .
 أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
 ب) أنشئ (T) و المنحنى (C_f) .

بالتوفيق للجميع الأستاذ : **ب.ع**

التمرين الأول (4 نقاط) :

I- لتكن المتتالية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة التراجعية التالية

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 2n^2 - n \end{cases}$$

احسب الحدود u_1 ; u_2 ; u_3

II- نعتبر المتتاليتين (v_n) و (w_n) المعرفتان كمايلي $v_n = u_n + 2n^2 + 3n + 5$ و $w_n = \ln(v_n)$

1- برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0

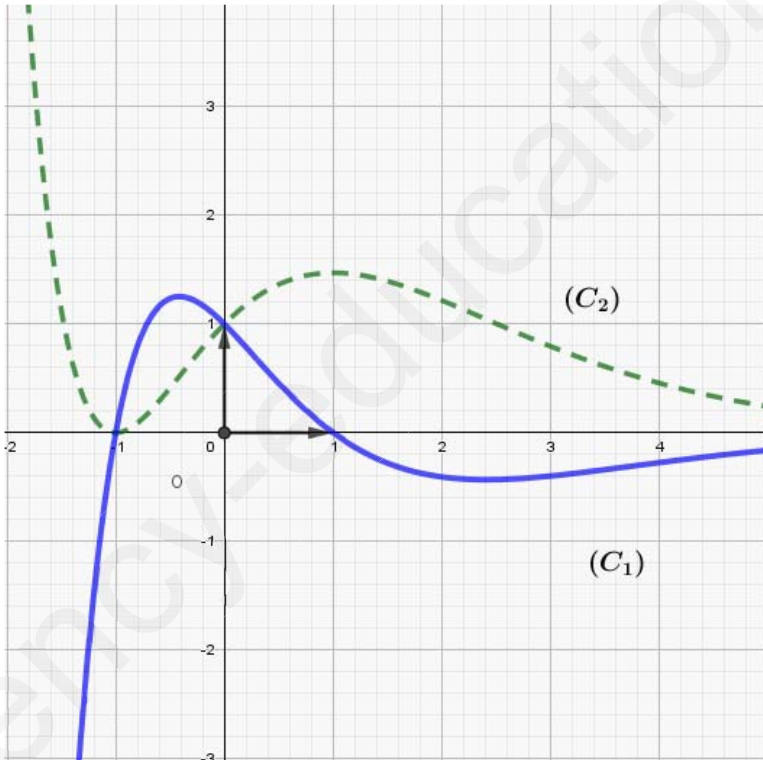
2- أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

3- بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول ثم أكتب عبارة حدها العام .

4- أحسب المجموعين $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ و $S'_n = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_n$ ثم استنتج الجداء $P_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n$

التمرين الثاني (06 نقاط) :

I- الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ تمثيلها البياني (C_f) وتمثيل دالتها المشتقة f' المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$



(1) أرفق كل من الدالتين f و f' تمثيلها البياني .

(2) عين من البيان النهايات التالية $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ و

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

(3) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة

ذات الفاصلة 0 .

II- اذا علمت أن عبارة الدالة f هي من الشكل

$$f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$$

(1) عين الأعداد الحقيقية a ; b ; c

(2) لتكن الدالة g المعرفة بـ $g(x) = e^{-f(x)}$ و (C_g)

تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ثم فسر

النتائج بيانيا .

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

ج- أرسم (C_g) (نضع $g(1) \approx 0,23$) .

-I نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1; +\infty[$ بالعلاقة التالية $f(x) = -\frac{2x}{x+1} + \ln(x+1)$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- (1) أحسب نهاياتي الدالة f عند -1 ; $+\infty$
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
- (3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين إحداها معدوم و الآخر α حيث $3,9 < \alpha < 4$
- (4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0
- (5) أنشئ (T) و (C_f)

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = -x + m$

-II لتكن الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $k(x) = e^{-x} \cdot \ln(1 + e^{2x})$ و (C_k) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

- (1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = 0$
- (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $k'(x) = -e^{-x} \cdot f(e^{2x})$
- (3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $k'(x) = 0$
- (4) ادرس اتجاه تغير الدالة k
- (5) بين أن $k(\ln(\sqrt{\alpha})) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$
- (6) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $k(x) = \frac{2x}{e^x} + \frac{\ln(1 + e^{-2x})}{e^x}$ ثم أستنتج النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x)$

بالتوفيق للجميع - الأستاذ : جواليل أحمد

اختر الجواب الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات التالية مع التبرير :

الجواب الثالث	الجواب الثاني	الجواب الأول	
1440	0	1	$\ln\left((2-\sqrt{3})^{1440}\right) + \ln\left((2+\sqrt{3})^{1440}\right)$ يساوي
$S = \{-41\}$	$S = \left\{-\frac{23}{3}\right\}$	$S = \{41\}$	حل المعادلة $\sqrt[3]{2-3x} = 5$ في $\mathbb{R}$ هو
دالتها المشتقة هي f' حيث $f'(x) = \left(\frac{1}{5x^2}\right) \cdot e^{\frac{\ln 5}{x}}$	دالتها المشتقة هي f' حيث $f'(x) = \left(\frac{\ln 5}{x^2}\right) \cdot 5^{\frac{1}{x}}$	دالتها المشتقة هي f' حيث $f'(x) = \left(\frac{-\ln 5}{x^2}\right) \cdot 5^{\frac{1}{x}}$	f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ $f(x) = 5^{\frac{1}{x}}$
هي الدوال: $x \mapsto Ce^{5x} - 7$ حيث C ثابت	هي الدوال $x \mapsto Ce^{-5x} + 7$ حيث C ثابت	هي الدوال: $x \mapsto Ce^{5x} + 7$ حيث C ثابت	حل المعادلة التفاضلية التالية: $y' + 5y = 35$

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) الهندسية حدودها موجبة حيث : $\ln(u_2) - \ln(u_4) = 2$ و $\ln(u_1) + \ln(u_5) = -10$

(1) بين أن أساس المتتالية (u_n) هو $q = \frac{1}{e}$ ثم عين حدها الأول u_0 .

(2) احسب u_n بدلالة n .

(3) احسب المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

(4) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \ln u_n + \ln u_{n+1}$

أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- احسب المجموع T_n حيث : $T_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

التمرين الثاني (05 نقاط) :

I- الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ وتمثيلها البياني (C_f) وتمثيل دالتها المشتقة $(C_{f'})$ في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(المرسوم تحت التمرين)

(1) أرفق كل من الدالتين f و f' بتمثيلها البياني .

(2) عين من البيان النهايات التالية $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$

(3) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .



II- اذا علمت أن عبارة الدالة f هي من الشكل

$$f(x) = 2 + (ax^2 + bx + c)e^{-x}$$

(1) عين الأعداد الحقيقية a ; b ; c

(2) لتكن الدالة g المعرفة بـ

$$g(x) = \ln(f(x)) \text{ و } (C_g) \text{ تمثيلها}$$

البياني في معلم متعامد ومتجانس

أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا .

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

التمرين الثالث (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة : $f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- عين العددين الحقيقيين a, b بحيث من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$

2- ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب : $y = x$ و $y = x + \frac{4}{3}$ بين ان (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f)

ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما .

4- بين ان المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $0,9 < \alpha < 0,91$ و $-1,65 < \beta < -1,66$

5- احسب من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x) + f(-x)$. فسر النتيجة هندسيا .

6- ارسم (D) و (D') و (C_f) .

7- m عدد حقيقي ، (Δ_m) المستقيم المعروف بالمعادلة : $y = x + m$ ناقش بيانيا حسب قيم m عند حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

8- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = [f(x)]^2$ ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x

بالتوفيق للجميع - الأستاذ جواليل أحمد

" اننا نخاف فقط ما نجهله و لا يوجد ما يخيفنا على الاطلاق بعد ما نفهمه "

السنة الدراسية: (2018/2019)
المدة: ساعتان

ثانوية شهداء أحداث براق 1956
المستوى: الثالثة هندسة كهربائية



الاختبار الاول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

I لكل سؤال ثلاث إجابات, واحدة منها صحيحة, المطلوب تحديد الاجابة الصحيحة مع التبرير:

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[\ln(x)]^2}{x} + 2$ (يمكن وضع $t = \sqrt{x}$ هي:)
أ/ 2 ب/ 0 ج/ $+\infty$

(2) حلول المعادلة: $2[\ln(x)]^2 - 5\ln(x) + 2 = 0$ هي:

أ/ $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$ ب/ $\begin{cases} x_1 = e^2 \\ x_2 = \sqrt{e} \end{cases}$ ج/ $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

(3) $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: من أجل كل عدد حقيقي x :

أ/ $f(x) = x + 1 + \frac{2}{e^x + 1}$ ب/ $f(x) = x + 1 + \frac{2}{e^x + 1}$ ج/ $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$

(4) f و g دالتان معرفتان على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{x}{x+1} \ln(x)$ و $g(x) = \ln(x)$ نضع
 $h(x) = f(x) - g(x)$

الوضعية النسبية لدالة h على $]0; +\infty[$ هي:

أ/ (C_f) فوق (C_g) على $]0; +\infty[$ ب/ (C_f) فوق (C_g) على $[1; +\infty[$

ج/ (C_f) تحت (C_g) على $[1; +\infty[$

(5) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $2y' + 4y = 8$ و $f(1) = 3$ هو:

أ/ $f(x) = e^{2x} + 2$ ب/ $f(x) = e^{-2x+2} + 2$ ج/ $f(x) = e^{-2x} + 3$

(6) نعتبر g دالة معرفة على المجال $]-2; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = |x+1| + \frac{2}{x+2} |\ln(x+2)|$

فإن $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1}$ (يمكن وضع $t = x+1$, $x+2 = x+1+1$, $t = x+1$)
 $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(t+1)}{t}$

أتمت الورقة

ج/ $+\infty$ ب/ -3 أ/ 3

(2) دالة عددية معرفة بجدول تغيراتها التالي :

x	0	1	$+\infty$
U(x)	ln2	$-\infty$	$+\infty$

أ/ استنتج جدول تغيرات f حيث $f(x) = e^{u(x)}$ مع الشرح المفصل .**التمرين الثاني:**لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ يرمز ب (C_f) الى تمثيلها البياني في معلم متعامدو متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)(1) أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا.ب/ احسب $f'(x)$ وادرس اشارته ثم شكل جدول تغيرات f .(2) أ/ x عدد حقيقي كيفي من $\mathbb{R}$: احسب $f(-x) + f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.ب/ بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها.(3) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = f(x) - x$.أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.ب/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x) = \frac{-(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$.ج/ ادرس إشارة $g'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات g .د/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[2, 8]$ ثم إشارة $g(x)$.(4) عين إحداثيات نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم انشئ (C_f) .(5) نعتبر h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(x) = \frac{3e^{|x|} - 1}{e^{|x|} + 1}$.أ/ أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.ب/ باعتبار (C_h) التمثيل البياني للدالة h : استنتج كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه.

التمرين الاول : (08 ن)

g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 0[$ بـ : $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}} - \frac{1}{2}$

(C_g) : التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ $\|\vec{i}\| = 2 \text{ cm}$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$ ، ثم استنتج أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty; 0[$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-3.2 < \alpha < -3.1$

4. أنشئ (C_g) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

5. حل و ناقش ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $g(x) = m$

التمرين الثاني : (12 ن)

I. f الدالة العددية المعرفة على المجال $]2; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{\ln(x-1) + x-1}{\ln(x-1)}$

(C_f) : التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]2; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. استنتج انه من اجل كل x من $]2; +\infty[$ فان : $f(x) \geq e+1$

4. أنشئ (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ على المجال $]2; 10[$

II. (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الاول $u_0 = e^2 + 1$ ومن اجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = f(u_n)$

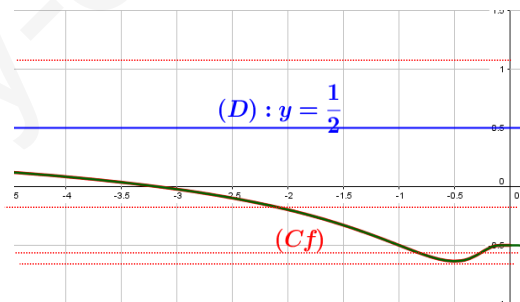
1. برهن بالتراجع انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان: $u_n \geq e+1$

2. أ) بين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان: $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(1 - \ln(u_n - 1))}{\ln(u_n - 1)}$

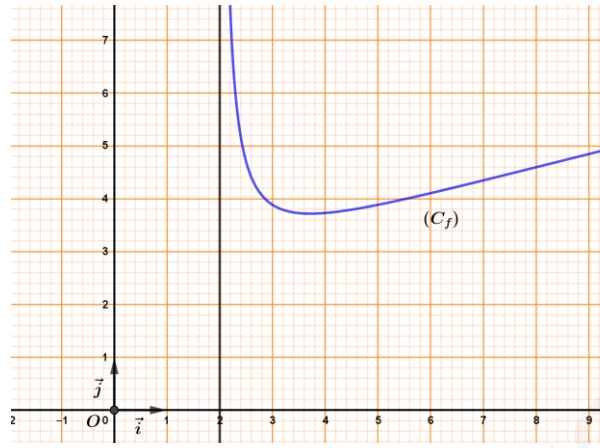
ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية العددية (u_n) .

ج) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

العلامة		الاجابة النموذجية	محاو الموضوع																									
المجموع	مجزة																											
08		التمرين الاول: 1. حساب النهايات واستنتاج أن (C_g) يقبل مستقيم مقارب (Δ) مع تعيين معادلة له: $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \frac{1}{2}$ لدينا: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ ومنه نستنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}$ مقارب أفقي لـ (C_f) عند $-\infty$ 2. دراسة اتجاه تغير الدالة g وتشكيل جدول تغيراتها: (ا) دراسة اتجاه تغير الدالة g • حساب $g'(x)$: $g'(x) = -\left(\frac{2x+1}{x}\right) \frac{e^x}{x^2}$ • دراسة إشارة $g'(x)$: لدينا إشارة $g'(x)$ من إشارة المقدار $2x+1$ على 0; $-\infty$ ومنه نجد: <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$-\frac{1}{2}$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> </table> (ب) تشكيل جدول تغيرات الدالة g <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$-\frac{1}{2}$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$-\frac{2+e^2}{2e^2}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td></td> </tr> </table> 3. تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α: لدينا الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[-3.2; -3.1]$ و $g(-3.2) \times g(-3.1) < 0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α، حيث $\alpha \in]-3.2; -3.1[$ 4. إنشاء (C_g) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$:	x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$	$g'(x)$	-	0	+	+	x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$	$g'(x)$	-	0	+	+	$g(x)$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{2+e^2}{2e^2}$	$\frac{1}{2}$		الدوال العديدية
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$																								
$g'(x)$	-	0	+	+																								
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$																								
$g'(x)$	-	0	+	+																								
$g(x)$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{2+e^2}{2e^2}$	$\frac{1}{2}$																									
	1.5																											
	2.5																											
	1.5																											
	1.5																											
		5. المناقشة البيانية، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة، $g(x) = m$:																										



1	فواصل نقاط تقاطع (C_g) مع المستقيم ذو المعادلة $y = m$ هي حلول للمعادلة $g(x) = m$ <table><tr><td>m</td><td>$m < -\frac{2+e^2}{2e^2}$</td><td>$m = -\frac{2+e^2}{2e^2}$</td><td>$-\frac{2+e^2}{2e^2} < m \leq -\frac{1}{2}$</td><td>$-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$</td><td>$m \geq \frac{1}{2}$</td></tr><tr><td>الناقضية البيان</td><td>لا يوجد حلول</td><td>يوجد حل مضاعف</td><td>لا يوجد حلول</td><td>يوجد حل مضاعف</td><td>يوجد لثلاث مضاعفات</td></tr></table>	m	$m < -\frac{2+e^2}{2e^2}$	$m = -\frac{2+e^2}{2e^2}$	$-\frac{2+e^2}{2e^2} < m \leq -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$	$m \geq \frac{1}{2}$	الناقضية البيان	لا يوجد حلول	يوجد حل مضاعف	لا يوجد حلول	يوجد حل مضاعف	يوجد لثلاث مضاعفات									
m	$m < -\frac{2+e^2}{2e^2}$	$m = -\frac{2+e^2}{2e^2}$	$-\frac{2+e^2}{2e^2} < m \leq -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$	$m \geq \frac{1}{2}$																	
الناقضية البيان	لا يوجد حلول	يوجد حل مضاعف	لا يوجد حلول	يوجد حل مضاعف	يوجد لثلاث مضاعفات																	
12	التمرين الثاني : I. 1. حساب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ 2. دراسة اتجاه تغير الدالة f على $]2; +\infty[$ ، مع تشكيل جدول تغيراتها: حساب $f'(x)$: الدالة f قابلة للاشتقاق على $]2; +\infty[$ و : $f'(x) = \frac{\ln(x-1)-1}{\ln(x-1)}$ دراسة إشارة $f'(x)$: لدينا إشارة $f'(x)$ من إشارة المقدار $\ln(x-1)-1$ على المجال $]2; +\infty[$ ومنه نجد : <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$e+1$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table> الدالة f متناقصة تماما على المجال $]2; e+1[$ ، الدالة f متزايدة تماما على المجال $[e+1; +\infty[$ • تشكيل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]2; +\infty[$ <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$e+1$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$e+1$</td><td>$+\infty$</td></tr></table> 3. استنتاج انه من اجل كل x من المجال $]2; +\infty[$ فان $f(x) \geq e+1$: من جدول تغيرات الدالة f نستنتج ان الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى قيمتها $f(e+1) = e+1$ على المجال $]2; +\infty[$ ومنه من اجل كل x من المجال $]2; +\infty[$ فان $f(x) \geq e+1$ 4. أنشئ (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ على المجال $]2; 10[$:	x	0	$e+1$	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	x	0	$e+1$	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$	$e+1$	$+\infty$	الدوال العديدية المتتاليات العديدية
x	0	$e+1$	$+\infty$																			
$f'(x)$	-	0	+																			
x	0	$e+1$	$+\infty$																			
$f'(x)$	-	0	+																			
$f(x)$	$+\infty$	$e+1$	$+\infty$																			



.II

2 1. برهان بالتراجع انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان $u_n \geq e+1$:

المرحلة الاولى : من اجل $n=0$ لدينا $u_0 = e^2 + 1 > 0$

المرحلة الثانية (الوراثية) : لنفرض انه من اجل كل عدد طبيعي k حيث $0 \leq k \leq n$ فان $u_k \geq e+1$

وبما ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $[e+1; +\infty[$ فان $f(u_k) \geq f(e+1) = e+1$

منه نجد ان : $u_{k+1} \geq e+1$

اي من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n \geq e+1$

1 2. (أ) تبين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان: $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(1 - \ln(u_n - 1))}{\ln(u_n - 1)}$:

1 (ب) استنتاج اتجاه تغير المتتالية العددية (u_n) :

لدينا من اجل كل n من $\mathbb{N}$ إشارة $u_{n+1} - u_n$ من إشارة المقدار $1 - \ln(u_n - 1)$ وبما ان $1 - \ln(u_n - 1) \leq 0$

فان $u_{n+1} - u_n \leq 0$ ومنه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ المتتالية العددية (u_n) متناقصة

2 (ج) استنتاج ان المتتالية (u_n) متقاربة، مع حساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$:

بما ان المتتالية (u_n) متناقصة ومحدودة من الاسفل فانها متقاربة أي : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$ ، $l \in \mathbb{R}$

حساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$:

لدينا : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$ ومنه فان : (1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = l$

ولنا : (2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(u_n - 1) + x - 1}{\ln(u_n - 1)} = \frac{\ln(l - 1) + l - 1}{\ln(l - 1)}$

بما ان النهاية ان وجدت فهي وحيدة ، اذن بمطابقة (1) مع (2) نجد ان : $(l - 1)(1 - \ln(l - 1)) = 0$

معناه ان : $(l = e + 1 \text{ او } l = 1)$

اذن : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e + 1$

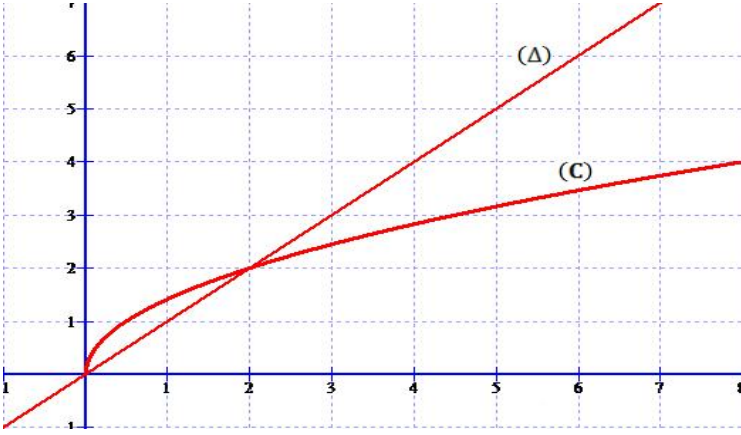
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي
ثانوية مفدي زكريا بالبياضة
يوم: 02 ديسمبر 2018
المدة: ساعتان

وزارة التربية الوطنية
امتحان الفصل الأول
المستوى: 3 رياضيات وتقتي رياضي
اختبار في مادة: الرياضيات

التمرين الاول: (08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$: $f(x) = \sqrt{2x}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب



إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$

وليكن (Δ) المستقيم الذي $y = x$ معادلة له

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 2e$

(e أساس اللوغاريتم النيبيري)

ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

1. اعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 مبرزا خطوط التمثيل.

ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

2. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 2$.

3. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة .

4. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كما يلي: من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln\left(\frac{u_n}{2}\right)$

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب إعطاء حددها الأول v_0 .

ب. عين عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

5. لتكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $w_n v_n = 1$

احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$.

التمرين الثاني: (12 نقطة)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = (x-1)(1-e^{-x})$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. أ. بين انه من اجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ فان : $f'(x) = 1 + (x-2)e^{-x}$ حيث : f' الدالة المشتقة للدالة f .

ب. ادرس اتجاه تغير الدالة f' ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج. بين ان المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.44 < \alpha < 0.45$ ثم استنتج حسب قيم x اشارة $f'(x)$

وشكل جدول تغيرات الدالة f .

3. بين ان $f(\alpha) = \alpha + \frac{1}{\alpha - 2}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

4. ا. أثبت أن المستقيم (D) ذا المعادلة: $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $(+\infty)$.
ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم (D) .

ب. بين انه يوجد مماس (Δ) للمنحني (C_f) يوازي المستقيم (D) يطلب كتابة معادلة له.

5. ارسم كلا من (Δ) و (D) ثم المنحني (C_f) .

6. لتكن الدالة العددية h المعرفة على المجال $]-\infty; 0]$ كما يلي : $h(x) = (x+1)(e^x - 1)$ و (C_h) تمثيلها البياني.

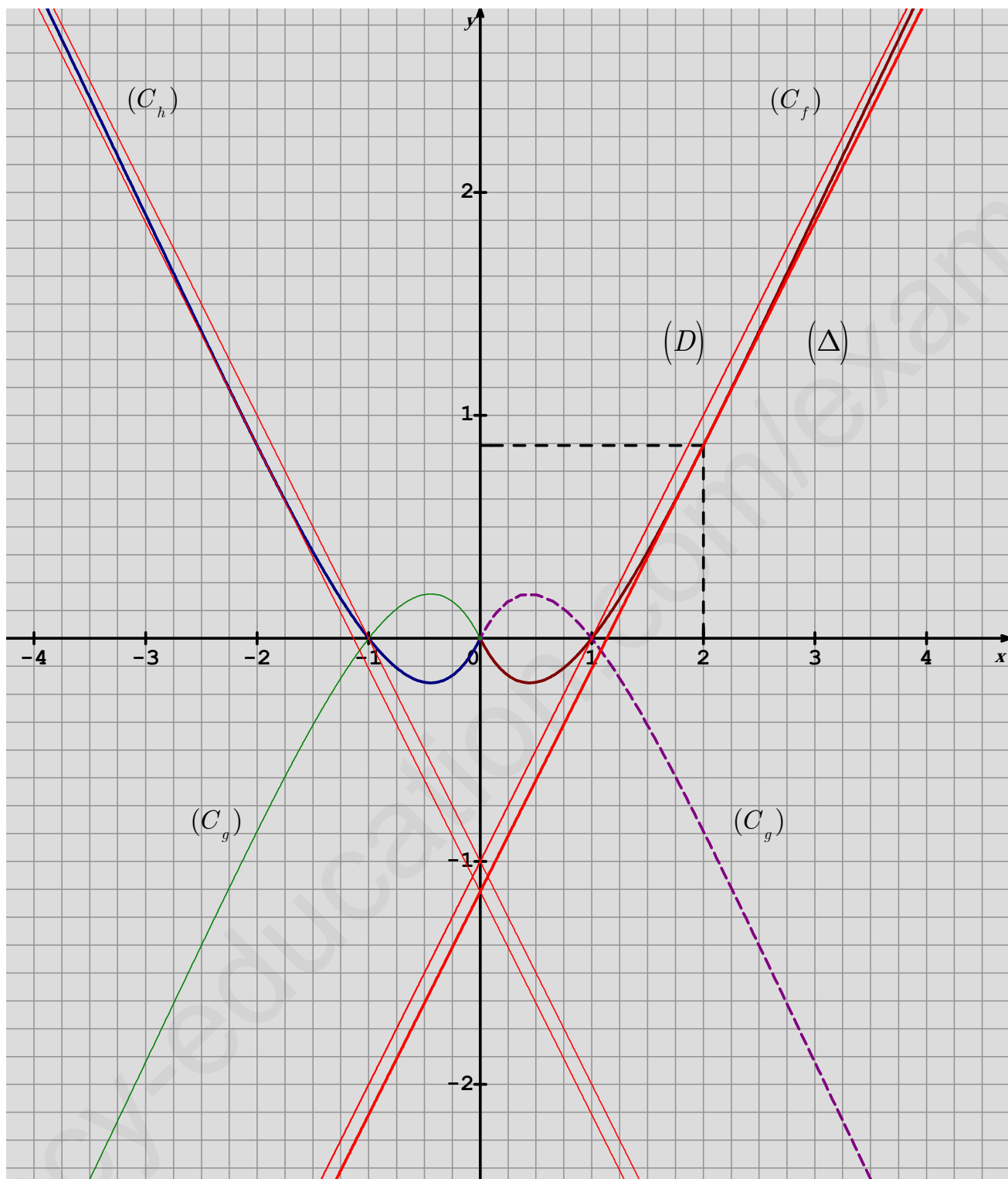
ا. اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_h) في نفس المعلم السابق.

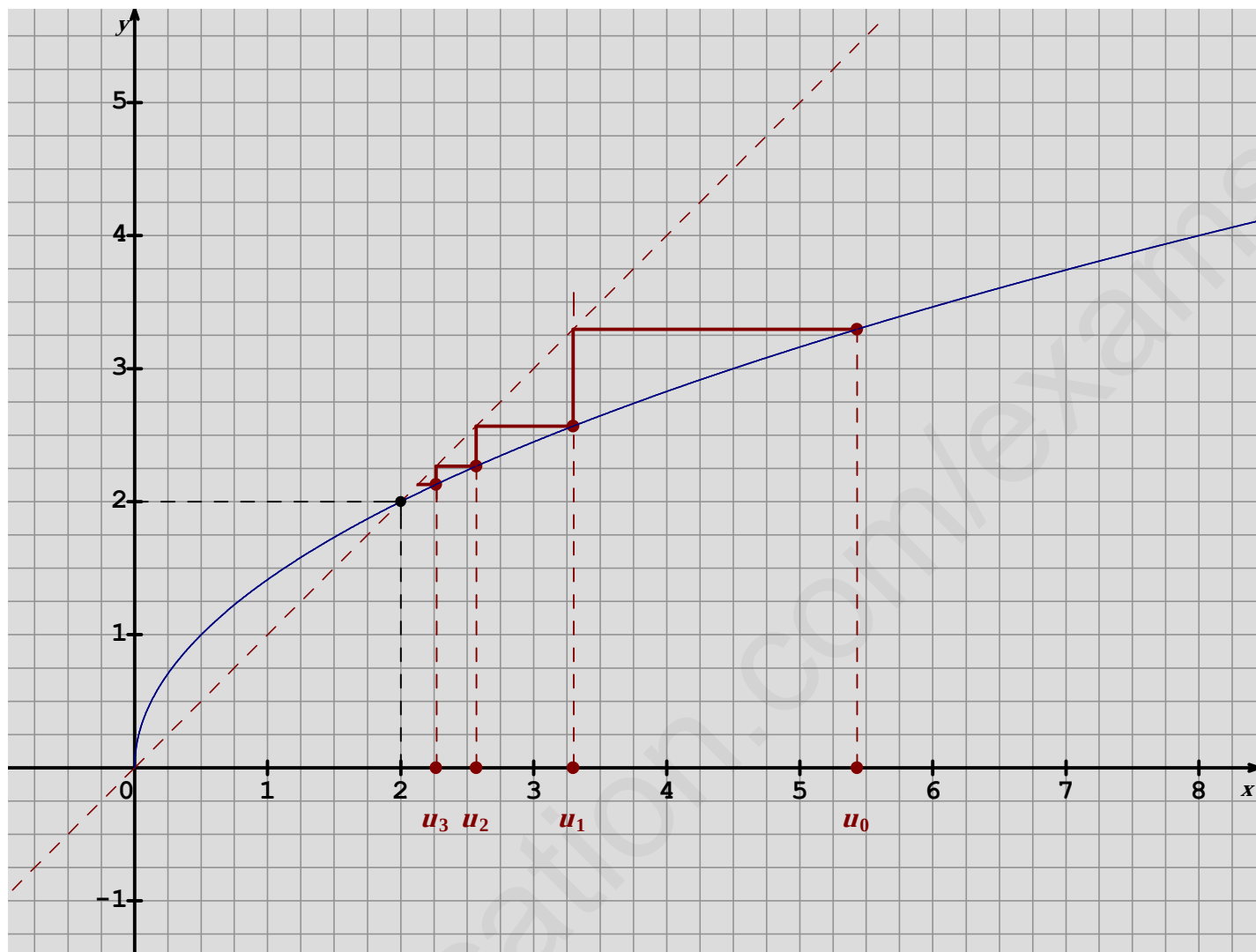
ب. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول التالية: $(x+1)e^x = m+1$

7. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 3f(|x|) - 2g(x) = g(-x) + 3f(|x|)$ و (C_g) تمثيلها البياني

أ. أثبت ان الدالة g زوجية.

ب. بين كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_g) في نفس المعلم السابق.





الاختبار الأول في مادة الرياضيات

المدة : 3 ساعات

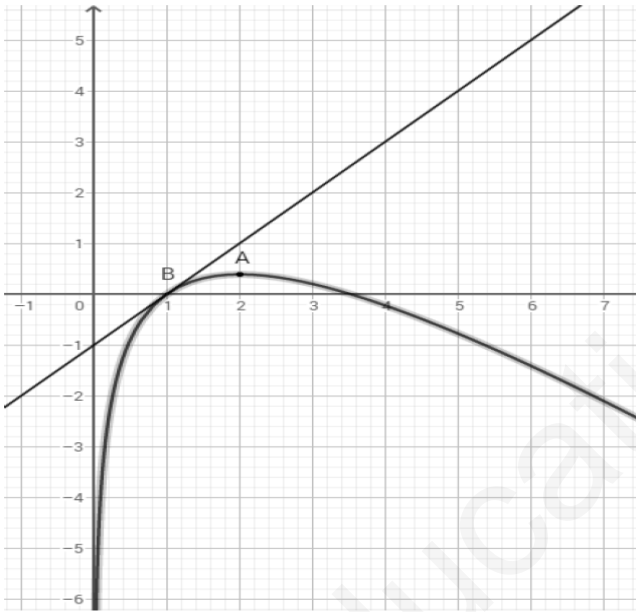
المستوى : 3 تقنية رياضيات

التمرين الأول: 07 نقاط

الجزء الأول:

لتكن الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = ax + b + c \ln x$ حيث $a; b; c$ أعداد حقيقية
الشكل المقابل هو (C_g) التمثيل البياني للدالة g و (Δ) المماس عند النقطة B . المماس عند A يوازي محور الفواصل

بقراءة بيانية:

(1) عين نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها(2) عين $g'(2)$ و بين أن $g'(1) = 1$ (3) شكل جدول تغيرات الدالة g (4) عين معادلة للمماس (Δ) (5) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما α حيث: $3 < \alpha < 4$. يطلب تعيين الحل الآخر(6) عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x (7) باستعمال المعطيات السابقة بين أن: $g(x) = -x + 1 + 2 \ln x$ (8) أدرس تغيرات الدالة g على المجال: $]0; +\infty[$ (ثم تأكد من جواب السؤال 3)• نعتبر الدالة h المعرفة على المجال: $]0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = [g(x)]^2$ (1) أحسب $h'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$ و شكل جدول تغيرات الدالة h

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 2x \ln x \\ f(0) = 0 \end{cases}$ و ليكن (C_f) هو تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. ثم فسر النتيجة بيانياً.
- (2) أحسب: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$. ماذا تستنتج بالنسبة لقابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ؟ فسر بيانياً
- (3) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = -g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
- (4) تحقق أن: $f(\alpha) = -\frac{1}{2}\alpha^2 + 2\alpha$
- (5) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها
- (6) أنشئ المنحني (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (نأخذ $\alpha = 3,5$)
- (7) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $x^2 + 2x = 4x \ln x + 2 \ln m$

التمرين الثاني: 05 نقاط

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\begin{cases} f(x) = \frac{xe^x}{e^x - 1} ; x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$ و ليكن (C_f) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب نهايتي الدالة f ثم فسر النتيجة بيانياً.

(2)

أ) أثبت أن: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x - 1} = 1$

ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 و فسر النتيجة بيانياً

(3)

أ) برهن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^x \geq x + 1$

ب) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{e^x \cdot g(x)}{(e^x - 1)^2}$ حيث g دالة يطلب تعيينها

ج) بين أن الدالة f متزايدة على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

(4)

أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f)

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) و المستقيم (Δ)

(5) أرسم كلا من المستقيم (Δ) و المنحني (C_f)

التمرين الثالث: 05 نقاط

$$\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 32 \\ u_1 \times u_2 \times u_3 = 216 \end{cases}$$

(u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الأول u_1 و أساسها q حيث:

(1) أحسب u_2 و الأساس q لهذه المتتالية و استنتج الحد الأول: u_1

(2) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n

(3) أحسب المجموع $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ بدلالة n

(v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $v_1 = 2$ و $v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n + u_n$. أحسب v_2 و v_3

(2) نضع من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $w_n = \frac{v_n}{u_n} - \frac{2}{3}$

(1) بين أن متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

(2) أكتب w_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n

التمرين الرابع: 03 نقاط

في معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقطتين $A(0,1)$ و $B(-1,3)$. المنحني (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة f القابلة للاشتقاق و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = x + 1 + axe^{-x^2} \quad a \in \mathbb{R}$$

(1)

أ) بين أن المنحني (C) يشمل النقطة A

ب) عين معامل توجيه المستقيم (AB)

ج) أحسب $f'(x)$

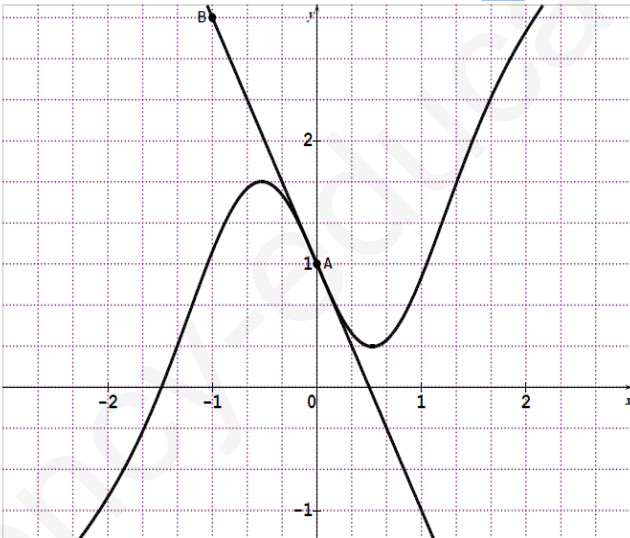
د) عين العدد الحقيقي a بحيث يكون المستقيم (AB)

مماسا لـ (C) في A

(2) نضع: $a = -3$

أ) بين أنه من أجل كل $x \in]-1; 0]$: $f(x) > 0$ و أنه من أجل كل $x \in]-\infty; -1]$: $f'(x) > 0$

ب) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد $c \in \left[-\frac{3}{2}; -1\right]$ حيث: $f(c) = 0$ و تحقق أن: $c < -\frac{3}{2} + 2 \times 10^{-2}$



التمرين الأول :

نعتبر كثير الحدود p للمتغير الحقيقي x حيث :

$$p(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$$

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $p(x) = (2x + 1)(x^2 - 5x + 6)$ ،

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x) = 0$

(3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين :

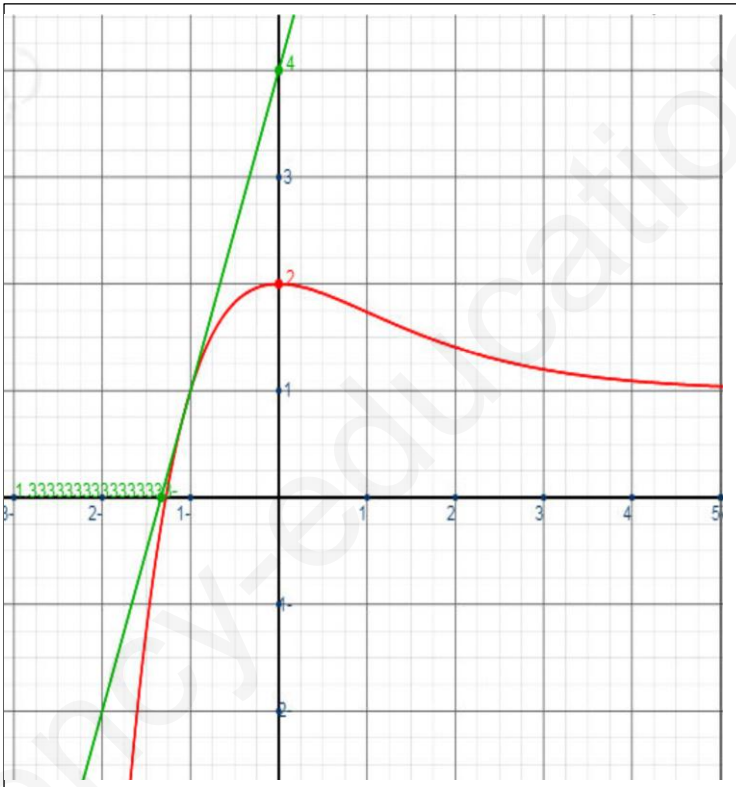
$$2(\ln x)^3 - 9(\ln x)^2 + 7 \ln x + 6 = 0 \quad / \text{أ}$$

$$6e^{-3x} + 7e^{-2x} - 9e^{-x} + 2 = 0 \quad / \text{ب}$$

(4) إستنتج في $\mathbb{R}$ حلول المتراجحة : $2e^{3x} - 9e^{2x} + 7e^x + 6 \leq 0$

التمرين الثاني :

(I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$. المنحنى (C) في الشكل هو لدالة g



معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$g(x) = (ax + b)e^{-x} + c \quad \text{حيث}$$

a, b, c أعداد حقيقية

(1) بقراءة بيانية :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) \quad / \text{أ عين}$$

ثم فسر النتيجة الأخيرة بيانيا .

$$g(0), g(-1), g'(0) \quad \text{ب/ عين كلا من}$$

$$g'(-1)$$

ج/ إعتامادا على المعطيات السابقة ،جد قيمة كل

من a, b, c

(2) /أ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا

$$\alpha \quad \text{حيث : } -1,4 < \alpha < -1,2$$

ب/ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(3) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $h(x) = (|x| + 1)e^{-x} + 1$:
 - أحسب كلا من $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{h(x)-2}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{h(x)-2}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
 (نقبل أن : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x}-1}{x} = -1$)

(II) نضع فيما يلي : $g(x) = (x + 1)e^{-x} + 1$ ، ونعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$f(x) = x - \frac{x+2}{e^x}$ و (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$. (تعطى $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$) .

(1) أ/ أحسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 ب/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لمنحنى الدالة f بجوار $(+\infty)$.

(2) أ/ بين أنه من أجل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ ،
 ب/ إستنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الذي يوازي (Δ) .

(5) بين أن : $f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{1}{\alpha+1}$ ، ثم إستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(6) أ/ أحسب $f(0)$ ، ثم أنشئ كلا من (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) .

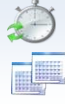
(يعطى $f(1,06) \approx 0$ و $f(-2,24) \approx 0$) .

ب/ m وسيط حقيقي ، ناقش حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

الإرادة متى تمكنت من النفوس ،،، وذلت كل الصعاب ،،، ومحت كل عقبة
 وقهرت كل مانع مهما كان قويا ،،، ووصلت عاجلا أو أجلا إلى الغاية المطلوبة
 من أجل تحقيق النجاح

3

رياضيات + تقني ر

المدة: ساعتان
التاريخ: 2018/12/03

ثانوية أول نوفمبر 1954

الرياضيات

الاختبار الأول في مادة

التوقيت (30 دقيقة)

التمرين الأول:

05
نقاط

(ملاحظة : كل إجابة دون تبرير لا تأخذ بعين الاعتبار)

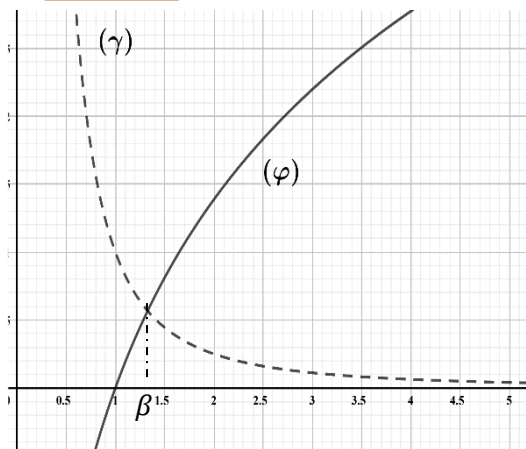
أجب بصحيح أو خطأ في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير

(1) من أجل كل عدد طبيعي n : 3 يقسم $2^{2n} - 1$ (2) باقي قسمة العدد 2018^{1439} على 7 هو 2(3) في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون $\overline{3421}^7 + \overline{1562}^7 = \overline{5413}^7$ (4) المعادلة : $21x + 14y = 40$ لا تقبل حلولاً في $\mathbb{Z}^2$ (5) في مجموعة الأعداد الصحيحة ، المعادلة : $x^2 - x + 6 \equiv 0[9]$ حلونها تحقق $x \equiv 4[9]$ أو $x \equiv 6[9]$

التوقيت (30 دقيقة)

التمرين الثاني

06
نقاطالمستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \sqrt{\frac{1+x^2}{2}}$ و ليكن (C_f) منحنيتها البياني (في الوثيقة المرفقة) .(1) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ (2) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على N : $u_0 = 3$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$ أ. مثل (على الوثيقة المرفقة) الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على محور الفواصل دون حساب الحدود .ب. أعط تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .ج. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.د. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماماً على N ثم استنتج أنها متقاربة معينة نهايتها(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N : $v_n = u_n^2 - 1$ ،أ/ برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، أحسب حدها الأول .ب/ أكتب v_n بدلالة n و u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ من جديد(4) أحسب بدلالة n كلا من المجموع الآتية : $S_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$ $L_n = \ln(v_0) + \ln(v_1) + \dots + \ln(v_n)$ $T_n = v_0 + 2v_1 + 2^2v_2 + \dots + 2^n v_n$



الجزء الأول:

(γ) و (ϕ) التمثيلان البيانيان للدالتين $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ و $x \mapsto 2\ln x$ على الترتيب في المعلم المتعامد ($O; \vec{i}; \vec{j}$) كما في الشكل المقابل:
 β هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (ϕ) حيث: $1.32 < \beta < 1.33$
 الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{1}{x^2} - 2\ln x$
 أ) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (ϕ) على $]0; +\infty[$ ،
 ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$
 نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$).

(1) أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(2) أ/ أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(\frac{1}{x})}{x^2}$

ب/ عين دون حساب: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{\beta h + 1}{\beta}) - f(\frac{1}{\beta})}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.
 ج/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

(4) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) يوازي (Δ)، يطلب كتابة معادلته.

ب/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $0.3 < x_1 < 0.4$ و $2.5 < x_2 < 2.6$.

ج/ أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f). (نأخذ $f(\frac{1}{\beta}) \simeq 2.15$)

(5) m عدد حقيقي، h'_m الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال: $]0; +\infty[$ بـ:

$$h'_m(x) = (1 - m)x + 2\ln x + (\ln x)^2$$

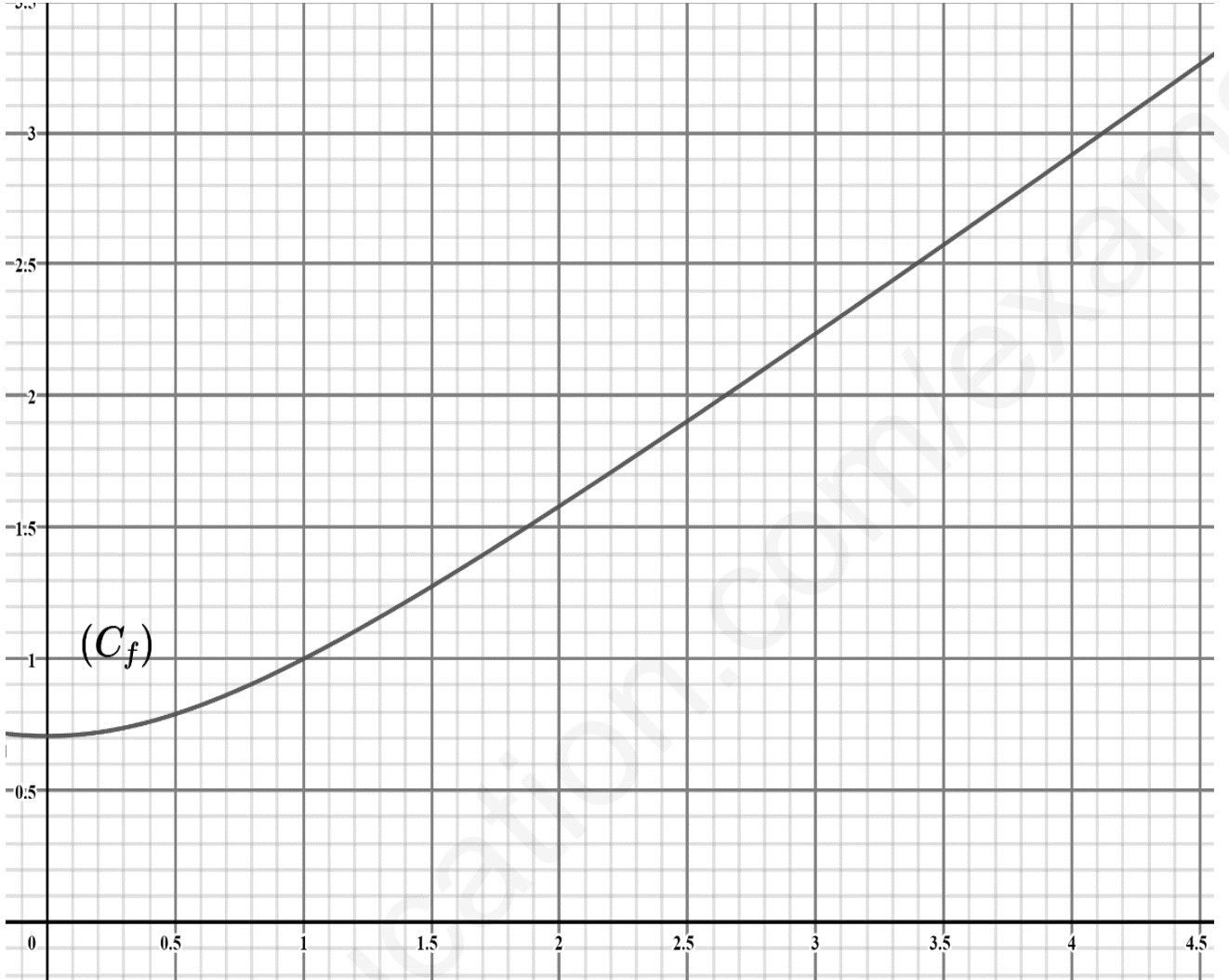
أ/ أحسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m

ب/ باستعمال المنحنى (C_f)، ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x) = 0$

ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة

الاسم واللقب :

القسم :



*** انتهى ***

حكمة: تستطيع أن تنجح في حياتك ولو كان كل الناس يعتقدون أنك غير ناجح ولكنك لا تنجح أبدا
إذا كنت تعتقد في نفسك أنك غير ناجح.

الأستاذ: تونسي ن يمتنى لكم التوفيق والنجاح

المستوى : الثالثة

المدة : 03 ساعات

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (04 ن)

لكل سؤال من بين الأسئلة التالية إجابة واحدة صحيحة يطلب تعيينها معللا اختيارك .

(1) الحلول على R للمعادلة التفاضلية : $y' = (\ln 1962)y + 3 \ln(654\sqrt{2187})$ هي الدوال f حيث :(أ) $f(x) = c1962^x + 3$ (ب) $f(x) = c1962^x - 3$ (ج) $f(x) = c1962^x - \ln 3$ (2) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+2019} - 45}{x^2 - 36}$ هي : (أ) $\frac{1}{36}$ (ب) $\frac{1}{12}$ (ج) $\frac{1}{1080}$ (3) مجموعة حلول المعادلة : $e^{2x} - 1955e^x + 1954 = 0$ في R هي :(أ) $\{0; \ln 1954\}$ (ب) $\{1; 1954\}$ (ج) $\{1; \ln 1954\}$ (4) العدد $\ln[e^{3^0} \times e^{3^1} \times e^{3^2} \times \dots \times e^{3^{1439}}]$ مساويا : (أ) $\frac{3^{1439} - 1}{2}$ (ب) $\frac{3^{1440} - 1}{2}$ (ج) $3 \ln 1439$

التمرين الثاني: (04 ن)

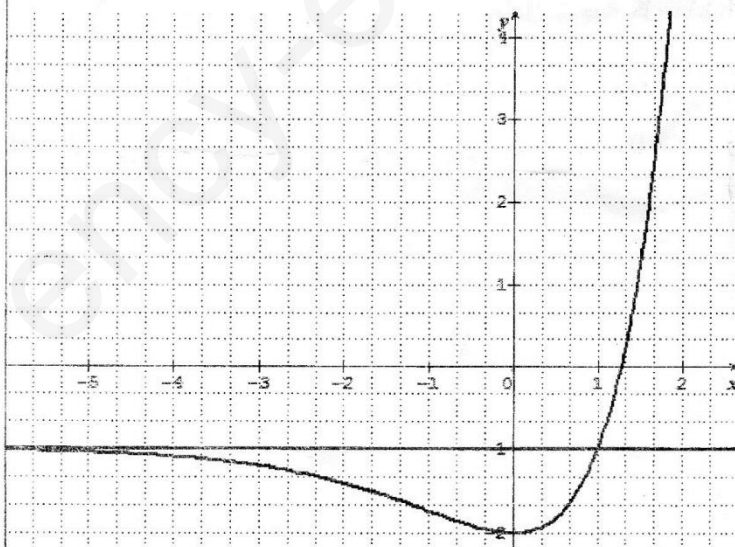
نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كمايلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{2}{3^{n+1}} \end{cases}$ (1) أحسب u_1 و u_2 .(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بمايلي : $v_n = 3^n u_n$ أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية .ب- أكتب v_n ثم u_n بدلالة n وتحقق أن حدود المتتالية (u_n) موجبة .(3) أ- بين بالتراجع أن من أجل عدد طبيعي n حيث $n \geq 3$ أن $2^n \geq 1 + 2n$ ب- استنتج أن من أجل كل $n \geq 3$: $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ج- حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثالث: (06 ن)

(I) في الشكل المقابل (C) هو التمثيل البياني للدالة

 g المعرفة على R ب : $g(x) = (ax+b)e^x + c$

1 - بقراءة بيانية :

(أ) عين $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ثم استنتج قيمة c (ب) عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ (ج) عين كلا من $g(0)$ و $g'(0)$ ثم استنتج قيمة كل من a و b 

2 - نفرض في ما يلي : $g(x) = (x-1)e^x - 1$

أ- شكل جدول تغيرات الدالة g

ب- بين المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$

ثم تحقق أن : $1,2 < \alpha < 1,3$.

ج- استنتج إشارة $g(x)$.

(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم حدد معادلة للمستقيم المقارب بجوار $+\infty$.

2- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3- أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4- بين أن $f(\alpha) = \alpha - 1$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

5- أرسم المنحنى (C_f) .

6- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x) = f(m)$.

التمرين الرابع (06)

f الدالة المعرفة على : $]-\infty; -2[\cup]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + 1 + 2 \ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا .

2/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x + 1$ مقارب لـ (C_f) بجوار ∞ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3/ بين أنه لأجل كل $x \in (C_f)$ و $(-3-x) \in (C_f)$ فإن : $f(-3-x) + f(x) = -1$ ثم قدم تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

4/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5/ برهن على وجود مماسين لـ (C_f) معامل توجيه كل منهما مساويا $\frac{2}{3}$.

أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

6/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m حيث $m > 0$ وجود و عدد حلول المعادلة ذات المجهول x :

$$2 \ln\left(\frac{mx+m}{x+2}\right) = x+1$$

توضيح اختيار الفصل رقم 1

التحري الأول (004)

اختيار 1 جابر المصححة مع التي

$$\sqrt[3]{2187} = 3/y' = (\ln 1962)y + 3 \ln(654^{1/2187})$$

$$y' = (\ln 1962)y + 3 \ln(654^{1/2187})$$

$$f(n) = e^{\frac{\ln 1962 \cdot 3 \ln 1962}{\ln 1962}} / f(n) = e^{1962} - 3$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{x+6} \times \frac{1/\sqrt{x+2019}-43}{x-6} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+2019}-43}{x-6}$$

$$= \frac{1}{12} \left(\frac{1}{2\sqrt{x+2019}} \right) = \frac{1}{12} \times \frac{1}{2 \times 45}$$

$$2^x - 1954e^x + 1954 = 0$$

$$(e^x - 1)(e^x - 1954) = 0 \quad (S = \{0, \ln 1954\})$$

$$\ln\left(\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \dots \times \frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{3}{2} = 1 \times \frac{3-1}{3-1} \quad (S = \frac{1440}{2})$$

التحري الثاني (005)

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ L_{n+1} = \frac{1}{3}L_n + \frac{2}{3^{n+1}} \end{cases}$$

u_0	u_1	u_2
1	1	5/9

$$V_n = 3^n \times L_n$$

$$V_{n+1} = V_n + r$$

$$V_{n+1} = 3^{n+1} \times L_{n+1} = 3^{n+1} \left(\frac{1}{3}L_n + \frac{2}{3^{n+1}} \right)$$

$$V_{n+1} = 3^n \times L_n + 2 \rightarrow r = 2$$

$$V_0 = 1, V_1 = 4$$

$$V_n = 1 + 2n$$

$$L_n = \frac{1+2n}{3^n}$$

$$1+2n > 0 \text{ and } 3^n > 0$$

$$2^n \geq 1+2n$$

$$2=8 > 7$$

$$p(3)$$

$$2^n \geq 1+2n$$

$$2^{n+1} \geq 1+2(n+1)$$

$$\frac{2^n}{3^n} \geq \frac{1+2n}{3^n}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^n \geq \frac{1+2n}{3^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \leq \ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} L_n = 0$$

$$g(x) = (ax+b)e^x + c$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -1$$

$$c = -1$$

$$g(0) = -2$$

$$g(x) = (ax-1)e^x$$

$$g'(x) = (a+ax-1)e^x$$

$$g'(0) = 0$$

$$g(x) = (x-1)e^x$$

$$g'(x) = xe^x$$

$$g(x) = 0$$

$$g(x) = 0$$

$$g(x) = 0$$

$$g(x) = 0$$

$$g(x) = 0$$

$$g(x) = 0$$

التحقیق الثالث (۱۵۵)

$$f(x) = x+2 + 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right) \quad f =]-\infty, -2[\cup]1, +\infty[$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -2} f = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f = -\infty$$

الحاصل محور التماس $x = -1$ و $x = 0$ هسند ټيټان سټاربان سواريا

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [f(n) - (n+1)] = \lim_{n \rightarrow \infty} 2 \ln \left(\frac{n+2}{n+1} \right) = 0$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = 0$

میرزا علی محمد (۵) و (۴)

$$\frac{x+2}{n+1} = 1 = \frac{1}{x+2} \quad \text{also } \frac{x+2}{n+1} = 1 + \frac{1}{n+1}$$

n | $-\infty$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $+$
 $f(n)$ | — | / | +
 (Δ) (Δ) (Δ) (Δ)

(A) اسفل (B) فوق

$$f(-3-x) + f(x) = -1$$

④ دایره اجزاء $P = 11$ مرکز H و $HA = 1$

$$f'(u) = \frac{x(x+3)}{(u+1)(u+2)}$$

x	$-\infty$	-3	-2	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$
$f'(x)$	$-\infty$	$2+2\ln 2$	$-\infty$	$2+2\ln 2$	$+\infty$	$+\infty$

$P(x) = 1 + 2\ln x$

$f(-3) = -2 - 4 \ln 2$ (5)

$$f'(u) = \frac{2}{3} \quad \text{also } f'(u) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{n^2 + 3n}{n^2 + 3n + 2} = \frac{2}{3}$$

$$3x^2 + 9x = 2x^2 + 6x + 7$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0 \quad (\Delta = 25)$$

$$x_1 = -4, \quad x_2 = 1$$

$$f(z) = \frac{z}{e^z + 1} \quad ; \quad \text{dp} = I - \omega_3 + \omega_1 \quad \textcircled{I} \textcircled{II}$$

($\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n}{n} = +\infty$) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = 0$ & $\lim_{n \rightarrow -\infty} f(n) = -\infty$

$$+ \infty \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(x-a) dx = f(a) \quad (2)$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} [f(n) - n] = \lim_{n \rightarrow -\infty} \left[\frac{x}{e^{n+1}} - n \right] = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{-x e^n}{e^{n+1}} = 0 \quad (2)$$

$\rightarrow -\infty \quad x \rightarrow -\infty \quad \rightarrow -\infty$
 $-\infty \rightarrow \infty \rightarrow \infty \rightarrow \infty \rightarrow \infty$ (A) $y = x \sin x$

دراسه و صحتي (9) بالسيه لـ (Δ)

n	∞	0	$-\infty$
$f(n, n)$	$+$	0	$-$

$$f(n) \cdot n = \frac{-n}{e^n + 1}$$

$(\phi) \rightarrow (\phi) \cap B = \{90\}$

③ - دراسة الجاهل في الدالة f ونسبته g في $(-1, 1)$

$$f'(u) = \frac{-g(u)}{[e^u + 1]^2}$$

f_m	$\frac{1}{\alpha}$
p_m	$\frac{\alpha}{\alpha + 1}$

$f(a) = 0, f(b) = 0 \Rightarrow f(a) = f(b) \Rightarrow g(a) = 0$

$$e^{\alpha} = \frac{1}{\alpha - 1} \quad \Delta \log(\alpha - 1) = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$$

$f(x) = x - 1$ $\frac{1}{x-1} + 1$

$$f(x) < 0.3$$

$\frac{0.12 \times 5}{4} = 0.15$



تیم لایحه الحرفی (m) 01 m

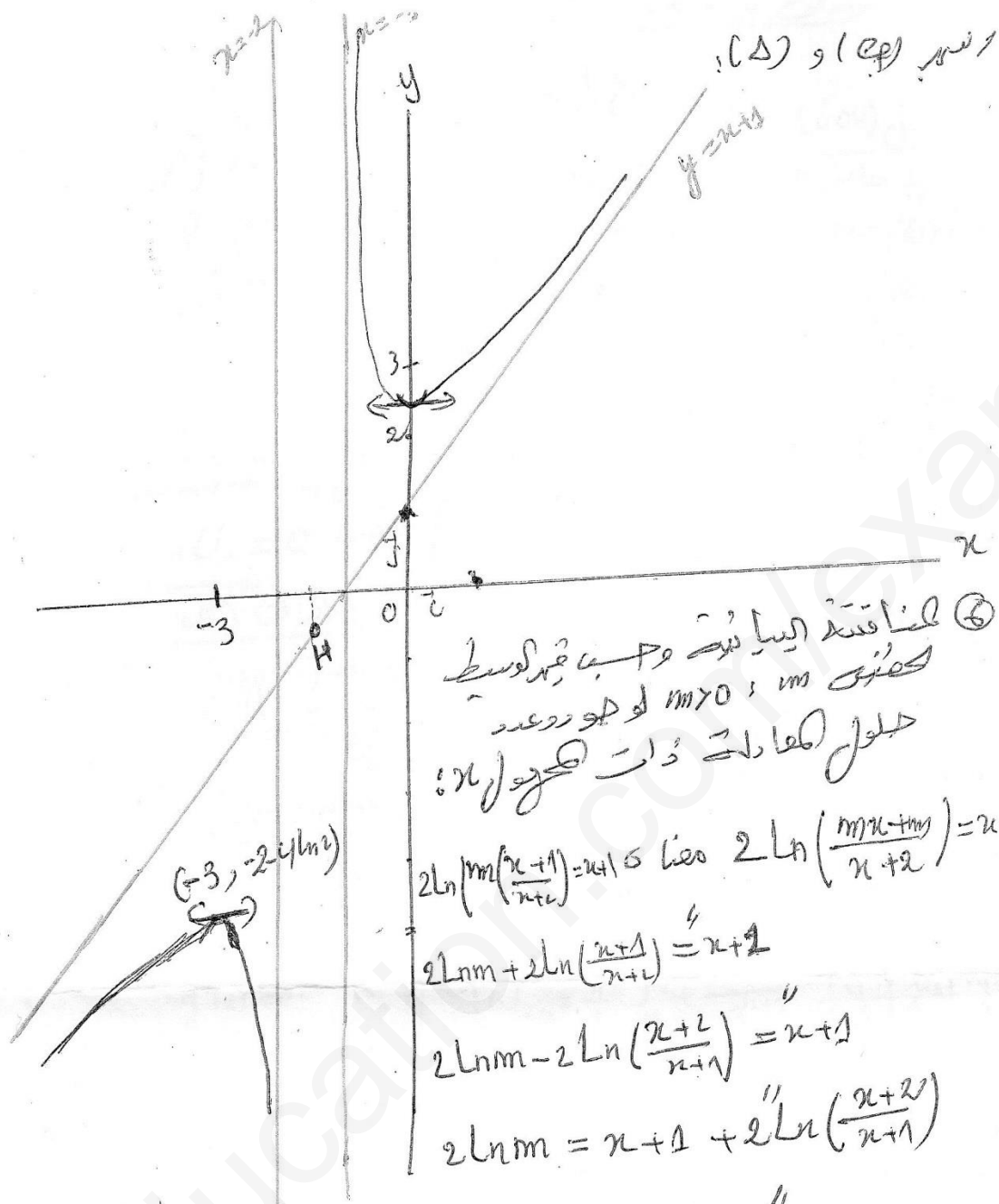
$f(x) = f(m)$: f is constant on J if $f(x) = f(m)$ for all $x \in J$.
 $f(m) \in J$: f is closed if $f(m) \in J$ for all $m \in J$.

(ii) $m=0$ فإن $f(m)=0$ بالمثل $f(0)=m$

(iii)

$$f(m) \in J_0, f(a) \in J_0 \quad m \in J_0, a \in J_0$$

$\text{Zur } f(hm) = f(a) \cdot 5 \cdot hm$
 $\cdot x \text{ ist eine } p \text{ ja}$



فشركة بين (P) و (Δ) فحل هذه المعادله في فواصل النقط

(i) $y = 2 \ln mx$ و $y = x+1$ فحل هذه المعادله في فواصل النقط

(ii) $2 \ln mx < -2 - 4 \ln 2$ معناه $m < e^{-1-2 \ln 2}$ فبان المعادله تقبل حلا

(iii) $2 \ln mx < 1 + 2 \ln 2$ معناه $m < e^{\frac{1+2 \ln 2}{2}}$ فبان المعادله تقبل حلا واحد $x = -3$

(iv) $2 \ln mx < -2 - 4 \ln 2$ معناه $m < e^{-1-2 \ln 2}$ فبان المعادله تقبل حلا

(v) $2 \ln mx < 1 + 2 \ln 2$ معناه $m < e^{\frac{1+2 \ln 2}{2}}$ فبان المعادله تقبل حلا واحد $x = -3$

(vi) $2 \ln mx < 1 + 2 \ln 2$ معناه $m < e^{\frac{1+2 \ln 2}{2}}$ فبان المعادله تقبل حلا واحد $x = -3$

(vii) $2 \ln mx < 1 + 2 \ln 2$ معناه $m < e^{\frac{1+2 \ln 2}{2}}$ فبان المعادله تقبل حلا واحد $x = -3$

(viii) $2 \ln mx < 1 + 2 \ln 2$ معناه $m < e^{\frac{1+2 \ln 2}{2}}$ فبان المعادله تقبل حلا واحد $x = -3$

(ix) $2 \ln mx < 1 + 2 \ln 2$ معناه $m < e^{\frac{1+2 \ln 2}{2}}$ فبان المعادله تقبل حلا واحد $x = -3$

(x) $2 \ln mx < 1 + 2 \ln 2$ معناه $m < e^{\frac{1+2 \ln 2}{2}}$ فبان المعادله تقبل حلا واحد $x = -3$