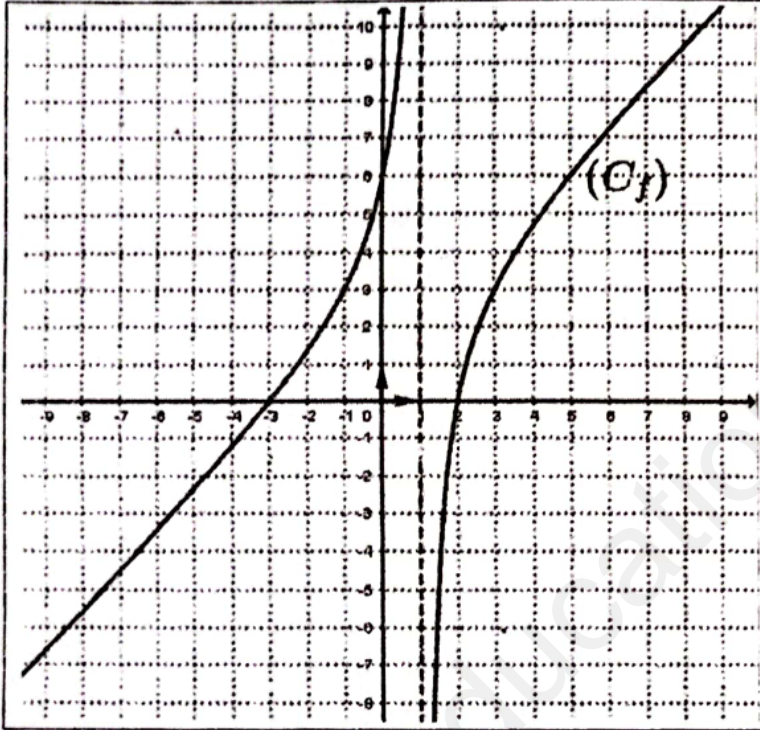


التمرين الأول: (06 نقاط)

- (I) ليكن g دالة كثير حدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^2 + x - 2$.
(1) عين جذور الدالة g ، ثم حلل $g(x)$ إلى جداء كثيري حدود من الدرجة 1 .

- (II) لتكن f دالة للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ : $f(x) = \frac{g(x) - 4}{x - a}$. حيث a عدد حقيقي و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المقابل :



- (1) أ) بالإستعانة بالمنحنى (C_f) عين قيمة a .
في كل مايلي نضع $a = 1$.
(2) تحقق أنه لكل $x \neq 1$ لدينا : $f(x) = x + 2 - \frac{4}{x - 1}$.
(3) أ) بين أنه إذا كان $x \neq 1$ فإن $2 - x \neq 1$ ، ثم أحسب $f(2 - x) + f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟
ب) m عدد حقيقي. بين ان المعادلة $f(x) = m$ تقبل حلين لا يطلب تعيينهما.
(4) ليكن (Δ) مستقيم ذو المعادلة : $y = x + 2$.
• أرسم (Δ) في المعلم السابق ثم استنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .
(5) لتكن K دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $K(x) = f(-|x|)$.
أ) بين كيفيت رسم (C_K) إنطلاقاً من (C_f) ، ثم أرسمه.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- f دالة معرفة بـ : $f(x) = \sqrt{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}}$.
(1) عين مجموعة تعريف الدالة f .
(2) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$.
• شكل جدول تغيرات الدالة g .
(3) عين عبارة الدالة h حتى تكون : $f = h \circ g$.
(4) أحسب $g([0, +\infty[)$ و $g(]-\infty, -1])$ ، ثم استنتج تغيرات الدالة h و شكل جدول تغيراتها.

♣ بالتوفيق ♣

التمرين الأول: (02 نقاط)

f دالة معرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = x\sqrt{x}$.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي h غير معدوم مع $h > -1$ أن : $\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{h^2 + 3h + 3}{(1+h)\sqrt{1+h+1}}$
2. إنطلاقا من تعريف العدد المشتق بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند الفاصلة 1 ، ثم عين $f'(1)$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(I) g دالة كثير حدود معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 - 3x - 3$

- (1) ذكر بالعلاقة بين التي تربط بين إشارة الدالة المشتقة g' و اتجاه تغير الدالة g .
- (2) عين اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .
- (3) علل وجود عدد حقيقي وحيد α ، حيث $2 < \alpha < 2.2$ يحقق $g(\alpha) = 0$
- (4) نضع $\alpha \simeq 2.1$ ، إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

(II) f دالة للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ بـ : $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 2}{x^2 - 1}$. (C_f) تمثيلها البياني.

- (1) بين أنه لكل x من $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ أن : $f'(x) = \frac{2x \cdot g(x)}{(x^2 - 1)^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$
- (2) عين فواصل النقط التي يكون عندها المماس للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم ذو المعادلة $y = 2x$

التمرين الثالث: (03 نقاط)

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، (C_f) تمثيلها البياني الموضح في الشكل المقابل.

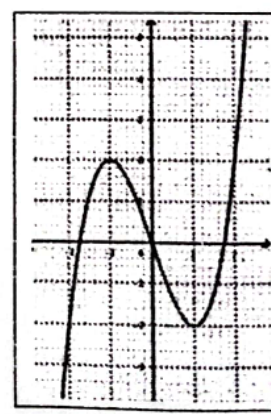
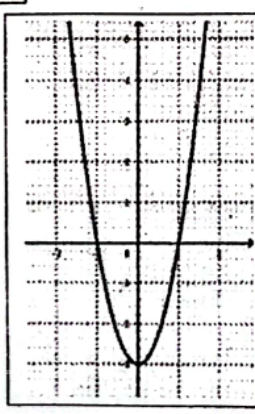
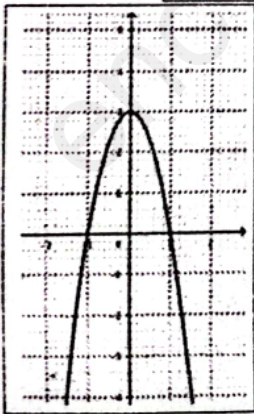
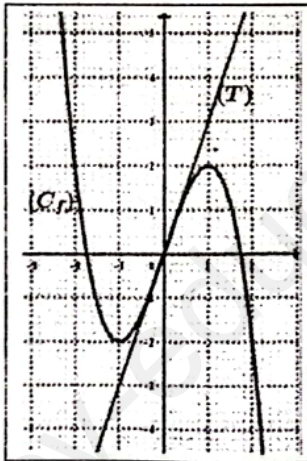
(T) إلمماس للمنحنى (C_f) في مبدأ المعلم.

(1) ذكر بالتفسير الهندسي للعدد المشتق $f'(x_0)$ ، حيث $x_0 \in \mathbb{R}$

(2) إنطلاقا من التمثيل البياني (C_f) :

- (أ) أحسب مع التعليل $f'(0)$ ، $f'(1)$ و $f''(0)$
- (ب) شكل جدول إشارة $f'(x)$.

(3) عين مع التعليل ، من بين المنحنيات في الأشكال التالية تلك التي تمثل $(C_{f'})$ التمثيل البياني للدالة المشتقة f' :



الشكل 03

الشكل 02

الشكل 01

السنة الثانية تتدني رايك ح

التمهيد الموزون للفرض في الدليل 01

ب/

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$	$-$

3/ لا تملأنا من السؤال
1/ ب/ لأن الدليل
التي يمثل الممنوع (م)
هو الدليل 03

م/ لتكن x الفأمة التي يتقبل فيها
الممنوع (م) مما يوافق المستند المصادق
 $y = 4x$ ومنه :
 $f'(x_0) = 2$
دأ لكل $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$
 $\frac{2x_0 g(x_0)}{(x_0^2 - 1)^2} = 2$
 $2x_0 g(x_0) = 2(x_0^2 - 1)^2$
 $x_0^2 + 3x_0 + 1 = 0$ 012

ومنه :
 $x_0 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ 014
 $x_0 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ 015

ت 03 :
التعريف في العرس
م/ $f'(1) = 0$ لأن المماس في النقطة
ذات الفأمة 1 يوازي محور الفراسل.
 $f'(0) = \frac{3-0}{4-0} = 3$ $f'(0) = 3$

(T) $f''(0) = 0$ لأن المماس
يختزن الممنوع (م) في النقطة ذات
الفأمة 0 ومنه فهي نقطة انعطاف
وحيث الممنوع الثاني f'' تتدني
عند الفأمة 0 .

فإن يوجد عدد حقيقي موجب α حيث
 $f(\alpha) = 0$ وحيث $2 < \alpha < 4$
4/ إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$	$-$

(II)
لأن $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ لدينا :
 $f'(x) = \frac{(2x^2 + x - 4)(x-1) - (2x^2 + x - 4)(x+1)}{(x^2 - 1)^2}$
 $= \frac{(6x^4 - 6x^3 + 2x^2 - 2x - 4x^4 - 2x^3 + 4x)}{(x^2 - 1)^2}$
 $= \frac{2x^2 + 4x}{(x^2 - 1)^2}$
 $= \frac{2x \cdot g(x)}{(x^2 - 1)^2}$ 017

x	$-\infty$	-1	0	1	2	4	$+\infty$
$2x$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$g(x)$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$f'(x)$	012	$+$	$+$	0	$-$	$+$	$+$

ت 01 :
بين أن :
 $\frac{f(1/4) - f(1)}{1/4 - 1} = \frac{3(1/4)^2 + 3}{(1/4)^2 + 1}$ 015

لدينا :
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1/4) - f(1)}{1/4 - 1} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(1/4)^2 + 3}{(1/4)^2 + 1} = \frac{3}{2}$ 018

ممكن المر $\frac{3}{2}$ هذه درجته في f
لأن الاشتقاق عند الفأمة 1 ولدينا :
 $f'(1) = \frac{3}{2}$ 015

(I) 02 :
المبرهنة في العرس
إشارة تغير $g(x)$ لكل $x \in \mathbb{R}$

$g'(x) = 3x^2 - 3$ 021

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	$+$

تغير إشارة g

لأن g كالة الاشتقاق على المجال
 7 و متزايدة - متناقصه 015
 $f(2) = -1$

