الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الحسن ابن الهيثم النزلة — المستوى : 3 ثانوي

الأستاذ: بوقفة عبد الفتاح — شعبة : ع ت - ت ر - ر

الإختبار التجريبي رقم 4 (Bac 2024)

التمرين 01 (4 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء و ثلاث كريات سوداء كل الكريات متماثلة وغير متمايزة عند اللمس نسحب من الصندوق أربع كريات في آن واحد

1. أحسب احتمال الحدث A : " الحصول على الأقل على كرية بيضاء "
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب العدد $ax + y$

حيث x يمثل عدد الكريات البيضاء و y يمثل عدد الكريات السوداء و a عدد حقيقي

أ/ عين قيم المتغير العشوائي X

ب/ عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$ بدلالة a

جـ/ عين قيمة العدد الحقيقي a حتى يكون $E(X) = \frac{32396}{7}$

3. نسحب الآن من هذا الكيس أربع كريات على التوالي بالإرجاع

أحسب احتمال الحدث B : " الحصول على الأقل على كرية بيضاء "

التمرين 02 (4 نقاط)

I) لتكن في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $(E) \dots z^2 - (3+i)z + 4 = 0$

1. عين الجذرين التربيعيين للعدد المركب $-8 + 6i$
2. حل المعادلة (E) نرمز إلى الحلين بـ z_1 و z_2 حيث $|z_1| < |z_2|$

II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B ، C التي لواحقها على الترتيب i ، z_1 و z_2

1. أكتب العدد المركب $L = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي
2. بين أن النقطة C هي صورة النقطة B بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيين عناصره المميزة
3. استنتج طبيعة المثلث ABC

التمرين 03 (5 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_1 = \frac{1}{2}$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $u_{n+1} = \left(\frac{n+1}{2n}\right)u_n$

1. أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن $u_n \geq 0$

ب/ أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة ، ثم عين نهاية المتتالية (u_n)

www.ency-education.com

❷ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $v_n = \frac{u_n}{n}$

أ/ أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_1

ب/ أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

❸ نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $w_n = \ln(v_n)$

أ/ أثبت أن المتتالية (w_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول w_1

ب/ أحسب بدلالة n كل من S_n و P_n حيث : $S_n = w_1 + w_2 + \cdots + w_n$ و $P_n = \frac{u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n}{n!}$

التمرين 04 (7 نقاط)

I- f هي الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - 2\ln x) + 1 & ; x \in]0;+\infty[\\ f(0) = 1 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

❶ أحسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ ، فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها ، ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

❷ أ/ أدرس قابلية الإشتقاق لـ f عند $x_0 = 0$

ب/ أثبت أن f قابلة للإشتقاق على المجال $[0;+\infty[$

❸ أحسب $f'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

❹ بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيدا α حيث $4,6 < \alpha < 4,7$

❺ أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

II- g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

❶ أحسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ، ثم أدرس إتجاه تغير الدالة g'

❷ إستنتج إشارة $g'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

❸ أدرس إتجاه تغير الدالة g

❹ إستنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (T)

❺ أحسب $f(6)$ ثم أنشئ كلا من (C_f) و (T) .

❻ بإستعمال التكامل بالتجزئة أحسب بدلالة n : $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 \ln x \, dx$ حيث n عدد طبيعي

❼ إستنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمماس (T) والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = \frac{1}{n}$ و $x = 1$ ،

إذا أدار الله سفينتك لليمين فتأذيت وتألمت ، فاعلم ان اليسار كان موتك المحتم ، فاحمد الله دائما

بالتوفيق إن شاء الله

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

الحل المفصل لإختبار رقم 04

التمرين 01

عدد الحالات الممكنة : $C_7^4 = 35$

1 حساب $P(A)$

$$P(A) = \frac{C_4^1C_3^3 + C_4^2C_3^2 + C_4^3C_3^1 + C_4^4C_3^0}{35} = \frac{35}{35} = 1$$

2 أ/ عين قيم المتغير العشوائي X

عند سحب أربع كريات نميز مايلي :

$$\begin{cases} a(1)+3 = a+3 \\ a(2)+2 = 2a+2 \\ a(3)+1 = 3a+1 \\ a(4)+0 = 4a \end{cases}$$

ومنه قيم المتغير العشوائي X هي

$$\{a+3; 2a+2; 3a+1; 4a\}$$

ب/ عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X

$$P(X = a+3) = \frac{C_4^1C_3^3}{35} = \frac{4}{35}$$

$$P(X = 2a+2) = \frac{C_4^2C_3^2}{35} = \frac{18}{35}$$

$$P(X = 3a+1) = \frac{C_4^3C_3^1}{35} = \frac{12}{35}$$

$$P(X = 4a) = \frac{C_4^4C_3^0}{35} = \frac{1}{35}$$

x_i	$a+3$	$2a+2$	$3a+1$	$4a$
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

❖ أحسب أمله الرياضي $E(X)$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_iP_i$$

$$= \frac{4(a+3) + 18(2a+2) + 12(3a+1) + 4a(1)}{35}$$

$$E(X) = \frac{80a+60}{35} = \frac{16a+12}{7}$$

جـ/ عين قيمة العدد الحقيقي a حتى يكون $E(X) = \frac{32396}{7}$

لدينا $E(X) = \frac{32396}{7}$ معناه $\frac{16a+12}{7} = \frac{32396}{7}$

ومنه $16a + 12 = 32396$ ، ومنه $a = 2024$

3 نسحب الآن من هذا الكيس أربع كريات على التوالي بالإرجاع

أحسب احتمال الحدث B : " الحصول على الأقل على كرية بيضاء "

$$"P(B) = \frac{4(4^1\times3^3)+6(4^2\times3^2)+4(4^3\times3^1)+4^4}{7^4} = \frac{2320}{2401}$$

التمرين 02

1 عين الجذرين التربيعيين للعدد المركب $-8+6i$

نضع $w = x+iy$ حيث $w^2 = -8+6i$ ومنه

لدينا $\begin{cases} x^2+y^2 = 10 \dots (1) \\ x^2-y^2 = -8 \dots (2) \\ 2xy = 6 \dots (3) \end{cases}$ بجمع (1) مع (2)

نجد $2x^2 = 2$ ، ومنه $\begin{cases} x = 1 \\ \text{أو} \\ x = -1 \end{cases}$

بالتعويض في (3) نجد

✓ إذا كان $x = 1$ ، فإن $2y = 6$ ، أي أن $y = 3$ ، ومنه نستنتج أن : $w = 1+3i$

✓ إذا كان $x = -1$ ، فإن $-2y = 6$ ، أي أن $y = -3$ ، ومنه نستنتج أن : $w = -1-3i$

2 حل المعادلة (E)

لدينا : $\Delta = -8+6i$ ، ومنه $\Delta = (1+3i)^2$

ومنه المعادلة (E) تقبل حلان هما

$$z_1 = \frac{3+i+1+3i}{2} = 2+2i$$

$$z_2 = \frac{3+i-1-3i}{2} = 1-i$$

II) **1** أكتب العدد المركب $L = \frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي

$$L = \frac{1-i-i}{2+2i-i} = \frac{1-2i}{2+i} \times \frac{2-i}{2-i} = -i$$

$$L = \frac{z_C-z_A}{z_B-z_A} = e^{-\frac{\pi}{2}i}$$

2 بين أن النقطة C هي صورة النقطة B

لدينا $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A} = e^{-\frac{\pi}{2}i}$ ، ومنه $z_C-z_A = e^{-\frac{\pi}{2}i}(z_B-z_A)$

ومنه نستنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بدوران مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

3 استنتج طبيعة المثلث ABC

$$\left|\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right| = 1 \Rightarrow \frac{AC}{AB} = 1 \Rightarrow AC = AB$$

$$arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right) = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = -\frac{\pi}{2}$$

ومنه نستنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في A

ency-education.com/exams

التمرين 03

1 أ/ برهن بالتراجع أنه $u_n \geq 0$

نسمي الخاصية $p(n)$: $u_n \geq 0$

من أجل $n = 1$ ، لدينا $u_1 = \frac{1}{2}$ ، ومنه $u_1 = \frac{1}{2} \geq 0$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n = 1$

نفرض صحة $p(n)$ من أجل n كيفي حيث $n \geq 1$

ونبرهن صحة $p(n+1)$ أن $u_{n+1} \geq 0$

لدينا $u_n \geq 0$ ، ومنه $\left(\frac{n+1}{2n}\right) u_n \geq 0$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n+1$

ومنه نستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n

فإن $u_n \geq 0$

ب/ أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

$$u_{n+1} - u_n = \left(\frac{n+1}{2n}\right) u_n - u_n = u_n \left[\frac{n+1}{2n} - 1\right]$$

$$u_{n+1} - u_n = u_n \left[\frac{-n+1}{2n}\right]$$

من أجل كل $n \geq 1$ فإن $-n + 1 \leq 0$

ومنه $u_{n+1} - u_n \leq 0$ ، ومنه نستنتج أن (u_n) متناقصة

❖ **استنتج أنها متقاربة :** بما أن (u_n) متناقصة

ومحدودة من الأسفل بالعدد 0 فهي متقاربة

❖ **تعيين نهاية المتتالية (u_n)**

بما أن (u_n) متقاربة والدالة f المعرفة بـ $f(x) = x$

مستمرة من أجل كل $x \geq 1$ فإن نهاية (u_n) تحقق

$$l = \frac{1}{2} l$$

حيث $\lim\limits_{n \to +\infty} \left[\frac{n+1}{2n}\right] = \lim\limits_{n \to +\infty} \left[\frac{n}{2n}\right] = \frac{1}{2}$

لدينا $l = \frac{1}{2} l$ معناه $l - \frac{1}{2} l = 0$ معناه $\frac{1}{2} l = 0$ ، ومنه

$l = 0$ ، ومنه $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$

2 أ/ أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية

$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{n+1} = \frac{\left(\frac{n+1}{2n}\right) u_n}{n+1} = \frac{u_n}{2n} = \frac{1}{2} v_n$$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

حدها الأول $v_1 = \frac{u_1}{1} = \frac{1}{2}$

ب/ أكتب عبارة v_n بدلالة n

$$v_n = v_1 \times q^{n-1} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2^n}$$

❖ **استنتج عبارة u_n بدلالة n**

بما أن $v_n = \frac{u_n}{n}$ فإن $u_n = n \times v_n$ ، ومنه $u_n = \frac{n}{2^n}$

3 أ/ أثبت أن المتتالية (w_n) حسابية

$$w_{n+1} = \ln(v_{n+1}) = \ln\left(\frac{1}{2} v_n\right) = \ln\frac{1}{2} + \ln(v_n)$$

$$w_{n+1} = \ln\frac{1}{2} + w_n$$

ومنه (w_n) متتالية حسابية أساسها $r = \ln\frac{1}{2}$

حدها الأول $w_1 = \ln(v_1) = \ln\frac{1}{2}$

عبارة w_n بدلالة n

$$w_n = w_1 + (n-1)r$$

$$w_n = \ln\frac{1}{2} + (n-1)\ln\frac{1}{2} = n\ln\frac{1}{2}$$

ب/ أحسب بدلالة n كل من S_n و P_n

$$S_n = w_1 + w_2 + \cdots + w_n$$

نلاحظ أن S_n هي حدود متتابعة لمتتالية حسابية ومنه

$$S_n = \frac{n}{2}\left(\ln\frac{1}{2} + n\ln\frac{1}{2}\right) = \frac{n}{2}\left[(n+1)\ln\frac{1}{2}\right]$$

$$P_n = \frac{u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n}{n!}$$

$$P_n = \frac{u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n}{1 \times 2 \times \ldots \times n} = \frac{u_1}{1} \times \frac{u_2}{2} \times \ldots \times \frac{u_n}{n}$$

$$P_n = v_1 \times v_2 \times \ldots \times v_n$$

$$P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \ldots \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^{1+2+\cdots+n}$$

$$P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

التمرين 04

1 أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = \lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} \left[\frac{3}{2}x^2 - x^2 \ln x + 1\right] = 1$$

فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها

بما أن $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = f(0) = 1$ فإن الدالة f

مستمرة عند $x_0 = 0$

www.ency-education.com

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1\right] = -\infty$$

❷ أ/ أدرس قابلية الإشتقاق لـ f عند $x_0 = 0$

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{\substack{x\to 0\\ >}}\left[\frac{3}{2}x - x\ln x\right] = 0$$

ومنه f قابلة للإشتقاق عند $x_0 = 0$

ب/ أثبت أن f قابلة للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$

لدينا من جهة f قابلة للإشتقاق عند $x_0 = 0$

ومن جهة أخرى f هي عبارة عن جداء ومجموع

دوال قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$

ومنه نستنتج أن f قابلة للإشتقاق على المجال $[0;+\infty[$

❸ أحسب $f'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

$$f'(x) = x(3-2\ln x) - \frac{2}{x}\times\frac{x^2}{2}$$

$$f'(x) = 3x - 2x\ln x - x = 2x(1-\ln x)$$

❖ إستنتج إتجاه تغير الدالة f

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ 1-\ln x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = e \end{cases}$$

x	0		e		$+\infty$
$2x$	‖	$+$		$+$	
$1-\ln x$	‖	$+$	0	$-$	
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

ومنه f متزايدة تماما على المجال $[0;e]$ ومتناقصة تماما على المجال $[e;+\infty[$

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖	1	$\nearrow$ $\simeq 4{,}7$	$\searrow$	$-\infty$

❹ بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيدا α

f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[4{,}6;4{,}7]$

$$\begin{cases} f(4{,}6) = 0{,}44 \\ f(4{,}7) = -0{,}05 \end{cases} \Rightarrow f(4{,}6)\times f(4{,}7) < 0$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة

$f(x) = 0$ تقبل حل وحيدا α حيث $4{,}6 < \alpha < 4{,}7$

❺ أكتب معادلة المماس (T) عند الفاصلة 1

$$(T): y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$(T): y = 2(x-1) + \frac{5}{2}$$

$$(T): y = 2x + \frac{1}{2}$$

II- g دالة معرفة بـ: $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

❶ أحسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ، ثم أدرس إتجاه تغير الدالة g'

$$g'(x) = f'(x) - 2$$

$$g''(x) = f''(x) = 2(1-\ln x) - \frac{1}{x}\times 2x$$

$$g''(x) = -2\ln x$$

x	0		1		$+\infty$
$g''(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$g'(x)$	‖ -2	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

ومنه الدالة g' متزايدة تماما على المجال $]0;1]$

ومتناقصة تماما على المجال $[1;+\infty[$

❷ إستنتج إشارة $g'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

بما أن الدالة g' تقبل قيمة حدية عظمى هي 0 عند $x = 1$ ومنه نستنتج أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$

فإن $g'(x) \leq 0$

❸ أدرس إتجاه تغير الدالة g

الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$-$	
$g(x)$	‖ $\frac{1}{2}$	$\searrow$	0	$\searrow$	

❹ إستنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (T)

ندرس إشارة الفرق $f(x) - 2x - \frac{1}{2} = g(x)$

✍ لما $x \in]0;1[$ فإن (C_f) يقع فوق (T)

✍ لما $x \in]1;+\infty[$ فإن (C_f) يقع تحت (T)

✍ لما $x = 1$ فإن (C_f) يخترق (T) في $\left(1;\frac{5}{2}\right)$

www.ency-education.com

$$A(n)=\int_{\frac{1}{n}}^{1}\left(f(x)-2x-\frac{1}{2}\right)dx=\int_{\frac{1}{n}}^{1}g(x)dx$$

$$A(n)=\int_{\frac{1}{n}}^{1}\left(\frac{3}{2}x^2-x^2\ln x+1-2x-\frac{1}{2}\right)dx$$

$$A(n)=\int_{\frac{1}{n}}^{1}\left(\frac{3}{2}x^2-2x-x^2\ln x+\frac{1}{2}\right)dx$$

$$A(n)=\int_{\frac{1}{n}}^{1}\left(\frac{3}{2}x^2-2x+\frac{1}{2}\right)dx-I_n$$

$$A(n)=\left[\frac{x^3}{2}-x^2+\frac{x}{2}\right]_{\frac{1}{n}}^{1}-I_n=\left[\frac{x^3-2x^2+x}{2}\right]_{\frac{1}{n}}^{1}-I_n$$

$$A(n)=-\left(\frac{\left(\frac{1}{n}\right)^3-2\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{1}{n}}{2}\right)-I_n$$

$$A(n)=-\left(\frac{\frac{1}{n^3}-\frac{2}{n^2}+\frac{1}{n}}{2}\right)-I_n$$

$$A(n)=-\left(\frac{\frac{1-2n+n^2}{n^3}}{2}\right)-I_n=-\frac{1-2n+n^2}{2n^3}-I_n$$

$$A(n)=\frac{-n^2+2n-1}{2n^3}-\frac{\ln n}{3n^3}-\frac{1}{9n^3}+\frac{1}{9}$$

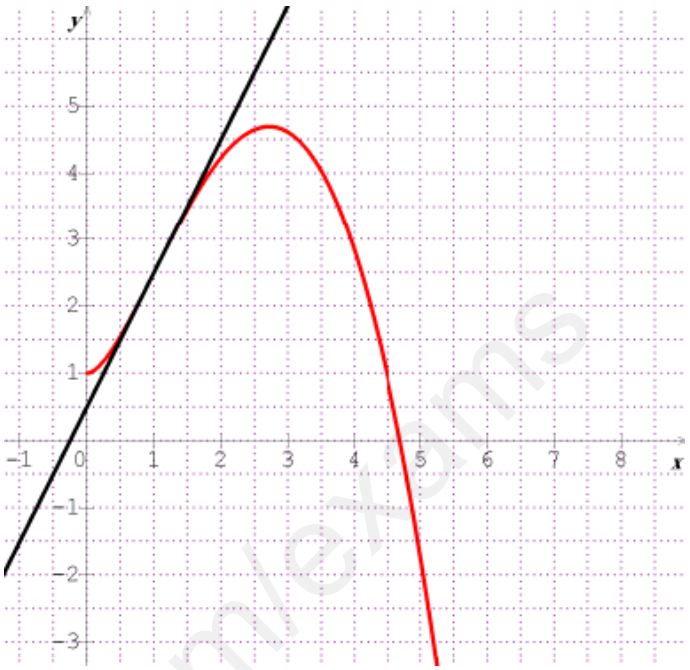
$$A(n)=\frac{-9n^2+18n-9-6\ln n-2+2n^3}{18n^3}$$

$$A(n)=\left(\frac{2n^3-9n^2+18n-11-6\ln n}{18n^3}\right)\times 4\ (u.a)$$

5 أحسب $f(6)$

$$f(6)=-9{,}5$$

أنشئ كلا من (C_f) و (T)



6 أحسب بدلالة n : $I_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1}x^2\ln x\,dx$

$u(x)=\ln x$	$u'(x)=\frac{1}{x}$
$v(x)=\frac{x^3}{3}$	$v'(x)=x^2$

$$I_n=\left[\frac{x^3}{3}\ln x\right]_{\frac{1}{n}}^{1}-\frac{1}{3}\int_{\frac{1}{n}}^{1}x^2dx$$

$$I_n=\left[\frac{x^3}{3}\ln x\right]_{\frac{1}{n}}^{1}-\left[\frac{x^3}{9}\right]_{\frac{1}{n}}^{1}=$$

$$I_n=-\left(\frac{\left(\frac{1}{n}\right)^3}{3}\ln\frac{1}{n}\right)-\left(\frac{1}{9}-\frac{\left(\frac{1}{n}\right)^3}{9}\right)$$

$$I_n=-\left(\frac{1}{3n^3}(-\ln n)\right)-\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{9n^3}\right)$$

$$I_n=\frac{\ln n}{3n^3}+\frac{1}{9n^3}-\frac{1}{9}$$

7 إستنتج المساحة $A(n)$ بـ cm^2 لحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمماس (T) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=\frac{1}{n}$ و $x=1$

بما أن $0<\frac{1}{n}\leq x\leq 1$ أي أن $0\leq x\leq 1$

ومنه (C_f) يقع فوق (T) في المجال $[0;1]$ ومنه

ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات — امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي

الشعبة: تقني رياضي — دورة: 2024

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

إعداد الأستاذ عبد الحميد بوقطوف

التمرين الأول: (05 نقاط)

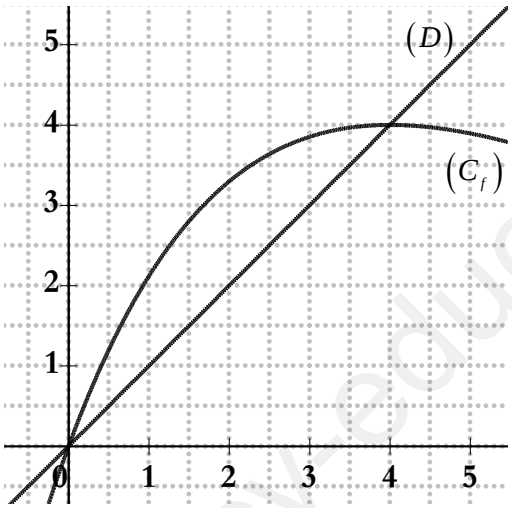
f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=xe^{1-\frac{1}{4}x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ و (D) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;4]$ فإن $f(x)\in[0;4]$

2) أ- أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2 و u_3 مبرزا خطوط الإنشاء.



ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

3) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $0<u_n\leq 4$

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $\frac{u_{n+1}}{u_n}\geq 1$

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

جـ- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $S_n=u_0+u_1+...+u_{n-1}$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_n=e^{n-\frac{1}{4}S_n}$

ب- استنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{S_n}{n}=4$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 11

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 5^{2024} على 11

www.ency-education.com

2) نعتبر المعادلة $(E)\dots 5x-3y=11$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ- تحقق أن الثنائية $(1;-2)$ حل للمعادلة (E)

ب- استنتج حلول المعادلة (E)

3) الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) و $d=PGCD(x;y)$

عين القيم الممكنة لـ d

4) نضع: $n=3\times16^{2024}+1$

أ- أوجد باقي القسمة الإقليدية للعدد n على 11

ب- أوجد $PGCD\left(3\times16^{2024}+1;5\times16^{2024}+1\right)$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي وعاء غير شفاف على 9 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها كريتين تحملان الرقم 1 وأربع كريات تحمل الرقم 2 وكرية واحدة تحمل الرقم 3 وكريتين تحملان الرقم 4

نسحب عشوائيا من هذا الوعاء كريتين على التوالي دون إرجاع.

نعتبر الحوادث A، B و C التالية:

A : "الحصول على كريتين مجموع رقميهما يساوي 5"

B : "الحصول على كريتين جداء رقميهما فردي"

C : "الحصول على كريتين رقميهما أوليان فيما بينهما"

1) أ- أحسب $p(A)$ و $p(B)$

ب- بين أن $p(C)=\frac{7}{12}$

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين، القاسم المشترك الأكبر للرقمين المسجلين عليهما.

أ- برر أن قيم المتغير العشوائي X هي: $\{1;2;4\}$

ب- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

3) أحسب $p\left(|X-2024|<2024\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x^2+\ln x$

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}g(x)$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,54<\alpha<0,55$

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

www.ency-education.com

II) f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=2x-\dfrac{1+\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=2x$

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن $f(\alpha)=\dfrac{4\alpha^2-1}{\alpha}$ ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$

5) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $\dfrac{1}{e}$

6) أنشئ (Δ)، (T) و (C_f)

7) أ- أوجد دالة أصلية F للدالة f على $]0;+\infty[$

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين $x=\dfrac{1}{e}$ و $x=1$

انتهى الموضوع الأول

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z التالية: $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A، B و C لواحقها $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ و $z_B=4+\sqrt{3}+i$ على الترتيب.

أ- أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب- بين أن: $\left(\frac{z_A}{2}\right)^6+\left(\frac{z_A}{2}\right)^6=-2$

3) أ- أثبت أن: $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=2e^{i\frac{\pi}{2}}$ ثم استنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة.

ب- ما طبيعة المثلث ABC ؟

جـ- عين لاحقة النقطة I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

4) لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تختلف عن $2+i$ حيث: $\arg\left(\overline{z}-2+i\right)=\frac{\pi}{6}+2k\pi$

(k عدد صحيح)

أ- تحقق أن النقطة I تنتمي إلى المجموعة (E)

ب- عين المجموعة (E)

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=2\ln 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\ln\left(\frac{2}{3}e^{u_n}+1\right)$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>\ln 3$

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $e^{u_n}-e^{u_{n+1}}=\frac{1}{3}\left(e^{u_n}-3\right)$ ثم استنتج أن (u_n) متناقصة.

ب- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=e^{u_n}-3$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب- عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=\ln\left(3+\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$

جـ- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=e^{u_0}+e^{u_1}+...+e^{u_n}$

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1445^{2024} على 7

2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{651\alpha}$ في النظام العشري.

عين α حتى يقبل العدد $1445^{2024}+\overline{651\alpha}$ القسمة على 7

3) أ- أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 4590 و 2025

ب- عين مجموعة قيم العدد الصحيح x التي تحقق: $34x\equiv 2[15]$

جـ- حل المعادلة $4590x+2025y=270$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

4) ما هو رقم آحاد العدد 7^{2024} المكتوب في النظام العشري؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x-x-1$

يعطى جدول تغيراتها كما هو موضح في الشكل المقابل:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(0)$	↗	$+\infty$

1) أحسب $g(0)$

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+2)e^{-x}+x-2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=x-2$

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=e^{-x}g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) بين أن O هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

5) أنشئ (Δ) و (C_f)

6) λ عدد حقيقي أكبر تماما من -2

$A(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات (Δ)، $x=-2$ و $x=\lambda$

أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن: $A(\lambda)=e^2-(\lambda+3)e^{-\lambda}$

ب- أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$

انتهى الموضوع الثاني

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية عبد الرحمان كرزازي – بوقدير –

امتحان بكالوريا تجريبي **دورة :ماي 2024**

الشعبة : تقني رياضي

اختبار في مادة : الرياضيات **المدة : 04 سا و 30د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول :(05 نقاط)

يحتوي صندوق على ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ : 0، 1، 2 و سبع كريات حمراء مرقمة بـ : 0، 1، 1، 1، 1، 2، 2، 2 كل الكريات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

1) احسب احتمال الحوادث الأتية

A "الكريات المسحوبة تحمل أرقام زوجية "

B " الحصول على كرية بيضاء واحدة على الأقل "

C " الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها زوجي "

2) نعتبر المتغير العشوائي X المرتبط بعدد الكرات المتحصل عليها التي تحمل أرقام زوجية

- عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X
- احسب امله الرياضياتي $E(X)$
- احسب $P\left(e^{X}-e\geq 0\right)$

التمرين الثاني :(04 نقاط)

2 نعتبر المعادلة (E_1) ذات المجهولين الصحيحين x و y التالية $645x-195y=60$ ..... (E_1)

1 – أ) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 195و 645، ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا .

ب) بين أن المعادلة تكافئ $129x-39y=12$ ..... (E_2)

2 – أ) تحقق أن الثنائية $(1;3)$ حل للمعادلة (E_2) ، ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E_2) .

ب) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 3^n على العدد 5

ج) جد كل الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E_2) التي تحقق $2023^{y-x}\equiv 1[5]$

التمرين الثالث: (04نقاط)

1. (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=\ln 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\ln\left(\frac{1+e^{u_n}}{2}\right)$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $e^{u_{n+1}}-e^{u_n}=\frac{1-e^{u_n}}{2}$.

ج) استنتج أن (u_n) متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ،ثم استنتج أنها متقاربة .

2. (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{1}{e^{u_n}-1}$.

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=2$ يطلب تعيين حدها الأول.

www.ency-education.com

ب. عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3. احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \ln\left(e^{u_0}-1\right)+\ln\left(e^{u_1}-1\right)+\ln\left(e^{u_2}-1\right)+...+\ln\left(e^{u_n}-1\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+1+2\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن للمعادلة: $g(x)=0$ حل وحيد α وأن $0,52<\alpha<0,53$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال بـ $]0;+\infty[$: $f(x)=-x+\dfrac{3+2\ln x}{x}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ $\left\|\vec{i}\right\|=1cm$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ت) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ث) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم المقارب (Δ)

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن $f(\alpha)=2\left(\dfrac{1}{\alpha}-\alpha\right)$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

4) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

5) أنشئ (T) ، (Δ) و (C_f) (نضع $f(2,11)=f(0,22)=0$)

6) m وسيط حقيقي . ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $3+2\ln x-mx=0$

7) احسب العدد الحقيقي I حيث $I=\int_{e^{-1}}^{e}\dfrac{3+2\ln x}{x}dx$ ، فسر النتيجة.

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(04 نقاط)

وحدة إنتاجية بمصنع يسيرها خمس رجال H_1 ، H_2 ، H_3 ، H_4 و H_5 و ثلاث نساء F_1 ، F_2 و F_3

نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاث أعضاء (رئيس فرع و نائب أول و نائب ثاني)

1) ماهو عدد اللجان التي يمكن تكوينها

2) احسب احتمال الحوادث الأتية

A "أعضاء اللجنة من نفس الجنس "

B " اللجنة مكونة من رجلين و امرأة "

C "H_1 رئيس اللجنة "

D " يوجد رجل واحد على الأقل في اللجنة "

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق عدد النساء في اللجنة .

4) عين قيم المتغير العشوائي .

5) عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني :(05 نقاط)

1 – أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 5.

2 – عين باقي القسمة الإقليدية للعدد A على 5 حيث : $A = 4\times 1962^{1954} + 3\times 2024^{1445} - 2023^{2024}$

3 – عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون العدد $2024^{2n+1} + 2n + 3$ مضاعفا للعدد 5.

4 – عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $2^n + 3^n \equiv 0[5]$

5 – عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $2^n + 3^{2n} + 4^{3n} \equiv 0[5]$

التمرين الثالث :(04 نقاط)

1) (u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0 = \alpha$ (حيث α عدد حقيقي) و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2 - \dfrac{4}{u_n + 3}$

أ) عين قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة .

2) في كل مايأتي نفرض أن $u_0 = 0$

ح) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le u_n < 1$.

ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

ج) استنتج أن (u_n) متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ،ثم استنتج أنها متقاربة .

3. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 1 - u_{n+1} \le \dfrac{1}{3}(1 - u_n)$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 1 - u_n \le \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

www.ency-education.com

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

بين أن $n+1-\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) \leq S_n < n+1$

التمرين الرابع :(07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 1 + xe^{1-x}$

1) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $-0,28 < \alpha < -0,27$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{3}x^2e^{2-2x} + \frac{2}{3}xe^{1-x}$.

(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ فسر النتيجة هندسيا

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2}{3}g'(x).g(x)$

ب) بين أن الدالة f متناقصة على المجالين $]-\infty;\alpha]$ و $[1;+\infty[$ و متزايدة على المجال $[1;\alpha]$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) اكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0

4) بين أن $f(\alpha) = -\frac{1}{3}$.

5) أرسم (T) و المنحنى (C_f) .

6) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين احداهما المبدأ O و الأخرى فاصلتها β حيث $-0,8 < \alpha < -0,7$

7) أرسم المنحنى (C_f) على المجال $]-1;+\infty[$.

8) H الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $H(x) = -\frac{1}{4}(2x^2+2x+1)e^{2-2x}$

أ) بين أن الدالة H أصلية للدالة $h \mapsto x^2e^{2-2x}$ على $\mathbb{R}$

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن $\int_0^1 xe^{1-x}dx = e-2$

ت) احسب بالسنتمتر المربع مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات $y=0$ ، $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الثاني

التوفيق في امتحان شهادة البكالوريا

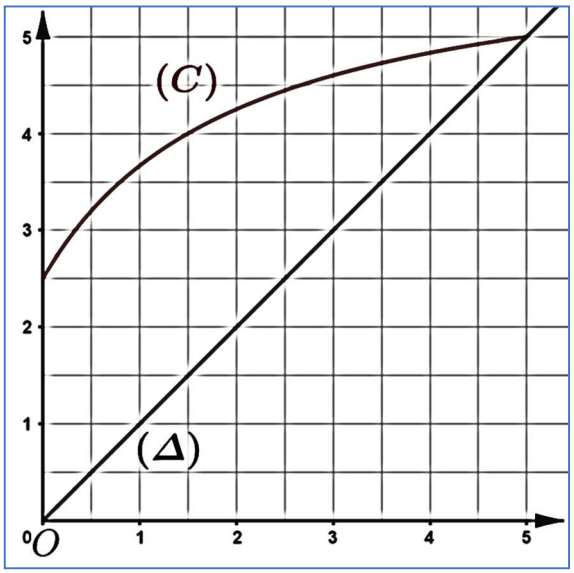
www.ency-education.com

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الدالة f معرّفة على المجال $[0;5]$ بـ: $f(x)=\dfrac{6x+5}{x+2}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس أنظر الشكل.



1) أ) اثبت أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;5]$.
ب) أثبت حسابيا أنّ (C) والمنصف الأول (Δ) ذا المعادلة $y=x$ متقاطعان في نقطة يطلب تعيين فاصلتها α.

2) نعرّف المتتالية (u_n) بـ: $u_0=0$، ومن أجل $n\in\mathbb{N}$، $u_{n+1}=f(u_n)$.
أ) أنقل الشكل. ومثّل بيانيا الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 دون حسابها، على حامل محور الفواصل مبرزا خطوط الإنشاء.
ب) أعط تخمينا فيما يخصّ اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

3) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $0\le u_n<5$.
ب) برهن بالتراجع أنّ (u_n) متزايدة تماما واستنتج أنّ (u_n) متقاربة.

4) نعرّف المتتالية (v_n) من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=\dfrac{u_n+1}{u_n-5}$.
أ) اثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 7 وعيّن حدّها الأول، ثم أكتب بدلالة n عبارة الحد v_n، واحسب نهاية (v_n).
ب) عبّر عن الحد u_n بدلالة v_n، واستنتج نهاية (u_n).
جـ) احسب بدلالة n المجموعين: $s_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $L_n=u_0(v_0-1)+u_1(v_1-1)+...+u_n(v_n-1)$.

التمرين الثاني: (04.5 نقطة)

يحوي كيس غير شفاف 8 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللّمس، موزعة كما يلي: 3 كريات بيضاء مرقمة: α ، α و β و3 كريات سوداء مرقمة: $-\alpha$، β و β واثنتان حمراوان مرقمتان: $-\alpha$ و α. حيث α و β عددان طبيعيان و $\alpha<\beta$.

نسحب عشوائيا من الكيس كريتين في آن واحد؛ ونعتبر الحوادث التالية: A:"الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم "، B ": الحصول على كريتين مختلفتين في اللّون " و C :"الحصول على كريتين مجموع رقميهما موجب تماما".

1) أ) أحسب $p(A)$ احتمال الحدث A ثمّ بيّن أنّ: $p(B)=\dfrac{3}{4}$.
ب) أحسب الاحتمالين $p(C)$ و $p(A\cap C)$.

2) نعتبر أن الأعداد: $-\alpha$، α و β بهذا الترتيب تشكل متتالية حسابية، وليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المسجلين على الكريتين المسحوبتين.
أ) برّر أن مجموعة قيّم المتغير العشوائي X هي: $\{-2\alpha;0;2\alpha;4\alpha;6\alpha\}$.
ب) عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثمّ أحسب بدلالة α أمله الرياضياتي.

التمرين الثالث: (04.5 نقطة)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z التالية: $\left(z^2+2z+4\right)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. النقط A، B، C و D لواحقها على الترتيب هي:
$z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-1-i\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z_C}$.

www.ency-education.com

3) أ) أكتب على الشكل الأسي كل من الأعداد: z_A، z_B، z_C و z_D. واستنتج أنّ النقط A، B، C و D تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب) أثبت أنّ $\frac{z_A}{z_B}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ثمّ استنتج نوع المثلث OAB.

4) عيّن قيّم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_A)^n$ حقيقيا سالبا.

5) أ) عيّن (s) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $z=\sqrt{3}+i+k\,e^{i\frac{2\pi}{3}}$، مع $k\in\mathbb{R}^+$.

ب) عيّن (d) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $|z-\sqrt{3}+i|=|z+1+i\sqrt{3}|$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعرّف الدالة g على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^3-x-2\ln x+3$.

1) أ) أحسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$.

2) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x؛ $3x^3-x-2=(x-1)(3x^2+3x+2)$.

ب) أدرس اتجاه تغير g وشكل جدول تغيراتها واستنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) الدالة f معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1+\frac{x-1+\ln x}{x^2}$. و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$؛ ثمّ بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$، وفسّر النتيجة بيانيا.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$؛ $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$.

ب) استنتج اتجاه تغيرات f، وشكل جدول تغيراتها.

3) نعرّف الدالة h على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x-1+\ln x$.

أ) أدرس اتجاه تغير الدالة h، وشكل جدول تغيراتها. (لا يطلب حساب النهايتين).

ب) أحسب $h(1)$ واستنتج إشارة $h(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$.

ج) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x-1$ مقارب مائل لـ(C_f) بجوار $+\infty$، ثمّ حدّد وضعهما النسبي.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(1;0)$.

5) أرسم المماس (T) والمستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

6) ليكن (D_m) مجموعة المستقيمات التي معادلاتها: $y=mx-m$، حيث m وسيط حقيقي.

أ) اثبت أنّ كل المستقيمات (D_m) تمرّ بالنقطة $A(1;0)$.

ب) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $f(x)=mx-m$ حلين متمايزين.

7) أ) تحقق أنّ الدالة: $x\mapsto -\frac{1}{x}(1+\ln x)$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \frac{\ln x}{x^2}$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب) أحسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x=\frac{1}{2}$ و $x=2$.

انتهى الموضوع الأول

بالتوفيق

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعرّف المتتالية (u_n) بـ: $u_0=1$، ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\dfrac{u_n}{2^n u_n+2}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $0<u_n$.
ب) برهن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما واستنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة.

2) نعرّف المتتالية (v_n) من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=\dfrac{1}{2^n u_n}$.
أ) بيّن أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\dfrac{1}{2}$ وعيّن حدها الأول.
ب) أكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n.
ج) استنتج بدلالة n عبارة الحد العام u_n واستنتج النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
د) احسب بدلالة n المجموع: $s_n=u_0v_0+u_1v_1+\ldots+u_nv_n$.

3) نعرّف المتتالية (w_n) من أجل كل عدد طبيعي n، $w_n=\ln\left(\dfrac{n+1}{n+2}\right)$.
أ) بيّن أن المتتالية (w_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.
ب) هل المتتاليتان (u_n) و (w_n) متجاورتان؟ برّر إجابتك.

التمرين الثاني: (04.5 نقطة)

يتكون فريق عمل من 4 رجال: H_1، H_2، H_3 و H_4 و3 نساء: F_1، F_2 و F_3.
نريد اختيار لجنة تضم رئيسا، نائبا وأمينا.
ونعرّف الحوادث التالية:
A : "اللجنة من نفس الجنس "
B : " الرئيس رجل والأمين امرأة ".
C: " H_4 رئيس للجنة "
D : " اللجنة لا تضم H_4 و F_3 معًا".

1) بين أنّ عدد اللجان الممكنة هو 210.
2) أحسب الاحتمالين: $p(A)$ و $p(B)$.
3) أحسب: $p(C)$ و $p(D)$ وأثبت أنّ: $p(C\cap D)=\dfrac{2}{21}$.
4) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل اختيار عدد النساء خارج اللجنة المشكلة.
أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X وعرّف قانون احتماله.
ب) أحسب أمله الرياضياتي وانحرافه المعياري.

التمرين الثالث: (4.5 نقطة)

1) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 13.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A حيث: $A=7\times 2025^{1446}+10\times 1962^{1954}+2024^{1954}$ على 13.

2) نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: (E).....$5x-2y=13$.
أ) اثبت أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 1[2]$ ثمّ استنتج حلول المعادلة (E).
ب) جد الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق x قاسم للعدد y.

3) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $3^n+n+1\equiv 2024[13]$ و $n\equiv 1445[3]$.

www.ency-education.com

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $f(x)=x+\frac{1}{2}\times\frac{e^x}{e^x-1}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$، ثمّ فسّر النتيجتين هندسيا.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{0\}$ ؛ $f'(x)=\frac{1}{2}\times\frac{(e^x-2)(2e^x-1)}{\left(e^x-1\right)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير f وشكّل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و(Δ).

ج) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x=\frac{1}{2}$، ثمّ فسّر النتيجة بيانيا.

د) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم المقارب (Δ') ذي المعادلة: $y=x+\frac{1}{2}$.

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x؛ $f(x)+f(-x)=\frac{1}{2}$ وفسّر النتيجة بيانيا.

5) أ) أرسم المقاربين (Δ) و(Δ') والمنحنى (C_f).

ب) ناقش بيانيا حسب قيّم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x التالية:
$2(m-x)(e^x-1)e^{-x}=1$.

6) ليكن n عددا طبيعيا أكبر تماما من 1.

أحسب بدلالة n المساحة $\mathcal{A}(n)$ لحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) المستقيم (Δ') والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=\ln(n)$ و $x=\ln(n+1)$.

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي الشعبة: تقني رياضي دورة: 2024

ثانويات: عيسى حميطوش / الشهيد حميدي عيسى / رماش عمر بن الصالح / عمار بوجلال أمبارك / كيال عراس / فارس بن مهل

اختبار في مادة: الرياضيات المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق غير شفاف على 10 كريات لا يمكن التمييز بينهم عند اللمس موزعة كما يلي:

8 كريات سوداء تحمل الأرقام -1 ، -1 ، -1 ، **0** ، **0** ، **0** ، **1** و **1** و كريتان لونيهما أحمر تحملان الرقمين **1** و**2**.

1) نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين في آن واحد:

أ) أحسب احتمال الأحداث التالية: A : " سحب كريتين من نفس اللون "

B : " سحب كرية سوداء على الأكثر " و C : " سحب كرية سوداء على الأقل ".

ب) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب جداء الرقمين المسجلين على الكريتين المسحوبتين.

– عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون احتماله، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

2) نسحب عشوائيا من الصندوق n كرية في آن واحد حيث $1 \leq n \leq 9$ ، ونعتبر الحدث D: " سحب كرية واحدة حمراء ".

– أحسب $P(\mathrm{D})$ بدلالة n، ثم عين قيم العدد الطبيعي n إذا علمت أن: $P(\mathrm{D}) = \frac{7}{15}$.

3) نضيف الى الكيس السابق $m+2$ كرية حمراء. ونعتبر $P(m)$ احتمال سحب كرتين مختلفتين في اللون.

نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين على التوالي دون إرجاع الكرية المسحوبة أولا.

– أحسب بدلالة m الاحتمال $P(m)$، ثم أحسب $\lim\limits_{m \to +\infty} P(m)$ وفسر النتيجة المتحصل عليها.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 13 .

ب) بين أن العدد $1446^{2024} + 5 \times 1962^{1954} - 7$ يقبل القسمة على 13.

2) نعتبر المعادلة: $(E).....5x - 2y = 13$ ذات المجهولين الصحيحين x و y.

أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.

ب) بين أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حلا للمعادلة (E) فان $x \equiv 1[2]$ ثم حل في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة (E) .

3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y .

أ) ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب) عين الثنائيات (x, y) من الأعداد الطبيعية بحيث يكون: $d = 13$.

4) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة: $\begin{cases} 3^n + n + 1 \equiv 2024[13] \\ n \equiv 1445[3] \end{cases}$.

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \left(\frac{\alpha+1}{2}\right)u_n + \alpha - 2 \end{cases}$ حيث α عدد حقيقي.

1) جد قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون (u_n) متتالية هندسية.

2) نضع في ما يلي: $\alpha = 0$.

أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > -4$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

4) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \ln(u_n + 4)$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ يطلب حساب حدّها الأوّل.

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{10}{2^n} - 4$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

5) نضع الجداء P_n حيث: $P_n = (u_0+4)\times(u_1+4)\times....\times(u_n+4)$.

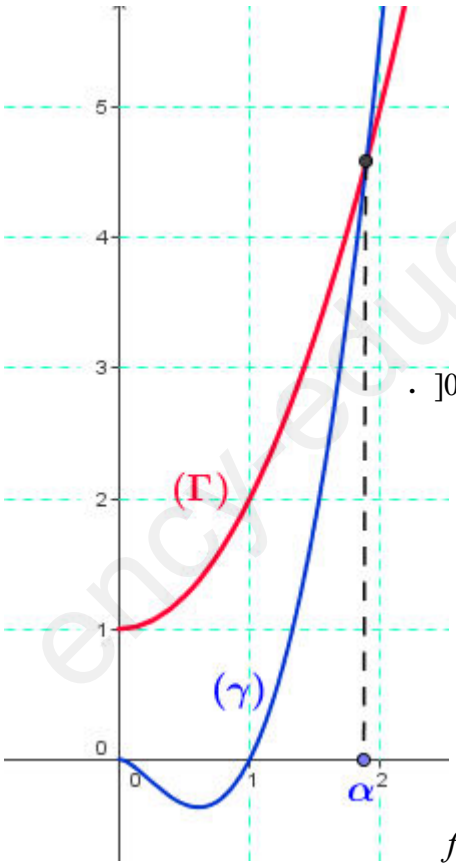
– بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = \left(\frac{10}{\sqrt{2^n}}\right)^{n+1}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto x^2\ln(x^2)$.

و (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto 1+x^2$.

α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Γ) (لاحظ الشكل المقابل)



1) بقراءة بيانية حدد الوضع النسبي بين (γ) و (Γ) على المجال $]0,+\infty[$.

2) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ:

$$g(x) = x^2 + 1 - x^2\ln(x^2)$$

أ) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$.

ب) تحقق أن: $1.89 < \alpha < 1.9$.

جـ) بين أن : $\ln\alpha = \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{\alpha^2}\right)$.

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين بيانيا.

www.ency-education.com

2) أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$.

ب) ادرس اتجاه نغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أثبت أن: $f(\alpha)=\frac{1}{2\alpha^2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5) أنشئ (C_f) و (T) .

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=\frac{1}{2}x+m$.

7) أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0,1[$: $\ln(x)<f(x)<\frac{1}{2}\ln(x)$

ب) λ عدد حقيقي من المجال $]0,1[$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة بين أ ن: $\int_{\lambda}^{1}\ln(x)dx=\lambda(1-\ln\lambda)-1$

ج) لتكن $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين ذو المعادلتين: $x=1$ و $x=\lambda$.

- بين أن: $\frac{1-\lambda(1-\ln\lambda)}{2}<A(\lambda)<1-\lambda(1-\ln\lambda)$

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

I) نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z التالية: $\left(z^2-8i\right)\left(z^2-4\sqrt{3}z+16\right)=0$

1- أكتب العدد المركب $\left(2+2i\right)^2$ على الشكل الجبري.

2- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E).

II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، نعتبر النقط A ، B ، C و D لواحقها على الترتيب: $z_A=2+2i$ ، $z_B=-z_A$ ، $z_C=2\sqrt{3}-2i$ و $z_D=\overline{z_C}$.

1- أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_C}$ على الشكل الجبري، ثم على الشكل المثلثي.

ب) استنتج القيم المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

2- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_D}{z_C}\right)^n$ عددا حقيقيا.

3- أكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_D}{z_C-z_D}$ على الشكل الأسي، ثم استنتج طبيعة المثلث ACD.

4- عين طبيعة المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $\left|iz+2-2i\right|=\left|z_C+2i\right|$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $v_n=\int_n^{n+1}\frac{e^x}{e^x+1}dx$.

من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $v_0+v_1+....+v_{2023}=\ln\left(\frac{e^{2024}+1}{2}\right)$.

2) القيمة المتوسطة m للدالة g على المجال $\left[e,e^2\right]$ حيث $g(x)=\frac{2024}{x\ln x}$ هي : $m=2024$.

3) يكتب العدد 12551 في نظام التعداد الذي أساسه 8 على الشكل $\overline{30407}^8$.

4) قيم العدد الطبيعي n بحيث $n^2-3n+12\equiv 0\left[n-2\right]$ هي: $n\in\{3;12\}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول: $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=5-\frac{4}{u_n}$.

1) أ - برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2\le u_n\le 4$.

ب - ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة.

www.ency-education.com

2) أ – أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le 4-u_{n+1} \le \frac{1}{2}(4-u_n)$.

ب – استنتج أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $0 \le 4-u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ، ثم احسب: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) نضع: $S_n = u_1 + u_2 + \ldots\ldots + u_n$ ، بين أن: $S_n \ge 4n-2+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ واحسب: $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

4) نعرف من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ المتتالية (v_n) كما يلي: $v_n = \frac{4-u_n}{1-u_n}$.

أ – برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ ، يطلب حساب حدها الأول v_0 .

ب – عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

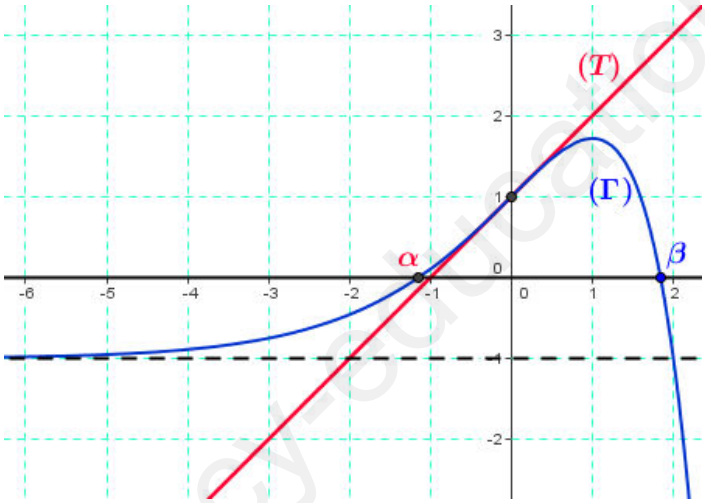
جـ – احسب نهاية المتتالية (u_n) من جديد.

د – احسب بدلالة n المجموع: $T_n = v_0 + \frac{v_1}{4} + \frac{v_2}{4^2} + \ldots\ldots + \frac{v_n}{4^n}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $e^x > x$ (يمكن دراسة الدالة $x \mapsto e^x - x$) .

II) الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (ax+b)e^x + c$ ، حيث: a ، b و c أعداد حقيقية ثابتة.



الشكل المقابل يمثل منحناها البياني (Γ) الذي يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل بجوار $-\infty$ معادلته $y=-1$.

1) بقراءة بيانية حدد $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ واستنتج c .

2) إذا علمت أن المستقيم (T) ذا المعادلة: $y = x+1$ مماس للمنحني (Γ) في النقطة ذا الفاصلة 0 .

– عين كلا من: a و b .

3) نضع: $g(x) = (2-x)e^x - 1$ ونعتبر العددين α و β هما فاصلتي نقطتي تقاطع (Γ) مع حامل محور الفواصل.

أ – بين أن: $-1,2 < \alpha < -1,1$ و $1,8 < \beta < 1,9$.

ب – استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

III) الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في **المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس** $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا.

www.ency-education.com

2) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^x - x)^2}$ ، ثم شكل جدول التغيرات للدالة f .

3) بين أن: $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha - 1}$ ، ثم استنتج حصرا لكل من: $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.

4) انشئ المستقيمين المقاربين والمنحني (C_f) .

5) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = \dfrac{1 - e^x}{1 + xe^x}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

تحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $h(x) - f(-x) = 0$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنيين (C_f) و (C_h).

6) احسب A مساحة الحيز المستو المحدد بالمنحنى (C_h) ، حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما: $x = 0$ ، $x = 2$.

انتهى الموضوع الثاني

الأساتذة: دحامنة مراد / كحول رياض / فراحتية المحفوظ / عبلاوي فريد / مالجي حسام / جلاط حسين.

تمنياتنا ودعواتنا الخالصة لكم بالنجاح التفوق في بكالوريا 2024

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

متقن المجاهد بن حود مُحَمَّد ولاية المنيعة

امتحان بكالوريا تجريبية التعليم الثانوي

الشعبة:تقني رياضي **دورة:2024**

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 4 سا و30د**

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقاط)

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء مرقمة1، 2، 3، 4، 5 وأربع كريات سوداء مرقمة6، 7، 8، 9 (الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا ثلاث كريات على التوالي مع إعادة الكرية إلى الكيس في كل مرة.

نعتبر الحادثين التاليتين:

A " الحصول على ثلاثة أرقام زوجية " و B " الحصول على ثلاث كريات مختلفة الألوان ".

1) احسب $P(A)$ ثم بين أن: $P(B)=\frac{20}{27}$.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كريات عدد الأرقام الزوجية المسحوبة.

أ ـ عين مجموعة قيم المتغير العشوائي $X(\Omega)$ مع التوضيح.

ب ـ عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

3) احسب $P(\log|X|\leq 0,25)$.

التمرين الثاني:(04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=3u_n+2n+7$.

1) أحسب u_1، u_2 و u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq 0$.

ب- حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln(u_n+n+4)$.

أ- أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\ln 3$.

ب-أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ت- هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ برر اجابتك.

أحسب S_n و T_n بدلالة n حيث $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$ و $T_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$.

www.ency-education.com

التمرين الثاني:(04 نقاط)

1) أ ـ ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على13.

ب ـ بين أن العدد $5\times 2024^{1445}+10\times 1962^{1954}+2025^{1446}$ مضاعف للعدد 13.

ج ـ ماهو باقي قسمة العدد $2024^{2026^{2027}}$ على 13؟

2) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $(E)\ldots 5x-2y=13$.

تحقق أن الثنائية $(3;1)$ حل للمعادلة (E). ثم استنتج مجموعة حلولها.

عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $\begin{cases} n+3^{2n}+2\equiv 2025[4] \\ n\equiv 1445[3] \end{cases}$

التمرين الرابع:(08 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-(x^2+1)e^{-x+1}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بيّن أنَ : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f .ثم شكل جدول تغيراتها .

2- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

3- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث ، $1.8<\alpha<1.9$.

4- أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$ ثم استنتج أنَ (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

6- أحسب $f(0),f(3)$ ثم أرسم (Δ)، (T) و (C_f).

7- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$(E):f(x)=x+m$

II. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x+1}dx$.

1- أ) بيّن أنَ الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $G(x)=-(x+1)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x+1}$

ب) أحسب I_1.

2- أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أنَ : $I_{n+1}=-1+(n+1)I_n$ لكل عدد طبيعي غير معدوم n.

ب) أحسب I_2.

3- أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=1$.

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأتية مع التبرير .

1) صندوق U_1 يحتوي على 6 كريات حمراء و4 سوداء و صندوق U_2 يحتوي على 3 كريات حمراء و1 زرقاء جميع الكرات متماثلة.نسحب كرية واحد من صندوق U_1 وكرية واحدة من الصندوق U_2.وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة فان أمله الرياضياتي هو:

أ) $\frac{3}{5}$ ب) $\frac{2}{5}$ ج) 1.

نضيف n كرية سوداء الى الصندوق U_1 و n كرية حمراء الى الصندوق U_2.و نسحب كرية من الصندوق U_1 وكرية من الصندوق U_2.فان قيمة n بحيث يكون احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين $\frac{7}{12}$ هي :

أ) 1 ب) 2 ج) 3

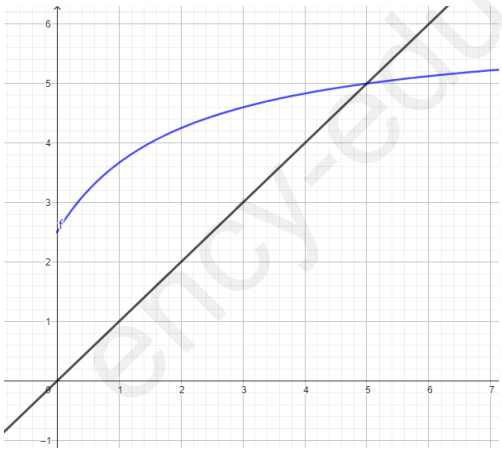
2) حلول المعادلة $(z-2)(z^2+2z+4)=0$ ذات المجهول z في $\mathbb{C}$ هي :

أ) $S=\{2,-1+i\sqrt{3},-1-i\sqrt{3}\}$ ب) $S=\{2,1+i\sqrt{3},1-i\sqrt{3}\}$ ج) $S=\{2,1+i\sqrt{3},-1-i\sqrt{3}\}$

نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A,B,C لواحقها على الترتيب $z_A=-1+i\sqrt{3}$, $z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $z_C=2$. فان $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$ تساوي :

أ) $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ب) $e^{i\frac{-\pi}{3}}$ ج) $e^{i\frac{\pi}{3}}$

التمرين الثاني:(05 نقاط)



1) الدالة العددية f معرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\frac{6x+5}{x+2}$,

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$, (D) المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases}U_0=1\\U_{n+1}=f(U_n)\end{cases}$.

أ) أعد رسم الشكل على ورقة الاجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_0 , U_1 و U_2(دون حسابها مبررا خطوط التمثيل).

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها .

2) أ / برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\leq U_n\leq 5$.

ب / ادرس اتجاه تغير (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة .

www.ency-education.com

3) المتتالية العددية (V_n) معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $V_n=\dfrac{U_n-5}{U_n+1}$.

أ / أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب / اكتب كلا من V_n و U_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

4) احسب بدلالة n المجموع : $S_n=\dfrac{1}{U_0+1}+\dfrac{1}{U_1+1}+...+\dfrac{1}{U_n+1}$

التمرين الثالث:(04نقاط)

1)نعتبر المعادلة (E).....$9x+4y=22$ ، ذات المجهولين الصحيحين x و y.

بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E)فإن $x\equiv 2[4]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E).

2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{133\alpha\beta 3}$ في نظام التعداد ذو الأساس 4، ويكتب $\overline{56\alpha 0}$ في نظام التعداد ذو الأساس 7

حيث α و β عددان طبيعيان.

عين α و β ثم أكتب N في النظام العشري

3) نضع $a=88n+22$ و $b=198n+44$ حيث n عدد طبيعي .

أ) بين أن الثنائية $(a;-b)$حل للمعادلة (E).

ب) باستعمال مبرهنة بيزو بين أن العددين $4n+1$ و $9n+2$ أوليان فيما بينهما .ثم جد $PGCD(a;b)$.

التمرين الرابع:(07نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=x^2-2+\ln x$

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.31<\alpha<1.32$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-e+\dfrac{1-\ln x}{x}$, (C_f) المنحني الممثل للدالة f

في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النتيجة الأولى هندسيا .

2) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) يطلب تعيين معادلته .

3) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (D).

4) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فان : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

5) استنتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها.

www.ency-education.com

6) أثبت أن : $f(\alpha)=2\alpha-e-\frac{1}{\alpha}$, ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

7) أ) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (D) في نقطة يطلب تعيين احداثياتها.

ب)أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) .

8) أنشئ (T) والمنحنى (C_f).

9) نسمي $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحددة بالمنحنى (C_f) والمستقيم (D)والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=\alpha$ و $x=e$

- بين أن : $A(\alpha)=2\left(\alpha^2-1\right)^2 cm^2$

انتهى الموضوع الثاني

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

اختبار البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات — المدة: 04 سا ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:

I. نعتبر الأعداد المركبة z_1 ، z_2 و z_3 بحيث: $z_1=2-2i$ ، $z_2=\sqrt{6}-i\sqrt{2}$ و $z_3=\dfrac{z_2}{z_1}$.

1) أ) اكتب كل من z_1 ، z_2 على شكل أسي.

ب) استنتج شكل أسي للعدد z_3.

2) أ) اكتب z_3 على الشكل الجبري، ثم على شكل مثلثي.

ب) استنتج القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.

II. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A ، B و M لواحقها z_1 ، z_2 و z على الترتيب.

ولنعتبر العدد المركب L المعرف من أجل كل عدد مركب z يختلف عن z_1 كما يلي: $L=\dfrac{z-z_2}{z-z_1}$.

1) عين (E_1) مجموعة النقط M بحيث: $|L|=1$.

2) عين (E_2) مجموعة النقط M بحيث: $L\in\mathbb{R}^*$.

3) عين (E_1) مجموعة النقط M بحيث: L تخيلي صرف.

التمرين الثاني:

نعتبر المتتاليتين العدديتين (U_n) و (V_n) المعرفتين على $\mathbb{N}^*$ كما يلي:

$$\begin{cases}U_1=1\\U_{n+1}=\dfrac{U_n+2V_n}{3}\end{cases}\quad\text{و}\quad\begin{cases}V_1=12\\V_{n+1}=\dfrac{U_n+3V_n}{4}\end{cases}$$

1) نضع: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $W_n=V_n-U_n$

أ) بين أن المتتالية (W_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{12}$.

ب) اكتب عبارة الحد العام للمتتالية (W_n).

ج) احسب: $\lim\limits_{n\to+\infty}W_n$.

2) أ) ادرس اتجاه تغير كل من المتتاليتين (U_n) و (V_n).

ب) استنتج أن المتتاليتين (U_n) و (V_n) متقاربتان نحو نفس النهاية.

3) نعتبر المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $t_n=3U_n+8V_n$

www.ency-education.com

أ) بين أن المتتالية (t_n) ثابتة على $\mathbb{N}^*$.

ب) استنتج النهاية المشتركة للمتتاليتين (U_n) و (V_n).

4) نعتبر المجموع S_n المعرف على $\mathbb{N}^*$ بـ: $S_n=\sum_{k=1}^{n}C_n^k(V_k-U_k)$. عبر بدلالة n عن المجموع S_n.

التمرين الثالث:

1) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $3x-2y=1$.

n عدد طبيعي.

2) أ) بين أن الثنائية $(14n+3;21n+4)$ حل للمعادلة (E).

ب) استنتج أن العددين $14n+3$ و $21n+4$ أوليان فيما بينهما.

3) نعتبر العددين a و b حيث $a=2n+1$ و $b=21n+4$.

أ. عين جميع القيم الممكنة لـ $PGCD(a;b)$.

ب. بين أنه إذا كان $PGCD(a;b)=13$ فإن: $n\equiv 6[13]$.

n عدد طبيعي أكبر تماما من 1.

4) نعتبر العددين الطبيعيين A و B بحيث: $A=2n^2-n-1$ و $B=21n^2-7n-4$.

أ. بين أن: $n-1$ يقسم كلا من A و B.

ب. عين تبعا لقيم n وبدلالة n : $PGCD(A;B)$.

التمرين الرابع:

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x^2+2x)e^{x-1}-1$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن: المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث: $0,58\prec\alpha\prec 0,59$.

ب) ادرس إشارة $g(x)$ تبعا لقيم العدد الحقيقي x.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2e^{x-1}-x$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (وحدة الطول هي: $2cm$)

1) أ) احسب كلا من: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) بين أن: المستقيم (D) ذا المعادلة المختصرة $y=-x$ مقارب مائل لـ (C) بجوار $-\infty$.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (D).

2) أ) بين أن: من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$.

ب) استنتج أن: f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) اثبت أن (C) يقبل مماسين متوازيين أحدهما ينطبق على (D)، ثم اكتب معادلة ديكارتية للمماس الثاني.

د) بين أن (C) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين فاصلتي كل منهما.

3) انشئ كلا من المماسين السابقين، احسب $f(0)$ و $f(1)$ ، ثم مثل (C). (نأخذ: $f(\alpha)\simeq-0,36$).

4) ليكن m وسيطا حقيقيا، ناقش بيانيا تبعا لقيم m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=-x+m$

5) نعتبر التكامل I بحيث: $I=\int_{-1}^{0}x^2e^{x-1}dx$.

www.ency-education.com

أ) باستخدام المكاملة بالتجزئة مرتين احسب قيمة I.

ب) فسر هندسيا النتيجة المحصل عليها.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

يحتوي صندوق غير شفاف على أربع كريات بيضاء، ثلاث كريات سوداء وكريتين حمراوين (الكريات كلها متماثلة لا نميز بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا في آن واحد ثلاث كريات من هذا الصندوق.

1) احسب احتمال كل حدث من الأحداث التالية:

A : " سحب كريتين سوداوين وكرية حمراء " ، B : " سحب ثلاث كريات مختلفة اللون "

C : " سحب كرية حمراء على الأقل "

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان التي تحملها الكريات الثلاث المسحوبة.

أ) برر أن: قيم المتغير العشوائي X هي: $\{1;2;3\}$

ب) بين أن: $P(X=2)=\frac{55}{84}$، ثم عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X.

ج) احسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

التمرين الثاني:

I. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2}{2x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. كما هو موضح في الشكل المرفق.

1) اثبت أن: الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$.

2) بين أن: إذا كان: $x\in[1;2]$ فإن: $f(x)\in[1;2]$.

II. نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases}U_0=2\\U_{n+1}=f(U_n)\end{cases}$

1) أ. مثل على حامل محور الفواصل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (U_n) مبرزا خطوط الانشاء.

ب. أعط تخمينا حول رتابة وتقارب المتتالية (U_n).

2) أ. برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n: $1<U_n\leq 2$

ب. اثبت أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

ج. برر تقارب المتتالية (U_n).

III. نعتبر المتتاليتين العدديتين (V_n) و (W_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي: $V_n=\frac{U_n-1}{U_n}$ و $W_n=\ln V_n$.

1) أ) بين أن المتتالية (W_n) هندسية أساسها 2.

ب) اكتب عبارة الحد العام للمتتالية (W_n)، ثم استنتج عبارة الحد العام للمتتالية (V_n).

2) أ) استنتج أن: من أجل كل عدد طبيعي n: $U_n=\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}\right]^{-1}$.

www.ency-education.com

ب) احسب: $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

3) نعتبر الجداء P_n المعرف على $\mathbb{N}$ بـ: $P_n = V_0 \times V_1 \times \ldots \times V_n$.

عبر بدلالة n عن الجداء P_n .

التمرين الثالث:

1) عين ثنائية $(\alpha;\beta)$ من الأعداد الصحيحة تحقق: $23\alpha + 7\beta = 1$.

2) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) ذات المجهول $(u;v)$ التالية: $23u - 7v = -6$.

أ) بالاعتماد على النتيجة المحصل عليها في جواب السؤال الأول استنتج حلا خاصا للمعادلة (E).

ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

3) نعتبر الجملة (S) ذات المجهول الصحيح x التالية:

$$\begin{cases} x \equiv 10[23] \\ x \equiv 4[7] \end{cases}$$

أ) اثبت صحة التكافؤ التالي: x حل للجملة (S) إذا وفقط إذا وجدت ثنائية $(u;v)$ من الأعداد الصحيحة تحقق:

$$\begin{cases} 23u - 7v = -6 \\ x = 23u + 10 \end{cases}$$

ب) استنتج مجموعة حلول الجملة (S).

ج) عين أصغر عدد طبيعي x_0 حل للجملة (S) يكون قابلا للقسمة على 16.

التمرين الرابع:

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2\ln(x)$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج أن: من أجل كل $x \in]0;+\infty[$: $g(x) \succ 0$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1+\ln(x)}{x}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (وحدة الطول هي: $2cm$)

1) أ) احسب كلا من: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

ب) بين أن: المستقيم (D) ذا المعادلة المختصرة $y = \frac{x}{2}$ مقارب مائل لـ (C).

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (D).

2) أ) بين أن: من أجل كل $x \in]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) اثبت أن (C) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي المستقيم (D) في النقطة A ذات الفاصلة 1 ، ثم اكتب معادلة له.

3) أ) بين أن: من أجل كل $x \in]0;+\infty[$: $f''(x) = \frac{2\ln(x)-1}{x^3}$.

ب) ادرس إشارة $f''(x)$ ، ثم استنتج أن: (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة B يطلب تعيين احداثيتها.

ج) اكتب معادلة ديكارتية لـ (T') مماس (C) في النقطة B.

www.ency-education.com

4) أ) بين أن: (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α بحيث: $0,34 \prec \alpha \prec 0,35$.

ب) انشئ كلا من (D) ، (T) و (T') ، ثم مثل (C).

5) ليكن m وسيطا حقيقيا، ناقش بيانيا تبعا لقيم m عدد حلول المعادلة: $f(x)=\frac{1}{2}x+m$

6) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز تحت المنحنى (C) بين العددين 1 و e.

انتهى الموضوع الثاني

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية ورقلة
بكالوريا تجريبية للتعليم الثانوي
الشعبة: تقني رياضي

ثانويات مقاطعتي ورقلة - 1- تقرت -2-
دورة ماي 2024

اختبار في مادة الرياضيات — المدة : 04 سا و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط)

1) أ-أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 7 .

ب- بين أن $5^{5780}-5^{4050}\equiv[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $4^{2025}-2^{1445}$ على 7 . $2027^{2025}-1444^{1445}$

2) من اجل كل عدد طبيعي n نعتبر العددين الطبيعيين α و β حيث: $\alpha=5^{n+1}+4$ و $\beta=2\alpha+7$.

أ- عين الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون : $\alpha\equiv 0[7]$

ب- استنتج القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين α و β .

3) أ- بين أن $\alpha\equiv 0[7]$ يكافئ $\beta\equiv 0[7]$.

ب-استنتج الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون العددان α و β أوليان فيما بينهما.

التمرين الثاني (04 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كريات خضراء مرقمة 3،4،4،5،5 و أربع كريات بيضاء مرقمة 3،3،4،4 و ثلاث كريات حمراء مرقمة 3،4،5 .الكريات لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب من الصندوق ثلاث كريات في آن واحد.

1) أحسب احتمال الحوادث A,B,C حيث:

A : "سحب ثلاث كريات من نفس اللون"

B : " سحب ثلاث كريات تحمل نفس الرقم"

C : " سحب ثلاث كريات تحمل أرقاما أولية"

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الخضراء المسحوبة.

أ- عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

ب- أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على N بـ $U_0=\dfrac{9}{2}$ و $U_{n+1}=\sqrt{U_n-4}+4$.

1) أ- مثل على حامل محور الفواصل الحدود $U_0;U_1;U_2;U_3$ **(أنظر الوثيقة الملحقة ص 3/5)**

ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية (U_n) ؟

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4\prec U_n\prec 5$

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $U_{n+1}-U_n=\dfrac{-(U_n-4)(U_n-5)}{\sqrt{U_n-4}-4+U_n}$

ب- استنتج أن المتتالية (U_n) متزايدة .

4) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ $V_n=\ln(U_n-4)$

أ- بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n=4+e^{[-\ln(2)](\frac{1}{2})^n}$ ثم استنتج نهاية (U_n)

ت- أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n=(U_0-4)\times(U_1-4)\times\ldots\times(U_n-4)$

www.ency-education.com

التمرين الرابع (07 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية g المعرفة على R كما يلي : $g(x) = xe^{-x} - 1$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2) أحسب $g(1)$ و استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R كما يلي : $f(x) = \dfrac{1+x+xe^x}{e^x}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

3) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]$ مستنتجا تفسيرا بيانيا لذلك.

ب- أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذا المعادلة $x - y = 0$.

4) أ- بين أن المنحني (C) يقبل نقطة انعطاف Ω يطلب تعيين إحداثييها.

ب- بين أن المنحني (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\dfrac{2}{3} \prec \alpha \prec -0.5$

5) أنشئ كلا من المماس (T) و المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C) .

6) باستعمال المنحنى (C) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $x+1 = me^x$

7) أ- بين أن الدالة f هي حل للمعادلة التفاضلية : $y' + y = 1 + x + e^{-x}$.

ب- أحسب بدلالة العدد الحقيقي λ مساحة الحيز المستوي $S(\lambda)$ المحدد بالمنحني (C) و بالمستقيمات ذات المعادلات $x = 0$ ، $x = \lambda$ و $y = x$ حيث $\lambda \succ 0$.

إنتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط)

يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس. منها 4 كريات خضراء مرقمة بـ : 1،1،1، 2 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ 0،1،2 و كرية واحدة بيضاء رقمها 1.

1) نسحب عشوائيا من الكيس كريتين الواحدة تلو الأخرى دون إرجاع الكرية المسحوبة إلى الكيس و نعتبر الحدثين A و B الآتيين :

A :"الكريتين المسحوبتين مختلفتين في اللون"

B : "الكريتين المسحوبتين تحملان نفس الرقم"

أ- بين أن إحتمال الحدث A يساوي $\frac{19}{28}$.

ب- أحسب احتمال الحدث B .

2) نعيد الكريات إلى الكيس ثم نسحب منه كريتين في آن واحد ونعتبر X المتغير العشوائي الذي يمثل مجموع رقمي الكريتين المحصل عليهما.

أ- بين أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $\{1,2,3,4\}$.

ب- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ت- أحسب $p(e^{x+4} \prec 2024)$.

التمرين الثاني (04 نقاط)

نعتبر المعادلة $(E)...104x-17y=278$ ذات المجهول (x,y) حيث x و y عددان صحيحان نسبيان.

1) أ- عين القاسم المشترك الأكبر للعددين 17 و 104 ثم استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلولا في Z^2 .

ب- بين أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 3[17]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

2) λ عدد طبيعي يكتب بـ $\overline{1\alpha\beta1\beta}$ في نظام التعداد الذي أساسه 6 و يكتب $\overline{1\alpha\alpha\beta\beta0}$ في نظام التعداد الذي أساسه 4 حيث α و β عددان طبيعيان.

أ- عين α و β .

ب- أكتب λ في النظام العشري.

التمرين الثالث (05 نقاط)

1) **نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C كثيري الحدود Q(z) و P(z) حيث :**

$Q(z)=2z^2-2(4+i2\sqrt{3})z+3+i(7\sqrt{3})$ و $P(z)=Q(z)(z^2-3z+2)$.

أ- بين أن $Q(\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})=0$ ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة $Q(z)=0$.

ب- **استنتج في مجموعة الأعداد المركبة C حلول المعادلة** $P(z)=0$.

2) **نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس** $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط C,B,A ذات اللواحق z_A حيث : $z_A=1$ و $2z_B=3+i\sqrt{3}$ و $2z_C=5+i3\sqrt{3}$.

أ- بين أن z_B يكتب على الشكل $z_B=\sqrt{3}e^{i(\frac{\pi}{6})}$ ويكتب على الشكل $z_B=1+e^{i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج أن النقطة B تنتمي إلى دائرتين (γ_1) و (γ_2) مركزيهما ω_1 و ω_2 و نصفي قطريهما r_1 و r_2 على الترتيب يطلب تعيين المركزين و نصفي القطرين .

ب- بين أن النقطة C تنتمي إلى الدائرة (γ_3) التي مركزها B ويطلب تعيين نصف قطرها r_3 .

3) أ- أكتب العدد $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ على شكله الأسي ثم استنتج أن النقط C,B,A في استقامية

ب- أنشئ الدوائر (γ_1) و (γ_2) و (γ_3) مستنتجا بدقة إنشاء للنقط C,B,A

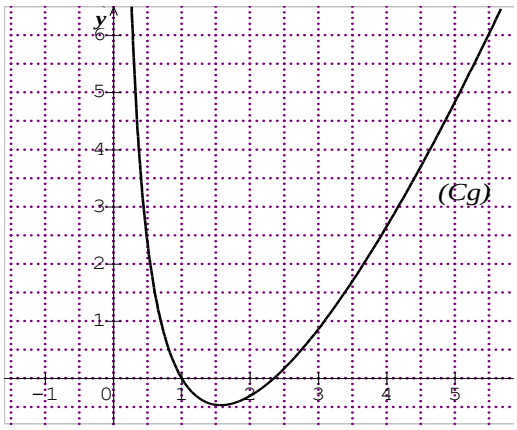
4) n عدد طبيعي. بين أن $(z_B)^n$ عددا تخيليا صرفا إذا وفقط إذا كان $n=6\lambda+3$ حيث λ عدد طبيعي

www.ency-education.com

التمرين الرابع (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=(x-1)\ln x+\frac{2}{x}-2$.

(C_g) تمثيلها البياني يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و 1 (لاحظ الشكل المقابل)



1) بقراءة بيانية حدد حسب قيم x من المجال $]0,+\infty[$ إشارة $g(x)$.

2) تحقق أن $2.3 \prec \alpha \prec 2.4$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=(\frac{1}{2}x^2-x+2)\ln(x)-\frac{1}{4}x^2-x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ($\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$).

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0} f(x)$ فسر النتيجة بيانيا ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=g(x)$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم انشئ جدول تغيراتها.

3) أ- أنشئ (C_f) (تأخذ القيم : $f(1)=-1.25$; $f(\alpha)=-1.67$; $f(3.87)=0$)

ب- استنتج بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها المعادلة $f(x)=m$ تقبل ثلاث حلول يطلب تعيينها

III. نعتبر الدالة F المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $F(x)=(\frac{1}{6}x^3-\frac{x^2}{2}+2x)\ln(x)-\frac{5}{36}x^3-\frac{x^2}{4}-2x$

1) بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$.

2) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=4$ و $x=5$.

إنتهى و بالتوفيق في شهادة البكالوريا

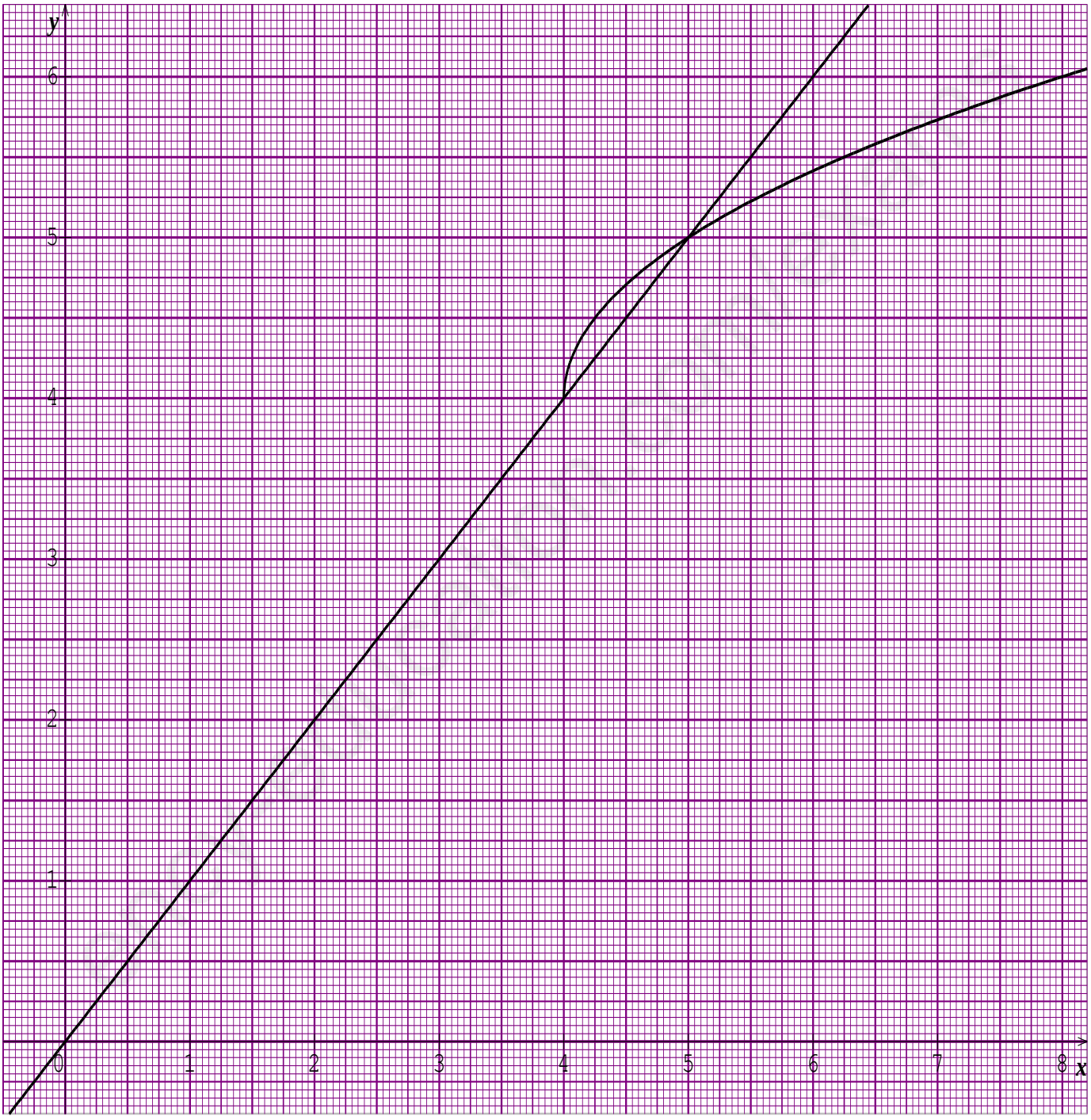
www.ency-education.com

الإسم: ..... القسم: .....

اللقب:.....

وثيقة تابعة للتمرين الثالث الموضوع الأول .

- **ينجز العمل المطلوب على الورقة و تعاد مع ورقة الإجابة.**



www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية بالجلفة
امتحان البكالوريا التجريبية
المستوى : 03 ثانوي رياضي + 3 رياضيات

ثانوية : سيدي الشريف بلحرش الجلفة
يوم : 13 ماي 2024

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $(E) \cdots 5x - 6y = 3$

1) أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن : x مضاعف لـ 3 .

ب) إستنتج حلا خاصا للمعادلة (E) ، ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

ج) إستنتج حلول الجملة (S) : $\begin{cases} x \equiv -1[6] \\ x \equiv -4[5] \end{cases}$

2) عين كل الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق : $x^2 - y^2 \leq 56$.

3) a و b عددان طبيعيان حيث: $a = \overline{1\alpha 0\alpha 00}$ في النظام ذو الأساس 3 و $b = \overline{\alpha 80\alpha}$ في النظام ذو الأساس 5 .

• عين α و β حتى تكون الثنائية $(a;b)$ حلا للمعادلة (E) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 5 كريات حمراء تحمل الأرقام : 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3 و كريتين بيضاوين تحملان الرقمين: 1 ، 3 و كريتين خضراوين تحملان الرقمين : 2 ، 3 . كل الكريات متماثلة لا يمكن التمييز بينها باللمس

I) نسحب عشوائيا ثلاث كريات في آن واحد من الكيس

1) أحسب إحتمال كل حدث من الأحداث التالية :

A " الكريات المسحوبة تحمل نفس الرقم " B " الكريات المسحوبة مختلفة اللون مثنى مثنى "

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب بـ أكبر الأرقام مسجلة على الكريات المسحوبة .

أ) ماهي قيم X الممكنة ؟

ب) أكتب قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب $E(X)$.

II) نسحب الآن الكريات الحمراء من الكيس ثم نقوم بسحبات على التوالي لكرية واحدة مع الإرجاع و ليكن عدد هذه السحبات n . أحسب إحتمال كل من الحدثين

D " كل الكريات المسحوبة بيضاء " E " يوجد على الأقل كرية خضراء "

C_1 $\quad \dfrac{C_3^1 \times C_2^1 + C_2^1 \times C_1^1 + C_3^1}{C_5^3} \quad \Big/ \quad \dfrac{C_3^3}{C_5^3}$

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $U_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $U_{n+1} = \dfrac{2}{\sqrt{4-U_n^2}}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le U_n \le \sqrt{2}$.

ب) بين أن : $U_{n+1}^2 - U_n^2 = \dfrac{(2-U_n^2)^2}{4-U_n^2}$. استنتج أن المتتالية (U_n) متزايدة .

2) بين أن المتتالية (U_n) متقاربة.

3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على N بـ: $V_n = \dfrac{U_n^2}{2-U_n^2}$.

أ) بين أن (V_n) متتالية حسابية أساسها 1 .

ب) أكتب V_n و U_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

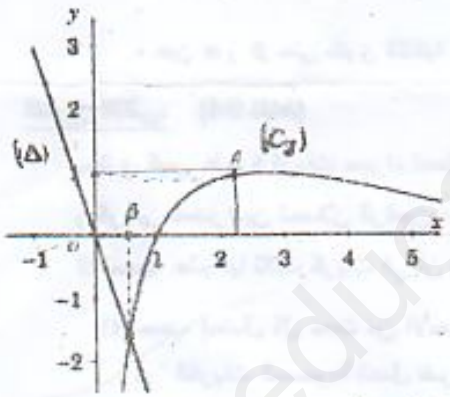
4) نعتبر المتتالية (W_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $W_n = \ln\left(\dfrac{U_n}{2}\right)$.

أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = W_1 + W_2 + \cdots + W_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = a\ln^2(x) + b\ln(x)$ حيث a و b ثوابت حقيقية و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) مستقيم معادلته $y = -3x$

β فاصلة نقطة تقاطع (Δ) مع (C_g) (كما في الشكل المقابل) . النقطة $A(e;1)$ نقطة حدية (ذروة) لـ (C_g) .



1) أ) عين $g'(x)$ بدلالة a و b.

ب) تأكد من المعطيات السابقة أن $a = -1$ و $b = 2$.

2) عين بيانيا وضعية (C_g) و (Δ) ثم استنتج إشارة $h(x)$.

حيث : $h(x) = g(x) + 3x$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = 3\ln x + \dfrac{(\ln x)^2}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين أن $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$ وفسر النتيجة هندسيا . ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ يكون: $f'(x) = \dfrac{h(x)}{x^2}$.

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما 1 و الآخر α حيث: $0.3 < \alpha < 0.4 < \beta$.

ب) تأكد أن: $\ln(\alpha) = -3\alpha$.

4) أنشئ (C_f) على المجال $]0;5]$ نأخذ $\beta = 0.5$ و $f(\beta) = -1.2$ و $f(5) = 5.3$

5) أ) بإستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ و التي تنعدم من أجل $x = e$.

ب) بين أن مساحة الحيز المستوي A_α المحدد بـ (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y = 0$ ، $x = \alpha$ و $x = 1$ هي: $A_\alpha = (-9\alpha^3 - 9\alpha^2 - 3\alpha + 3)\,u.a$.

ency-education.com/exams

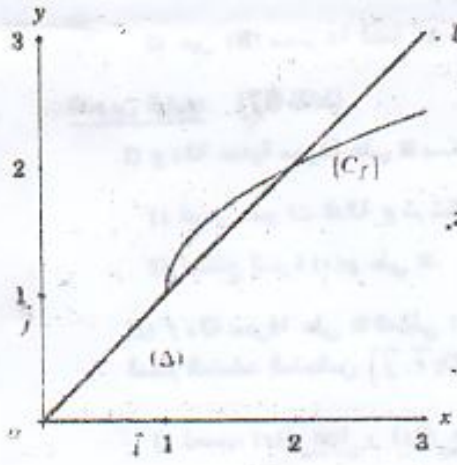
www.ency-education.com

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+\sqrt{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذي المعادلة $y=x$ كما هو موضح في الشكل المقابل .

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $U_0=\frac{5}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$.



1) أ) نقل الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل دون حساب الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 و U_3 .

ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n $1<U_n<2$.

ب) أدرس إتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم إستنتج أنها متقاربة.

3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة بحدها العام من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n=e^{-\frac{1}{2}U_n}$.

أ) بين أن (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

4) أ) أحسب بدلالة n المجموعين: $S_n=V_0+V_1+\cdots+V_n$ و $T_n=V_0^2+V_1^2+\cdots+V_n^2$.

ب) إستنتج قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n=\frac{e^{-\frac{1}{2}}}{1-e^{\frac{1}{2}}}\left(1-e^{4045}\right)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) عين بقيا لقيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7 .

2) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2023^n-2022^{2n}+2024^n\equiv 0[7]$.

3) عين قيم n التي من اجلها يكون : $2020^{6n+5}+1441^{5n+6}-2023^n-2022^{2n}+2024^n+5n\equiv 0[7]$.

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=1+4+4^2+\cdots+4^{n-1}$.

أ) بين أن: S_n مضاعف للعدد 7 إذا و فقط إذا كان $4^n-1\equiv 0[7]$.

ب) إستنتج قيم n التي من أجلها يكون S_n قابل للقسمة على 7 .

5) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $\begin{cases}4^n+n+2023\equiv 0[7]\\ n^2+2n+7\equiv 0[3]\end{cases}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لواحقها $z_A=2+2i$ ، $z_B=2\sqrt{3}-2i$ و $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب.

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-2i-2)(z^2-4z+16)=0$

www.ency-education.com

2) أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الجبري ، ثم على الشكل المثلثي والأسي .

ب) إستنتج القيمة المضبوطة لـ: $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

3) أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسي.ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC .

4) أ) n عدد طبيعي .عين قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقيا سالبا .

ب) أحسب قيمة العدد $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^{2023}$.

5) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي من أجلها يكون $z = z_A + 2e^{i\theta}$ حيث $\theta \in \mathbb{R}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - x + e^x$.

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = x + 1 + xe^{-x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

3) أ) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{-x}g(x)$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-0.5 < \alpha < -0.4$.

5) أ) أكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المماس (T) .

6) أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f) في نفس المعلم.

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx + 1$.

III) H دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $H(x) = (ax + b)e^{-x}$ حيث a و b عددين حقيقين .

1) عيّن العددين الحقيقين a و b بحيث تكون H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$ المعرفة كما يلي : $h(x) = xe^{-x}$.

2) أحسب بوحدة المساحة $u.a$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (T) و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 1$ و $x = 3$.

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة: ماي 2024

شعبة: التقني رياضي — ثانوية عياش مقلاتي الحاسي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضـــــــــوع الأول

التمرين الأول: 05 نقاط

نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = e+1 \\ u_{n+1} = e+1-\dfrac{e}{u_n} \end{cases}$ و $v_n = \ln\left(\dfrac{u_n - 1}{u_n - e}\right)$.

1. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_n > e$.

ب) بين أن (u_n) متناقصة تماما و برر تقاربها.

2. أ) بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 < u_{n+1} - e < e^{-1}(u_n - e)$.

ب) استنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 < u_n - e < e^{-n}$، ثم استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

3. أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها 1 يطلب حساب حدها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

4. نعتبر المجموع S_n بحيث: $S_n = \dfrac{e-1}{u_0 - 1} + \dfrac{e-1}{u_1 - 1} + \ldots + \dfrac{e-1}{u_n - 1}$.

✓ تحقق أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $\dfrac{e-1}{u_n - 1} = 1 - \dfrac{1}{e^{v_n}}$. ثم استنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $S_n = n + 1 + \dfrac{e^{-n-1} - 1}{e - 1}$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ: $-a, a, a, 0$ و ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ: $-a, 0, 0$ و كرية خضراء مرقمة بـ: 0 بحيث $a \in \mathbb{Z}^*$ و الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس.

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات و نعتبر الحادثتين: A: الحصول على ثلاث كريات مختلفة اللون مثنى مثنى.

B: الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها معدوم.

1. أ) احسب كلا من $P(A)$ و $P(B)$:

ب) بين أن $P(A \cap B) = \dfrac{1}{14}$، ثم استنتج $P(A \cup B)$.

2. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب مجموع أرقام الكريات المسحوبة.

أ) برر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي: $\{-2a; -a; 0; a; 2a\}$، ثم عرف قانون احتماله.

ب) احسب كلا من الأمل الرياضياتي $E(X)$ و $V(X)$.

ج) عين قيم العدد الصحيح a التي من أجلها يكون $V(14X) = A_7^3$.

www.ency-education.com

التمرين الثالث: 04 نقاط

نعتبر المعادلة $(E)\ldots\ldots 11x-17y=1$ بحيث x و y عددان صحيحان.

1. أ) عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) والذي يحقق $y_0-x_0=1$.

ب) بين أن مجموعة حلول المعادلة (E) هي: $\{(17k+14;11k+9);k\in\mathbb{Z}\}$.

2. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على العدد 11.

ب) بين أن $\beta\equiv 3[11]$ بحيث $\beta=2018^{2x+y}$.

ج) عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $(4\beta+4)^{2024}\times 5^n-3\equiv 0[11]$.

3. العدد الطبيعي N يكتب $\overline{\lambda\,5}$ في النظام ذي الأساس a و $\overline{\gamma\,6}$ في النظام ذي الأساس b بحيث $\lambda=11$ و $\gamma=17$.

✓ عين العددين a و b علما أن $|a-b|\leq 11$، ثم اكتب N في النظام العشري.

التمرين الرابع: 07 نقاط

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة والمتزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$ بحيث: $g(x)=\ln(x+1)+\dfrac{x-1}{x+1}$.

✓ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $0,44<\alpha<0,46$، ثم استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x\ln(x^2+1)-x$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ بحيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1. بين أن الدالة f فردية و أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2. أ) بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x^2)$.

ب) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;-\sqrt{\alpha}]$ و $[\sqrt{\alpha};+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[-\sqrt{\alpha};\sqrt{\alpha}]$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. اكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في مبدأ المعلم. ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) وفسر النتيجة هندسيا.

4. أ) عين احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) انشئ (T) ثم ارسم (C_f) على المجال $[-\sqrt{e-1};\sqrt{e-1}]$، يعطى $f(\sqrt{\alpha})\simeq -0,42$.

ج) ارسم (C_{-f}) التمثيل البياني للدالة $-f$، موضحا طريقة رسمه انطلاقا من (C_f).

5. أ) بين أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x)=\dfrac{1}{2}\left((x^2+1)\ln(x^2+1)-2x^2\right)$ دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}$.

ب) لتكن $A(\alpha)$ مساحة الحيز المحدد بـ: (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$، $x=\sqrt{\alpha}$ و $x=-\sqrt{\alpha}$.

✓ بين أن $A(\alpha)=4(3\alpha-1)cm^2$.

انتهـــــــــى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضـــــوع الثانـــــي

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + \ln(n) \end{cases}$ و $v_n = e^{u_n}$.

1. أ) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \ln\left[(n-1)!\right]$,

2. استنتج عبارة الحد العام v_n بدلالة n، ثم تحقق أنه من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $\frac{v_{n+1}}{v_n} = n$.

3. بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) + \ln\left(\frac{v_3}{v_2}\right) + \ldots + \ln\left(\frac{v_n}{v_{n-1}}\right) = u_n$.

4. نعتبر الجداء P_n بحيث : $P_n = 2025^{\frac{v_2}{v_1}} \times 2025^{\frac{v_3}{v_2}} \times \ldots \times 2025^{\frac{v_{n+1}}{v_n}}$.

أ) بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $P_n = 45^{n(n+1)}$.

ب) عين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $P_n = 2025^{2016}$.

التمرين الثاني: 05 نقاط

الجزء الأول: نعتبر الأعداد الطبيعية a، b، A، B و d بحيث $a = 4n+3$، $b = 3n+1$، $A = 8n^2+10n+3$ و $B = 6n^2+5n+1$ و $d = PGCD(a;b)$ مع $n \in \mathbb{N}$.

1. أ) بين أن $d = 1$ أو $d = 5$.

ب) بين أنه إذا كان $d = 5$ فإن $n \equiv 3[5]$.

2. بين أن A و B يقبلان القسمة على $2n+1$، ثم عين تبعا لقيم n وبدلالة n : $PPCM(A;B)$.

الجزء الثاني: نعتبر العدد الطبيعي λ بحيث $\lambda = \left(1962^a + 2024^a\right)^{2025}$.

1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على العدد 5.
2. بين أن $\lambda \equiv 2[5]$، ثم استنتج $PGCD(4\lambda+3;3\lambda+1)$.
3. عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $A \equiv B[5]$.

التمرين الثالث: 04 نقاط

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ النقط $A(z_A = -2+2i)$، $B(z_B = -2z_A)$ و $C(z_C = 4+8i)$.

www.ency-education.com

1. أ) بين أن $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

ب) استنتج طبيعة التحويل النقطي الذي يحول C إلى B محددا عناصره المميزة.

2. عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right)^n$ حقيقي موجب تماما.

3. بين أن مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق $(z-4-2i)(\overline{z}-4+2i)=36$ هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

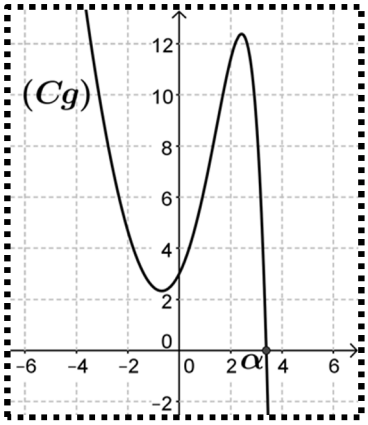
4. نعتبر التحويل النقطي h الذي يحول النقطة $M(z)$ إلى النقطة $M'(z')$ بحيث: $z' = -z + 8 + 4i$.

أ) بين أن h تحاكي يطلب تعيين عناصره المميزة.

ب) عين لاحقة النقطة D صورة A بالتحاكي h، ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي $ABDC$.

التمرين الرابع: 07 نقاط

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.



الجزء الأول: في الشكل المقابل (C_g) هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^2 - (x-3)e^x$، و العدد الحقيقي α هو فاصلة نقطة تقاطع (C_g) و حامل محور الفواصل بحيث: $3,38 < \alpha < 3,4$.

✓ بقراءة بيانية حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3}{x^2+e^x}$ و (C_f) تمثيلها البياني بحيث $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1. بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

2. أ) بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{x^2 g(x)}{(x^2+e^x)^2}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ب) بين أن $f(\alpha) = \alpha - 1 - \frac{2}{\alpha-2}$، ثم اعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

3. أ) تحقق أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = x - \frac{xe^x}{x^2+e^x}$.

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

4. أ) بين أن (C_f) يقبل مماسين يشملان مبدأ المعلم أحدهما حامل محور الفواصل و الآخر (T) معادلة له هي: $y = \frac{4}{4+e^2}x$.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و حامل محور الفواصل، ثم فسر النتيجة هندسيا.

5. أ) أنشئ كلا من (Δ) و (T)، ثم ارسم (C_f). نأخذ $f(-0,59) \simeq -0,23$، $f(\alpha) \simeq 0,95$.

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = mx$ أربع حلول متمايزة.

انتهـــــــــى الموضـــــوع الثاني

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية ميلة **ثانوية صالح بوجنانة – بوحاتم –**

امتحان البكالوريا التجريبي **دورة: ماي2024 .**

الشعبة : هندسة مدنية

اختبار في مادة : الرياضيات **المدّة :04 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 225 و 180 .

2) نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $225x-180y=90$ ..... (1) .

أ. بيّن أنّ المعادلة (1) تكافئ المعادلة : $5x-4y=2$ ..... (E)

ب. بيّن أنّ المعادلة (1) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ ثمّ حل المعادلة اذا علمت أن الثنائية $(2;2)$ حل خاص لها .

ج. عيّن الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق : $|x+y-1|<7$.

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{52}$ في النظام ذي الأساس α ، و $\overline{44}$ في النظام ذي الأساس β حيث : $\alpha<10$

- عيّن α و β ، ثمّ أكتب N في النظام العشري .

التمرين الثاني : (04.5 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2u_n-1}{u_n}$.

1) تحقق من أجل كل عدد طبيعي n أنّ : $u_{n+1}=2-\frac{1}{u_n}$.

2) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أنّ : $1<u_n\leq 2$.

3) حدد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) واستنتج أنّها متقاربة .

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $v_n=3+\frac{1}{u_n-1}$.

أ. بيّن أنّ المتتالية (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب. أكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج من أجل كل عدد طبيعي n أنّ : $u_n=\frac{n+2}{n+1}$.

5) أ. تحقق من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم أنّ : $\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$.

ب. أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=\frac{u_1}{3}+\frac{u_2}{8}+\frac{u_3}{15}+\cdots+\frac{u_n}{n(n+2)}$. حيث : $n\in\mathbb{N}^*$.

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

يحتوي كيس على **خمس** كريات حمراء تحمل الأرقام -1 ، 0 ، 1، 1 ، 2 و **أربع** كريات سوداء تحمل الأرقام -2 ، 0 ، 1 ، 2. الكريات كلها متماثلة ولانفرق بينها عند اللمس .نسحب عشوائيا ثلاث كريات في آن واحد من الكيس .

1) نعتبر الحدثين : A : " الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون "

B : " الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم "

---

www.ency-education.com

أ. أحسب $P(A)$ احتمال الحدث A و $P(B)$ احتمال الحدث B .

ب. بيّن أن $P(A \cap B) = \frac{3}{28}$ ثمّ استنتج $P(A \cup B)$.

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

أ. عرّف قانون احتمال المتغيّر العشوائي X .

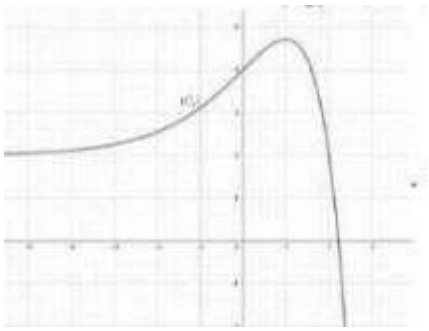
ب. أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ ، ثمّ استنتج $E(1444X + 2023)$.

3) نعيد الكيس الى وضعه الأول ثم نسحب منه ثلاث كريات على التوالي مع الارجاع .

– أحسب احتمال الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها سالب تماما .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (2 - x)e^x + 2$. و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (كما في الشكل)



1) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2{,}21 < \alpha < 2{,}22$.

2) بقراءة بيانية عيّن إشارة $g(x)$ ثمّ استنتج إشارة $g(-x)$ على $\mathbb{R}$

II. f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{x^2}{1+e^{-x}}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) أحسب: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ثمّ فسر بيانيا نتيجة النهاية الأخيرة .

2) أ بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{x.g(-x)}{(1+e^{-x})^2}$.

ب. استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

ج. بيّن أنّ $f(-\alpha) = \alpha(\alpha - 2)$ ثمّ أعط حصرا للعدد $f(-\alpha)$

3) أ. بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا β حيث : $1{,}1 < \beta < 1{,}2$.

ب. حل في المعادلة $E(f(x)) = 0$ حيث E هي دالة الجزء الصحيح .

4) ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة $x \longmapsto x^2$ على $\mathbb{R}$.

أ. بيّن أنّ : $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x^2] = 0$ ، ثمّ فسر النتيجة بيانيا .

ب. أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ) .

5) أنشئ (C_f) و (Γ) . (تعطى : $f(-\alpha) \approx 0.48$)

6) ناقش بيانيا وحسب قيّم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد حلول المعادلة : $f(x) = x^2 + ln(m)$.

7) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $0 \leq f(x) \leq x^2$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $\mathcal{A}$ الذي يمثل مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) ، محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = 1$.

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

نريد تشكيل فرقة استكشاف للبرية تضم 3 أعضاء منهم قائد ومسعف و ومقتفي أثر ، من بين أربع رجال H_1 ، H_2 ، H_3 و H_4 و3 نساء F_1 ، F_2 و F_3 .

1) أحسب احتمال كل حدث من الحوادث التالية :

A : " كل أعضاء الفرقة رجال " B : " الفرقة تضمّ على الأكثر امرأة "

C : " H_1 هو المسعف في هذه الفرقة "

2) بيّن أنّ : $\mathrm{P}(B \cap C) = \frac{24}{210}$.

3) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل فرقة بحث عدد الرجال فيها .

أ. عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي .

ب. أحسب احتمال الحدث : " $|X| < 2$ " .

ج . أحسب الأمل الرياضياتي $\mathrm{E}(X)$ للمتغيّر العشوائي X

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1) أ. أدرس حسب قيّم العدد الطبيعي n بواقي قسمة كلا من 2^n و 3^n على 5 .

ب. عيّن باقي قسمة $2023^{1444} + 1444^{2023}$ على 5 .

2) نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كمايلي :

$\begin{cases} u_0 = 2 \text{ ، } u_1 = 5 \\ u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n \end{cases}$ و $v_n = u_n - 2^n$

أ. برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n - 2^n$

ب. بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ج. أكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 3^n + 2^n$.

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $u_n \equiv 0[5]$.

4) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، العدد u_n فردي .

5) عيّن قيّم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون رقم آحاد u_n هو 3 .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{u}; \vec{v})$.النقط A ، B و C لواحقها:

$z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ و $z_C = z_A e^{i\frac{5\pi}{6}}$ على الترتيب .

1) حل في ي مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2 - 2z + 4 = 0$.

2) أحسب كلا من $|z_A|$ ، $|z_B|$ و $|z_C|$ ثمّ استنتج أنّ النقط A،B و C تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

www.ency-education.com

3) أ. أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي .

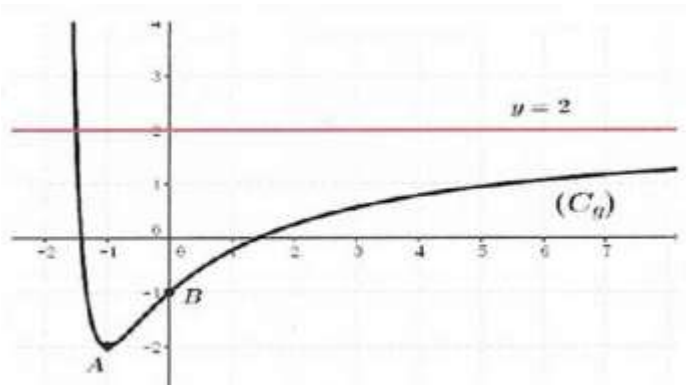
ب. أكتب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسي ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABO .

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي موجب تماما ثمّ اكتب $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2024}$ على الشكل الجبري .

5) عيّن مجموعة النقط من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $\left|\frac{iz-\sqrt{3}-i}{\bar{z}}\right| = 1$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. التمثيل البياني (C_g) المقابل هو لدالة g معرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = \frac{ax^2+bx+c}{(x+2)^2}$.



(C_g) يقبل مستقيم مقارب معادلته $y = 2$ عند $+\infty$ ومماسا أفقيا في النقطة $A(-1;-2)$ ويشمل النقطة $B(0;-1)$.

1) باستخدام المقارب عند $+\infty$ أثبت أنّ : $a = 2$ ثمّ بيّن أنّ : $b = 0$ و $c = -4$.

2) أدرس حسب قيّم x إشارة $g(x)$ على $]-2;+\infty[$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = 2x + 4 - 8ln(x+2) - \frac{4}{x+2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. $(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm)$

1) أ. أثبت أنّ الدالة f أصلية للدالة g على المجال $]-2;+\infty[$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .

ب. باستعمال النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to -2\\ >}} (x+2)ln(x+2) = 0$ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to -2\\ >}} f(x)$ وفسّر النتيجة بيانيا .

ج. باستعمال النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{ln(x+2)}{x+2} = 0$ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ شكل جدول تغيّرات الدالة f .

2) أ. بيّن أنّ المستقيم (d) ذي المعادلة $y = -2x - 4$ مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(-1;-2)$.

ب. أدرس اتجاه تغيّر الدالة h المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $h(x) = f(x) - (-2x-4)$.

ج. أحسب $h(-1)$ ثمّ استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (d) .

3) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $7 < \alpha < 7{,}1$.

4) أنشئ (C_f) و (d) على المجال $]-2;\alpha]$.

5) نعتبر التكامل : $I = \int_0^1 h(x)\,dx$.

أ. بيّن أنّ الدالة $x \mapsto (x+2)ln(x+2) - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto ln(x+2)$ على المجال $]-2;+\infty[$.

ب. أحسب العدد I ثمّ فسر النتيجة هندسيا .

انتهى الموضوع الثاني .

www.ency-education.com

ثانوية: الشهيد البشير قصاب - العـمـة -
الشعبة : رياضيات و تقني رياضي
اختبار في مادة الرياضيات

السنة الدراسية : 2023- 2024
المدة : 4 ساعات ونصف
دورة ماي 2024

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (نقاط 4,5)

نعتبر (U_n) متتالية عددية معرفة ب : $u_0 = 1$ و $u_1 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :
$u_{n+1} = 2\alpha u_n + 3\alpha^2 u_{n-1}$, حيث α عدد حقيقي من المجموعة $]-1;1[- \{0\}$
- نضع ومن أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_{n+1} - 3\alpha u_n$

1) أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول بدلالة α .
2) هل المتتالية (V_n) متقاربة ؟
3) أحسب بدلالة n و α المجموع S_n , حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$
4) عين قيمة العدد الحقيقي α علما أن $\lim_{n\to+\infty} S_n = \frac{3}{4}$.
- استنتج عندئذ U_n بدلالة n ثم بين أن (U_n) متقاربة.
5) في كل مايلي نضع $\alpha = -\frac{1}{3}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $p_n = v_0 \times v_1 \times \ldots \times v_n$
أ - بين أن : $p_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n^2-n-2}{2}}$
ب - عين أصغر عدد طبيعي n حتى يكون $p_n \leq 3^{-44}$.

التمرين الثاني (4, 5 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $7x - 3y = 6$

1) أ - أ ثبت أنه إذا كانت الثنائية (x , y) من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فان : $y \equiv 5[7]$
ب- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).
2) حل في $\mathbb{Z}^2$ الجملة : $\begin{cases} 7x - 3y = 6 \\ PGCD(x , y) = 3 \end{cases}$.

أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 11 .
ب – بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n. $5^{2n} - 3^n \equiv 0[11]$.
ج- حل في N^2 الجملة : $\begin{cases} 7x - 3y = 6 \\ 2(2018)^{2x} + (2016)^{5y} \equiv 0[11] \end{cases}$

التمرين الثالث : (5 نقاط)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{u}; \vec{v})$
1) أوجد العددين z_1 و z_2 الجذران التربيعيان للعدد المركب $L = 2 - 2i\sqrt{3}$ ثم أكتبهما على الشكل الأسي .

www.ency-education.com

2) نعتبر النقط C, B, A ذات اللواحق $z_A = 2i$, $z_B = \sqrt{3} + i$, $z_C = \sqrt{3} - i$.

أ- بين أن , $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$ و عين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{AC})$

ب- استنتج طبيعة الرباعي $OABC$.

3) أ- أكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي يحول A الى O و يحول C الى B محددا عناصره المميزة .

ب - تحقق أن SoS تشابه مباشر نسبته $\frac{1}{3}$ و أحد أقياسه زاويته π .

ج- نضع T التحويل النقطي المعرف ب : $T = \underbrace{SoSo \dots\dots oS}_{n \text{ مرة}}$.

4- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون T تحاكيا نسبته سالبة.

التمرين الرابع : (6نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ ب : $f(0) = 1$ و من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - 2lnx)$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ (الوحدة $2\ cm$)

1) أ- أحسب $\lim_{x \to 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب- أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

2) أ – أدرس قابلية الاشتقاقية ل f عند 0 .

ب- أثبت أن f قابلية للاشتقاق على المجال $[0; +\infty[$ ثم أحسب $f'(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

ج- استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

3) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0; +\infty[$, تحقق أن : $4,6 < \alpha < 4,7$

4) أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

5) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب : $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

أ- أحسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة g' , استنتج إشارة $g'(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g , استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

ج- أحسب $f(6)$ ثم أنشئ (C_f) و (T) .

6) n عدد طبيعي غير معدوم باستعمال التكامل بالتجزئة

أ - أحسب $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 lnx\ dx$ بدلالة n .

ب- استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ ب cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المماس (T) و المستقيمين ذا المعادلتين $x = \frac{1}{n}$ و $x = 1$ ثم

- أحسب $\lim_{n \to +\infty} A(n)$

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(4 نقاط)

يحتوي صندوق على 4 كرات تحمل رقم a و 5 كرات تحمل الرقم $(a-1)$ ، $a \in \mathbb{R}$.

نسحب عشوائيا في آن واحد 3 كرات من الصندوق .

1)احسب احتمال الحوادث التالية:

A : سحب 3 كرات تحمل نفس العدد.

B : سحب 3 كرات منها كرتين بالضبط تحملان نفس العدد.

2)ليكن X المتغير العشوائي المرتبط بمجموع الأعداد المسجلة على الكرات المسحوبة لكل سحب.

أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

ب- حدد قانون الاحتمال X .

جـ- أحسب الأمل الرياضياتي بدلالة a و حدد a من أجل $E(x)=0$

التمرين الثاني :(4 نقاط)

1) أ) اوجد D_{119} مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 119 .

ب) عين الثنائيات $(a;b)$ من $(\mathbb{N}^*)^2$ حيث :

$$\begin{cases} PGCD(a;b)=17 \\ PPCM(a;b)=2023 \end{cases}$$

2) لتكن في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $289x-34y=2023....(E)$

أ) أوجد $PGCD(289;34)$ ثم استنتج ان المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب) بين انه اذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فان y مضاعف للعدد 17 .ثم استنتج في $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة (E)

ج)اوجد الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق : $x^2-y\leq 52$.

4) n عدد طبيعي فردي ,باقي قسمته على 17هو 16فما هو باقي قسمته على 34 .

التمرين الثالث :(5 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B ، C التي لواحقها على الترتيب $Z_A=-i$ ، $Z_B=2+3i$ ، $Z_C=-4+i$:

1) أ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$.

ب) عين طويلة و عمدة العدد المركب $\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

www.ency-education.com

2) نعتبر التحويل النقطي (T) في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث:

$$Z'=iZ-1-i$$

أ) عين طبيعة التحويل T و عناصره المميزة.

ب) ماهي صورة النقطة B بالتحويل T.

3) لتكن D النقطة ذات اللاحقة $Z_D=-6+2i$.

أ) بين أن النقط A، B، C على استقامية.

ب) عين نسبة التحاكي h الذي مركزه A و يحول النقطة C الى النقطة D.

جـ) عين العناصر المميزة للتشابه S الذي مركزه A و يحول B الى D

التمرين الرابع :(7 نقاط)

لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $g(x)=1+x+e^x$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α. تحقق أن α من المجال $]-1.3;-1.2[$

3) حدد تبعا لقيم x إشارة $g(x)$، ثم استنتج إشارة $g(-x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{xe^x}{1+e^x}$ نسمي (Γ) المنحنى البياني لها

1 أ) اكتب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ ثم ادرس تغيرات الدالة f ب) برهن أن $f(\alpha)=1+\alpha$.

جـ) برهن أن المنحنى (Γ) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) بجوار $+\infty$ معادلته: $y=x$.

د) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (Γ) عند النقطة O مبدأ المعلم ، ثم ادرس وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة للمماس (T).

هـ) ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ المنحنى (Γ) و (Δ) (تؤخذ $2cm$ كوحدة).

2 H) نقطة فاصلتها x (حيث $x>0$) وترتيبها معدوم ،المستقيم الموازي للمحور (yy') والمار من H يقطع (Γ) في النقطة M ويقطع المقارب (Δ) في النقطة N ، نضع $\varphi(x)=MN$.

أ) بين أن $\varphi(x)=\dfrac{x}{1+e^x}$.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $\varphi'(x)=\dfrac{e^x}{(1+e^x)^2}.g(-x)$.

واستنتج أن MN يكون أكبر ما يمكن عندما $x=-\alpha$.

ج) برهن أن $f(-\alpha)=1$.

د) برهن أن المماس للمنحنى (Γ) عند النقطة A ذات الفاصلة $(-\alpha)$ يوازي المستقيم (Δ). اكتب معادلته ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

3)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية: $me^x+m+x=0$

4) أ)برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 1$ لدينا : $\dfrac{e^x}{1+e^x}\leq f(x)\leq x$.

ب)استنتج باستعمال المتباينة السابقة حصرا لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (Γ) والمستقيمات التي معادلاتها :

$y=0$ ، $x=1$ و $x=-\alpha$

انتهى الموضوع الثاني

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية الأغواط

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — ثانويات المقاطعة : الأغواط ـ 1 ـ
الشعبة : تقني رياضي — دورة ماي 2024

إختبار في مادة الرياضيات — المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول :

التمرين 01 : 04 نقاط

◄ ليكن α عدد حقيقي حيث $\alpha \in]0;1[$ و (U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $\begin{cases} U_1 = 2\alpha \\ U_{n+1} = \dfrac{2\alpha U_n}{\alpha + U_n} \end{cases}$

❶ برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $\alpha < U_n \leq 2\alpha$.

❷ بين أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

❸ أ ـ تحقق أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $\dfrac{U_{n+1} - \alpha}{U_n - \alpha} = \dfrac{\alpha}{\alpha + U_n}$.

ب ـ بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $0 < U_{n+1} - \alpha < \dfrac{1}{2}(U_n - \alpha)$.

جـ ـ استنتج أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $0 < U_n - \alpha < \alpha\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

د ـ أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

❹ أ ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $U_n = \dfrac{\alpha}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}$.

ب ـ أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n = (\alpha + U_1)(\alpha + U_2)\ldots(\alpha + U_n)$.

التمرين 02 : 05 نقاط

❶ ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 9^n على 13 .

❷ عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $2024^{2024^{2024}}$ على 13 .

❸ بين أن العدد $2 \times 1691^{1445} - 1962^{1945} - 1954^{2023} - 2024^{2024}$ يقبل القسمة على 13 .

❹ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $A_n = 2024n - n \times 1954^{1945} - 6$.

◄ عين قيم العدد العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون من أجلها : $A_n \equiv 0\,[13]$.

❺ أ ـ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $n^2 \times 3^{n+2} + 2^{4n+2} \equiv (n^2 - 1) \times 9^{2n+1}\,[13]$.

ب ـ عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $n^2 \times 3^{n+2} + 2^{4n+2}$ مضاعف للعدد 13 .

www.ency-education.com

التمرين 03 : 05 نقاط

◄ يحتوي صندوق على 5 كريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها 3 بيضاء وكريتين سوداوين .

I ـ نسحب عشوائيا وبدون إرجاع كريتين من الصندوق ، ولنعتبر الحدثين :

⊡ A : " الكرية المسحوبة الأولى بيضاء " .

⊡ B : " الكرية المسحوبة الثانية بيضاء " .

❶ احسب احتمال كل من الحدثين A و B .

❷ أثبت أن : $P(A \cup B) = \frac{9}{10}$

II ـ نسحب عشوائيا وبدون إرجاع جميع الكريات الخمس من الصندوق ولنعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء الموجودة بين الكريتين السوداوين في كل سحب .

❶ عين مجموعة قيم المتغير العشوائي X .

❷ عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين 04 : 07 نقاط

I ـ لتكن g دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + \ln x - (\ln x)^2 + (\ln x)^3$.

❶ بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

❷ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\sqrt{e^{-1}} < \alpha < e^{-1}$.

❸ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II ـ نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln x}{x\left(1+(\ln x)^2\right)}$.

◄ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ مفسرا النتيجتين هندسيا .

❷ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2\left(1+(\ln x)^2\right)^2}$.

ب ـ أدرس تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور الفواصل .

❹ أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (T) (تعطى $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) \approx 0.35$) .

❺ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x - m$.

❻ لتكن A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y = 0$ ، $x = 1$ و $x = e$.

◄ أثبت أن : $A = \frac{\ln 2}{2}(ua)$.

✧✧✧ انتهى الموضوع الأول ✧✧✧

www.ency-education.com

الموضوع الثاني :

التمرين 1 : 5 نقطة

I ـ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$.

II ـ نعتبر العددين المركبين : $\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ و $\beta = \cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}$.

❶ أكتب α على الشكل الأسي ثم استنتج أن α^{2024} عدد حقيقي .

❷ أثبت أن : $\beta^2 = \alpha$.

III ـ المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ولنعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A = \alpha$ ، $z_B = \beta$ و $z_C = 1$ وليكن الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{8}$.

❶ تحقق أن العبارة المركبة للدوران r هي : $z' = \beta z$.

❷ حدد صورة النقطة C بالدوران r ، ثم بين أن النقطة A هي صورة النقطة B بالدوران r .

❸ أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

IV ـ ليكن T الإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$ ، ولتكن النقطة D صورة النقطة A بالإنسحاب T .

❶ تحقق أن : $z_D = 1 + \beta^2$.

❷ بين أن : $\frac{1+\beta^2}{\beta} = \beta + \overline{\beta}$ ثم استنتج أن النقط O ، B و D في استقامية .

التمرين 2 : 04 نقاط

I ـ نعتبر المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: (E) ... $4x - y = 2$ حيث x و y عددان طبيعيان .

❶ تحقق أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) فإن y عدد زوجي .

❷ جد حلول المعادلة (E) علما أن الثنائية $(1;2)$ حل لها .

❸ أ ـ جد القيم الممكنة لـ $PGCD\,(x;y)$ حيث الثنائيات $(x;y)$ هي حلول المعادلة (E) .

ب ـ جد الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث $PGCD\,(x;y) = 2$.

II ـ ليكن a ، b و c أعداد طبيعية ، العدد الطبيعي N يكتب $\overline{ac2}$ في نظام تعداد أساسه 3 ويكتب $\overline{baa}$ في نظام تعداد أساسه 4 .

❶ بين أن $3c + 2$ مضاعف للعدد 4 ثم استنتج أن $c = 2$.

❷ جد قيمة كل من a و b ثم اكتب العدد N في النظام العشري .

❸ أ ـ ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 5^n على 7 .

ب ـ عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث : $N^{y-x} + N^N - N^{3y} \equiv 0\,[7]$.

www.ency-education.com

التمرين 03 : 04 نقاط

I ـ يراد بطريقة عشوائية تشكيل لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء رئيس ونائبان (نائب أول ونائب ثاني)
وذلك من بين أربع رجال H_1 ، H_2 ، H_3 و H_4 وثلاث نساء F_1 ، F_2 و F_3 .

◄ أحسب إحتمال الحوادث الآتية :

⊡ الحادثة A : " أعضاء اللجنة من نفس الجنس "

⊡ الحادثة B : " النائبان من جنسين مختلفين "

⊡ الحادثة C : " F_1 لا تترأس اللجنة "

II ـ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة عدد النواب من الرجال فيها .

❶ عين قيم المتغير العشوائي X .

❷ تحقق أن : $P(X=1)=\frac{4}{7}$ ثم عين قانون احتمال X واحسب أمله الرياضياتي .

❸ أحسب احتمال الحادثة " $\ln|x-1|\leq 1$ " .

التمرين 04 : 07 نقاط

I ـ لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=x+\sqrt{e^x}$.

❶ أحسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

❷ أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث : $-0.71<\alpha<-0.70$.

❹ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II ـ f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-x+(2x+4)\sqrt{e^{-x}}$

◄ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

❶ أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

❷ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=-g(x)\sqrt{e^{-x}}$.

ب ـ أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ أثبت أن : $f(\alpha)=-\left(2+\alpha+\frac{4}{\alpha}\right)$ ثم استنتج حصرا للعدد الحقيقي $f(\alpha)$.

❹ أ ـ أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب ـ أدرس الوضع النسبي للمنحى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

❺ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

❻ أ ـ باستخدام المكاملة بالتجزئة أثبت أن : $\int_0^{\alpha}(2x+4)\sqrt{e^{-x}}dx=-4\left(5+\frac{4}{\alpha}\right)ua$.

ب ـ فسر النتيجة هندسيا .

✧✧✧ انتهى الموضوع الثاني ✧✧✧

www.ency-education.com

التصحيح النموذجي ـ الموضوع الأول ـ

التمرين 01 : 04 نقاط

❶ برهان بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $\alpha < U_n \leq 2\alpha$. — 0.5 ن

◄ من أجل $n = 1$ لدينا : $\alpha < U_1 = 2\alpha \leq 2\alpha$.

◄ نفرض أن $\alpha < U_n \leq 2\alpha$ ونبرهن أن $\alpha < U_{n+1} \leq 2\alpha$:

$$\alpha < U_n \leq 2\alpha \Rightarrow 2\alpha < \alpha + U_n \leq 3\alpha \Rightarrow \frac{1}{3\alpha} \leq \frac{1}{\alpha + U_n} < \frac{1}{2\alpha} \Rightarrow -\alpha < -\frac{2\alpha^2}{\alpha + U_n} \leq -\frac{2}{3}\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha < 2\alpha - \frac{2\alpha^2}{\alpha + U_n} \leq \frac{4}{3}\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha < \frac{2\alpha U_n}{\alpha + U_n} \leq \frac{4}{3}\alpha \leq 2\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha < U_{n+1} \leq 2\alpha$$

❷ نبين أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما ثم نستنتج أنها متقاربة :

$$U_{n+1} - U_n = \frac{\alpha U_n - U_n^2}{\alpha + U_n} = \frac{\overbrace{U_n}^{>0}\overbrace{(\alpha - U_n)}^{<0}}{\underbrace{\alpha + U_n}_{>0}} < 0$$

◄ ومنه (U_n) متناقصة . — 0.5 ن

◄ بما أن (U_n) متناقصة ومحدودة فهي متقاربة . — 0.5 ن

❸ أ ـ التحقق : — 0.25 ن

$$U_{n+1} - \alpha = \frac{2\alpha U_n}{\alpha + U_n} - \alpha = \frac{\alpha U_n - \alpha^2}{\alpha + U_n} = \frac{\alpha(U_n - \alpha)}{\alpha + U_n} \Rightarrow \frac{U_{n+1} - \alpha}{U_n - \alpha} = \frac{\alpha}{\alpha + U_n}$$

ب ـ التبيين : — 0.5 ن

$$\alpha < U_n \leq 2\alpha \Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha + U_n} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{U_{n+1} - \alpha}{U_n - \alpha} < \frac{1}{2} \Rightarrow U_{n+1} - \alpha < \frac{1}{2}(U_n - \alpha)$$

جـ ـ الإستنتاج : (واضح) — 0.5 ن

د ـ بتطبيق مبرهنة الحصر نجد : $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \alpha$. — 0.5 ن

❹ أ ـ برهان بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $U_n = \frac{\alpha}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}$. — 0.5 ن

◄ من أجل $n = 1$ لدينا : $U_1 = \frac{\alpha}{1 - \frac{1}{2}} = 2\alpha$.

◄ نفرض أن $U_n = \frac{\alpha}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}$ ونبرهن أن $U_{n+1} = \frac{\alpha}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}} = 2\alpha$:

$$U_{n+1} = \frac{2\alpha U_n}{\alpha + U_n} = \frac{2\alpha\left[\frac{\alpha}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}\right]}{\alpha + \frac{\alpha}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}} = \frac{2\alpha^2}{2\alpha - \alpha\left(\frac{1}{2}\right)^n} = \frac{2\alpha^2}{2\alpha\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]} = \frac{\alpha}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}$$

www.ency-education.com

ب ـ حساب بدلالة n الجداء P_n : ن 0.5

$$\alpha + U_n = \alpha + \frac{\alpha}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n} = 2\alpha \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

◄ بوضع : $V_n = 1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$ نجد :

$$P_n = 2\alpha\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \times 2\alpha\left(\frac{V_3}{V_2}\right) \times \ldots \times 2\alpha\left(\frac{V_{n+1}}{V_n}\right) = (2\alpha)^n\left(\frac{V_{n+1}}{V_1}\right) = (2\alpha)^n\left(2-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$$

جـ ـ ◄ $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n = 0$. ن 0.25

التمرين 02 : 05 نقاط

❶ دراسة تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 9^n على 13 : ن 01

قيم n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$
بواقي القسمة	1	9	3

❷ باقي القسمة الإقليدية للعدد $2024^{2024^{2024}}$ على 13 : ن 01

$$2024 \equiv -1\,[3] \Rightarrow 2024^{2024} \equiv 1\,[3] \Rightarrow 2024^{2024} = 3k+1 \Rightarrow 2024^{2024^{2024}} \equiv 9\,[13]$$

❸ التبيين : ن 01

$$\begin{aligned} 2024^{2024} - 1954^{2023} - 1962^{1945} - 2\times 1691^{1445} &\equiv 9^{674\times 3+2} - (-9)^{674\times 3+1} + (-1)^{1945} + 2\times(1)^{1445}\,[13] \\ &\equiv 3+9-1+2\,[13] \\ &\equiv 0\,[13] \end{aligned}$$

❹ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $A_n = 2024n - n\times 1954^{1945} - 6$. ن 01

$$A_n \equiv 0\,[13] \Leftrightarrow 9n - n\times(-9)^{648\times 3+1} \equiv 6\,[13] \Leftrightarrow 18n \equiv 6\,[13] \Leftrightarrow 3n \equiv 1\,[13]$$
$$\Leftrightarrow 27n \equiv 9\,[13] \Leftrightarrow n \equiv 9\,[13] \Leftrightarrow n = 13k+9\ ;\ k \in \mathbb{N}$$

❺ أ ـ التبيين : ن 0.5

$$\begin{aligned} n^2\times 3^{n+2} + 2^{4n+2} \equiv n^2\times 3^n\times 3^2 + 2^2\times(2^4)^n\,[13] &\equiv n^2\times(9^2)^n\times 9 - 9\times 3^n\,[13] \\ &\equiv n^2\times 9^{2n+1} - 9^{2n+1}\,[13] \\ &\equiv (n^2-1)\times 9^{2n+1}\,[13] \end{aligned}$$

ب ـ تعيين قيم العدد الطبيعي n : ن 0.5

$$n^2\times 3^{n+2} + 2^{4n+2} \equiv 0\,[13] \Rightarrow (n^2-1)\times 9^{2n+1} \equiv 0\,[13] \Rightarrow n^2 \equiv 1\,[13]$$

باقي قسمة n على 13	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
باقي قسمة n^2 على 13	0	1	4	9	3	12	10	10	12	3	9	4	1

ency-education.com/exams

◄ ومنه : $n \equiv 1\,[13]$ أو $n \equiv 12\,[13]$ أي $n = 13k+1$ أو $n = 13k+12$ حيث $k \in \mathbb{N}$.

التمرين 03 : 05 نقاط

❶ حساب احتمال كل من الحدثين A و B : 01.5 ن

$$\left| \begin{array}{l} P(A) = \dfrac{A_3^1 \times A_4^1}{A_5^2} = \dfrac{3}{5} \\ \\ P(B) = \dfrac{A_3^2 + A_2^1 \times A_3^1}{A_5^2} = \dfrac{3}{5} \end{array} \right.$$

❷ إثبات أن $P(A \cup B) = \dfrac{9}{10}$: 0.5 ن

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} - \frac{A_3^2}{A_5^2} = \frac{9}{10}$$

II ـ

❶ مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي : $\{0;1;2;3\}$ 0.5 ن

❷ قانون احتمال المتغير العشوائي X : 02 ن

X_i	0	1	2	3
$P(X_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$

◄ $E(X) = 1$. 0.5 ن

التمرين 04 : 07 نقاط

❶ لدينا :

$$g'(x) = \frac{3(\ln x)^2 - 2\ln x + 1}{x} = \frac{3}{x}\left[\left(\ln x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{9}\right] > 0$$

◄ ومنه g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. 0.5 ن

❷ مبرهنة القيم المتوسطة . 0.5 ن

❸ إشارة $g(x)$: 0.5 ن

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$ 0 $+$	

II ـ

❶ $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$. 0.5 ن

◄ التفسير الهندسي : 0.5 ن

❷ أ ـ الإثبات : 0.5 ن

www.ency-education.com

01 ن

ب ـ تغيرات f وجدول تغيراتها :

◄ الدالة f متناقصة تماما على المجال $\left[\frac{1}{a};+\infty\right[$ ومتزايدة تماما على المجال $\left]0;\frac{1}{a}\right]$.

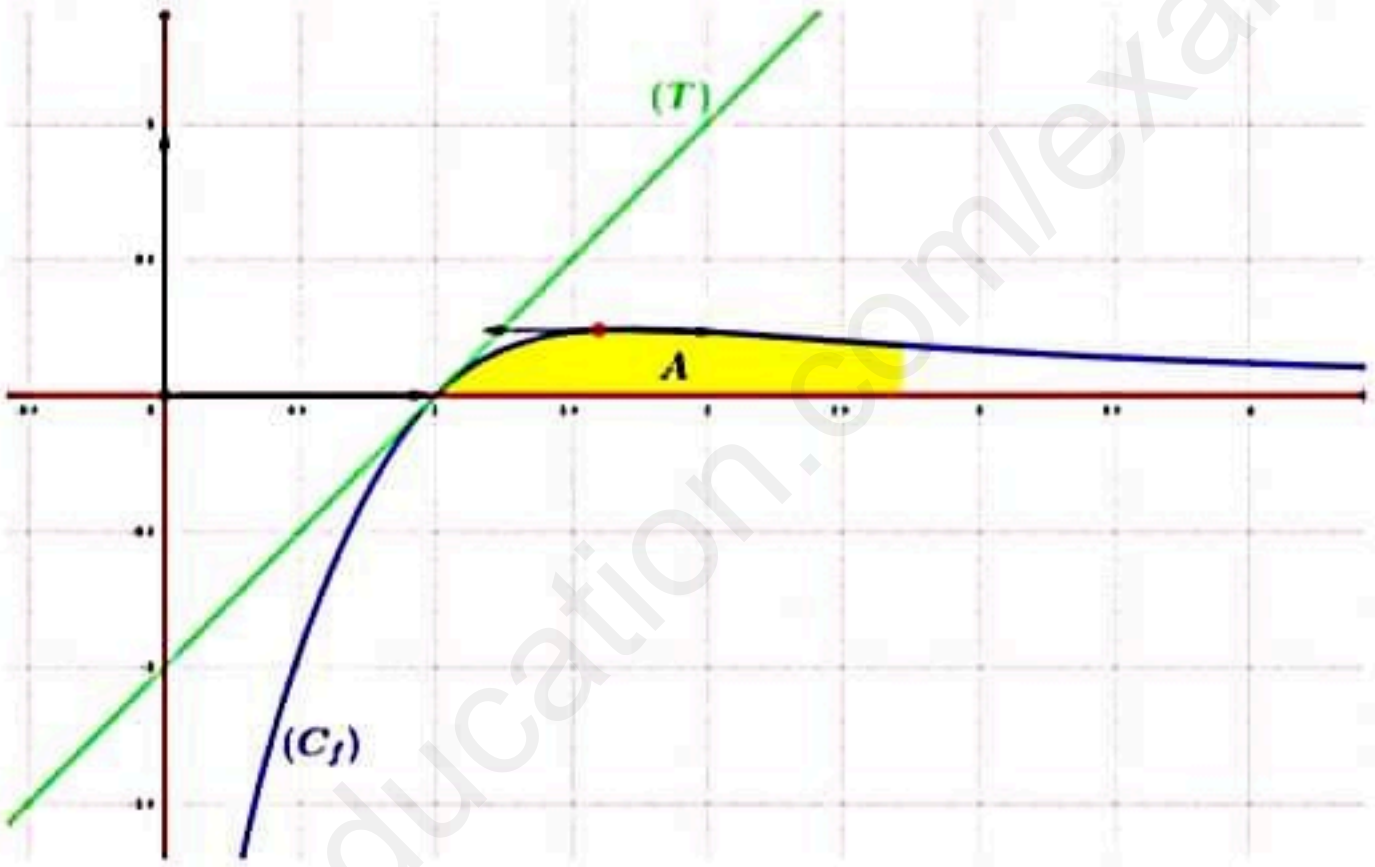
x	0		$\frac{1}{a}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$f\left(\frac{1}{a}\right)$	↘	0

0.5 ن

❸ $(T): y = x - 1$.

01 ن

❹ الإنشاء :



0.5 ن

❺ المناقشة :

◄ $m \in]-\infty;1[$: لا يوجد حلول .

◄ $m = 1$: للمعادلة حل مضاعف موجب .

◄ $m \in]1;+\infty[$: للمعادلة حلان موجبان .

01 ن

❻ الإثبات :

$$A = \int_1^e f(x)\,dx = \frac{1}{2}\int_1^e \frac{\frac{2\ln x}{x}}{(1+(\ln x)^2)}dx = \frac{1}{2}\int_1^e \frac{(1+(\ln x)^2)'}{(1+(\ln x)^2)}dx = \frac{1}{2}\ln\left[\left|1+(\ln x)^2\right|\right]_1^e$$

$$= \frac{1}{2}\ln 2\ u.a = \frac{1}{2}\ln 2 \times 2^2 cm^2 = \ln 4 cm^2$$

ency-education.com/exams

◇◇◇ انتهى تصحيح الموضوع الأول ◇◇◇

الموضوع الثاني :

التمرين 1 : 5 نقطة

I ـ لدينا : $\Delta = (\sqrt{2}i)^2$ ومنه : $z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ و $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$. ن 0.75

II ـ

❶ $\alpha = e^{i\frac{\pi}{4}}$ ومنه $\alpha^{2024} = e^{506\pi i} = e^{2\pi i} = 1 \in \mathbb{R}$. ن 0.5

❷ $\beta^2 = e^{i\frac{2\pi}{8}} = e^{i\frac{\pi}{4}} = \alpha$. ن 0.25

III ـ

❶ $r : z' - z_O = e^{i\frac{\pi}{4}}(z - z_O) \Leftrightarrow r : z' = \beta z$. ن 0.5

❷ $\beta z_C = \beta = z_B$ ومنه B هي صورة النقطة C بالدوران r . ن 0.5

◄ $\beta z_B = \beta^2 = \alpha = z_A$ ومنه A هي صورة B بالدوران r . ن 0.5

❸ لدينا : ن 0.5

$$\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = \frac{\alpha - \beta}{1 - \beta} = \frac{\beta^2 - \beta}{1 - \beta} = \frac{\beta(1 - \beta)}{1 - \beta} = \beta = e^{i\frac{\pi}{4}}$$

◄ ومنه $AB = BC$ إذا المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A . ن 0.25

IV ـ

❶ التحقق : ن 0.5

$$z_D = z_A + z_{\vec{u}} = \alpha + 1 = \beta^2 + 1 \Leftrightarrow z_D = 1 + \beta^2$$

❷ التبيين : ن 0.5

$$\frac{1 + \beta^2}{\beta} = \frac{1}{\beta} + \frac{\beta^2}{\beta} = \frac{1 \times \overline{\beta}}{\beta \times \overline{\beta}} + \beta = \frac{\overline{\beta}}{|\beta|^2} + \beta = \frac{\overline{\beta}}{1} + \beta = \beta + \overline{\beta}$$

$$\Rightarrow \frac{z_D - z_O}{z_B - z_O} = \frac{z_D}{z_B} = \frac{1 + \beta^2}{\beta} = \beta + \overline{\beta} = 2\Re e(\beta) = 2\cos\frac{\pi}{8} \in \mathbb{R}_+^*$$

◄ $\arg\left(\frac{z_D - z_O}{z_B - z_O}\right) = \left(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OD}\right) = 0 + 2k\pi$ ومنه النقط A ، B و D في استقامية . ن 0.25

www.ency-education.com

التمرين 2 : 04 نقاط

I ـ

❶ $y = 4x + 2 = 2(2x + 1)$ ومنه y عدد زوجي . — 0.25 ن

❷ باستعمال مبرهنة غوص نجد : $(x;y) = (k+1;4k+2) ; k \in \mathbb{N}$. — 0.25 ن

❸ أ ـ $PGCD(x;y) \mid 2 \Rightarrow PGCD(x;y) \in \{1;2\}$ — 0.25 ن

ب ـ الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث $PGCD(x;y) = 2$: — 0.5 ن

$$PGCD(x;y) = 2 \Rightarrow x \equiv 0\,[2] \Rightarrow k \equiv 1\,[2] \Rightarrow k = 2p+1 \Rightarrow \begin{cases} x = 2p+2 \\ y = 8p+6 \end{cases} ; p \in \mathbb{N}$$

II ـ

❶ $N = 9a + 3c + 2 = 16b + 5a \Rightarrow 3c + 2 = 4(4b - a)$ ومنه $3c+2$ مضاعف لـ 4 . — 0.5 ن

◄ لدينا : $c \in \{0;1:2\} \Rightarrow 3c+2 = \begin{cases} 2 ; & c = 0 \\ 5 ; & c = 1 \\ 8 ; & c = 2 \end{cases}$.

◄ وبما أن 2 و 5 ليسا من مضاعفات 4 فإن $c = 2$. — 0.5 ن

❷ $a = 2$ و $b = 1$ و $N = 26$. — 0.75 ن

❸ أ ـ دراسة تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 5^n على 7 : — 0.5 ن

قيم n	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$
بواقي القسمة	1	5	4	6	2	3

ب ـ تعيين الثنائيات $(x;y)$: — 0.5 ن

$$\begin{aligned} N^{y-x} + N^N - N^{3y} + 2 \equiv 0\,[7] &\Rightarrow 5^{3k+1} + 5^{6\times 4+2} - 5^{6(2k+1)} + 2 \equiv 0\,[7] \\ &\Rightarrow 5^{3k+1} \equiv 2\,[7] \\ &\Rightarrow 3k+1 \equiv 4\,[6] \\ &\Rightarrow k \equiv 1\,[2] \\ &\Rightarrow k = 2q+1 \; ; \; q \in \mathbb{N} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = 2q+2 \\ y = 8q+6 \end{cases} ; q \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

www.ency-education.com

التمرين 03 : 04 نقاط

1.5 ن

◄ حساب احتمال الحوادث :

$$\left|\begin{array}{l} P(A)=\dfrac{A_4^3+A_3^3}{A_7^3}=\dfrac{1}{7} \\ \\ P(B)=\dfrac{2\times A_4^1\times A_3^1\times A_3^1}{A_7^3}=\dfrac{4}{7} \\ \\ P(C)=1-\dfrac{A_1^1\times A_6^2}{A_7^3}=\dfrac{6}{7} \end{array}\right.$$

II ـ

0.5 ن

❶ قيم المتغير العشوائي X هي : $\{0;1;2\}$.

0.5 ن

❷ التبين :

$$P(X=1)=\frac{2\left(A_4^2\times A_3^1+A_3^2\times A_4^1\right)}{A_7^3}=\frac{4}{7}$$

0.5 ن

◄ قانون احتمال X :

X_i	0	1	2
$P(X_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$

0.5 ن

◄ $E(X)=\dfrac{8}{7}$.

0.5 ن

❸ $P(\ln|X-1|\leq 0)=P(X=0)+P(X=2)=\dfrac{3}{7}$.

ency-education.com/exams

التمرين 04 : 07 نقاط

I ـ

❶ $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$. — 0.5 ن

❷ $g(x) = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{e^x} > 0$ ومنه g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$. — 0.25 ن

❸ مبرهنة القيم المتوسطة : — 0.25 ن

❹ إشارة $g(x)$: — 0.5 ن

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

II ـ

❶ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$. — 0.5 ن

❷ أ ـ الإثبات : — 0.5 ن

ب ـ تغيرات f و جدول تغيراتها : — 01 ن

◄ الدالة f متناقصة تماما على المجال $]\alpha;+\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$.

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$-\infty$

❸ إثبات أن : $f(\alpha) = -\left(2 + \alpha + \frac{4}{\alpha}\right)$ — 0.5 ن

◄ حصر $f(\alpha)$: $4.42 < f(\alpha) < 4.33$. — 0.25 ن

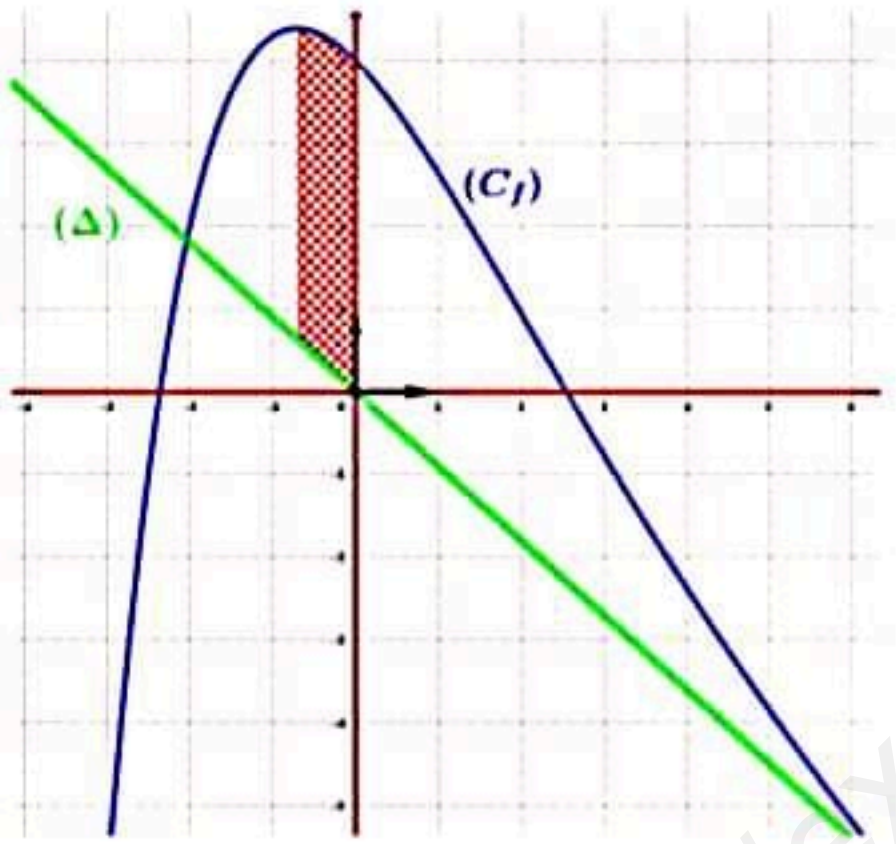
❹ أ ـ $\lim_{x\to+\infty} [f(x) + x] = 0$. — 0.5 ن

ب ـ الوضع النسبي : — 0.5 ن

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	0	$+$
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة ω	(C_f) فوق (Δ)

www.ency-education.com

6 الإنشاء : 01 ن



6 أ ـ باستخدام المكاملة بالتجزئة نجد : $\int_0^{\alpha}(2x+4)\sqrt{e^{-x}}dx = -4\left(5+\frac{4}{\alpha}\right)$. 0.5 ن

بـ ـالتفسير الهندسي : $-4\left(5+\frac{4}{\alpha}\right)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=\alpha$ و $x=0$. 0.25 ن

ency-education.com/exams

◇◇◇ انتهى تصحيح الموضوع الثاني ◇◇◇

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية أم البواقي

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة مـــــــــاي 2024

الشعبة : تقني رياضي — ثانوية الطيب العقبي – العامرية -

اختبار في مادة : الرياضيات | أستاذ المادة : طويجيني حسام الدين | المدة : 04 ساعات و 30 د

أستاذ مادة الرياضيات
طويجيني حسام الدين

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

بالتوفيق في شهادة البكالوريا

التمرين الأول :(04.50 نقاط)

I. $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

1- احسب $P(-1)$ ثم عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون :

$$P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$$

2- حل في المعادلة : $P(z) = 0$

II. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ تعتبر النقط A, B, C, D التي لواحقها على الترتيب :

1- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا .

2- عين طبيعة المثلث ABC .

3- أكتب $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الأسي ثم استنتج أن A صورة D بتحويل نقطي يطلب تعيينه وتعيين عناصره المميزة .

4- جد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطية بالمثلث ACD .

6- عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\left\|-\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{CM}\right\| = \left\|\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\right\|$

7- أنشئ دون حساب النقطة H والتي لاحقتها : $Z_H = 1 + e^{i\frac{\pi}{6}}$, ثم عيّن بطريقة هندسية عمدة العدد المركب Z_H .

التمرين الثاني :(04.50 نقاط)

I- حل في R المعادلة التفاضلية : $(E): \dot{y} + y \ln 2 = 0$

ثم عين f الحل الخاص لها الذي يحقق : $f(0) = 1$

- نضع من أجل كل x من R : $f(x) = e^{-x \ln 2}$، عين دالة أصلية للدالة f على .

II- لتكن (U_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $U_n = \int_n^{n+1} f(x)dx$

- بين أن (U_n) متتالية هندسية ثم استنتج أن : $U_n = -\frac{1}{2^{n+1} \ln 2}$, ثم ادرس تقاربها .

- أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \cdots + \frac{1}{U_n}$

III- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \ln(|U_n|)$

- بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .
- ادرس اتجاه تغير المتتالية (v_n).

www.ency-education.com

- اكتب v_n بدلالة n ثم أحسب المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

التمرين الثالث :(04 نقاط)

1) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 7 .

ب) ما هو باقي القسمة الاقليدية للعدد $2\times 2019^{6n+4} + 2017^{4n+2}$ على 7 .

2) نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : (E)..... $343x - 648y = 76$.

أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y حلول المعادلة (E).

أ) ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟ .

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية بحيث يكون $d = 76$.

4) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{\beta 1 \alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 ، ويكتب $\overline{\alpha 1 \alpha\alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5 .

جد العددين الطبيعيين α و β ، ثم أكتب λ في نظام التعداد ذي الأساس 6 .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I- نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = -x + 1 + \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ و $g(x) = -\left[2\left(x\sqrt{x} - 1\right) + \ln x\right]$ و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$: $x\sqrt{x} - 1 > 0$.

2- أحسب $g(1)$ ثم عين إشارة $g(x)$ لما : $0 < x < 1$.

3- أحسب نهايتي f عند 0 و $+\infty$.

4- بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (d) يطلب تعيين معادلة له. ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (d).

5- أحسب $f'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ ثم تحقق أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$.

6- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

7- أنشئ (d) و (C_f).

II - باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان الدالة : $x \to 2\sqrt{x}\ln x - 4\sqrt{x} + 4$ هي الدالة الأصلية للدالة $x \to \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم عند 1.

- أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x = 1$ ، $x = \alpha$ و $y = -x + 1$, حيث : $0 < \alpha < 1$

ثم احسب : $\lim_{\alpha \to +\infty} A(\alpha)$

www.ency-education.com

أستاذ مادة الرياضيات
طويجني حسام الدين

الموضوع الثاني :

التمرين الأول :(05 نقاط)

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-i)(z^2+2z+2)=0$

2- المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ النقط A, B, C, D لواحقها على الترتيب:

$$z_A = i \quad , \quad z_B = 2 \quad , \quad z_C = -1-i \quad , \quad z_D = 1-2i$$

أ- تحقق أن النقطة D مرجح للجملة $\{(A,1),(B,-1),(C,-1)\}$.

ب - أكتب العدد المركب $\frac{z_D - z_A}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسي ثم فسر النتيجة هندسيا و برر طبيعة الرباعي $ABCD$.

ج – أكتب العدد المركب $-4+4i$ عل الشكل الأسي ثم أحسب $(-4+4i)^{2018}$.

3- من أجل كل نقطة $M(z)$ من المستوي تختلف عن B نرفق النقطة $M'(z')$ حيث : $z' = \frac{iz-4+2i}{z-2}$

أ - تحقق أن : $z'-i = \frac{-4+4i}{z-2}$

ب - بين أن : $AM' \times BM = 4\sqrt{2}$ و $k \in \mathbb{Z} \,/\, (\vec{u};\overrightarrow{AM'}) + (\vec{u};\overrightarrow{BM}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$

4/ (μ) هي مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\arg(z-i) = \frac{\pi}{4}$

- هل النقطة E ذات اللاحقة $z_E = 2+i$ تنتمي الى (μ)

- عين طبيعة المجموعة (μ) .

التمرين الثاني :(04 نقاط)

(U_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2n$

1- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n \geq n$ ثم استنتج $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

2 - (V_n)المتتالية المعرفة بـ : $V_n = U_n - 4n + b$, حيث b عدد حقيقي .

- عين قيمة b حتى تكون (V_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

- أكتب V_n بدلالة n ثم إستنتج U_n بدلالة n .

- أحسب $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

3- نضع : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ و $S'_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$

- أحسب S_n بدلالة n ثم بين أن : $S'_n = S_n + (n+1)(2n-8)$

www.ency-education.com

التمرين الثالث :(04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0، 1، 1، 2 وأربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس.

1) أحسب احتمال الحصول على :

أ) ثلاث كرات من نفس اللون .

ب) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .

ج) ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1 .

أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ والانحراف المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الرابع :(07 نقاط)

I- لتكن الدالة العددية g المعرفة على R بالشكل: $g(x) = 1 + x + e^x$

1 - أدرس تغيرات الدالة g .

2 - برهن أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في R حيث: $\alpha \in]-1{,}3\ ,\ -1{,}2[$

3 - حدد تبعا لقيم x إشارة $g(x)$ ثم إستنتج إشارة $g(-x)$.

II - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R كما يلي : $f(x) = \frac{xe^x}{1+e^x}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1- أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي : $f'(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}.g(x)$

3- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4- برهن أن : $f(\alpha) = 1 + \alpha$.

5- برهن أن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y = x$.

6- أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C)عند النقطة O مبدأ المعلم ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة للمماس (T) .

7- أرسم (C) و(T) .

III- H نقطة فاصلتها x (حيث $x > 0$) وترتيبها معدوم , المستقيم الموازي للمحور (yy') والمار من H يقطع (C) في النقطة M و يقطع المقارب (Δ) في النقطة N , نضع : $\varphi(x) = MN$.

1- بين أن : $\varphi(x) = \frac{x}{1+e^x}$, ثم برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $\varphi'(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}.g(-x)$

2- استنتج أن MN يكون أكبر ما يمكن عندما: $x = -\alpha$

3- بين أن : $f(-\alpha) = 1$

4- برهن أن المماس (T') عند النقطة A ذات الفاصلة $(-\alpha)$ يوازي المستقيم (Δ) , أكتب معادلته و أرسمه في نفس المعلم السابق .

5- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$: $\frac{e^x}{1+e^x} \leq f(x) \leq x$ ثم إستنتج حصرا لمساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$, $x = 1$, $x = -\alpha$

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية العربي عبد القادر - بوقيرات

امتحان بكالوريا التجريبي التعليم الثانوي دورة: 2024

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضـوع الأول

التمرين الأول:(04 نقاط)

1. نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ حيث : $63x+5y=159...(E)$.
   أ- تحقق أنّ $p\gcd(5;63)=1$ ثم بيّن أنّ المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$.
   ب-عيّن الحل الخاص $(x_0;y_0)$ حلا للمعادلة (E)الذي يحقق $x_0+y_0=-3$ ثم استنتج حلول المعادلة (E) .
   ج- عيّن الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق $\ln|13x+y-33|<2\ln 2$.
2. N عدد طبيعي يكتب $\overline{5\alpha 0\alpha}$ في نظام التعداد ذو الأساس 7 ويكتب $\overline{\beta 10\beta 0}$ في نظام التعداد ذو الأساس 5 .
   - جد العددين الطبيعيين α و β ثم أكتب العدد $N+\alpha+\beta$ في النظام العشري .
3. أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .
   ب- جد الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق : $3^{x+1}+3^{-3y-2}+2024^{1445}\equiv 0[5]$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء تحمل الأرقام 1- ، 0 ، 1 ، 1 ، 2 وأربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1- ، 0 ، 1، 2 وكرتين خضراوين تحملا الرقمين 2، 4 (جميع الكريات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس)
نسحب من الكيس ثلاث كريات في آن واحد.

1) نعتبر الأحداث التالية :
   A "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " ، B " الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها سالب تماما "
   C " الحصول على ثلاث كريات أرقامها هي حدود متتابعة من متتالية حسابية "
   أ- أحسب $P(A)$ و $P(B)$ ثمّ بيّن أنّ $P(C)=\frac{12}{55}$.
   ب- بيّن أن : $P(A\cap B)=\frac{4}{165}$ ثم استنتج $P(\overline{A\cup B})$.
2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب أصغر الأرقام المحصل عليها .
   أ- عيّن القيم الممكنة للمتغير المتغير العشوائي X ثمّ عرّف قانون إحتماله .
   ب- أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ واستنتج قيمة العدد الطبيعي a حيث $E(-55X+a)=2038$.
3) نعيد الكيس إلى وضعه الأول ثم نسحب منه ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع .
   - أحسب إحتمال الحصول على ثلاث كريات أرقامها هي حدود متتابعة من متتالية هندسية غير معدومة "

التمرين الثالث : (05 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على بحدها الأول $u_0=4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=4-\frac{8}{u_n+2}$

1. برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $2<u_n\leq 4$.
2. أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنّها متقاربة.
3. أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_{n+1}-2\leq\frac{2}{3}(u_n-2)$

www.ency-education.com

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n - 2 \leq 2\left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

4. لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln\left(\frac{u_n}{u_n - 2}\right)$

أ- بيّن أنّ المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{2}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}$ و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

5. أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n

حيث : $S_n = \frac{2}{u_n - 2} + \frac{2}{u_{n+1} - 2} + ... + \frac{2}{u_{n+2023} - 2}$ و $S'_n = \ln\left(\frac{u_0}{u_1}\right) + \ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) + ... + \ln\left(\frac{u_{n-1}}{u_n}\right)$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. لتكن الدالة g المعرفة على $\Re$ بـ : $g(x) = 2 - (x+2)e^{x+2}$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق : $-1.15 \prec \alpha \prec -1.14$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\Re$ بـ : $f(x) = 2x - 1 - (x-1)e^{-x+2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = g(-x)$

ب) ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

ج) بين أن : $f(-\alpha) = -2\alpha + 1 - \frac{2}{\alpha+2}$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

جـ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) موازي للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلته .

د) عين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4) أرسم المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمماس (T) . ($-\alpha = 1.14$ ، $f(-\alpha) = 0.94$)

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = -2x + m$.

6) لتكن (I_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $I_n = \int_1^2 (x-1)^n e^{-x+2} dx$

- باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب I_1 ثم فسر النتيجة هندسيا .
- باستعمال المكاملة بالتجزئة بيّن أنّ $I_{n+1} = -1 + (n+1)I_n$ ثم استنتج I_2

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضـــــوع الثـــــاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$، النقط A ، B ، C التي لواحقها $z_A = 2+2i$ ، $z_B = 2\sqrt{3}-2i$ و $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب .

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $\left(\overline{z}-2+2i\right)\left(z^2-4z+16\right)=0$.

2) أ- أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الجبري ثم الشكل الأسي .

ب- استنتج القيمة المضبوطة لـ $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

3) أكتب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

4) n عدد طبيعي ، عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ حقيقيا .

5) عيّن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها : $\left|\overline{z}-2+2i\right|=2$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1- ، 0 ، 1 ، 3 وأربع كريات حمراء تحمل الأرقام 1- ، 0 ، 1، 2 وكرتين خضراوين تحملا الرقمين 0، 2 (جميع الكريات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس)

نسحب من الكيس ثلاث كريات في آن واحد .

1. نعتبر الأحداث التالية :

A "الحصول على الألوان الثلاثة " ، B " الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها معدوم "

C " الحصول على ثلاث كريات أرقامها من نظام التعداد ذي الأساس 4 "

أ- أحسب $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C)$.

ب- بيّن أن : $P\left(A\cap B\right)=\frac{1}{40}$ ثم استنتج $P\left(\overline{A\cup B}\right)$.

2. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كريات عدد الألوان المتحصل عليها .

أ- عيّن القيم الممكنة للمتغير المتغير العشوائي X ثمّ عرّف قانون إحتماله .

ب- أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ واستنتج قيمة العدد $E(5X+2013)$.

ج- أحسب $P\left(X=\frac{6}{5-X}\right)$.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) هندسية متزايدة تماما حدها الأول u_0 و أساسها q حيث : $\begin{cases}\ln(u_1)+\ln(u_5)=20\\ u_0\times u_2=e^8\end{cases}$

1. أ) أحسب u_1 والأساس q للمتتالية (u_n) .

ب) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=e^{3n+1}$.

ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\ln(u_0)+\ln(u_1)+...+\ln(u_n)$.

2. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $A_n=n+2$.

أ) بيّن أنّ : $PGCD\left(2S_n;A_n\right)=PGCD\left(A_n;4\right)$.

www.ency-education.com

ب) عيّن القيم الممكنة لـ $PGCD(2S_n ; A_n)$.

ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n حيث : $PGCD(2S_n ; A_n) = 2$.

3. أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .

4. نضع : $B_n = 3nA_n - 2S_n + 1445^{2024} + 1$

- عيّن قيم العدد الطبيعي n والتي من أجلها يكون : $\begin{cases} B_n \equiv 0[7] \\ n \equiv 0[4] \end{cases}$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. g دالة عددية معرفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $g(x) = 2(x+2)^2 - 1 + \ln(2x+4)$.

1. أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2. بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]-1.38;-1.37[$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-2;+\infty[$.

II. f دالة عددية معرفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $f(x) = -2x - 4 + \dfrac{\ln(2x+4)}{x+2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$)

1. أ) أحسب $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty}$ وفسر النتيجة بيانيا .

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) معادلته $y = -2x - 4$ مقارب مائل لـ (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

2. أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-2;+\infty[$ أنّ : $f'(x) = \dfrac{-g(x)}{(x+2)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) بيّن أنّ $f(\alpha) = -4\alpha - 8 + \dfrac{1}{\alpha+2}$ ثم عيّن حصرا له .

3. بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) ميله -2 يطلب كتابة معادلة له .

4. أ)أرسم المنحنى (C_f) والمماس (T) والمستقيم المقارب (Δ) .

ب) m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = -2x - m$.

5. أ) أحسب بالسنتمتر المربع A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما $x = \alpha$ و $x = -\dfrac{3}{2}$

ب) تحقق أنّ : $A = \dfrac{1}{2}\left(2\alpha^2 + 8\alpha + 7\right)^2 cm^2$.

انتهى الموضوع الثاني

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية سطيف

الشعبة تقني رياضي — ثانوية الشهيد لولو علي عين آرنات

امتحان بكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي — دورة ماي 2024

إختبار في مادة الرياضيات — المدة: 04 ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقاط)

α عدد المركب بحيث $\alpha = 2+\sqrt{3}+i$

1) أ) بين أن طويلة العدد المركب α هي $|\alpha| = 2\sqrt{2+\sqrt{3}}$

ب) تحقق من أن $\alpha = 2\left(1+Cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)+2i\,Sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$

2) أ) احسب $\left(Cos(\theta)+i\,Sin(\theta)\right)^2$ بطريقتين مختلفتين حيث θ عدد حقيقي.

ب) بين أنه من أجل كل $\theta \in \mathbb{R}$ فإن: $1+Cos(2\theta) = 2\left(Cos(\theta)\right)^2$ و $Sin(2\theta) = 2\,Cos(\theta)\,Sin(\theta)$

3) أ) بين أن $\alpha = 4\left(Cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)^2 + 4i\,Cos\left(\frac{\pi}{12}\right)Sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

ب) استنتج أن $\alpha = 4\,Cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\left[Cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\,Sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right]$ ثم عين القيمة المضبوطة لـ $Cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $Sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

4) أ) أكتب العدد α على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسي.

ب) بين أن $\alpha^6 = \left(2\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^6 i$

5) المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A = \alpha$ و $z_B = \overline{\alpha}$

أ) عين (γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي والتي تحقق: $|z_A - z| = |z_A - \overline{z}|$

ب) ليكن n عدد طبيعي غير معدوم.

- بيّن أنّ جميع حلول المعادلة $\left(\frac{z_A - z}{z_B - z}\right)^{2024n} = i$ ذات المجهول z في $\mathbb{C}$ هي أعداد حقيقية (لا يُطلب حساب الحلول)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) أ) أُدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 11

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $4\times 69^{10n+6} + 7\times 58^{2n+13} - 8$ على 11

2) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $n^2 + 36^{5n}\times n + 14^{5n+3} + 5$ قابلا للقسمة على 11

3) عيّن الأعداد الصحيحة β والتي تحقق $80^{3n+2}\times\beta + 91^{3n+1} \equiv 0\,[11]$

4) جد الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية والتي تحقق $14^x + 25^y \equiv 8\,[11]$

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يريد تلاميذ قسم مكوّن من 18 تلميذ و12 تلميذة أن يكوّنوا لجنة من ثلاثة أفراد تتضمن "رئيس" و "نائب" و"أمين".

1) ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلها؟

2) ما هو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث يكون:

أ) أمين اللجنة يكون تلميذة.

ب) التلميذ A موجود في اللجنة.

ج) الرئيس تلميذ والأمين تلميذة.

3) نفرض أنّ الرئيس تلميذ والأمين تلميذة وأن التلميذ A لا يريد الإنضمام إلى لجنة تضم التلميذة B

- ما هو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها في هذه الحالة؟

4) ليكن ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد التلميذات المتواجدة في اللجنة.

أ) عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) f_k دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f_k(x)=(kx+1)e^{-x}$ حيث k وسيط حقيقي غير معدوم $(k\neq 0)$

وليكن (C_k) التمثيل البياني للدالة في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بيّن أنّ كل المنحنيات (C_k) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيينها.

2) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f_k(x)=0$ ثمّ أحسب نهاية الدالة f_k عند $-\infty$ (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k غير المعدوم)

3) أ) أحسب $f_k'(x)$ ، ثمّ حدّد حسب قيم الوسيط الحقيقي k غير المعدوم اتجاه تغير الدالة f_k

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f_k من أجل $k\geq 1$

4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k غير المعدوم الأوضاع النسبية للمنحنيين (C_k) و (C_{k+1})

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=(x+1)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) شكّل جدول تغيرات الدالة f ثمّ أرسم المنحنى (C_f)

2) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$

3) عيّن العددين الحقيقيين a و b حتى تكون الدالة $x\mapsto(ax+b)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

4) أحسب A مساحة الحيّز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة $(E)\ldots 4x-5y=1$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) تحقق من أنّ الثنائية $(-1;-1)$ حل للمعادلة (E) ثم إستنتج مجموعة حلولها.

ب) استنتج قيم العدد الصحيح x والذي يحقق الجملة $\begin{cases} x\equiv 3[5] \\ x\equiv 2[4] \end{cases}$

2) n عدد طبيعي نضع $a=4n+3$ و $b=3n+1$

- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n، إذا كان d يقسم a و d يقسم b فإن d يقسم 5

3) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $PGCD(a;b)=5$ إذا وفقط إذا كان $n\equiv 3[5]$

4) أ) أُدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5

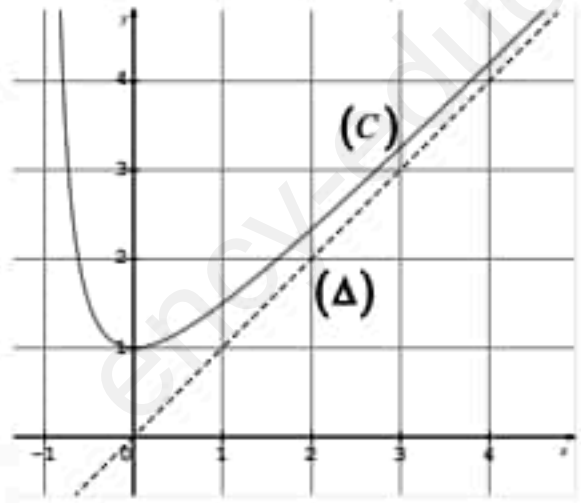
ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2^a+3^b\equiv 0[5]$ إذا وفقط إذا كان $2^{a+b}\equiv 4[5]$

5) عيّن أصغر عدد طبيعي n والذي يحقق $\begin{cases} 2^a+3^b\equiv 0[5] \\ PGCD(a;b)=5 \\ n\geq 2020 \end{cases}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n بـ $u_{n+1}=u_n+\frac{1}{1+u_n}$

1) (C) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto x+\frac{1}{1+x}$ على المجال $]-1;+\infty[$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$



أ) أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثّل على محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2، u_3 و u_4 دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n\geq 0$

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_{n+1}^2-u_n^2\geq 1$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n\geq\sqrt{n}$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) من أجل كل عدد طبيعي n نضع $S_n=\frac{1}{1+u_0}+\frac{1}{1+u_1}+\frac{1}{1+u_2}+\ldots+\frac{1}{1+u_n}$

- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $S_n=u_{n+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي كيس على سبع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0، 0، 1، 1، 2، 2، 2 وخمس كرات سوداء تحمل الأرقام 4، 4، 4، 6، 8 الكرات متماثلة لا يمكن التفريق بينها باللمس.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من هذا الكيس.

1) أحسب احتمال الأحداث التالية:

A : " الحصول على أربع كرات من نفس اللون". B : " الحصول على أربع كرات مجموع أرقامها يساوي 6".

C : " الحصول على أربع كرات أرقامها يمكن أن تُشكل العدد 2022".

2) ليكن الحدث: D : " الحصول على أربع كرات أرقامها تشكل متتالية حسابية أساسها 2"

- بيّن أنّ $P(D)=\frac{27}{495}$

3) أحسب $P(A\cap C)$ ثم إستنتج $P(A\cup C)$

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب أصغر الأرقام المسحوبة.

- عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=-2x+x\ln(x+1)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$ $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$ ثمّ برهن أنّ

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$ فإنّ : $f'(x)=-\frac{x+2}{x+1}+\ln(x+1)$

ب) الجدول المقابل يبرز تغيرات الدالة f' مشتقة الدالة f

x	-1	α	$+\infty$
$f'(x)$	...	0	...

وليكن α العدد الحقيقي الذي يحقق $f'(\alpha)=0$

- أنقل وأكمل الجدول المقابل ثمّ عيّن إشارة $f'(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

جـ) تحقّق من أنّ $2,5<\alpha<2,6$ ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة f

3) أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\approx -1,9$)

4) لتكن g دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{-x^2}{x+1}$

أ) تحقق أنه من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$ فإنّ $g(x)=1-x-\frac{1}{x+1}$ ثم أحسب $\int_0^{\alpha} g(x)dx$

ب) بإستعمال المكاملة بالتجزئة بيّن أنّ $\int_0^{\alpha} x\ln(x+1)dx=\frac{1}{2}\alpha^2\ln(\alpha+1)+\frac{1}{2}\int_0^{\alpha} g(x)dx$

5) لتكن A_α مساحة الحيز المحدّد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل والمستقيمين ذو المعادلتين $x=0$ و $x=\alpha$

- بين أنّ $A_\alpha=\frac{3\alpha^3-\alpha^2+4}{4(\alpha+1)}$

إنتهى الموضوع الثاني

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية عنابة
امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي
الشعبة: تقني رياضي

ثانوية بوطبة بشير –المقاومة–
دورة 2024

اختبار في مادة الرياضيات — المدة:04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأوّل

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) نعتبر في Z^2 المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $63x+5y=159...(E)$

ا) تحقق أن العددين 63 و 5 أوليان فيما بينهما ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا.

ب) عين حلا خاصا $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق $x_0+y_0=-3$ ، ثم حل في Z^2 المعادلة (E).

ج) عين كل الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق $|13x+y-33|\prec 4$

2) ا) عين حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 ، ثم جد باقي القسمة الإقليدية للعدد $2023^{2023^{2023}}$ على 5.

ب) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $35\prec n\prec 65$ و $\begin{cases}3^n+3^{4n}-2024\equiv 0[5]\\ n\equiv 0[3]\end{cases}$

3) A عدد طبيعي يكتب $\overline{5\alpha 0\alpha}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 ويكتب $\overline{\beta 10\beta 0}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.
عين العددين الطبيعيين α ، β ثم اكتب $A+\alpha+\beta$ في النظام العشري.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء مرقمة من 1 إلى 5 وثلاث كريات بيضاء مرقمة من 1 إلى 3 وثلاث كريات خضراء مرقمة من 1 إلى 3، الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب من الكيس كريتين على التوالي وبدون ارجاع الكرية المسحوبة من الكيس.

نعتبر الأحداث التالية : A "سحب كريتين من نفس اللون" ، B "سحب كريتين تحملان نفس الرقم" و C "سحب كريتين مجموع رقميهما يساوي 7".

1) احسب احتمال كل من A ، B ، $A\cup B$ و C.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة التي تحمل رقم زوجي.

ا) برر أن القيم الممكنة لـ X هي $\{0,1,2\}$ ثم عرف قانون احتماله.

ب) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X ، ثم عين قيمة $E(-2X+3)$.

3) نسحب على التوالي مع الارجاع n كرية من الكيس مع $n\in N^*$.

ا) احسب p_n احتمال الحادثة D: الحصول على كرية خضراء على الأقل.

ب) احسب المجموع S_n حيث $S_n=\sum_{k=1}^{k=n}C_n^k p_k$

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقاط)

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير.

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

A ، B و C ثلاث نقط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z_C=-1+i\sqrt{3}$

1) الشكل الجبري للعدد z_A هو :

أ) $\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ب) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ج) $\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

2) الشكل الأسي للعدد z_C هو :

أ) $z_C=2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ ب) $z_C=3e^{i\frac{2\pi}{3}}$ ج) $z_C=\sqrt{2}e^{i\frac{2\pi}{3}}$

3) لاحقة النقطة D بحيث يكون O مرجح الجملة $\{(B;1),(C;-1),(D;1)\}$ هي :

أ) $1+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ ب) $-\frac{3}{2}+\frac{1-2\sqrt{3}}{2}i$ ج) $-\frac{3}{2}-\frac{1-2\sqrt{3}}{2}i$

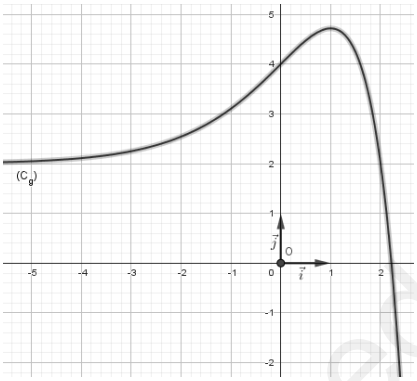
4) n عدد طبيعي، العدد $(z_B)^n$ حقيقي موجب معناه n يكتب من الشكل :

أ) $k\in\mathbb{N}$ حيث $8k$ ب) $k\in\mathbb{N}$ حيث $4k+1$ ج) $k\in\mathbb{N}$ حيث $8k+1$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(2-x)e^x+2$.

(C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$(الشكل المقابل).



1) ا) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2,21\prec\alpha\prec 2,22$.

ب) بقراءة بيانية، عين إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^2}{1+e^{-x}}$

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وفسر بيانيا نتيجة النهاية الأخيرة.

2) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{x.g(-x)}{(1+e^{-x})^2}$ (f' هي الدالة المشتقة الأولى للدالة f).

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين أن : $f(-\alpha)=\alpha(\alpha-2)$، ثم اعط حصرا لـ $f(-\alpha)$ (حيث α هو العدد الحقيقي المعرف في الجزء I)

3) ا) بين أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا β حيث : $1,1\prec\beta\prec 1,2$.

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $E(f(x))=0$ حيث E هي دالة الجزء الصحيح.

4) ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto x^2$ على $\mathbb{R}$.

ency-education.com/exams

ا) بين أن $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x^2]=0$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ).

5) انشئ (C_f) و (Γ) (تعطى $f(-\alpha)\approx 0,48$).

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد حلول المعادلة : $f(x)=x^2+\ln(m)$.

7) بين أنه من أجل كل x عدد حقيقي فإن : $0\preceq f(x)\preceq x^2$ ثم استنتج حصرا للعدد K الذي يمثل مساحة الحيز المحدد بـــ (C_f) والمستقيمات $x=0$; $x=1$; $y=0$

ency-education.com/exams

الموضوع الثّاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها ثلاث كريات زرقاء مرقمة 0 ، 1 ، 2 وأربع كريات حمراء مرقمة 0 ، 1 ، 2 ، 3 وثلاث كريات خضراء مرقمة 1 ، 2 ، 4.

✓ نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس :

1) احسب احتمال كل حدث من الأحداث التالية :

الحدث A : "سحب ثلاث كريات من نفس اللون"

الحدث B : "سحب ثلاث كريات أرقامها تظهر في العدد 2024"

الحدث C : "سحب ثلاث كريات تحمل أرقاما تشكل حدودا متتابعة لمتتالية هندسية أساسها 2"

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يمثل عدد الكريات المسحوبة التي تحمل الرقم 1

ا) عرف قانون الاحتمال للمتغير X ، ثم احسب أمله الرياضياتي.

ب) عين قيمة العدد الحقيقي b بحيث يكون : $E(10X+b)=2032$

ج) احسب $P(e^{X^2-X}=1)$ ، $P\left(X=\dfrac{6}{5-X}\right)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) $p(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث : $p(z)=z^3+8$

1) احسب $p(-2)$، ثم عين العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل $z\in\mathbb{C}$:

$$p(z)=(z+2)(z^2+\alpha z+\beta)$$

2) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z)=0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

A ، B و C ثلاث نقط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2$.

1) اكتب كلا من : z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي.

2) ا) احسب العدد المركب $\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ على الشكل الجبري، ثم على الشكل الأسي.

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC.

ج) تحقق أن النقطة O هي مركز ثقل المثلث ABC.

3) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $(z_A)^n=(z_B)^n$.

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط ذات اللاحقة z حيث : $z+2=ke^{i\frac{\pi}{6}}$ مع k يمسح $\mathbb{R}_+^*$.

تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (Γ)، ثم عين المجموعة (Γ).

ency-education.com/exams

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I) لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :
$$\begin{cases} U_0 = 3\ln 2 \\ U_{n+1} = \ln\left(\frac{2}{7}e^{U_n} + 5\right) \end{cases}$$

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \succ \ln 7$

2) اثبت أن : $e^{U_n} - e^{U_{n+1}} = \frac{5}{7}(e^{U_n} - 7)$ ثم استنتج أن : $e^{U_n} \succ e^{U_{n+1}}$

3) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

II) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $V_n = e^{U_n} - 7$

1) اثبت أن المتتالية (V_n) هندسية واكتب عبارة حدها العام.

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = \ln\left(7 + \left(\frac{2}{7}\right)^n\right)$ ثم احسب مرة أخرى $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

3) احسب بدلالة n المجموع :
$$S_n = 2024^{ln(e^{U_0}-7)} + 2024^{ln(e^{U_1}-7)} + 2024^{ln(e^{U_2}-7)} + ... + 2024^{ln(e^{U_n}-7)}$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ : $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2} + 2\ln x$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f، وشكل جدول تغيراتها.

3) احسب $f(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ : $g(x) = x - 2 + \frac{1}{2}(\ln x)^2 + \frac{4+3\ln x}{x}$

(C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ا) تحقق أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$: $g(x) = x - 2 + \frac{\ln x}{x}\left[3 + \frac{4}{\ln x} + \frac{1}{2}x\ln x\right]$

ب) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) ا) اثبت أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$: $g'(x) = \frac{1-x}{x^2}\ln\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، وشكل جدول تغيراتها.

4) ا) اثبت أن (C_g) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها.

ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_g) عند نقطة الإنعطاف.

5) اثبت أن (C_g) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0.2 \prec \alpha \prec 0.3$.

6) انشئ (C_g).

ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي(تجريبي) دورة : ماي 2024

الشعبة: 3 تقني رياضي ثانوية حيرش محمد ولاية وهران

اختبار في مادة : الرياضيات المدة :4 ساعات ونصف

على المتر شح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط)

قرر سكان حي في مدينة معينة تشكيل لجنة تمثلهم على المستوى المحلي، فاجتمع 15 عضوا (من بينهم 5 نساء) لتشكيل لجنة من أربعة أعضاء.

كم لجنة يمكن تشكيلها لهذا الغرض؟

1) ما احتمال أن تكون اللجنة مكونة من الرجال فقط؟

2) بين أن احتمال وجود امرأتان على الأقل ضمن اللجنة هو $\frac{37}{91}$.

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل إختيار لجنة عدد الرجال الموجودين فيها.

أ) حدّد قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب) جد قيمة العدد الحقيقي b حتى يكون $E(2024X+b)=-2$.

4) لتأدية اللجنة مهامها على أحسن وجه قرر الأعضاء أن يكون للجنة رئيسا ونائبا له وكاتبا وأمينا للمال.

أ) بين أن احتمال أن يكون الرئيس رجلا هو $\frac{2}{3}$ ، ب) ما احتمال أن تكون امرأة رئيسة للجمعية؟

التمرين الثاني (04,5 نقاط)

1)أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 7 ، ثم استنتج باقي قسمة العدد A على 7 حيث : $A=5^{2022}+1443$.

2) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $222^n+4\times5^n+337$ قابلا للقسمة على 7.

3)بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : العدد $2021^{6n+3}-2021\times2^{6n}-2024$ مضاعف للعدد 7.

4) العدد الطبيعي B غير المعدوم مكتوب في النظام ذو الأساس 10 بـ $20xx$

عين قيم العدد الطبيعي x الذي يحقق : $B\equiv6[7]$. ثم عين قيم B

اقلب الصفحة

www.ency-education.com

التمرين الثالث (04,5 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-8\sqrt{3}z+64=0$.

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ ، وحدة الطول $1cm$ ،النقط A, B, C التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=4\sqrt{3}-4i$ ،، $z_B=4\sqrt{3}+4i$ ، $z_C=-\sqrt{3}+i$.

أ. أكتب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

ب. عين العدد الطبيعي n بحيث $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ حقيقي ثم استنتج أن $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^{1962}$ حقيقي .

3. نعتبر النقطة D التي لاحقتها $z_D=2i$

أ.بين أن لاحقة G مرجح الجملة $\{(O;-1);(D;1);(B;1)\}$ هي $z_G=4\sqrt{3}+6i$.

ب.اثبت ان النقط C ، D و G على استقامة واحدة.

ج. عين وأنشئ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z-2i|^2=3$.

التمرين الرابع (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+\frac{4}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-2x]$ ، ثم فسر النتيجتين بيانيا

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=2\left[\frac{e^{2x}+1}{(e^x+1)^2}\right]$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أ) احسب $f(-x)-4$. ماذا تستنتج ؟ ب) احسب $f(3)$ ثم استنتج قيمة $f(-3)$.

جـ) عين معادلة المستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1.71;-1.67[$ ، ثم بين أن $e^{\alpha}=-\frac{2+\alpha}{\alpha}$.

6) ارسم (Δ) و (C_f).

7) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=2x-\frac{4(-e^{-x})}{e^{-x}+1}$.

ب) أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذو المعادلات:

$x=0$ ، $x=3\ln 2$ و $y=2x$

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(04.5 نقاط)

1. حل في المجموعة z^2 المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $6x-5y=7$
2. عين الأعداد الصحيحة النسبية a التي تحقق: $\begin{cases} a\equiv 3[5] \\ a\equiv -4[6] \end{cases}$
3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 5

ب) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n: $x^n\equiv 2^n[5]$

ت)عين قيم العدد طبيعي n التي تحقق: $x+x^2+.....+x^n\equiv 1[5]$

4. نعتبر العدد الطبيعي A المكتوب في نظام التعداد ذي الأساس α كما يلي: $\overline{1438}^{\alpha}$

جد أصغر قيمة للعدد الطبيعي α بحيث يكون: $2017^{2018}+2018^{2016}+A\equiv 0[5]$

التمرين الثاني :(04 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كريات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 1 ، 0 ، -1 وخمس كريات سوداء مرقمة بـ : 1، 1 ، 0 ، 0 ، -1 لا نميز بينها باللمس ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الصندوق .

I. نعرف الأحداث التالية :

A : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون B" : "الحصول على اللونين الأبيض و الأسود "

C : "مجموع أرقام الكريات الثلاث المسحوبة يساوي 0"

-1 أحسب احتمال الحدث A ، ثم بين أن: $P(B)=\frac{5}{6}$ ، $P(C)=\frac{31}{120}$

-2 بين أن $P(A\cap C)=\frac{7}{120}$ ثم استنتج $P(AUC)$

II. المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكريات الثلاث المسحوبة .

-1 عين قيم المتغير العشوائي X .

-2 عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي .

-3 احسب $p(e^{X^2-5}<2)$

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $u_0=6$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1$

1) أ-أرسم في معلم متعامد ومتجانس $o,\vec{i},\vec{j}$ المستقيمين $(D):y=\frac{2}{3}x+1$ و $(\Delta):y=x$.

ب - مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 ، ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

جـ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n>3$.

د –ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n). استنتج تقارب المتتالية (u_n).

www.ency-education.com

2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث: $v_n = 2^n \times 3^{1-n}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n - 3$ ، استنتج $\lim u_n$.

3) لتكن (w_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $w_n = \ln v_n$.

أ - بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب إيجاد أساسها و حدها الأول.

ب –نعتبر المجموع: $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + ... + \frac{u_n}{v_n}$.

بين أن $S_n = 2\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} + n - 1$.

التمرين الرابع :(07 نقاط)

الجزء الأول : g دالة عددية معرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x) = 1 - \frac{x^3}{3} - 2\ln x$ $D =$

1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1 < \alpha < \sqrt{2}$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : f دالة عددية معرفة على D بـ : $f(x) = -\frac{x}{3} + \frac{\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $3cm$)

1- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2- أثبت من أجل كل عدد حقيقي x أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ، ثم ادرس إشارتها. و شكل جدول تغيرات الدالة f.

3- أ) بين أن المستقيم (T) معادلته : $y = -\frac{x}{3}$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.

ب)ادرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (T).

4- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) ميله $-\frac{1}{3}$ ، يطلب إعطاء معادلة له.

5- أنشئ كلا من (C_f) و (T) و (Δ).

الجزء الثالث :

1- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = -\frac{x}{3} + m$

2- باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الأصلية للدالة : $x \mapsto \frac{\ln x}{x^2}$ على D والتي تنعدم عند القيمة 1 .

3- احسب بـ : cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و بالمستقيمات: $y = -\frac{x}{3}$ و $x = 1$ و $x = \alpha$.

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في بكالوريا 2024

www.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية تيارت — ثانوية بوشارب الناصر سوقر

امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي — دورة: ماي 2024

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10

2) استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد A على 10 حيث: $A=-63\times 9^{2024}-7^{1445}$

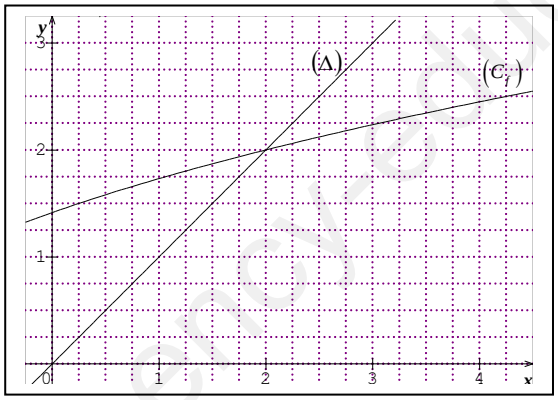
3) بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n يكون: $3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv (n-1)3^{2n+1}[10]$

4) عين قيم العدد الطبيعي حتى يكون: $3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv 0[10]$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

f دالة معرفة ومتزايدة تماما على المجال $]-2,+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{x+2}$ تمثيلها البياني في الشكل المقابل

(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ ، المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0=0$ و من اجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$



1) أ) انقل الشكل على ورقة الاجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 دون حسابها مبرزا خطوط الانشاء

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le u_n<2$

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-u_n^2+u_n+2}{\sqrt{u_n+2}+u_n}$

واستنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ح) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة

3) أ) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n: $2-u_{n+1}\le \dfrac{1}{2}(2-u_n)$

ب) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n: $2-u_n\le \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

ج) اعد اثبات ان المتتالية (u_n) متقاربة

www.ency-education.com

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحتوي كيس على اربع كريات حمراء مرقمة 2,2,3,3 وثلاث كريات خضراء مرقمة 2,2,3 وكرية سوداء مرقمة بـ 4 نسحب عشوائيا في ان واحد كريتين من هذا الكيس ونعتبر الحدثين:

A : الحصول على كريتين تحملان نفس اللون B : الحصول على كريتين تحملان رقمين أولين فيما بينهما

1) أ) احسب احتمال كل من الحدثين A و B.

ب) بين أن احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس اللون ورقميهما اوليان فيما بينهما هو $\frac{3}{14}$

ج) استنتج احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس اللون أو رقميهما أوليان فيما بينهما.

2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب باقي قسمة مجموع الرقمين الظاهرين على 3

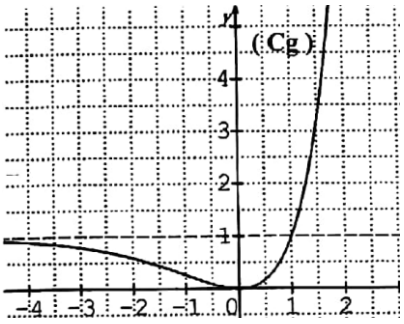
أ) بين أن قيم X هي $\{0,1,2\}$

ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X.

3) استنتج احتمال الحدث: $\ln(x^2+1)=0$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على IR بـ : $g(x)=1+(x-1)e^x$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الشكل المقابل)



بقراءة بيانية:

1) شكل جدول تغيرات الدالة g

2) حدد حسب قيم x اشارة $g(x)$

II. الدالة العددية f معرفة على IR بـ : $f(x)=x+(x-2)e^x$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان: $f'(x)=g(x)$. حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f)

ب)أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ، يطلب تعيين احداثياها.

4) أ) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $1.68<\alpha<1.69$

ب)بين انه يوجد مماس (T) وحيد للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) اكتب معادلة له

ج) انشئ المستقيم (Δ) ، المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty,2]$

5) λ عدد حقيقي، حيث: $\lambda\le 2$ نرمز بـ: $A(\lambda)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f)، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=2$ و $x=\lambda$ ، h الدالة المعرفة على IR بـ: $h(x)=(x-1)e^x$

أ) احسب $h'(x)$ ، وماذا تستنتج؟

ب) بين أن: $A(\lambda)=e^2+(\lambda-3)e^\lambda$ واستنتج $\lim\limits_{n\to-\infty} A(\lambda)$

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة $(E).....4x-13y=7$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) بين ان المعادلة (E) تقبل حلولا في المجموعة $Z\times Z$

ب) عين الثنائية (x_0,y_0) حل خاص للمعادلة (E) الذي يحقق $x_0-y_0=4$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E)

ح) عين الثنائيات (x,y) من الاعداد الصحيحة حلول المعادلة (E) التي تحقق $|13x+y-33|<379$

2) نعتبر العددين الطبيعيين غير المعدومين a و b المعرفين من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $a=13n+5$ و $b=4n+1$ وليكن $d=pgcd(a,b)$

أ) عين القيم الممكنة لـ d

3) عين الثنائيات (a,b) من الاعداد الطبيعية حلول المعادلة (E) التي تحقق $d=7$ و $a+b<400$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1) (u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الثاني $u_1=4$ و من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+\left(\frac{4}{3}\right)^n$

أ) احسب الحد الأول u_0

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\frac{4}{3}u_n-u_{n+1}$

أ) تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $v_n=u_n-\left(\frac{4}{3}\right)^n$

ب) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول

ج) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

3) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $S_n=v_0+v_1+v_2+.....+v_n$ و $T_n=u_0+u_1+u_2+.....+u_n$

احسب بدلالة n المجموع S_n ثم استنتج المجموع T_n.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

في كل مايلي اجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير

1. الشكل الجبري للعدد المركب $\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)\right]^{2024}$ هو 2^{1012}

2. (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=4n+\frac{1}{2}$ و $S_n=v_0+v_2+v_4+.....+v_{2n}$ فان

www.ency-education.com

$S_n = \frac{n+1}{2}(4n+1)$

3. اذا كان العدد الصحيح x يحقق العلاقة: $x^2 + x \equiv 2[6]$ فان : $x \equiv 2[6]$

4. A و B نقطتين من المستوي لاحقتيهما على الترتيب : Z_A و Z_B حيث:

$Z_A = 1+\sqrt{3}i$ و $Z_A \times Z_B = 2\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ لاحقة العدد Z_B هي: $Z_B = e^{-i\frac{\pi}{4}}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال: $]0,+\infty[$: $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على المجال: $]0,+\infty[$

II. الدالة العددية f معرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 1cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$

1) أ) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) تحقق انه من اجل كل x من المجال: $]0,+\infty[$:فان $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال: $]0,+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) انشئ المنحنى (C_f) على المجال $]0,10[$ نأخذ $f(10) \approx 2.8$

4) أ) بين أن الدالة : $h : x \mapsto x\ln x - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0,+\infty[$

ب)باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن: $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$

ج) احسب بالسنتمتر مربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y = 0$ ، $x = 1$ و $x = e$

انتهى الموضوع الثاني

www.ency-education.com