

التمرين الاول :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2n \\ u_0 = 2 \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة :}$$

(1) احسب u_1, u_2, u_3 .(2) برهن انه من اجل $n \in \mathbb{N} : u_n \geq n$. ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ $v_n = u_n - 4n + \alpha$ حيث $n \in \mathbb{N}$.- عين العدد الحقيقي α حتي تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول(4) نضع $\alpha = 8$ ، اكتب v_n بدلالة n ، ثم u_n بدلالة n (ب) احسب بدلالة n كلا من : $W_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ و $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$ (ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} W_n$. ج - عين قيمة n حتي يكون $W_n - S_n = 0$.التمرين الثاني :يحتوي صندوق U_1 علي 4كرات : كرتين حمراوتين و كرتين بيضاوتينو يحتوي صندوق U_2 علي 5 كرات : ثلاثة حمراء و كرتين بيضاوتين

(كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها أثناء اللمس)

نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U_1 نسجل لونها و نضعها في الصندوق U_2 ثم نسحب من الصندوق U_2 كرتان علي التوالي دون ارجاع.

1. انقل ثم اكمل شجرة الاحتمال الموضحة في الشكل .

2. احسب احتمال الحوادث التالية :

A احتمال سحب ثلاث كرات حمراء .

C احتمال سحب كرتان حمراوتان و كرة بيضاء

3. عند سحب كرة بيضاء نربح نقطتين وعند سحب كرة حمراء نخسر نقطة

 X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النقاط المحصل عليها

- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي و احسب امله الرياضي

التمرين الثالث:

I) نعتبر في C كثير الحدود $P(z)$ المعرف بـ: $P(z) = z^3 + (2\sqrt{2} - 4)z^2 + (8 - 8\sqrt{2})z + 16\sqrt{2}$.

1. احسب $P(-2\sqrt{2})$ ماذا تستنتج؟

2. بين أن من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z + 2\sqrt{2})(z^2 - 4z + 8)$.

3. حل في المعادلة $P(z) = 0$.

II) المستوي منسوب الي معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر النقط A, B, C التي لواحقتها

على الترتيب $z_A = 2 + 2i$, $z_B = 2 - 2i$, $z_C = -2\sqrt{2}$.

1. علم النقط A, B, C .

2. اكتب كل من z_A, z_B, z_C على الشكل الاسي، ثم استنتج ان النقط A, B, C تنتمي الي الدائرة (E) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

3. اكتب العدد $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الاسي، استنتج طبيعة المثلث OAB

التمرين الرابع

1) أ) بين أن المعادلة (E) $18x + 4y = 84$ تقبل حل في Z^2

ب) اوجد حلا خاصا للمعادلة (E) باستعمال خوارزمية اقليدس

ج) حل المعادلة (E)

د) ماهي الحلول (x, y) التي تحقق $x \times y > 0$

2) عدد طبيعي حيث $n = 30\alpha\beta\gamma$ في نظام العد ذي الأساس 5 و $n = 55\alpha\beta$ في نظام العد ذي الأساس 7

عين α, β, γ ثم أكتب n في النظام العشري

بالتوفيق للجميع

التمرين الأول :

1. أدرس حسب قيم n الطبيعية بواقي قسمة العدد 3^n على 10 .
2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $33^{16n+2} - 2 \times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0 [10]$.
3. عيّن الأعداد الطبيعية n حيث : $7 \times 3^{n+1} - 1 \equiv 0 [10]$ و $10 < n \leq 25$
4. ليكن العدد A مكتوب $xx02102$ في النظام ذي الأساس 3 و مكتوب $y67y$ في النظام ذي الأساس 9 .
 أ. عيّن x و y .
 ب. أحسب A في النظام العشري
 ج. أكتب A في النظام ذي الأساس 7

التمرين الثاني :

تعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ النقاط $I; D; C; B; A$ ذات اللواحق :

$$[CD] \text{ منتصف } I, \quad Z_D = \overline{Z_C}; \quad Z_C = -1 + \sqrt{3}i; \quad Z_B = \overline{Z_A}; \quad Z_A = i$$

1. مثل النقط في المعلم .

$$2. \text{ أكتب العدد } L \text{ على الشكل الأسّي ، حيث : } L = \frac{Z_A - Z_I}{Z_B - Z_I} .$$

• استنتج طبيعة المثلث ABI ..

• عيّن المركز ω و نصف القطر r للدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABI ..

• أنشئ الدائرة (C)

3. ليكن R دوران مركزه I و زاويته $\frac{\pi}{2}$ ، h التحاكي الذي يحول A إلى C و يحول B إلى D

• عيّن العبارة المركبة لكل من R و h

• ما هي طبيعة التحويل hoR محددا عبارته المركبة و عناصره .

مستعملا طريقتين hoR بالتحويل (C) صورة (C') عيّن معادلة

كيس به 10 كريات متماثلة لا نميز بينها باللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء .

1- نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في ان واحد

ا- احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء

ب- احسب احتمال الحصول على كرية حمراء على الاقل

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و احسب امله الرياضي .

الإمتحان الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4نقاط)

يحتوي كيس على 12 كرة منها: ثلاث بيضاء مرقمة بـ 1, 1, 2 وأربعة حمراء مرقمة بـ 1, 1, 2, 2 وخمسة خضراء مرقمة بـ 1, 2, 2, 3, 2.

نسحب عشوائيا من الكيس كرتين في آن واحد **الكريات لا يمكن التمييز بينها عند اللمس**

1-نعتبر الحادثتان: A "سحب كرتين من نفس اللون" و B "سحب كرة خضراء على الأقل"

أ- أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث: A و B و $A \cap B$

ب- هل الحادثتان A و B مستقلتان؟ مع التعليل

2-ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين.

أ- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X عرف قانون احتماله.

ب- أحسب: $E(X)$; $V(X)$ و $\delta(X)$.

التمرين الثاني: (4نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $63x + 5y = 159$

(1) تحقق ان العددين 5 و 63 أوليان فيما بينهما ثم بين ان المعادلة (E) تقبل حولا.

(2) برهن أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 3[5]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

(3) λ عدد طبيعي يكتب $5\alpha 0\alpha$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 ويكتب $\beta 10\beta 0$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين الطبيعيين α و β ثم اكتب $\lambda + 4$ في النظام العشري.

(4) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n , باقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 5

ب-عين قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل العدد $3^{x-y} + 4n + 1441^{2019}$ القسمة على 5, حيث (x, y) حلول المعادلة (E) و x عدد طبيعي.

التمرين الثالث: (5نقاط)

الشكل المعطى هو التمثيل البياني (C) للدالة f المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(أ) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$

(ب) بين أنه إذا كان $x \in [1; \sqrt{3}]$ فإن $f(x) \in [1; \sqrt{3}]$

(2) نعرف المتتالية (u_n) كمايلي : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

أ - باستعمال التمثيل البياني (C) والمستقيم (Δ) مثل الحدود u_0 ; u_1 و u_2 على محور الفواصل -دون حسابها- مبرزا خطوط الانشاء , ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

ج- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(2 - \sqrt{u_n^2 + 1})}{\sqrt{u_n^2 + 1}}$, ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

د- استنتج أن (u_n) متقاربة.

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{u_n^2}{3 - u_n^2}$

أ- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n , ثم استنتج u_n بدلالة n

ج - احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) أحسب P_n بدلالة n حيث : $P_n = \frac{(u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n)^2}{(3 - u_0^2)(3 - u_1^2) \dots (3 - u_n^2)}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء 01: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = -4e^{2x} + 17e^x - 4$

1- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) = -4(e^x - 4)\left(e^x - \frac{1}{4}\right)$, ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء 02: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = \frac{(4x+9)e^x - 4x}{9(1-e^x)}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(x) = -\frac{4}{9}x + \frac{e^x}{1-e^x}$

(2) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x) = ax + b + \frac{1}{1-e^x}$

(3) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

(4) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{g(x)}{9(1-e^x)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

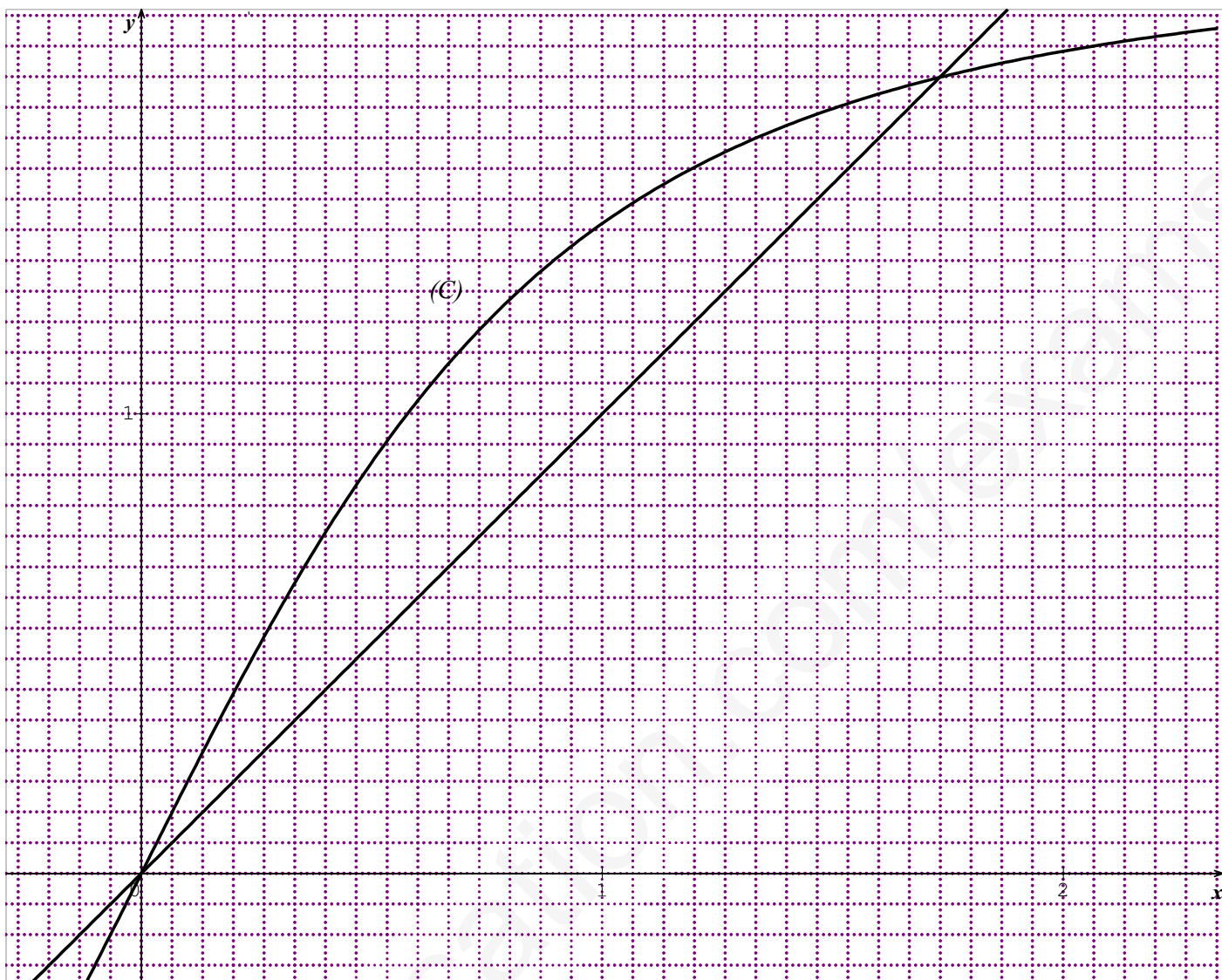
(5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(-x) + f(x) = -1$, ماذا تستنتج؟

(6) أ- بين أن (Δ_1) و (Δ_2) مستقيمان مقاربان للمنحنى (C_f) معادلتهما على الترتيب : $y = -\frac{4}{9}x - 1$ و $y = -\frac{4}{9}x$

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لكل من المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) .

(7) انشئ (Δ_1) , (Δ_2) و (C_f) .

(8) ناقش بيانها حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $\frac{e^x}{1-e^x} = m$



الاسم:

اللقب:

القسم:

ملاحظة: تعاد مع ورقة الاجابة

بالتوفيق والنجاح في بكالوريا

التمرين الأول: (05 ن)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}$.

1. احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 ثم برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.

2. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ثم استنتج أنها متقاربة معينا نهايتها.

3. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n^2 - 1$.

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب. ب. أكتب بدلالة n كلا من u_n و v_n ثم احسب $\lim u_n$.

ج. احسب بدلالة n كل من المجاميع التالية: $S_n = u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2$.

$T_n = v_0 + 2v_1 + 2^2v_2 + \dots + 2^n v_n$ و $L_n = \ln(v_0) + \ln(v_1) + \ln(v_2) + \dots + \ln(v_n)$.

التمرين الثاني: (05 ن)

يحتوي صندوق على 5 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء، كل الكرات متماثلة لا نفرق بينها بالمس.

1. نسحب من الصندوق ثلاث كرات عشوائيا وفي ان واحد، احسب احتمال الحوادث التالية:

A: الكرات المسحوبة كلها حمراء.

B: سحب كرة واحدة حمراء.

C: سحب كرة واحدة على الأقل بيضاء.

2. ننزع من الصندوق الكرات البيضاء ونضع مكانها n كرة سوداء حيث $n \geq 2$ ، ثم نقوم بسحب كرتين على التوالي ودون إرجاع.

نعتبر اللعبة التالية: سحب كرة حمراء يساوي (-10) نقطة و سحب كرة سوداء يساوي (+5) نقطة.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع النقط المحصل عليها.

أ. عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب. احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X ، ثم عين قيمة n حتى تكون اللعبة عادلة.

ج. كيف نختار عدد الكرات السوداء حتى تكون اللعبة مريحة؟.

التمرين الثالث: (04 ن)

1. (I) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بقاى القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10 ثم استنتج باقى القسمة الاقليدية للعدد A_n على 10 حيث:
$$A_n = 1993^{16n+6} - 2 \times 1439^{2n+3} + 2018$$
2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $[10] (3n+1) 3^{2n} \equiv 2017^{2n+1} + 1439^n + (3n+4)$ ثم استنتج قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها $2017^{2n+1} + 1439^n + (3n+4)$ مضاعف للعدد 10.
3. N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\alpha 0 \alpha \alpha 02}$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 و يكتب $\overline{\beta 612}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7.
 - أ. أوجد العددين α و β ثم اكتب N في النظام العشري.
 1. (II) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $(z^2 + 4)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$.
 2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ النقاط A, B, C, D لواحقها على الترتيب $z_A = \sqrt{3} + i$, $z_D = \overline{z_C}$ و $z_C = -2i$, $z_B = \overline{z_A}$.
 - أ. أكتب الأعداد z_A, z_B, z_C و z_D على الشكل المثلثي.
 - ب. أثبت أن النقاط A, B, C, D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.
 3. عين مجموعة النقاط M ذات اللاحقة z التي تحقق العلاقة: $|\overline{z} - z_C| = |z_D - z_C|$.

التمرين الرابع: (06 ن)

- لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = (x^2 + x + 2)e^{-x}$, (Cf) منحناها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.
1. أ. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 - ب. اكتب معادلة المماس (Δ) لـ (Cf) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
 - ج. بين أن المعادلة $f(x) = 3$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-1; 0]$ ثم اعط حصارا للعدد α بتقريب 10^{-2} .
 2. بين أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما.
 3. أنشئ (Δ) و (C_f) .
 4. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = [f(x)]^2$.
 - أ. بين أن الدالة g هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.
 - ب. استنتج جدول تغيرات الدالة g انطلاقا من جدول تغيرات الدالة f .
 5. m وسيط حقيقي، لنعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f_m(x) = (x^2 + mx + 2)e^{-x}$.
 - عين قيم m حتى تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين محليتين.

التمرين الأول: (7 ن)

(1) من أجل كل عدد حقيقي t أنشر العبارة $(t-6)(t^2+1)$

(2) $a; b$ و c أعدادا طبيعية تكتب في نظام التعداد ذو الأساس p كما يلي : $a = \overline{102}$ ؛ $b = \overline{125}$ و $c = \overline{13124}$

(أ) علما أن $ab = c$ جد قيمة العدد الطبيعي p .

(ب) أكتب كلا من $a; b$ و c في النظام العشري .

(3) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $38x - 53y = 15 \dots\dots(1)$

(أ) بين أنه إذا كان $(x; y)$ حل للمعادلة (1) فإن : $x \equiv 52[53]$.

(ب) استنتج حلول المعادلة (1) .

(4) نعتبر الآن x و y عدداً طبيعيين و نسمي d قاسمهما المشترك الأكبر

(أ) عين القيم الممكنة للعدد d .

(ب) جد كل الثنائيات $(x; y)$ بحيث يكون $d = 15$.

(5) (أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n : بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7 .

(ب) من أجل كل $(x; y)$ من $\mathbb{N}^2$ حلول المعادلة (1) ؛ عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $1432^{2y} \times 2013^x$ على 7 .

التمرين الثاني: (7 ن)

z_1 و z_2 عدداً مركبان حيث : $z_1 = \frac{-3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ و $z_2 = 2 - 2i$.

(1) أكتب كلا z_1 و z_2 على الشكل المثلثي .

(2) نضع : $Z = z_1 \times z_2$.

(أ) أكتب Z على الشكل الجبري و على المثلثي .

(ب) استنتج القيمتين المضبوطتين لـ $\cos \frac{7\pi}{12}$ و $\sin \frac{7\pi}{12}$

(3) أحسب $\left(\frac{Z}{2\sqrt{6}}\right)^{2019}$

(4) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $7x - 12y = 6 \dots\dots(1)$

(أ) بين أنه إذا كان $(x; y)$ حل للمعادلة (1) فإن : x مضاعف للعدد 6 .

(ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1).

(5) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{Z}{2\sqrt{6}}\right)^n$ تخيلي صرف

التمرين الثالث: (6 ن)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0;1;2 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1;2;2;2. نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس.
(1) أ) أحسب عدد الحالات الممكنة.

ب) أحسب احتمال الحوادث التالية

A "الحصول على 3 كرات من نفس اللون"

B "الحصول على 3 كرات تحمل نفس الرقم"

C "ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثني مثني"

(2) نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات التي تحمل الرقم 1

أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ و التباين.

بالتوفيق للجميع

اتنهي

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: ﴿ 04 نقاط ﴾

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ حيث وحدة الطول هي 5cm.

نضع $Z_0 = 2$ و من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $Z_{n+1} = \frac{1+i}{2} Z_n$

ولتكن النقطة M_n ذات اللاحقة Z_n .

(1) احسب Z_4, Z_3, Z_2, Z_1 ثم مثل النقط M_4, M_3, M_2, M_1 .

(2) من اجل كل عدد طبيعي n نضع $U_n = |Z_n|$.

■ بين ان المتتالية (U_n) هندسية و انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $U_n = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n$

(3) عين قيمة العدد الطبيعي n_0 بحيث تنتمي النقطة M_{n_0} الى دائرة مركزها O ونصف قطرها 0.5 .

(4) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $\frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1}} = i$

■ استنتج طبيعة المثلث $OM_n M_{n+1}$.

التمرين الثاني: ﴿ 05 نقاط ﴾

يحتوي صندوق على 10 كريات منها **خمس** كرات **بضوء** تحمل الأرقام 4 ، 4 ، 4 ، -3 ، 1 و **أربع** كرات **حمراء** تحمل الأرقام 1، 1، 1، -3 و **كرة سوداء** تحمل الرقم -2، نسحب من الصندوق بطريقة عشوائية كرتين في آن واحد .

① عين احتمال الحوادث التالية : A " الحصول على كرتين من نفس اللون "

B " الحصول على كرتين من لونين مختلفين "

C " الحصول على كرتين جداء رقميهما زوجي "

② ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل السحبة الرقم المعرف كما يلي :

• إذا سحبنا كرتين تحملان نفس الرقم نرفق لها الرقم نفسه ، إذا سحبنا كرتين تحملان رقمين مختلفين نرفق لها العدد الأكبر .

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب) احسب الأمل الرياضي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: 04 نقاط

نعتبر في $\mathbb{Q}^2$ المعادلة الآتية : (E) $11x - 5y = 2$

1 أ - تحقق أن الثنائية (2,4) من $\mathbb{Q}^2$ حلا للمعادلة (E).

ب - استنتج حلول المعادلة (E)

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم ، نضع $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$

أ - عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب - عين الثنائيات (a,b) بحيث يكون $PGCD(a,b) = 2$.

ج - استنتج الثنائيات (a,b) بحيث يكون العددا a و b أوليان فيما بينهما .

3 أ - ادرس حسب قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 10.

ب - استنتج رقم آحاد العدد 7^{2014} .

ج - عين الثنائيات $(x; y)$ من $N^* \times N^*$ التي هي حلول للمعادلة (E) و تحقق $7^{y-2x} \equiv 9[10]$

التمرين الرابع: 07 نقاط

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $g(x) = -\frac{1}{x+1} + \ln(1+x)$

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (الشكل اسفله).

1 بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0, 7; 0, 8[$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة $]-1; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = 1 - x + x \ln(1+x)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، فسر النتيجة هندسيا.

- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي من المجال $]-1; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$.

ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f .

3) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4) اثبت ان : $f(\alpha) = 1 - \frac{\alpha^2}{\alpha+1}$ ، استنتج حصارا لـ $f(\alpha)$ ثم انشئ (Δ) و (C_f) .

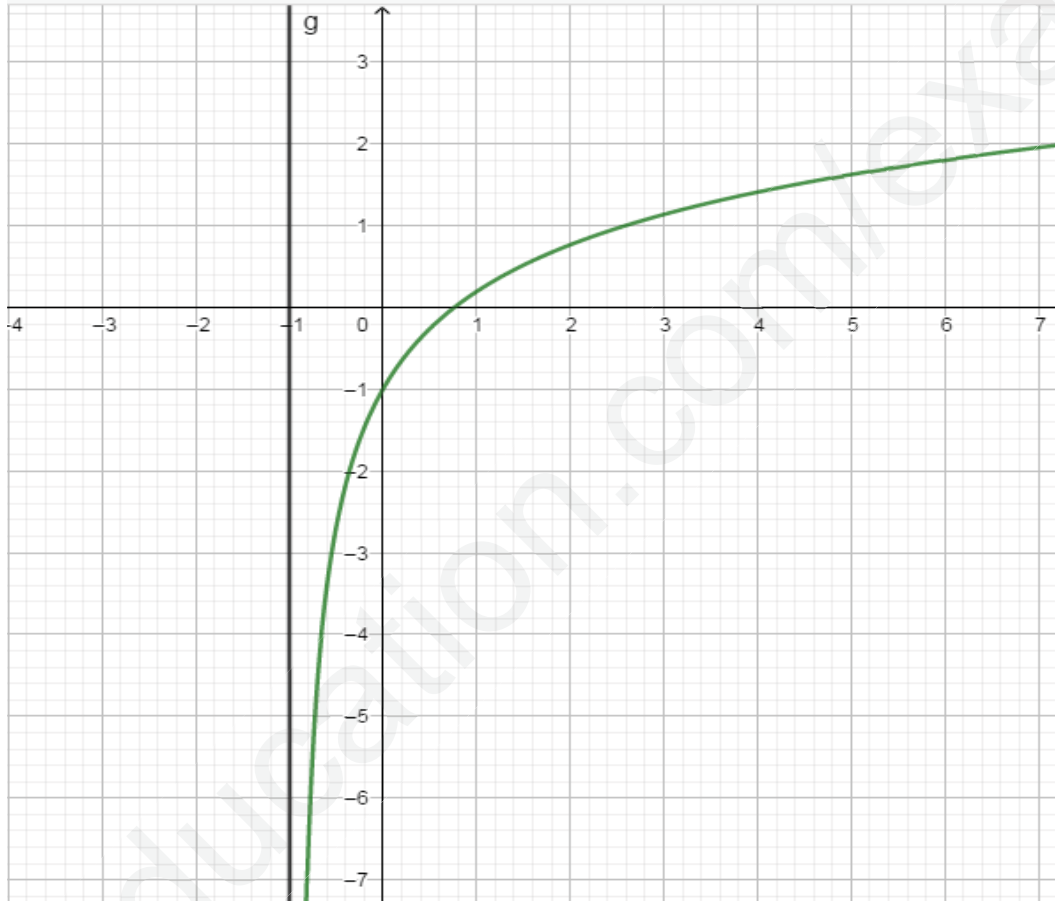
5) ناقش بياناً حسب قيم العدد الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $1 + x \ln(1+x) - m = 0$

III. h دالة معرفة بـ : $h(x) = f(-|x|)$

و (C_h) تمثيلها البياني .

أ) بين أن الدالة h زوجية .

ب) ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .



وفاكم الله

متقن حاسي القارة .

مارس 2019.

المستوى: 3 تقني ر.

المدة : 3 ساعات.

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (05 نقاط) :

أ-أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على 10.

ب-ما هو باقي قسمة العدد A_n على 10 حيث: $A_n = 3^{16n+6} - 2 \times 109^{2n+3} - 13$ ؟

2)- أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(3n + 4) \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 3^{2n}(3n + 4) \pmod{10}$

ب- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد الطبيعي $(3n + 4) \times 9^n + 7^{2n+1}$ مضاعف للعدد 10.

3)- A عدد طبيعي يكتب $\overline{xx0xx01}$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 ويكتب $\overline{y611}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7. أوجد x و y ثم أكتب A في النظام العشري .

4) يحتوي كيس على 4 كرات مرقمة ببواقي قسمة 3^n على 10 نسحب عشوائيا كرتين في ان واحد.

أ- أحسب احتمال الحصول على رقمين مجموعهما يساوي مجموع أرقام العدد 1441.

ب- X متغير عشوائي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المتحصل عليهما.

عرف قانون احتمال X ثم أحسب أمله الرياضياتي.

التمرين الثاني (05 نقاط) :

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$ و (C) تمثيلها البياني المعطى.

1)- أدرس اتجاه تغيرات الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$.

ب) استنتج أنه اذا كان $x \in [1; 2]$ فان $f(x) \in [1; 2]$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 2$.

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود

u_0, u_1, u_2 مبرزا خطوط التمثيل. ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات (u_n) وتقاربا.

(3) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي : $1 < u_n \leq 2$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها.

(4) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n - 1 \leq \frac{1}{3^n}$.

ج) نضع : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فان : $n < S_n \leq n + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^n}\right)$.

ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 128$

(2) أ) بين أن $P(z)$ يكتب على الشكل $P(z) = (z - 8)(\alpha z^2 + \beta z + \gamma)$ حيث

α, β, γ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $p(z) = 0$.

(3) نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$; النقاط $A; B; C$

لواحقها على الترتيب : $z_C = 8$, $z_B = 2 + 2\sqrt{3}i$, $z_A = 2 - 2\sqrt{3}i$

أ) أحسب الطويلة وعمدة للعدد المركب z_A . ثم علّم النقاط A, B, C .

ب) أحسب $Z = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ ثم عين الطويلة وعمدة لـ Z ; واستنتج طبيعة المثلث ABC .

ج) عين إحداثي النقطة D مرجح الجملة $\{(A, |z_A|); (B, |z_B|); (C, |z_C|)\}$.

ج) عين مجموعة النقاط E للنقط M من المستوي بحيث :

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|$$

التمرين الرابع (06 نقاط):

(1) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln x$

(1) أحسب نهايات الدالة g عند 0 و $+\infty$.

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين 1 و 2.

(4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{2\ln x}{x^2+x}$; (C) هو المنحني الممثل للدالة

في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$ (الوحدة: 2cm على (xx') و 4cm على (yy')).
 f

(1) أحسب نهايات الدالة f عند 0 و $+\infty$.

(2) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ب: $f'(x) = \frac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2} \times g(x)$

(3) استنتج إشارة $f'(x)$; ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) بين أن : $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$; ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(5) أرسم المنحني (C) .

(6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = f(m)$.

صمم على بلوغ الهدف فيما أن تنجح أو إما أن تنجح

التمرين الأول (3ن):

المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$

1. علم النقط A, B, I التي لواحقها على الترتيب : $Z_A = 3 + 2i, Z_B = -3, Z_I = 1 - 2i$

2. اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $Z = \frac{Z_I - Z_A}{Z_I - Z_B}$ ثم على الشكل المثلثي

3. عين لاحقة النقطة C حيث $\vec{AC} = 2\vec{AI}$

4. لتكن النقطة D مرجح الجملة $\{(A, 1), (B, -1), (C, 1)\}$ عين اللاحقة Z_D

5. لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = 4\sqrt{5}$

• بين أن B تنتمي الى (Γ)

• عين ثم أنشئ (Γ)

التمرين الثاني (5،3ن) :

يحتوي كيس غير شفاف على 3 كرات حمراء تحمل الرقم α و 4 كرات بيضاء تحمل الرقم $1 - \alpha$ و كرتين خضراوين تحملان الرقمان $1 - \alpha$ و α . لا نفرق بينها عند اللمس ، نسحب عشوائيا على التوالي و بدون ارجاع كرتين من هذا الكيس.

1. أحسب احتمال الحوادث التالية:

• سحب كرتين لا تحملان نفس الرقم

• سحب كرتين من نفس اللون

• سحب كرتين تحملان ألوان فريق اتحاد مدينة عنابة (أحمر وأبيض)

2. نعيد الكرات المسحوبة الى الكيس ثم تسحب دفعة واحدة ثلاثة كرات

• نعرف المتغير العشوائي X و الذي يأخذ مجموع الأرقام المسجلة على الكرات المسحوبة

1. عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

2. أكتب قانون احتمال للمتغير العشوائي X

3. أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X بدلالة α ثم حدد قيمة α من أجل $E(X) = 0$

التمرين الثالث (5،3ن) :

I. عين قيم العدد الصحيح m حتى تقبل المعادلة $2014\alpha = 475\beta + m$ حولا في $\mathbb{Z}^2$

لتكن المعادلة $(E) \quad 2014x - 475y = -19$ حيث $(x; y) \in \mathbb{Z}^2$

1. تأكد أن $(4; 17)$ حلا للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)

II. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 9^n على 11

• بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1431^n + 1993^{10n} + 2011^{5n+1}$ يقبل القسمة على 11

III. N عدد طبيعي يكتب في نظام تعداد ذي الأساس 8 كما يلي $\alpha 7 \alpha \beta$ و في نظام تعداد ذي الأساس 5 كما يلي $\alpha 10 \beta 0$

1. عين العددين الطبيعيين α و β

2. اكتب N في النظام العشري

التمرين الرابع (4ن):

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 1$ من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{4u_n}{u_n+2}$

1. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 4 - \frac{8}{u_n+2}$
2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n < 2$
3. ادرس رتبة المتتالية (u_n) ، هل المتتالية (u_n) متقاربة
4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$
- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول ثم عبر عن v_n بدلالة n
- استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$ ، احسب S_n بدلالة n
5. بين أن: $|u_{n+1} - 2| \leq \frac{2}{3}|u_n - 2|$ من أجل كل عدد طبيعي n
6. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|u_n - 2| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الخامس (6ن):

- (I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x - 1 + e^{-x}$.
- 1 / ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
- 2 / بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد معدوم ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.
- (II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \ln(x - 1 + e^{-x})$.
- نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- 1) أ* / أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتائج هندسياً.
- 2) أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- 3) أ* / أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x) = -x + \ln(xe^x - e^x + 1)$.
- ب / استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته.
- ج / ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
- 4) أ* / أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ ، ماذا يمكن القول عن المنحنيين (C_f) و $(C_{\ln})$ ؟
- ب / ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى $(C_{\ln})$.
- 5) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β حيث:
- $$-1,2 < \alpha < -1,1 \text{ و } 1,8 < \beta < 1,9$$
- 6) أ* / أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1.
- ب / أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنيين (C_f) و $(C_{\ln})$.

(7) m عدد حقيقي، ناقش حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة: $(E) \dots \ln(x - 1 + e^{-x}) - (e - 1)x - 1 = m$

- مع تمنياتنا لكم بالنجاح في البكالوريا - أستاذ الماروة-



الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات
دورة: 2019

وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: تقني رياضي
امتحان في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{2u_n}$

(1) الجدول التالي يعطي قيم تقريبية لبعض حدود المتتالية (u_n)

n	1	5	10	15	20
u_n	1,4142	1,9571	1,9986	1,9999	1,9999

أ) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

(2)

أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq 2$

ب) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$

ج) برهن أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها.

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \ln(u_n) - \ln 2$

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم عين حدها الأول.

ب) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n

ج) عين نهاية المتتالية: (u_n)

ح) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

تحتوي علبة على 7 كرات لا نفرق بينها باللمس 4 منها تحمل الرقم 1 و كرتان تحملان الرقم 2 و كرة واحدة تحمل الرقم 0 .
نسحب ثلاث كرات في آن واحد

1) أحسب احتمال الحوادث التالية

أ) A : "الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم"

ب) B : "يوجد في الكرات المسحوبة الرقم 0"

ت) C : "مجموع الأرقام المسحوبة يساوي 3"

2) X هو المتغير العشوائي الذي يرفق بعملية السحب مجموع الأرقام المسحوبة

أ) أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

3) نسحب الآن من الكيس ثلاث كرات على التوالي و دون إرجاع الكرة المسحوبة إلى الكيس و نسجل بالأرقام عددا طبيعيا

رقم آحاده هو الرقم المسحوب ثالثا و رقم عشراته هو الرقم المسحوب ثانيا و رقم مئاته هو الرقم المسحوب أولا.

أ) أحسب احتمال الحصول على رقم زوجي. (يمكن الاستعانة بشجرة الاحتمالات)

ب) أحسب احتمال الحصول على رقم يقبل القسمة على 5

التمرين الثالث: (07 نقاط)

I. في الشكل المقابل (C) هو المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على

$\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (ax + b)e^x + c$ حيث: a و b

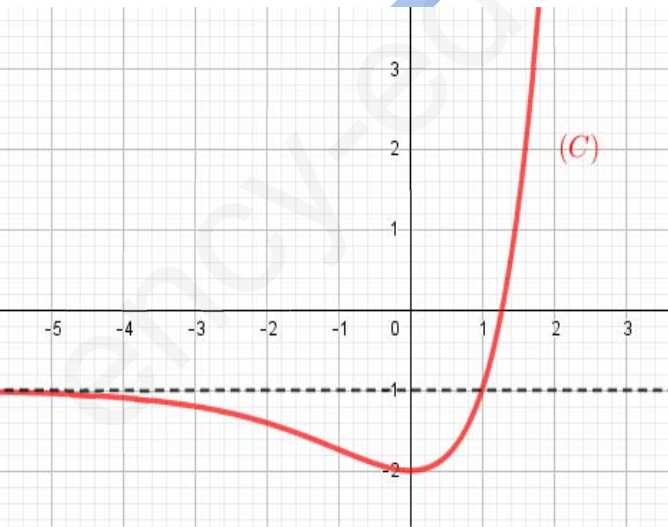
و c أعداد حقيقية

1) بقراءة بيانية:

أ) عين $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ثم استنتج قيمة c

ب) عين نهاية الدالة g عند $+\infty$

ت) عين كلا من $g(0)$ و $g'(0)$ ثم استنتج قيمتي كلا من a و b



2) نفرض فيما يأتي: $g(x) = (x - 1)e^x - 1$

أ) شكل جدول تغيرات الدالة g

ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α محصور بين 1,2 و 1,3

• استنتج إشارة $g(x)$

.II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في م.م.م.م

1) أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب مائل لـ: (C_f) بجوار $+\infty$. ثم ادرس الوضعية

النسبية بين (C_f) و (Δ)

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها (لاحظ أن: $f'(x) = \frac{-g(x)}{(e^x + 1)^2}$)

4) بين أن: $f(\alpha) = \alpha - 1$ ثم استنتج حصرا لـ: $f(\alpha)$

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحني (C_f)

6) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = f(m)$

التمرين الرابع: (04 نقاط)

I. a عدد طبيعي حيث: $a > 5$. نضع: $N_a = 4a^5 + 2a^3 + a + 3$

1) أكتب العدد N_a في النظام ذي الأساس a .

2) نفرض: $a = 7$ أكتب N_a في النظام ذي الأساس 9

.II

1) برهن انه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $3^{3n} - 1$ يقبل القسمة على 13

• استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العددين: $3^{3n+1} - 3$ و $3^{3n+2} - 9$ يقبلان القسمة على

13

2) عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 13

• استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 2005^{2012} على 13

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي p : $A_p = 3^p + 3^{2p} + 3^{3p}$

أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13 في الحالتين: $p = 3n$ ثم $p = 3n + 2$

ب) برهن أنه إذا كان: $p = 3n + 1$ فإن العدد A_p يقبل القسمة على 13

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على (03) صفحات (من الصفحة 3 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأول: (05 نقاط)



المنحني (C_f) المقابل هو التمثيل البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ للدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x + \ln(1+x^2)$.

(C_f) يقطع محور الفواصل فقط عند المبدأ O

1) بقراءة بيانية بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $\ln(1+x^2) \leq x$

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ:

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} \ln(1+u_n^2) \end{cases}$$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} \leq \frac{1}{2} u_n$

ج) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

• عين نهاية المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة

3) لتكن المتتالية (S_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

أ) بين أن المتتالية (S_n) متزايدة تماماً على $\mathbb{N}$

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $S_n \leq 3 - \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I. يحتوي صندوق على 5 كريات بيضاء مرقمة: $1, 1, 1, 0, -1$ و 5 كرات سوداء مرقمة: $1, 1, 0, 0, -1$ لا نميز

بينها عند اللمس. نسحب عشوائياً 3 كرات في آن واحد من هذا الصندوق.

1) أحسب احتمال الحوادث التالية:

أ) "سحب كرة واحدة فقط بيضاء"

ب) "سحب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم"

ت) "سحب ثلاث كرات مجموع أرقامها معدوم"

2) نعتبر المتغير العشوائي Y و الذي يرفق بعملية السحب عدد الكرات التي تحمل الرقم 0 المتبقية في الصندوق

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

II. يحتوي صندوق U_1 على 7 كرات: 4 حمراء و 3 خضراء لا يمكن التمييز بينها عند اللمس

و يحتوي صندوق U_2 على 5 كرات: 3 حمراء و 2 خضراء لا يمكن التمييز بينها عند اللمس

1) نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا 3 كرات من الصندوق U_1

ليكن A الحادثة: "الحصول على كرة حمراء واحدة و كرتين خضراوين"

و ليكن B الحادثة: "الحصول على 3 كرات من نفس اللون"

أ) أحسب احتمال الحادتين A و B

2) نعتبر الآن التجربة التالية: نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق U_1 ثم نسحب كرة واحدة من الصندوق U_2

لتكن C الحادثة: "الحصول على 3 كرات حمراء"

أ) بين أن: $P(C) = \frac{6}{35}$

التمرين الثالث: (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = -x^2 - 2 + 2 \ln x$

1) أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3) أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = -x + 5 - 2 \frac{\ln x}{x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

1) أحسب نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$

2) أحسب $f'(x)$ ثم تحقق أن إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3

- أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 5$ هو مستقيم مقارب مائل لـ: (C_f) بجوار $+\infty$
- ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(4)

- أ) بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة ذات الفاصلة: α حيث: $4,3 < \alpha < 4,4$

ب) برر أن: $\ln \alpha = \frac{-\alpha^2 + 5\alpha}{2}$

- 5) بين أنه يوجد مماس (T) للمنحني (C_f) يكون موازيا للمستقيم (Δ) . ثم اكتب معادلة له.

- 6) أنشئ كلا من المستقيم (Δ) و المماس (T) و المنحني (C_f)

- 7) ناقش بياناً و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(5 - m)x - 2 \ln x = 0$

التمرين الرابع: (04 نقاط)

.I

(1)

- أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعددين 3^n و 4^n على 7

- ب) استنتج باقي قسمة العدد 3^{2017} على 7

- 2) A عدد طبيعي يكتب $7n72$ في النظام العشري. عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $3^{2017} + A \equiv 0[7]$

- 3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نعرف المتتالية (u_n) كما يلي: $u_n = 2 \times 3^n + 3 \times 4^n$

- أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

- 4) ما هي قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها S_n قابلاً للقسمة على 7 ؟

.II

- 1) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: (1) $324x - 245y = 7$

- 2) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث (x, y) حل للمعادلة (1)

- ما هي القيم الممكنة للعدد d

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقاط)

لكل سؤال إجابة واحدة صحيحة ، اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير :

(1) - ليكن العدد المركب z حيث : $|z| + \bar{z} = 6 - 2i$ ، الشكل الجبري لـ z هو :

أ ($\frac{8}{3} - 2i$) ب ($\frac{-8}{3} - 2i$) ج ($\frac{8}{3} + 2i$)

(2) - في المستوي المركب مجموع النقط M ذات اللاحقة $z = x + iy$ والتي تحقق : $|z - 1| = |z + i|$ هي :

أ ($y = x - 1$) ب ($y = -x$) ج ($y = -x + 1$)

(3) - حل المعادلة $\frac{z-4}{z} = i$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ هو :

أ ($2 + 2i$) ب ($-1 + i$) ج ($4 - i$)

(4) - ليكن z_1 و z_2 العددين المركبين المعرفين بـ : $z_1 = \sqrt{3} - i$ و $z_2 = 2i - z_1$ ، الشكل المثلثي للعدد $\frac{z_2}{z_1}$ هو :

أ ($\sqrt{3}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$) ب ($2(\cos(\frac{\pi}{3}) + i \sin(\frac{\pi}{3}))$) ج ($-(\cos(\frac{3\pi}{4}) - i \sin(\frac{3\pi}{4}))$)

التمرين الثاني: (4.25 نقاط)

يحتوي كيس على 4 كرات تحمل الرقم a و 5 كرات تحمل الرقم $(a - 1)$ ، حيث $a \in \mathbb{R}$.
نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كرات من الكيس (الكرات لا نفرق بينها عند اللمس) .

(1) - أحسب إحتمال الأحداث التالية :

A : " سحب ثلاث كرات تحمل نفس العدد " .

B : " سحب كرتين بالضبط تحمل نفس العدد " .

(2) - نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب مجموع الأعداد المسجلة على الكرات المسحوبة .

أ - عين قيم المتغير العشوائي X .

ب - عين قانون إحتمال المتغير العشوائي X .

ج - أثبت أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X هو $E(X) = \frac{252a - 140}{84}$.

د - حدد قيمة a حتى يكون $E(X) = 0$.

التمرين الثالث: (5.75 نقاط)

(1) - نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) ذات المجهول (x, y) : $4x - 9y = 5$.

أ - تحقق أن $(-1, -1)$ هو الحل الخاص للمعادلة (E) .

ب - بين أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حل للمعادلة (E) فإن : $x \equiv 8[9]$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

ج - α عدد طبيعي يكتب 43 في نظام التعداد الذي أساسه x و يكتب 98 في نظام التعداد الذي أساسه y حيث : $x \leq 35$ و $y \leq 15$.
- عين القيم الممكنة لـ x و y ثم اكتب α في النظام العشري .

(2) - نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث $a = 9n + 8$ و $b = 4n + 3$ و ليكن d قاسمهما المشترك الأكبر .

أ - ما هي القيم الممكنة لـ d ؟ (لاحظ أن الثنائية (a, b) حل للمعادلة (E)) .

ب - عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $d = 5$.

(3) - من أجل كل عدد طبيعي n نضع $A = 9n^2 + 17n + 8$ و $B = 4n^2 + 7n + 3$.

أ - بين أن العدد $(n + 1)$ يقسم كل من العددين A و B .

ب - استنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B .

التمرين الرابع: (6 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1; +\infty[$ بـ : $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى العلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، وليكن (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y = x$.

(U_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول U_0 حيث $U_0 = \frac{5}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = f(U_n)$.

1- أ - باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) (في الوثيقة المرافقة)، مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_3, U_2, U_1, U_0 مبرزا خطوط التمثيل .

ب - ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها .

2- أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < U_n < 2$.

ب - أثبت أن المتتالية (U_n) متزايدة تماماً على $\mathbb{N}$.

ج - استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة وعين نهايتها .

3- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة كمايلي : من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = \ln(U_n - 1)$.

أ - برهن أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و عين حدها الأول V_0 .

ب - أكتب V_n بدلالة n و استنتج U_n بدلالة n .

ج-) احسب بدلالة n المجموع S_n و الجداء P_n حيث :

$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$
$$P_n = (U_0 - 1) \times (U_1 - 1) \dots \times (U_n - 1)$$

بالتوفيق

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضياتالتمرين الأول: (7 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0; 2]$ ب: $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; 2]$.

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

2. نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي:

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ ، كما هو موضح في الشكل.

أ. مثل على محور الفواصل الحدود $U_2; U_1; U_0$ (دون حساب)، مبرزاً خطوط الرسم. (الرسم على الوثيقة المرفقة وتعاد مع أوراق الإجابة).

ب. ما هو تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، وتقاربها.

3. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1 < U_n \leq 2$.

ب. أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) ثم إستنتج اتجاه تغير (U_n) .

ت. استنتج أن (U_n) متقاربة.

4. أ. بين أنه من أجل كل x من $[1; 2]$ فإن: $\frac{f(x)-1}{x-1} = 1 - \frac{2}{x+1}$.

ب. بين أنه من أجل كل x من $[1; 2]$ فإن: $0 < \frac{f(x)-1}{x-1} \leq \frac{1}{3}$.

ت. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(U_n - 1)$.

ث. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_n - 1 \leq (\frac{1}{3})^n$.

5. نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.

أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $n < S_n \leq n + \frac{1}{2} \left[1 - (\frac{1}{3})^n \right]$.

ب. استنتج: $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الثاني: (06.5)

الجزء الأول: نعتبر في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة: (*) $2019x - 1440y = 3177$.

1. أ. أحسب $PGCD(2019; 1440)$ واستنتج أن المعادلة (*) تقبل حلولاً في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.

ب. بين أن المعادلة (*) تكافئ المعادلة: $673x - 480y = 1059$.

2. أ. جد حلاً خاصاً $(x_0; y_0)$ للمعادلة (*) حيث: $x_0^2 + 480y_0 = 969$ (مع $x_0 \geq 0$).

ب. حل في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة (*) بأخذ $(x_0; y_0) = (3; 2)$.

3. نعتبر الجملة (S) حيث: $\begin{cases} \lambda \equiv -59[673] \\ \lambda \equiv 1000[480] \end{cases}$:.....(S)

• عين قيم العدد الصحيح λ التي تحقق الجملة (S) .

الجزء الثاني :

1. أ. أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n و 5^n على 7.

ت. استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد: $2020^{2019} - 1440^{1439} + 2019^{2018}$ على 7 .

ث. عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق:

$$3 \times 2019^n - 2 \times 1440^n + 2020^{2019} \equiv 0[7]$$

2. N العدد الطبيعي الذي يكتب في النظام التعداد ذي الأساس 5 كما يلي: $N = \overbrace{1 \dots \dots 110}^{2018 \text{ رقم}}$

بين أن العدد الطبيعي: $N - 5$ مضاعف ل: 7

التمرين الثالث:(06.5)

الجزء الأول: يحتوي صندوق U على 7 كريات حمراء تحمل الأرقام : 0,1,2,3,4,5,6 ، و 3 خضراء تحمل الأرقام: 3, -2, -4 لانفرق بينها باللمس. نسحب من هذا الصندوق 3 كرات في آن واحد . أحسب احتمال الحوادث الآتية:

A: "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون "

B: "الحصول على كريتين حمراوين على الأقل "

C: "الحصول على كرية خضراء على الأكثر وتحمل رقما سالبا "

D: "الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها معدوم "

E: "الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها عدد سالب تماما "

الجزء الثاني: نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في هذا الصندوق .

أ. عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون احتماله .

ب. أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

الجزء الثالث: نعتبر زهرة نرد بستة وجوه أربع منها تحمل الرمز α و وجهان يحملان الرمز β ونقوم بالتجربة التالية : نرمي زهر النرد فإذا ظهر الرمز α نسحب على التوالي دون إرجاع كريتين من الصندوق U ، وإذا ظهر الرمز β نسحب على التوالي مع الإرجاع كريتين من نفس الصندوق U .

أ. مثل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة مع إرفاق جميع الفروع باحتمالاتها المناسبة.

ب. أحسب احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون.

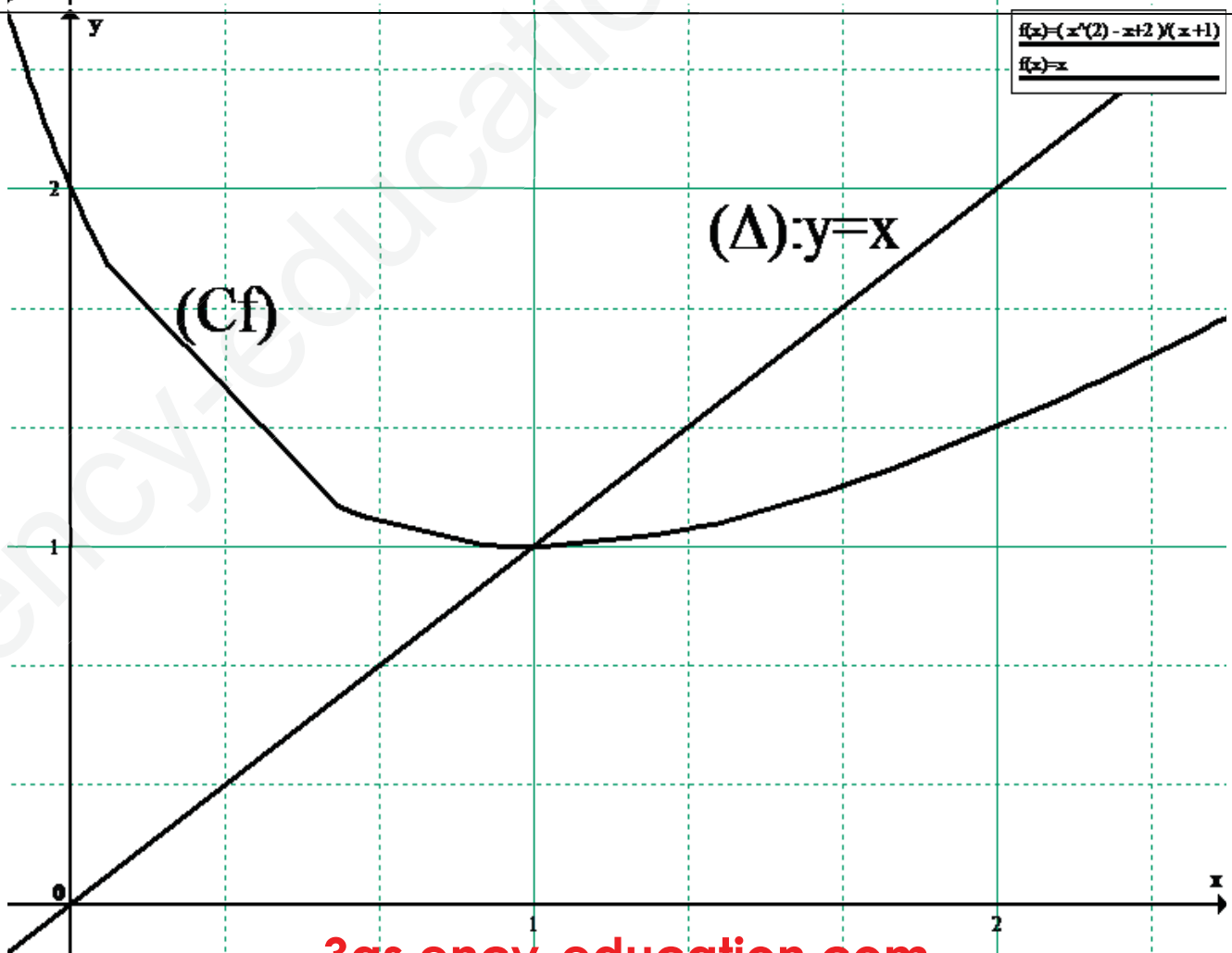
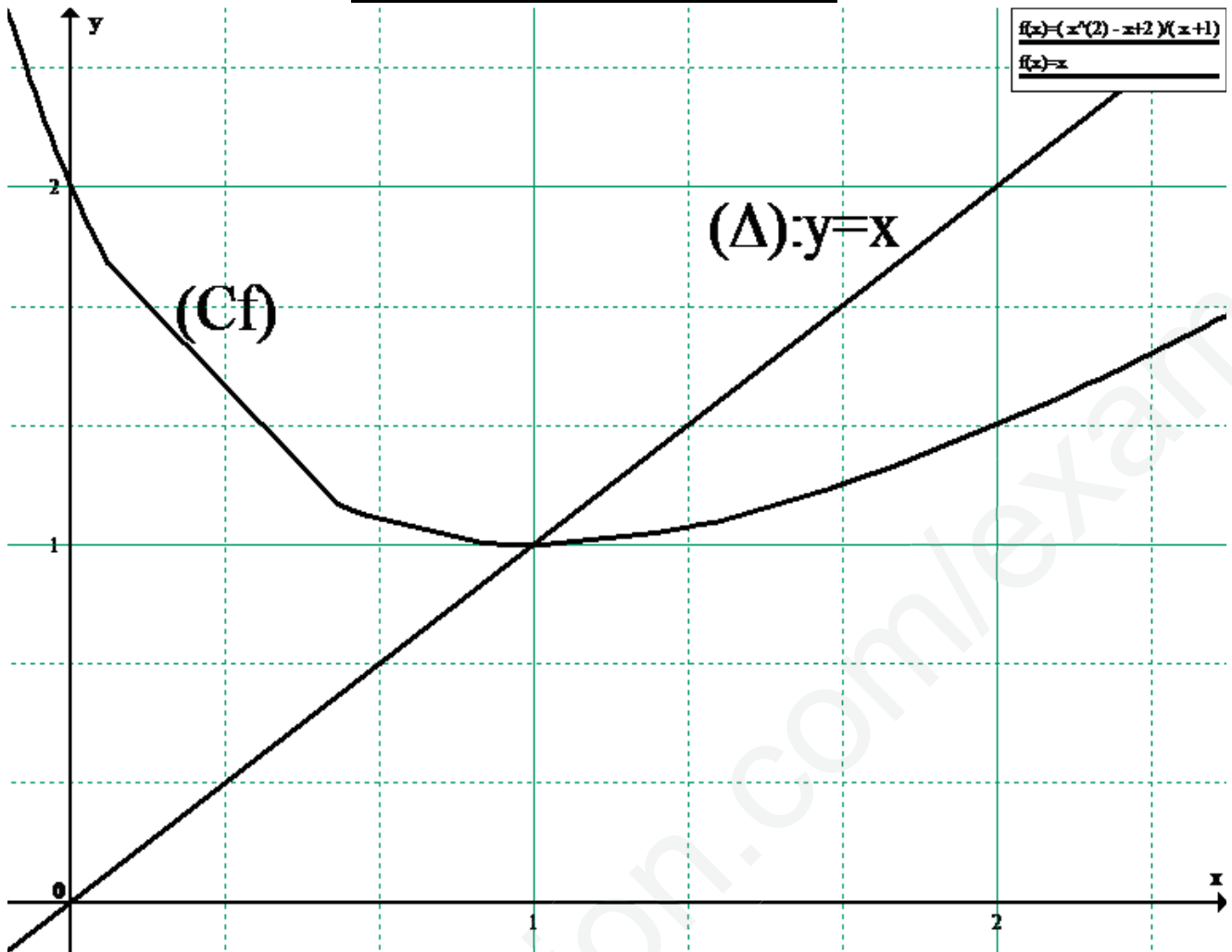
ت. (خاص بشعبة الرياضيات فقط) أحسب احتمال ظهور الرمز α علما أن الكريتين المسحوبتين مختلفتين في اللون .

الصفحة 2/2 انتهى

أساتذة المادة يتمنون لتلاميذنا الأعزاء التوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا

3as.ency-education.com

الوثيقة المرافقة للتمرين الأول:



التمرين الأول ☺ : (07 نقاط)

- ① نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x; y)$ التالية : $6x - 5y = 7 \dots (I)$
 أ/ عين الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (I) بحيث $x_0 = y_0$ ثم حل المعادلة (I)
 ب/ عين جميع الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (I) حيث : $|y - x| \leq 1$
- ② استنتج قيم العدد الصحيح a و التي تحقق : $\begin{cases} a \equiv 3[5] \\ a \equiv -4[6] \end{cases}$, ثم عين باقي قسمة العدد a على 30 .
- ③ أ/ أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 .
 ب/ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $x^n \equiv 2^n[5]$
 ج/ عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $x + x^2 + \dots + x^n \equiv 2[5]$
- ④ نعتبر العدد الطبيعي A المكتوب في نظام التعداد ذي الأساس α كما يلي $\overline{1438}$
 أ/ جد أصغر قيمة للعدد α بحيث يكون : $1962^{2019} + 2018^{1954} - 2^{2969} + A \equiv 0[5]$
 ب/ من أجل $\alpha = 10$ أكتب العدد A في نظام التعداد ذي الأساس 7

التمرين الثاني ☺ : (07 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

- ① نعتبر $P(Z)$ كثير الحدود للمتغير المركب Z حيث : $P(Z) = Z^3 - 3Z^2 + Z + 5$

(a) أحسب $P(-1)$

(b) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $P(Z) = (Z+1)(Z^2 + aZ + b)$

(c) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(Z) = 0$

- ② A , B , C ثلاث نقط من المستوي لواحقتها : $Z_A = 2+i$, $Z_B = -1$, $Z_C = 2\overline{Z_A} + Z_B$ على الترتيب .

(a) أكتب العدد $Z_B + i$ على الشكل المثالي ثم استنتج قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $(Z_B + i)^n$ حقيقي موجب .

(b) أكتب العدد $\left(\frac{Z_A + Z_B}{\sqrt{2}}\right)^{2019}$ على الشكل الجبري .

(c) أكتب على الشكل الأسّي العدد $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

(d) عين لاحقة النقطة Ω مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC و نصف قطرها r .

(e) نعتبر النقطة D ذات اللاحقة $-3i$. عين طبيعة الرباعي $ABDC$

(f) (X) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z بحيث : $|Z - 2 - i| = |Z + 1|$

(Y) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z بحيث : $\arg\left(\frac{Z - 3 + 2i}{Z}\right) = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$

عين طبيعة كل من مجموعة النقط (X) و (Y) مع تعيين العناصر المميزة لكل منها .

التمرين الثالث ☺ : (06 نقاط)

كيس يحتوي على 12 كرية لا تفرق بينها باللمس موزعة كما يلي :

أربع كريات حمراء مرقمة بـ : 1 , 1 , 2 , 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : -1 , 3 , 2 و ثلاث كريات صفراء مرقمة بـ : 1 , -3 , 2 و كرتين زرقاء مرقمة بـ : 2 و -1 .

نسحب عشوائيا من الكيس 4 كريات في آن واحد .

① أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " الحصول على أربع كريات تحمل ألوان العلم الأمازيغي "

B : " الحصول على كرية زرقاء على الأكثر "

C : " الحصول على أربع كريات تحمل نفس الرقم "

② ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .

(a) عين قيم المتغير العشوائي X ثم عين قانون إحتماله .

(b) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

(c) أحسب إحتمال الحادثة $P(X \geq 1)$

مبرهنة : بما أن الحياة مركبة ومعقدة إذن فهي تحتوي على جزء حقيقي وجزء تخيلي