الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات**

امتحان البكالوريا التجريبي — **ولاية المنيعة**

الشعبة : تقني رياضي — **دورة : ماي 2022**

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة :04 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التعليل.

1) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n العدد الحقيقي a : $a = ln(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})^{2022}) + ln(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})^{2022})$

أ) $a = 2022$ ب) $a = 0$ ج) $a = n$

2) نعتبر المتتالية (v_n) من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \left(\frac{2}{3}\alpha\right)^{2n} - 4$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما ، قيم α حتى تكون (v_n) متقاربة.

أ) $]0; \frac{3}{2}[$ ب) $]-1; 1[$ ج) $[0; \frac{2}{3}[$

3) نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة: $log(x^2+11x-2) = 1 + log(x)$ حلول المعادلة :

أ) $\{0; 1; 10\}$ ب) $\{0; -1; -10\}$ ج) $\{1\}$

4) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = ln(x^2+2x+3)$ من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

أ) $f(2-x) = f(x)$ ب) $f(-2-x) = f(x)$ ج) $f(-x) = f(x)$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{1}{2}e$.

1) ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n < 2e$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)، ثم استنتج أنها متقاربة.

2) المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{1}{u_n - 2\alpha}$.

-عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية وأساسها $q = \frac{4}{3}$.

3) ا) نضع $\alpha = e$ ، أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = e\left[2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right]$ ثم استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

4) نضع $S'_n = e^{-1}u_0 + e^{-1}u_1 + ... + e^{-1}u_n$.

ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $S'_n = 2n - 2 + 4\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}$.

3as.ency-education.com

ب) $\lim_{n\to+\infty}\frac{2021S'_n}{2n+1442}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10.

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $1263^{359}-23^{4n}+5137^{1814}+3949^{2n+1}\equiv 4[10]$.

3) ا) عين باقي القسمة الأقليدية للعدد A على 10 حيث: $A=1493^{123}+1443^{25}+2023^{639}+63^{72}$.

ب) إستنتج رقم أحاد العدد A .

4) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق $(n+3)A-3^{134}n\equiv 0[10]$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

ا) g دالة عددية معرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=x-1-lnx$.

1) احسب $\lim_{x\to 0}g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g ، و شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $]0,+\infty[$.

3) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $ln\left(\frac{x}{2}\right)\leq\frac{x}{2}-1$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[0,+\infty[$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=-x^2+2+2xlnx & ;x>0 \\ f(0)=2 \end{cases}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) ا) أحسب $\lim_{x\to 0}f(x)$ ماذا تستنتج.

ب) بين أن $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-2}{x}=-\infty$ ماذا تستنتج ، فسر النتيجة بيانيا.

ج) أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

2) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x: $f'(x)=-2g(x)$.

ب) أدرس إشارة $f'(x)$ على $]0;+\infty[$ ثم استنتج إتجاه تغيرات الدالة f مستنتجا أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف $A(1;1)$

3) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $f(x)+2(1-ln2)x-2=2x\left[-\frac{x}{2}+1+ln\left(\frac{x}{2}\right)\right]$
ثم إستنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

5) ا) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]2.7;2.8[$

ب) أنشئ (Δ) و (C_f) .

6) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$:

$$\begin{cases} h(x)=-x^2+2+2|x|ln(|x|) & ;x\neq 0 \\ h(0)=2 \end{cases}$$

(C_h) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

ا) بين أن h دالة زوجية.

3as.ency-education.com

ب) أنشئ (C_h) انطلاقا من (C_f) في نفس المعلم السابق .

7) ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $I = \int_1^2 2xlnxdx$.

ب) A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذان معادلتيهما $x = 1$ و $x = 2$.

-أحسب المساحة A.

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التبرير.

1) المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ يقبل في $\mathbb{R}$:

أ) حل واحد ب) حلين متمايزين ج) لاتقبل حلول

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}[ln(x+1)-ln(x+2)]$ تساوي :

أ) 1 ب) $+\infty$ ج) 0

3) (v_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$: $q=2$ و $v_0=-ln3$ حيث $v_n=ln\left(\frac{1}{u_n}-1\right)$

$S_n=\left(\frac{1-u_0}{u_0}\right)\times\left(\frac{1-u_1}{u_1}\right)\times...\times\left(\frac{1-u_n}{u_n}\right)$ تساوي:

أ) $S_n=e^{(2^{n+1}-1)ln(\frac{1}{3})}$ ب) $S_n=e^{2^{n+1}ln(\frac{4}{3})}$ ج) $S_n=e^{(2^{n+1}-1)ln3}$

4) $I=\int_2^4\frac{x^2-2x+3}{x-1}dx$ يساوي :

أ) $I=-4-2ln3$ ب) $I=-4+2ln3$ ج) $I=4+2ln3$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n:

$ln(u_{n+1})=-1+ln(u_n)$.

ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=e^{-1}u_n$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n>0$

ج) أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

2) لتكن (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=2+ln(\sqrt{u_n})$

ا) بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0

ب) عبر عن (v_n) بدلالة n.

3) ا) أكتب P_n بدلالة n حيث: $P_n=(v_1+\frac{1}{2})^1\times(v_2+1)^2\times...\times(v_n+\frac{n}{2})^n$

ب) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n=e^{2(v_0-2)}+e^{2(v_1-2)}+...+e^{2(v_n-2)}$

-بين من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=e\left(\frac{e^{-(n+1)}-1}{1-e}\right)$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(e-1)S_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) عين مجموعة الأعداد الصحيحة x بحيث $4x\equiv 33[5]$

2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ حيث x ، y عددان صحيحان : $4x-5y=33...(E)$

ا) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E). (يمكن استعمال نتيجة السؤال 1).

ب) ماذا تمثل مجموعة حلول المعادلة (E) هندسيا.

3as.ency-education.com

3) n عدد طبيعي بحيث $n \geq 5$ نضع: $a = n^3 - n^2 - 12n$ ، $b = 2n^2 - 7n - 4$.

ا) بين أن a ، b قابلان للقسمة على $(n-4)$.

نضع: $d = PGCD(2n+1; n+3)$

ب) بين أن d يقسم 5.

4) بين أن $2n+1$ ، n أوليان فيما بينهما.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

ا) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$

2) استنتج اتجاه تغير الدالة g.

3) بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

1) بين أن: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) ا) بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها. .

3) ا) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - x]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته .

ب) أدرس الوضع النسبي بالنسبة للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

4) ا) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند الفاصلة المعدومة .

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين احداثياتها .

5) أحسب $f(1)$ ثم أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) .

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + ln(m)$.

7) ا) باستخدام المكاملة بالتجزئة بين أن: $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}dx = 1 - \frac{e}{2}$.

ب) لتكن A مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (T) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$

بين أن: $A = (6 - 2e)cm^2$

3as.ency-education.com

ثانوية مليكة قايد – سطيف- 2022 -2021	اختبار بكالوريا تجريبي في الرياضيات	السنة الثالثة تقني رياضي هندسة كهربائية المدة : 4 ساعات و نصف

على التلميذ الإجابة على أحد الموضوعين على الخيار

الموضوع الأول:

التمرين الأول(4 ن):

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0=\frac{1}{8}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=u_n(2-u_n)$

1) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x(2-x)$

أ) ادرس اتجاه تغير الدالة f

ب) بين أنه إذا كان $x\in[0;1[$ فإن $f(x)\in[0;1[$

2) أ) أحسب كلا من u_1 و u_2

ب) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n<1$

جـ) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ، ثم استنتج أنها متقاربة

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=1-u_n$

أ) عبر عن v_{n+1} بدلالة v_n

ب) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$

جـ) استنتج عبارة u_n بدلالة n ، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

د) عين أصغر عدد طبيعي n يحقق : $u_n>1-10^{-20}$

و) احسب بدلالة n الجداء $p(n)$ حيث : $p(n)=v_0\times v_1\times.....\times v_n$ ، ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty} p(n)$

التمرين الثاني(4 ن):

1) عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 7

2) استنتج باقي قسمة العدد $1954^{1962}+1962^{1954}+2020^{1441}$ على 7

3) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n : $2020^{3n+1}+1962^{3n+1}+1954^{3n+1}\equiv 0[7]$

4) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $S_n=1+5+5^2+...+5^n$

أ) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n، $4S_n=5^{n+1}-1$

ب) نعتبر العدد الطبيعي a ، بين أن $4S_n\equiv a[7]$ إذا و فقط إذا كان $S_n\equiv 2a[7]$

جـ) استنتج باقي قسمة S_{2020} على 7

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

التمرين الثالث(4ن):

يحتوي كيس على ست كرات بيضاء تحمل الأرقام : 0 ؛ 0 ؛ 0 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 2
و كرتين سوداوين تحملان الرقمين : 0 ؛ 1 . (الكرات لا نميز بينها باللمس)

1) نسحب من الكيس عشوائيا كرتين على التوالي دون إرجاع
احسب احتمال كلا من الحدثين التاليين
A : الحصول على كرتين من نفس اللون
B : جداء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين معدوم

2) نسحب الآن كرتين في آن واحد
أ) احسب احتمال الحادثة C : مجموع العددين الذين تحملها الكرتان المسحوبتان عدد أولي
ب) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب ، مجموع الرقمين المسجلين على الكرتين المسحوبتين
*) عين قانون احتمال X ، واحسب أمله الرياضياتي
*) احسب $E(X^2)$

التمرين الرابع(8 ن):

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة : $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln|x|$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x) = 2x - 2 + \dfrac{\ln|x|}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة $2\,cm$

1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

2) بين أن من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x - 2$ مقارب للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$
- أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

4) أحسب $f(-x) + f(x)$. ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة $\Omega(0,-2)$ ؟

5) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يمر من النقطة Ωو يمس (C_f) في نقطتين A و B يطلب تعيينهما
- أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T)

6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما 1 و الآخر α حيث $-0,37 < \alpha < -0,36$

7) أنشئ كلا من (Δ) ؛ (T) و (C_f)

8) (Δ_m) المستقيمات التي معادلاتها : $y = mx - 2$ حيث m وسيط حقيقي
أ- بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها
ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = mx - 2$

9) λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 1$
أ- احسب بدلالة λ و بـ cm^2 المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = 1$ و $x = \lambda$
ب- عين قيمة العدد الحقيقي λ بحيث يكون : $A(\lambda) = \dfrac{1}{2}\,cm^2$

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول(4,5 ن):

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ $u_1=\sqrt{e}$ و من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1) أحسب كلا من u_2 ، u_3 و u_4 (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2) أ) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$ يكون $u_n\leq n+3$

ب) بين أن من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{3}(n+3-u_n)$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

3) المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $v_n=u_n-n$

بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول ، ثم بين أن من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$:

$$u_n=n+\left(\sqrt{e}-1\right)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $S_n=\left(\frac{2}{3}\right)v_1+\left(\frac{2}{3}\right)^2v_2+.....+\left(\frac{2}{3}\right)^n v_n$ ؛ $S'_n=u_1+u_2+.....+u_n$ و $T_n=\frac{S'_n}{n^2}$

عبر عن S_n و S'_n بدلالة n ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n$

التمرين الثاني(4,5 ن):

1) نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $(E).....7x-3y=1$

أ- بين أن المعادلة (E) تقبل على الأقل حلا

ب- حل المعادلة (E)

ج- برهن أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) فإن العددين : x و y أوليين فيما بينهما

2) ليكن a و b عددين صحيحين يحققان العلاقة : $(E').....7a-3b=29$

أ- ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين : a و b
ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب- عين الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الصحيحة حلول الجملة :
$$\begin{cases}7a-3b=29\\ d=29\end{cases}$$

ج- ليكن m المضاعف المشترك الأصغر للعددين : a و b

حل الجملة :
$$\begin{cases}7a-3b=29\\ d=29\\ m=1044\end{cases}$$

3) حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ الجملة :
$$\begin{cases}7a-3b=29\\ p\gcd(a;b)=1\end{cases}$$

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

التمرين الثالث(4 ن):

عين في كل حالة مما يلي الإجابة الوحيدة الصحيحة مع التبرير :

1) المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ: $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = 2U_n - n$ حدها العام على $\mathbb{N}$ هو :

أ) $U_n = 2^n + n + 1$ ب) $U_n = 2^n + n + 2$ جـ) $U_n = 2^n - n + 1$

2) المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $2U_{n+1} = U_n + 2000$

نعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية العددية (V_n) كما يلي : $V_n = \frac{1}{2}U_n - \alpha$ حيث α عدد حقيقي

إن قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (V_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ هي :

أ) $\alpha = 1000$ ب) $\alpha = 500$ جـ) $\alpha = -500$

3) إن مجموعة حلول المعادلة $ln(2e^x - 1) = 2x$ في $\mathbb{R}$ هي :

أ) $S = \{0\}$ ب) $S = \{0,1\}$ جـ) $S = \phi$

4) إن $\lim\limits_{x \to +\infty} ln\left(\frac{e^x - 3}{e^{2x} + 7}\right) + x$ تساوي

أ) e ب) 1 جـ) 0

التمرين الرابع (7ن) :

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x) = 1 + (1 - x)e^x$

1) ادرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0;+\infty[$

3) تحقق أن : $1,27 < \alpha < 1,28$ ، ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x) = \frac{e^x + x + 1}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2\,cm$

1) بين أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2) أ- احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') حيث (Δ') معادلة لـ $y = 1$

4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

ب- بين أن $f(\alpha) = \alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

5) أ- أثبت أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة $-\alpha$

ب- أثبت أن (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة $M(-\alpha,0)$ موازيا للمستقيم (Δ)

جـ- اكتب معادلة لـ (T)

6) أنشئ (Δ) ، (Δ') ، (T) و (C_f)

7) m وسيط حقيقي ، ناقش حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $f(x) = x + f(m)$

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

تصحيح باكالوريا تجريبي في الرياضيات
3 ث ر
الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط)

$u_{n+1}=u_n(2-u_n)$ ، $u_0=\frac{1}{8}$

① $D=\mathbb{R}$; $f(x)=x(2-x)$

② $f'(x)=-2x+2$; $x\in\mathbb{R}$

إشارة f' على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$-2x+2$		$+$	0	$-$	

ب) $x\in]0,1[$ ، $0<x<1$ ، f متزايدة تماما على $]0,1[$

$0<f(x)<1$ أي $f(0)<f(x)<f(1)$

$f(x)\in]0,1[$ إذن

③ $u_1=u_0(2-u_0)=f(u_0)=\frac{15}{64}$

$u_2=u_1(2-u_1)=f(u_1)=\frac{1695}{4096}$

البرهان بالتراجع أن $0<u_n<1$

$n=0$ ، $0<u_0=\frac{1}{8}<1$

$P(0)$ صحيحة.

نفرض $P(n)$ صحيحة : $0<u_n<1$

ونبرهن صحة $P(n+1)$: $0<u_{n+1}<1$

f متزايدة تماما على $]0,1[$ ، $0<u_n<1$

إذن $f(0)<f(u_n)<f(1)$ أي $0<u_{n+1}<1$

وهو المطلوب

من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n<1$

تكون المتتالية (u_n) محدودة

④ من أجل كل عدد طبيعي n :

$u_{n+1}-u_n=u_n-u_n^2=u_n(1-u_n)$

$0<u_n<1$ ، ومنه $-1<-u_n<0$ ، ومنه $0<1-u_n<1$

إذن $u_n(1-u_n)>0$ أي $u_{n+1}-u_n>0$

المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

⑤ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومحدودة من 0 فهي متقاربة نحو عدد ℓ حيث $0<\ell\leq 1$

⑥ $v_n=1-u_n$

لدينا $v_{n+1}=1-u_{n+1}$

$=1-u_n(2-u_n)$

$=1-2u_n+u_n^2$

$=(1-u_n)^2=v_n^2$

أي $v_{n+1}=v_n^2$

$v_n=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$: نبرهن بالتراجع أن

$v_0=1-u_0=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$ ، $n=0$

$P(0)$ صحيحة لأن $v_0=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^0}=\left(\frac{7}{8}\right)^1=\frac{7}{8}$

نفرض صحة $P(n)$: $v_n=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$

ونبرهن صحة $P(n+1)$: $v_{n+1}=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^{n+1}}$

لدينا $v_n=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$ ومنه $v_n^2=\left[\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}\right]^2$

أي $v_n^2=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n\times 2}$ أي $v_n^2=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^{n+1}}$

ومن $v_{n+1}=v_n^2$ نجد $v_{n+1}=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^{n+1}}$

من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$

د) استنتاج نهاية u_n لما n يؤول إلى $+\infty$

$u_n=1-v_n$ يعني $v_n=1-u_n$

$=1-\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}1-\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$ ، $\begin{cases}\lim 2^n=+\infty\\ \lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}=0\end{cases}$

$=1$ ، $-1<\frac{7}{8}<1$

ه) إيجاد عدد طبيعي n حيث $u_n>1-10^{-20}$

$\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}<10^{-20}$ يعني $1-\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}>1-10^{-20}$

يعني $\ln\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}<\ln 10^{-20}$

يعني $2^n\ln\left(\frac{7}{8}\right)<-20\ln 10$

يعني $2^n>\frac{-20\ln 10}{\ln\frac{7}{8}}$

يعني $n\ln 2>\ln\left(\frac{-20\ln 10}{\ln\frac{7}{8}}\right)$

أي $n>\frac{\ln\left(\frac{-20\ln 10}{\ln\frac{7}{8}}\right)}{\ln 2}$

$n>5,11$ ، ومنه أصغر عدد طبيعي n هو $n=6$

و) $P(n)=v_0\times v_1\times\cdots\times v_n$

$=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^0}\times\left(\frac{7}{8}\right)^{2^1}\times\cdots\times\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$

$=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^0+2^1+\cdots+2^n}$

مجموع $n+1$ حد من متتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول 1

$=\left(\frac{7}{8}\right)^{1\left(\frac{2^{n+1}-1}{2-1}\right)}$

$P(n)=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^{n+1}-1}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}P(n)=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{7}{8}\right)^{2^{n+1}-1}=0$ ، $\begin{cases}\lim 2^{n+1}-1=+\infty\\ -1<\frac{7}{8}<1\end{cases}$

التمرين الثاني (4 نقاط)

① أ) باقي قسمة 7^n على 5

$5^1\equiv 5[7]$ ، $5^2\equiv 4[7]$ ، $5^3\equiv 6[7]$

$5^4\equiv 2[7]$ ، $5^5\equiv 3[7]$ ، $5^6\equiv 1[7]$

البواقي هي 1 ، 5 ، 4 ، 6 ، 2 ، 3

$n=$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$	
$5^n\equiv$	1	5	4	6	2	3	$[7]$

ب) استنتاج باقي قسمة

$A=2020^{1444}+1962^{1954}+1954^{1962}$ على 7

$5^2\equiv 4[7]$ (1) ولدينا $2020\equiv 4[7]$

$b\equiv a[n]$ تكافئ $a\equiv b[n]$ ولدينا

$2020\equiv 5^2[7]$ إذن $4\equiv 5^2[7]$ ومنه

$2020^{1444}\equiv(5^2)^{1444}[7]$ ومنه

$\equiv 5^{2888}[7]$

$2888=6(480)+2$ لدينا $6k+2$ الشكل

$2020^{1444}\equiv 4[7]$ إذن

$5^4\equiv 2[7]$ (1) ولدينا $1962\equiv 2[7]$

$1962\equiv 5^4[7]$ إذن $2\equiv 5^4[7]$ ومنه

$1962^{1954}\equiv(5^4)^{1954}[7]$ إذن

$\equiv 5^{7816}[7]$

$7816=6(1302)+4$ لدينا $6k+4$ الشكل

$1962^{1954}\equiv 2[7]$ إذن

$1954^{1962}\equiv 1[7]$ ومنه $1954\equiv 1[7]$

إذن $A\equiv 4+2+1[7]$

$\equiv 0[7]$

الباقي هو 0

ج) من أجل كل عدد طبيعي n :

$2020^{3n+1}+1962^{3n+1}+1954^{3n+1}\equiv 0[7]$

$2020^{3n+1}\equiv(5^2)^{3n+1}[7]$ ومنه $2020\equiv 5^2[7]$

$\equiv 5^{6n+2}[7]$

$\equiv 4[7]$

$1962^{3n+1}\equiv(5^4)^{3n+1}[7]$ ومنه $1962\equiv 5^4[7]$

$\equiv 5^{12n+4}[7]$

$\equiv(5^{6n+2})^2[7]$

$\equiv 4^2[7]$

$\equiv 2[7]$

$1954^{3n+1}\equiv 1[7]$ ومنه $1954\equiv 1[7]$

3as.ency-education.com

$2020^{3n+1} + 1962^{3n+1} + 1954^{3n+1} \equiv 4+2+1$ [7] أي

$\equiv 0$ [7]

④ من أجل كل عدد طبيعي n :

$S_n = 1+5+5^2+\dots+5^n$ مجموع حدود متتالية هندسية

$= 1\,\frac{5^{n+1}-1}{5-1}$

$S_n = \frac{5^{n+1}-1}{4}$

ومنه $4S_n = 5^{n+1} - 1$

ب) a عدد طبيعي.

إذا وفقط إذا $4S_n \equiv a$ [7] فإن $S_n \equiv 2a$ [7]

① إذا وفقط إذا $4S_n \equiv a$ [7] فإن $8S_n \equiv 2a$ [7]

$S_n \equiv 2a$ [7] و $8 \equiv 1$ [7]،

② إذا وفقط إذا $S_n \equiv 2a$ [7] فإن $4S_n \equiv 8a$ [7]

$4S_n \equiv a$ [7] و $8 \equiv 1$ [7]،

ومنه $S_n \equiv 2a$ [7] إذا وفقط إذا $4S_n \equiv a$ [7]

ج) استنتاج باقي قسمة S_{2020} على 7.

لدينا $4S_n = 5^{n+1} - 1$

ومنه $4S_{2020} = 5^{2021} - 1$

لدينا $2021 = 6(336) + 5$ أي $2021 = 6k+5$

أي $4S_{2020} \equiv 3 - 1$ [7]

$\equiv 2$ [7]

ومنه $S_{2020} \equiv 4$ [7] لأن $4S_{2020} \equiv 2$ [7]

باقي قسمة S_{2020} على 7 هو 4.

التمرين الثالث (ج4)

6 بيضاء ← 2, 1, 1, 0, 0, 0

2 حمراء ← 1, 0] 8

① عدد السحبات الممكنة (التوالي دون إرجاع)

$A_8^2 = 56$

عدد الحالات الملائمة لحدث سحب لونين مختلفين

A : "سحب لونين مختلفين"

$P(A) = \frac{A_6^2 + A_2^2}{56} = \frac{4}{7}$

B : "سحب الكرتين البيضاوين الحاملتين عددين زوجيين"

$P(B) = \frac{A_4^2 + A_4^1 A_4^1 \times 2}{56}$ { $0 \times 0 = 0$, $0 \times$ عدد $= 0$

$= \frac{11}{14}$

② سحب كرتين آنيا وعلى التوالي

عدد الحالات $C_8^2 = 28$

C : "سحب كرتين مختلفتين لونا أو لونين مختلفين"

$P(C) = \frac{C_4^1 C_4^1 + C_3^2 + C_3^1 C_1^1}{28/5} = \frac{5}{14}$ { $0+2=2$, $1+1=2$, $1+2=3$

ب) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء المسحوبة

X يأخذ القيم من $\{0, 1, 2, 3\}$

قانون احتمال X

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$3/14$	$3/7$	$1/4$	$3/28$

$P(X=0) = \frac{C_6^2}{28} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$ $\quad 0+0=0$

$P(X=1) = \frac{C_6^1 \times C_2^1}{28} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$ $\quad 0+1=2$

$P(X=2) = \frac{C_6^1 \times C_1^1 + C_2^2}{28} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$ { $0+2=2$, $1+1=2$

$P(X=3) = \frac{C_2^1 \times C_1^1}{28} = \frac{2}{28}$ $\quad 1+2=3$

الأمل الرياضي $E(X) = \sum_{i=1}^{4} p_i x_i = \frac{5}{4}$

$E(X^2) = \sum_{i=1}^{4} p_i x_i^2$

$= (0^2 \times \frac{3}{14}) + (1^2 \times \frac{3}{7}) + (2^2 \times \frac{1}{4}) + (3^2 \times \frac{3}{28})$

$E(X^2) = \frac{67}{28}$

التمرين الرابع (ج8)

I) $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln|x|$

$D =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$.

① دراسة تغيرات g

$\lim_{x \to -\infty} g(x) = \lim_{x \to -\infty} x^2\left[2 + \frac{1}{x^2} - \frac{\ln(-x)}{(-x)^2}\right] = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} g(x) = \lim_{x \to +\infty} x^2\left[2 + \frac{1}{x^2} - \frac{\ln x}{x^2}\right] = +\infty$

$\lim_{x \to 0} g(x) = \lim_{x \to 0} 2x^2 + 1 - \ln|x| = +\infty$

$\lim_{x \to 0} g(x) = +\infty$

من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$

$g'(x) = 4x - \frac{1}{x} = \frac{4x^2-1}{x} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x}$

إشارة g' من إشارة $4x^2-1$ على $]-\infty, -\frac{1}{2}[$ و $]0, \frac{1}{2}[$ و $]\frac{1}{2}, +\infty[$ ، و $]-\frac{1}{2}, 0[$ و $]\frac{1}{2}, +\infty[$ مجالات رتابة g

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$4x^2-1$	+	0	−	0	+
x	−	−	0	+	+
$g'(x)$	−	0	+	0	+
$g(x)$	$+\infty$ ↘	2,19	$+\infty$ ↗	2,19	$+\infty$ ↗

3as.ency-education.com

② $g(x)$ إشارة

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	+	‖	+

II) $f(x) = 2x - 2 + \frac{\ln|x|}{x}$

$D =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

① $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} 2x - 2 - \frac{\ln(-x)}{(-x)} = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 2x - 2 + \frac{\ln x}{x} = +\infty$

$\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$ $\quad \lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$

المستقيم ذو المعادلة $x = 0$ مقارب للمنحنى (C)

② من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$

$f'(x) = 2 + \frac{\frac{1}{x}x - \ln|x|}{x^2}$

$= 2 + \frac{1 - \ln|x|}{x^2} = \frac{2x^2 + 1 - \ln|x|}{x^2}$

$f'(x)$ و $g(x)$ من نفس الإشارة، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ لأن

f متزايدة تماما على $]0, +\infty[$ و $]-\infty, 0[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	‖	+
$f(x)$	$-\infty$ ↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗ $+\infty$

③ $y = 2x - 2$ معادلة المستقيم (Δ)

$\lim_{x \to +\infty} f(x) - (2x-2) = \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln|x|}{x} = 0$

$|x| \to +\infty$ لأن

(Δ) مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$ و $-\infty$

الوضع النسبي لـ (C) و (Δ)

$f(x) - (2x-2) = \frac{\ln|x|}{x}$

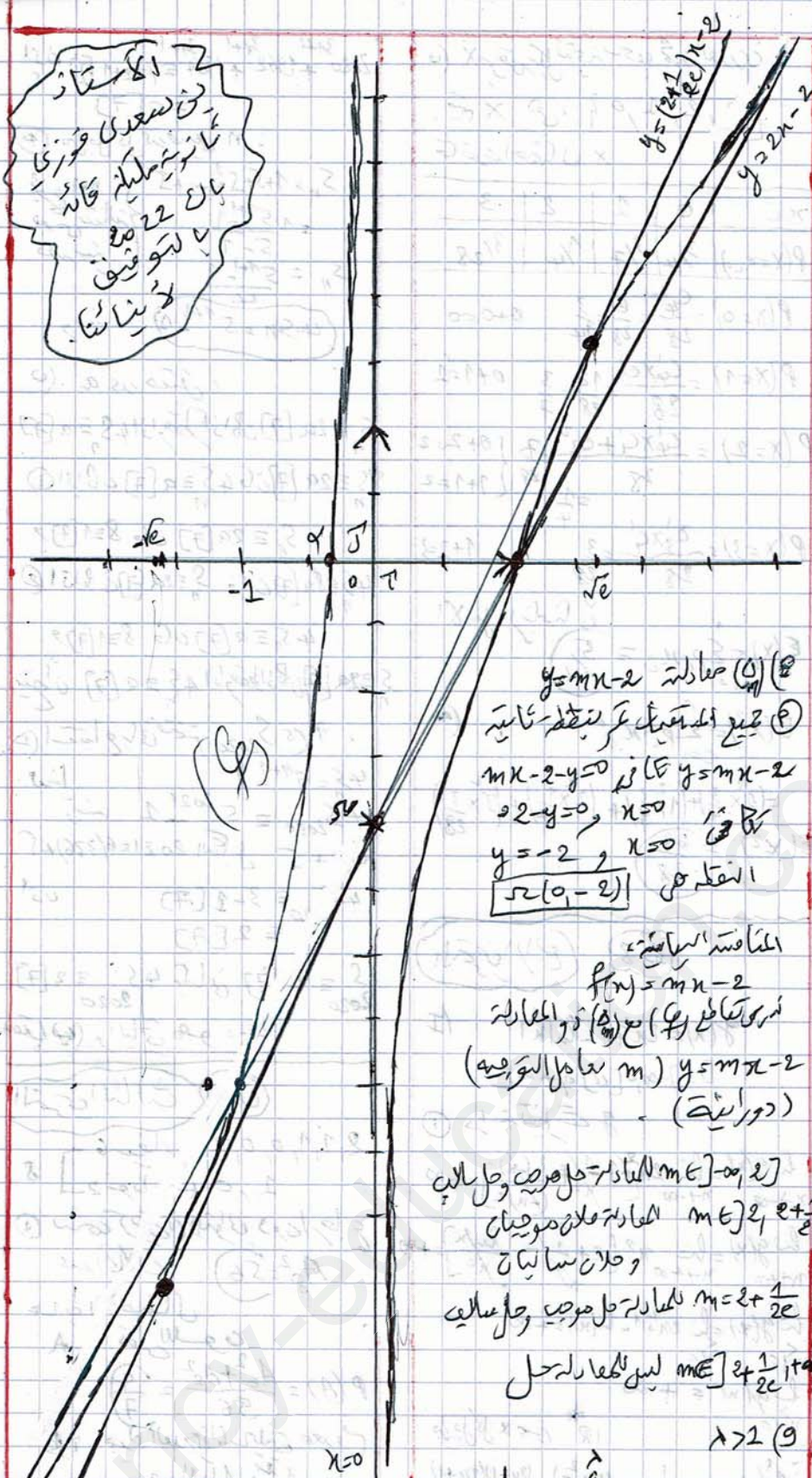
$\ln|x| = 0$ يعني $|x| = 1$ يعني $x = -1$ أو $x = 1$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$\ln\|x\|$	+	0	−	0	+
x	−	−	0	+	+
$\frac{\ln\|x\|}{x}$	−	0	+	−	0	+
الوضع النسبي	(C) تحت (Δ)	(C) فوق (Δ)	(C) تحت (Δ)	(C) فوق (Δ)

تقاطع المستقيم (Δ) و (C)

$M_1(-1, -4)$ $\quad M_2(1, 0)$

الأستاذ
بن سعدي فوزي
ثانوية عائشة حامد
باتنة 22 مع
التوفيق
لأبنائنا



f معرفة على $\mathbb{R}^*$

$f(-x)+f(x)=-2x-2-\frac{\ln|x|}{x}+2x-2+\frac{\ln|x|}{x}$

$=-4$

النقطة $\Omega(0,-2)$ مركز تناظر $(\mathcal{C}_f)$

③ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا Δ بالنقطة x_0

$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

$-2=f'(x_0)(0-x_0)+f(x_0)$

$f(x_0)=2x_0-2+\frac{\ln|x_0|}{x_0}$ لدينا

$f'(x_0)=\frac{2x_0^2+1-\ln|x_0|}{x_0^2}$

$-2=\frac{2x_0^2+1-\ln|x_0|}{x_0^2}(-x_0)+2x_0-2+\frac{\ln|x_0|}{x_0}$

$-2=-\frac{2x_0^2-1+\ln|x_0|}{x_0}+2x_0-2+\frac{\ln|x_0|}{x_0}$

$0=\frac{-2x_0^2-1+\ln|x_0|+2x_0^2+\ln|x_0|}{x_0}$

$\frac{2\ln|x_0|-1}{x_0}=0$

$\ln|x_0|=\frac{1}{2}$ يعني $2\ln|x_0|-1=0$ يعني

$|x_0|=e^{\frac{1}{2}}$ أي $\begin{cases}x_0=\sqrt{e}\\x_0=-\sqrt{e}\end{cases}$ يعني

النقطتان هما

$M_1(\sqrt{e},2\sqrt{e}-2+\frac{\sqrt{e}}{2e})$ $M_2(-\sqrt{e},-2\sqrt{e}-2+\frac{\sqrt{e}}{2e})$

المماس (T) : $f'(\sqrt{e})=2+\frac{1}{2e}$

$y=(2+\frac{1}{2e})(x-\sqrt{e})+2\sqrt{e}-2+\frac{\sqrt{e}}{2e}$

$y=(2+\frac{1}{2e})x-2$

x	0	$\sqrt{e}$
y	-2	$1,68$

⑥ تمثيل حلول $f(x)=0$

(*) f مستمرة وتزايدية تماما على $]0;+\infty[$

$f(1)=0$ إذن 1 حل وحيد في $]0,+\infty[$

(*) f مستمرة وتزايدية تماما على $[-0,37;-0,36]$

$f(-0,36)=0,0178$ $f(-0,37)=-0,052$

$f(-0,37)\times f(-0,36)<0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل على الأقل حلا α حيث $-0,37<\alpha<-0,36$

$f(\alpha)=0$

⑦ أ) دراسة إشارة $f(x)$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	$-8,4$	$-6,3$	-4	$\|$	0	$2,35$	$4,37$

ب) $\mathcal{C}_f$ يقطع $(\mathcal{C}_m)$ في نقطة ثابتة

$mx-2=y$ تكافئ $y=mx-2$

$mx-2-y=0$

$2-y=0$, $x=0$ من أجل

$y=-2$, $x=0$

النقطة $\Omega(0,-2)$

المناقشة البيانية:

$f(x)=mx-2$

نبرهن تقاطع $(\mathcal{C}_f)$ مع $(\mathcal{C}_m)$ ذو المعادلة $y=mx-2$ (m معامل التوجيه)

(حوراسية)

$m\in]-\infty,2]$ المعادلة حل وحيد وحل سالب

$m\in]2,e+\frac{1}{2e}[$ المعادلة حلان موجبان

وحلان سالبان

$m=2+\frac{1}{2e}$ المعادلة حل موجب وحل مضاعف

$m\in]2+\frac{1}{2e};+\infty[$ ليس للمعادلة حل

⑨ $\lambda>1$

$A(\lambda)=\int_1^\lambda f(x)-(2x-2)\,dx$

$=\int_1^\lambda \frac{\ln x}{x}\,dx$

$=\left[\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_1^\lambda$

$=\frac{1}{2}(\ln\lambda)^2-\frac{1}{2}(\ln 1)^2$

$A(\lambda)=\frac{1}{2}(\ln\lambda)^2$ u.a

أي cm^2

$A(\lambda)=4\times\frac{1}{2}(\ln\lambda)^2=2(\ln\lambda)^2\,cm^2$

⑤ تعيين λ حيث

$2(\ln\lambda)^2=\frac{1}{2}$ يعني $A(\lambda)=\frac{1}{2}cm^2$

$(\ln\lambda)^2=\frac{1}{4}$ يعني $\ln\lambda=\frac{1}{2}$ يعني

$\lambda=e^{\frac{1}{2}}$ يعني ($\ln\lambda>0$, $\lambda>1$ لأن)

$\lambda=\sqrt{e}$

3as.ency-education.com

تصحيح الامتحان الوزاري لمادة الرياضيات
الموضوع الثاني

التمرين الأول (04,5 نقاط)

$u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+2$; $u_1=\sqrt{e}$

$u_2=\frac{2}{3}u_1+\frac{1}{3}+1=2,43$ ①

$u_3=\frac{2}{3}u_2+\frac{2}{3}+1\leq 3,29$

$u_4=\frac{2}{3}u_3+\frac{3}{3}+1=4,19$

التخمين: (u_n) متزايدة

② البرهان بالتراجع على $n\geq 1$: $u_n\leq n+3$

$n=1$ $u_1=\sqrt{e}$

$1+3=4$

$P(1)$ صحيحة، $\sqrt{e}<4$

نفترض صحة $P(n)$ أي: $u_n\leq n+3$

ونبرهن صحة $P(n+1)$: $u_{n+1}\leq n+4$

من $u_n\leq n+3$ نجد $\frac{2}{3}u_n\leq\frac{2}{3}n+2$

ومنه $\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1\leq\frac{2}{3}n+2+\frac{1}{3}n+1$

أي $u_{n+1}\leq n+3$

وبما أن $n+3<n+4$

فإن $u_{n+1}\leq n+4$

خلاصة: $u_n\leq n+3$; $\forall n\geq 1$

③ أ) $\forall n\geq 1$

$u_{n+1}-u_n=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-u_n$

$=-\frac{1}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

$=\frac{1}{3}(n+3-u_n)$

لدينا $u_n\leq n+3$ أي $n+3-u_n\geq 0$

ومنه $u_{n+1}-u_n\geq 0$ أي (u_n) متزايدة

ب) من أجل كل $n\geq 1$: $v_n=u_n-n$

(v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$

$v_{n+1}=v_n\times q$

$v_{n+1}=u_{n+1}-(n+1)$

$=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-n-1$

$=\frac{2}{3}u_n-\frac{2}{3}n$

$=\frac{2}{3}(u_n-n)=\frac{2}{3}v_n$

حدها الأول $v_1=u_1-1=\sqrt{e}-1$

ج) نبين أن $u_n=n+(\sqrt{e}-1)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

لدينا $v_n=v_1\times q^{n-1}$

$=(\sqrt{e}-1)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

ومنه $u_n=v_n+n$ أي $v_n=u_n-n$

$u_n=n+(\sqrt{e}-1)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

$S_n=\frac{2}{3}v_1+\left(\frac{2}{3}\right)^2v_2+\dots+\left(\frac{2}{3}\right)^n v_n$ (4

نضع $w_n=\left(\frac{2}{3}\right)^n v_n$

لدينا $w_{n+1}=\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}v_{n+1}$

$=\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\times\frac{2}{3}v_n$

$=\left(\frac{2}{3}\right)^n\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}v_n$

$=\frac{4}{9}\left[\left(\frac{2}{3}\right)^n v_n\right]=\frac{4}{9}w_n$

ومنه (w_n) هندسية أساسها $q'=\frac{4}{9}$

حدها الأول $w_1=\frac{2}{3}v_1=\frac{2}{3}(\sqrt{e}-1)$

$S_n=w_1+w_2+\dots+w_n$

$=w_1\left[\frac{1-q^n}{1-q}\right]$

$=\frac{2}{3}(\sqrt{e}-1)\left[\frac{1-\left(\frac{4}{9}\right)^n}{1-\frac{4}{9}}\right]$

$S_n=\frac{6}{5}(\sqrt{e}-1)\left(1-\left(\frac{4}{9}\right)^n\right)$

$S'_n=u_1+u_2+\dots+u_n$ $[u_n=v_n+n]$

$=(v_1+1)+(v_2+2)+\dots+(v_n+n)$

$=(v_1+v_2+\dots+v_n)+(1+2+\dots+n)$ مجموع متتالية حسابية

$=v_1\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)+\frac{n(n+1)}{2}$

$=(\sqrt{e}-1)\left(\frac{1-(2/3)^n}{1-2/3}\right)+\frac{n(n+1)}{2}$

$S'_n=3(\sqrt{e}-1)\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)+\frac{n(n+1)}{2}$

$\lim_{n\to+\infty}T_n=\lim_{n\to+\infty}\frac{S'_n}{n^2}$

$=\lim_{n\to+\infty}\frac{3(\sqrt{e}-1)\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)}{n^2}+\frac{n(n+1)}{2n^2}$

$=0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

التمرين الثاني (04,5 نقاط)

① (E): $7y-3x=1$

لدينا $1|1$ ، $PGCD(7,3)=1$ حسب ⓟ

فإن المعادلة (E) تقبل على الأقل حلا (x_0,y_0) حيث x_0 و y_0 أعداد صحيحة

أ) حل المعادلة (E)

لدينا $(1,2)$ حل لـ (E) لأن $7(1)-3(2)=1$

ومنه $7x-3y=7(1)-3(2)$ أي $\begin{cases}7x-3y=1\\7(1)-3(2)=1\end{cases}$

$7(x-1)=3(y-2)$ تكافئ

$PGCD(7,3)=1$ ، $7|3(y-2)$

حسب غوص $7|y-2$

$y-2=7k$ أي

$y=7k+2$ ومنه

أي $7(x-1)=3(7k)$ ،

$x=3k+1$ ومنه $x-1=3k$

$S=\{(3k+1,7k+2),k\in\mathbb{Z}\}$

ب) استنتاج حلول (E) حيث x و y عددان طبيعيان

حسب ما سبق $7x-3y=1$

تكافئ y و x عددان طبيعيان

② a و b عددان صحيحان طبيعيان

(E') ... $7a-3b=29$

$PGCD(a,b)=d$ ⓟ

$\begin{cases}d|7a\\d|35\end{cases}$ و $\begin{cases}d|a\\d|b\end{cases}$

ومنه $d|7a-3b$ أي $d|29$

ومنه $d\in\{1,29\}$

استنتاج حلول (a,b) حيث

$\begin{cases}7a-3b=29\\d=29\end{cases}$

لدينا $d=29$ يعني يوجد a' و b'

$a=29a'$ ، $b=29b'$ حيث

و $PGCD(a',b')=1$ حيث

$7(29a')-3(29b')=29$

أي $7a'-3b'=1$

ومن السؤال 1) أ) نجد

$a'=3k+1$ ، $b'=7k+2$

إذن $a=87k+29$

$b=203k+58$

$S=\{(87k+29,203k+58)/k\in\mathbb{Z}\}$

ج) $PPCM(a,b)=m$

$m=\frac{a\times b}{d}=\frac{29a'\times 29b'}{29}=29a'b'$

3as.ency-education.com

$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} 1+e^x-xe^x = 1$

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$

$g'(x) = -e^x+(1-x)e^x = -xe^x$ على $\mathbb{R}$

$-x$ إشارة $g'(x)$ من إشارة

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	1	↗	2	↘	$-\infty$

بما أن g مستمرة، رتيبة على $[0,+\infty[$ و $g(x)<0$ فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $[0,+\infty[$

$g(1,27)\approx 0,038$ لدينا ③

$g(1,28)\approx -0,007$

$g(1,27)\times g(1,28)<0$ لدينا

$g(\alpha)=0$ حيث $1,27<\alpha<1,28$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

$f(x) = \dfrac{e^x+x+1}{e^x+1}$ (II

$D_f =]-\infty,+\infty[$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \dfrac{e^x\left(1+\frac{x}{e^x}+\frac{1}{e^x}\right)}{e^x\left(1+\frac{1}{e^x}\right)}$ ①

$= \lim_{x\to+\infty} \dfrac{1+x/e^x+1/e^x}{1+1/e^x} = 1$

منه المستقيم ذو المعادلة $y=1$ مقارب أفقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \dfrac{e^x+x+1}{e^x+1} = -\infty$ لأن $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)-(x+1) = \lim_{x\to-\infty} \dfrac{e^x+x+1}{e^x+1}-(x+1)$

$= \lim_{x\to-\infty} \dfrac{e^x+x+1-xe^x-e^x-x-1}{e^x+1}$

$= \lim_{x\to-\infty} \dfrac{-xe^x}{e^x+1} = 0$

منه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

ندرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

$f(x)-(x+1) = \dfrac{-xe^x}{e^x+1}$

إشارة $-x$ من إشارة $f(x)-(x+1)$

$u_{n+1}-2u_n = 2^{n+1}+n+1-2(2^n+n+1)$

$= 2^{n+1}+n+2-2^{n+1}-2n-2$

$= -n$

$v_n = \frac{1}{2}u_n-\alpha$ ، $2u_{n+1} = u_n+2000$ ②

$\alpha = 1000$ (أي α حيث

$v_{n+1} = \frac{1}{2}u_{n+1}-\alpha$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u_n+1000\right)-\alpha$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}u_n+1000-2\alpha\right]$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u_n-\alpha+1000-\alpha\right)$

$= \frac{1}{2}v_n + \frac{1000-\alpha}{2}$

بما أن $q=\frac{1}{2}$ فإن المتتالية (v_n) هندسية

$\alpha=1000$ أي $1000-\alpha=0$

③ نحدد طبيعة المجموعة

$S=\{0\}$ (P) من أجل $\ln(2e^x-1) = 2x$

$2e^x-1>0$ أي أن معرفة من أجل

$e^x > \frac{1}{2}$ أي $2e^x>1$ أي

$D=]\ln\frac{1}{2},+\infty[$ ، $x>\ln\frac{1}{2}$ أي

$2e^x-1 = e^{2x}$ تكافئ $\ln(2e^x-1)=2x$

أي $e^{2x}-2e^x+1=0$ تكافئ

$e^x-1=0$ تكافئ $(e^x-1)^2=0$

$x=0$ أي $e^x=1$ أي

$\lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{e^x-3}{e^{2x}+7}\right)+x$ ④

نجد شكل

$\lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{e^x-3}{e^{2x}+7}\right)+x$

$= \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{e^x-3}{e^{2x}+7}\right)+\ln(e^x)$

$= \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{e^x-3}{e^{2x}+7}\times e^x\right)$

$= \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{e^{2x}-3e^x}{e^{2x}+7}\right)$

$= \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{e^{2x}(1-3e^{-x})}{e^{2x}(1+e^{-2x})}\right)$

$= \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{1-3e^{-x}}{1+e^{-2x}}\right)$

$= \ln 1 = 0$

التمرين 1 (7 نقاط)

$g(x) = 1+(1-x)e^x$ (I

$D=]-\infty,+\infty[$

① دراسة تغيرات g

لدينا $\begin{cases} 7a-3b=29 \\ d=29 \\ m=1044 \end{cases}$ ج ف

$a'\times b' = 36$ تعني $a'\times b'\times 29 = 1044$

$7a'-3b'=1$ تكافئ $7a-3b=29$ ،

نضع $a' = \frac{36}{b'}$ تكافئ $a'\times b' = 36$

$7\left(\frac{36}{b'}\right)-3b' = 1$

$\frac{-3b'^2+252}{b'} = 1$ تكافئ

$-3b'^2-b'+252=0$ أي

$b'_2 = \frac{-28}{3}$ مرفوض $b'_1 = 9$ مقبول $\Delta = 3025$

منه $a'=4$ تكافئ $b'=9$

$b=261$ ، $a=116$

$S = \{(116,261)\}$

$\begin{cases} 7a-3b=29 \\ PGCD(a,b)=1 \end{cases}$ ③ حل

$7a = 29+3b$ تكافئ $7a-3b=29$

$a \equiv 2[3]$ تكافئ $7a \equiv 29[3]$

أي $a = 3q+2$

أي $7(3q+2) \equiv 29+3b$

أي $7(3q)-15 \equiv 3b$

$7q-5 = b$

$b = 7q-5$ $(q\in\mathbb{Z})$

لدينا $PGCD(a,b)=1$

بما أن خوارزمية إقليدس لدينا

$PGCD(a,b) = PGCD(b,r)$

$7q-5 = 2(3q+2)+q-9$ | $\frac{7q-5}{q-9}$ | $\frac{3q+2}{2}$

$3q+2 = 3(q-9)+29$ | $\frac{3q+2}{-3q+27}$ | $\frac{q-9}{3}$

$\frac{29}{}$

$PGCD(7q-5,3q+2) = PGCD(q-9,29)$

ولدينا $PGCD(a,b)=1$

أي $PGCD(q-9,29)=1$

أي $q-9 \not\equiv 0[29]$ أي $q \not\equiv 9[29]$

$S = \{(3q+2,7q-5);\ q\in\mathbb{Z}, q\not\equiv 9[29]\}$

التمرين 2 (3 نقاط) (ج 4)

$u_{n+1} = 2u_n-n$ ، $u_0=2$ ①

برهن بالتراجع أن $u_n = 2^n+n+1$ (P) : من أجل كل عدد طبيعي

3as.ency-education.com

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-x$		$+$	ϕ	$-$	
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)			(C_f) تحت (Δ)	

(C_f) يقطع (Δ) في $A(0,1)$

الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ') ذو المعادلة $y=1$

$f(x)-1=\frac{x}{e^x+1}$ إشارة x

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ')			(C_f) فوق (Δ')	

(C_f) يقطع (Δ') في $B(0,1)$

4) أ) دراسة قابلية اشتقاق f على $\mathbb{R}$:

$$f'(x)=\frac{(e^x+1)(e^x+1)-e^x(e^x+x+1)}{(e^x+1)^2}$$

$$=\frac{e^{2x}+2e^x+1-e^{2x}-xe^x-e^x}{(e^x+1)^2}$$

$$=\frac{1+(1-x)e^x}{(e^x+1)^2}=\frac{g(x)}{(e^x+1)^2}$$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

g متزايدة تماما على $]-\infty,\alpha]$

g متناقصة تماما على $[\alpha,+\infty[$

ب) $f(\alpha)=\alpha$ ؟

$g(\alpha)=0$ ، $f(\alpha)=\frac{e^\alpha+\alpha+1}{e^\alpha+1}$ لدينا

$(1-\alpha)e^\alpha=-1$ أي $1+(1-\alpha)e^\alpha=0$ يعني

$e^\alpha=\frac{-1}{1-\alpha}=\frac{1}{\alpha-1}$ أي

$$f(\alpha)=\frac{\frac{1}{\alpha-1}+\alpha+1}{\frac{1}{\alpha-1}+1}$$

$$=\frac{\frac{\alpha^2}{\alpha-1}}{\frac{\alpha}{\alpha-1}}$$

$$=\frac{\alpha^2}{\alpha}=\alpha$$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	ϕ	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	α	↘	1

ج) إثبات أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة $-\alpha$

$$f(-\alpha)=\frac{e^{-\alpha}-\alpha+1}{e^{-\alpha}+1}$$

$$=\frac{\alpha-1-\alpha+1}{\alpha-1+1}$$

$$=0$$

بما أن $e^\alpha=\frac{1}{\alpha-1}$

فإن $\frac{1}{e^\alpha}=\alpha-1$ يعني $e^{-\alpha}=\alpha-1$

$M(-\alpha,0)$ - (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة

(T) مماس (C_f) في $M(-\alpha,0)$ موازي (Δ) لأن (C_f) يقبل مماسا (T) في $M(-\alpha,0)$

$$f'(-\alpha)=\frac{g(-\alpha)}{(e^{-\alpha}+1)^2}=\frac{1+(1+\alpha)e^{-\alpha}}{(e^{-\alpha}+1)^2}=\frac{1+(1+\alpha)(\alpha-1)}{(e^{-\alpha}+1)^2}$$

$$f'(-\alpha)=\frac{\alpha^2}{(\alpha-1+1)^2}=\frac{\alpha^2}{\alpha^2}=1$$

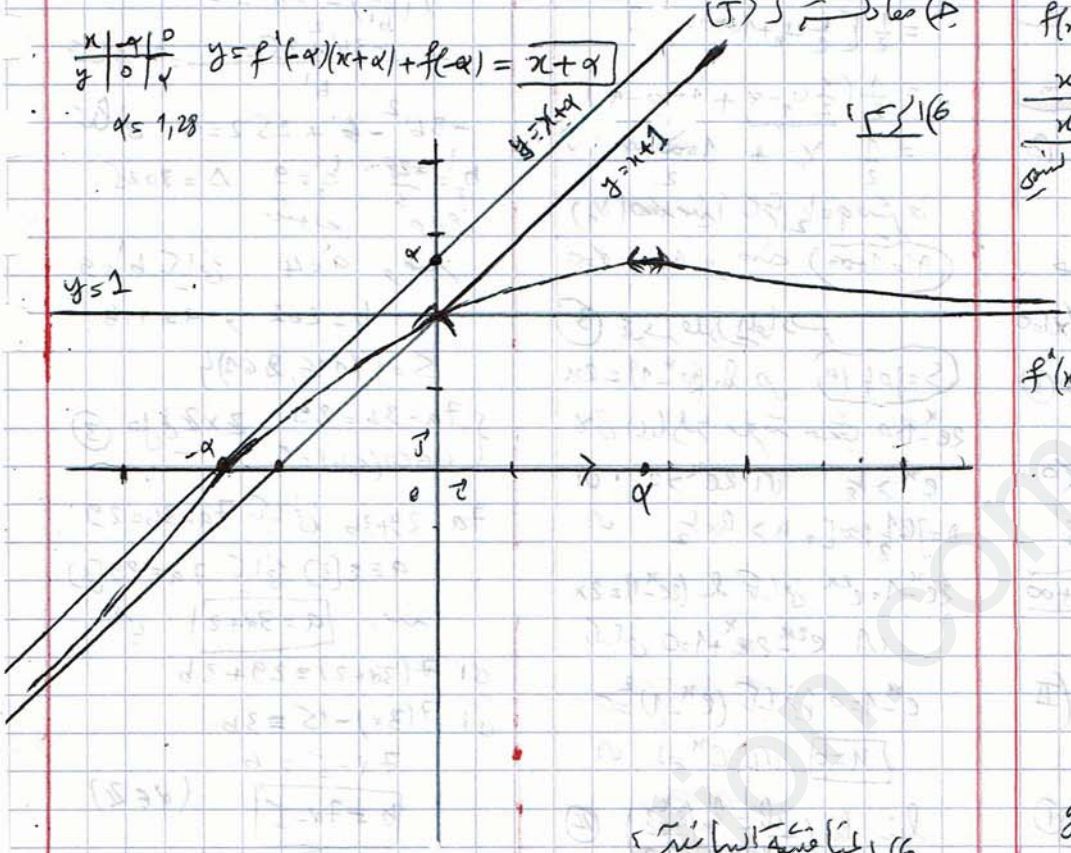
1 : معامل التوجيه لـ (T)

ب) معادلة لـ (T)

x	$-\alpha$		0
y	0	↗	α

$y=f'(-\alpha)(x+\alpha)+f(-\alpha)=x+\alpha$

ج) إنشاء (T)



د) إنشاء (C_f)

$f(x)=x+f(m)$ نبرهن أن (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=x+f(m)$ في نقطتين (Δ) و (T)

أ) $f(m)<1$ يعني $m<0$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

ب) $f(m)=1$ يعني $m=0$ المعادلة تقبل حلا وحيدا معدوما

ج) $1<f(m)<\alpha$ أي $m\in]0,\alpha[$ المعادلة تقبل حلين سالبين

د) $f(m)=\alpha$ أي $m=\alpha$ المعادلة تقبل حلا مخالفا لـ $-\alpha$

الأستاذ : بن سعدي فوزي
ثانوية مليلة قايد - سطيف
2022
بالتوفيق لأبنائنا

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان البكالوريا التجريبي | دورة: ماي 2022

شعبة: التقني رياضي | ثانوية عياش مقلاتي الحاسي

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضـــــــــوع الأول

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 1; u_1 = 3 \\ u_{n+2} = \alpha u_{n+1} - (\alpha - 1)u_n \end{cases}$ بحيث $\alpha \in \mathbb{R} - \{0;1\}$ و $v_n = u_{n+1} - u_n$.

I. نأخذ $\alpha = 2$.

1. بين أن المتتالية (v_n) ثابتة.
2. استنتج أن (u_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

II. نأخذ $\alpha = \frac{3}{2}$.

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدها الأول.
2. اكتب v_n بدلالة n، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).
3. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = 5 - \frac{1}{2^{n-2}}$، ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.
4. احسب بدلالة n المجموع S_n بحيث: $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1. العددان الطبيعيان a_n و b_n بحيث: $a_n = 3^{n+1} - 1$ و $b_n = 3^n$ أوليان فيما بينهما.
2. أساس التعداد الذي يكون فيه: $\overline{2003} = \overline{21} \times \overline{43}$ هو العدد الطبيعي 8.
3. تكون المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \frac{2}{\sqrt{4 - u_n^2}} \end{cases}$ بحيث $\alpha \in [0;2[$ ثابتة من أجل $\alpha = \sqrt{2}$.
4. التمثيل البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس للدالة $x \mapsto \ln x$ يقبل مماسا وحيدا يمر من مبدأ المعلم.

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

التمرين الثالث: 05 نقاط

I. 1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي m بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^m على العدد 13.

2. بين أن العدد $2019^{1443}-3^{2022}+2\times 1990^{1962}$ مضاعف للعدد 13.

3. عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $2^{12m+2}+2m+1\equiv 0[13]$.

II. نعتبر الأعداد الطبيعية a ، b و d بحيث $a=4n+3$ ، $b=7n+2$ و $d=PGCD(a;b)$.

1. بين أن $d=1$ أو $d=13$ ثم أثبت أنه إذا كان $d=13$ فإن: $n\equiv 9[13]$.

2. عين قيمة d من أجل $n=2019^{1954}$.

3. ليكن العددان الطبيعيان: $A=4n^2+7n+3$ و $B=7n^2+9n+2$.

أ) بين أن العددين A و B يقبلان القسمة على $n+1$.

ب) جد بدلالة n وحسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B.

التمرين الرابع: 07 نقاط

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=(x^2+x-1)e^{x+1}+1$.

1. ادرس تغيرات الدالة g.

2. أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما العدد -1 والآخر α بحيث $0,5<\alpha<0,52$.

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x^2-x)e^{x+1}+x-1$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) تحقق أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=(x-1)(exe^x+1)$، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ج) أثبت أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثيتيهما.

2. اكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

3. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

4. أ) احسب $f(1)$ ثم أنشئ كلا من (Δ)، (T) و ارسم (C_f). يعطى $f(\alpha)\approx -1,62$

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=mx-1$ ثلاث حلول متمايزة.

5. أ) بين أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x)=\frac{1}{2}x^2-x+(x^2-3x+3)e^{x+1}$ دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

ب) احسب A مساحة الحيز المحدد بـ: (C_f) وحامل محور الفواصل بين العددين -1 و 1.

انتهـــــــــــى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضـــــوع الثانـــــي

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: $5x-3y=14$ بحيث x و y عددان صحيحان.

1. جد الحل $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) والذي يحقق $y_0=2x_0$، ثم حل المعادلة (E).
2. بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن x و y أوليان فيما بينهما.
3. استنتج قيم العدد الصحيح λ التي تحقق: $\begin{cases}\lambda\equiv 17[3]\\ \lambda\equiv 3[5]\end{cases}$، ثم عين باقي قسمة العدد λ على 15.
4. عين جميع الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) بحيث: $|2x-y|\leq 1$
5. ليكن N عددا طبيعيا يكتب $2\alpha 1\beta$ في النظام ذي الأساس 10 بحيث α و β عددان طبيعيان.
   - ✓ جد الثنائيات $(\alpha;\beta)$ التي من أجلها يكون العدد N قابلا للقسمة على 3 و 5.

التمرين الثاني:05 نقاط

الجزء الأول: في الوثيقة المرفقة (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $I=[0;2]$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$ و

(Δ) المستقيم ذا المعادلة $y=x$، باستعمال الوثيقة المرفقة أجب على السؤالين التاليين:

1. حدد اتجاه تغير الدالة f على المجال I.
2. حدد الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

الجزء الثاني: نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases}u_0=0\\ u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$ و $\begin{cases}v_0=2\\ v_{n+1}=f(v_n)\end{cases}$.

1. باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى لكل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.
2. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $0\leq u_n<1$ و $1<v_n\leq 2$.

   ب) استنتج اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n).
3. أ) بين أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $v_{n+1}-u_{n+1}=\dfrac{3(v_n-u_n)}{(v_n+2)(u_n+2)}$.

   ب) أثبت أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $0<v_{n+1}-u_{n+1}\leq\dfrac{3}{4}(v_n-u_n)$.

   ج) بين أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $0<v_n-u_n\leq\left(\dfrac{3}{4}\right)^n(v_0-u_0)$، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n-u_n)$.

   د) استنتج أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان، ثم احسب نهاية كل من (u_n) و (v_n).

3as.ency-education.com

التمرين الثالث: 04 نقاط

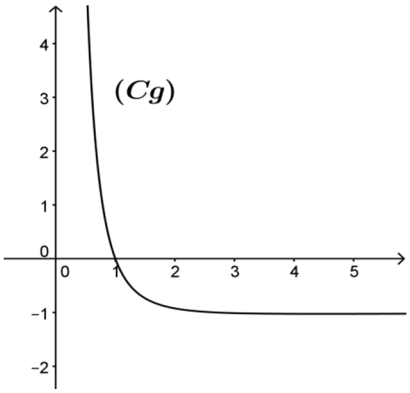
نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على المجال $D=[0;\ln 2]$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^x+1}$، $g(x)=\dfrac{1}{e^x+1}$، وليكن (C_f) و (C_g) تمثيليهما البيانيين على الترتيب في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

نضع $I=\int_0^{\ln 2} f(x)dx$ و $J=\int_0^{\ln 2} g(x)dx$.

1. بين أنه من أجل $x\in D$: $\dfrac{1}{3}\le g(x)\le\dfrac{1}{2}$، ثم أعط حصرا للتكامل J.
2. أثبت أن $I-J=\int_0^{\ln 2}(e^x-1)dx$، ثم استنتج مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و (C_g) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=\ln 2$ و $x=0$.
3. أ) تحقق أنه من أجل $x\in D$: $f(x)=e^x-\dfrac{e^x}{e^x+1}$، ثم احسب التكامل I.

ب) استنتج قيمة التكامل J، ثم فسر النتيجة هندسيا.

التمرين الرابع: 07 نقاط



I. الدالة g معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}-1$، و (C_g) تمثيلها البياني كما هو موضح في الشكل المقابل.

✓ بقراءة بيانية حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. الدالة f معرفة على المجال $]-\infty;2[$ بـ: $f(x)=1-x-\dfrac{\ln(2-x)}{2-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$، ثم احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ <}} f(x)$.
2. أ) بين أنه من أجل $x\in]-\infty;2[$: $f'(x)=g(2-x)$.

ب) استنتج أن الدالة f متزايدة على المجال $[1;2[$ ومتناقصة على المجال $]-\infty;1]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3. عين دون حساب $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
4. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=1-x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

ب) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

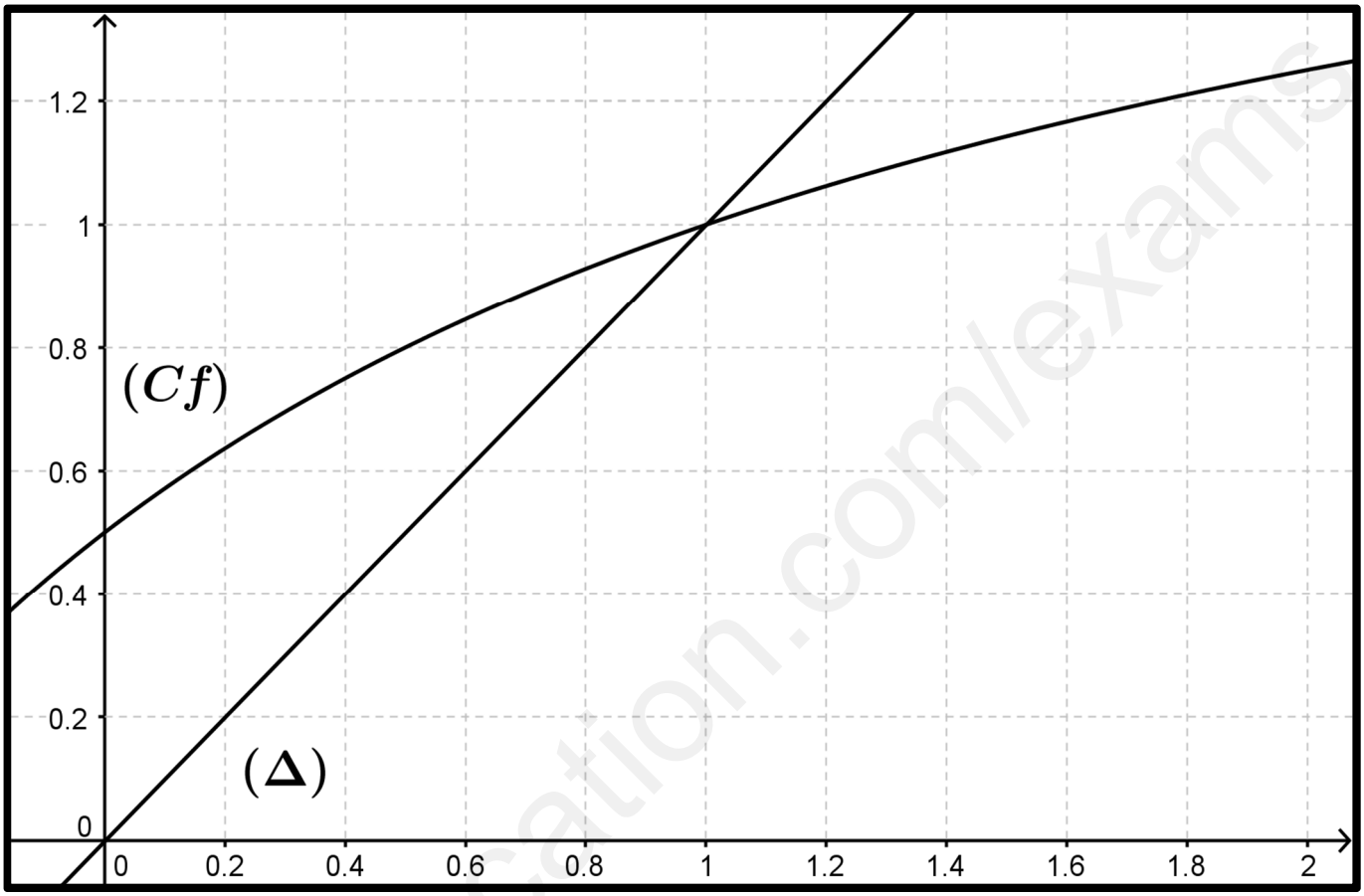
5. أ) احسب $f(0)$، ثم أنشئ (Δ) و ارسم (C_f).

ب) احسب A مساحة الحيز المحدد بـ (C_f)، (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=2-e$ و $x=1$.

انتهـــــــــى الموضـــــوع الثاني

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

الوثيقة المرفقة	
الاسم:	اللقب:



ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

وزارة التربية الوطنية	مديرية التربية لولاية.....	السنة الدراسية
ثانوية		2022/2021
البكالوريا التجريبي	الشعبة :رياضيات وتقني رياضي	المدة : 4 ساعات

التمرين الاول (5 نقط)

حمض الخل هو الاسم الشائع لحمض الايثانويك CH_3COOH لتواجد هذا الاخير في الخل التجاري

1 - يتوفر مخبر ثانوية على قارورة من الخل التجاري تحمل القراءتين $6°$ والتي تعبر عن درجة النقاوة و $1050g/L$ والتي تعبرعن الكتلة الحجمية للمحلول

ا - باستخدام القراءتين احسب C تركيز حمض الايثانويك في القارورة

2- نحضر محلولا S بتخفيف عينة من القارورة 100مرة و نقيس PH المحلول فنجد القيمة 3,4

ا- احسب تركيز المحلول S

ب- اشرح باختصار كيف تم قياس PH المحلول

ج- اكتب معادلة تفاعل حمض الايثانويك مع الماء

د- مثل جدولا لتقدم التفاعل

ب- احسب التركيز النهائي للأنواع في المحلول S واستنتج K_a قيمة ثابت الحموضة للثنائية الموافقة

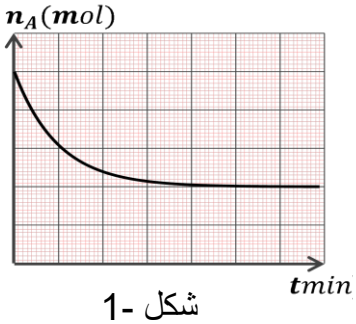
3- 1- نحقق مزيجا يتكون من $n_0(mol)$من حمض الايثانويك النقي و $n_0(mol)$ من كحول صيغته المجملة C_3H_7OH وبعض القطرات من حمض الكبريت المركز ونقسم المزيج على 10 انابيب اختبار و تسد بأحكام وتوضع في حمام مائي درجة حرارته ثابتة

ا - اكتب معادلة التفاعل واذكر خصائصه

ب - مثل جدولا لتقدم التفاعل

ج- لماذا تم استخدام حمض نقي ولم يستخدم محلول الحمض

3- 2- المتابعة الزمنية للتحول مكنت من رسم البيان $n_A = f(t)$ الذي يعبر عن تطور كمية مادة حمض الاثانويك في المزيج شكل -1



شكل -1

ا - اذكر البروتوكول التجريبي الذي مكن من رسم البيان

ب- بتوظيف البيان احسب r مردود التفاعل واستنتج صنف الكحول المستعمل

ب- بين ان ثابت التوازن يعطى بالعبارة $K = \frac{r^2}{(1-r)^2}$ ثم احسب قيمته

ج- اكتب الصيغتين النصف مفصلتين لكل من الكحول والاستر واذكر الاسم الموافق لهما

3- 2- حدد بدلالة n_0 التركيب المولي للمزيج في الانبوب الاخير لحظة اخراجه من الحمام المائي

التمرين الثاني (6 نقط)

1 - قارورة من محلول الماء الاكسيجيني تحمل دلالة تجارية بالحجم 5V والتي تعبر على ان كل $1L$ من الماء الاكسيجيني عند تفككه ذاتيا يحرر $5L$ من غاز ثنائي الاكسجين O_2 في الشرطين النظاميين وفق المعادلة

$$2H_2O_2 \rightarrow O_2 + 2H_2O$$

ا - بين ان التفاعل هو تفاعل اكسدة ارجاع واستنتج الثنائيتين مرجع / مؤكسد

ب - مثل جدولا لتقدم التفاعل

ج- بين بالحساب ان تركيز محلول الماء الاكسيجيني بالقارورة $C \approx 0{,}45mol/L$

2 -1- للتحقق من الدلالة و التركيز المحسوب نمزج عند اللحظة $t = 0$ حجما $V_1 = 100ml$ من محلول الماء الاكسجيني H_2O_2 السابق مع حجم V_2=100ml من محلول يود البوتاسيوم $(K^+ + I^-)$ تركيزه $C_2 = 0{,}9mol/L$ ونضيف للمزيج كمية كافية من حمض الكبريت H_2SO_4

3as.ency-education.com

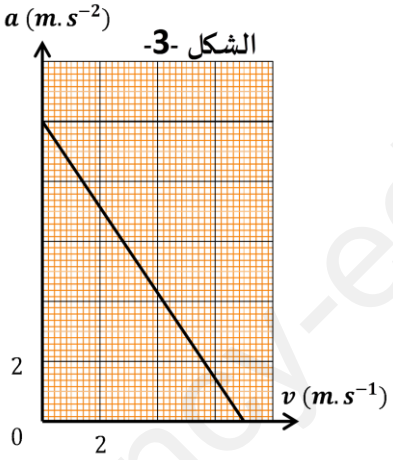
ا- اكتب معادلتي نصف الاكسدة و نصف الارجاع ثم معادلة الاكسدة الارجاعية
ب- ماهو دور حمض الكبريت
ج- مثل جدولا لتقدم التفاعل
د- اكتب عبارة التقدم x بدلالة كمية مادة ثنائي اليود I_2
2 - 2- لمتابعة التحول زمنيا ناخذ من المزيج حجما $V_0 = 10ml$ ويوضع مباشرة في الماء البارد ونعايره بمحلول ثيو كبريتات الصوديوم $(Na^+ + 2S_2O_3^{-2})$ تركيزه $C_3 = 0,7mol/L$ بوجود مطبوخ النشاء ونسجل الحجم V_E اللازم لبلوغ نقطة التكافؤ ونكرر التجربة في لحظات زمنية متتالية لنحصل على جدول القياسات التالي

$t(min)$	00,0	5 ,00	10.0	20,0	30.0	40,0	50,0	60.0	70.0
$V_E(ml)$	00,0	2,4	3,8	5,2	5,6	5,8	5,90	6,0	6 ,0

يعطى تفاعل المعايرة بالمعادلة $I_2 + 2S_2O_3^{-2} \rightarrow 2^- + S_4O_6^{-2}$
ا- لماذا توضع العينة في الجليد وما هو دور مطبوخ النشاء
ب- ارسم البيان $V_E = f(t)$
ج- بتوظيف البيان احسب كمية المادة النهائية من ثنائي اليود في المزيج السابق واستنتج المتفاعل المحد من المتفاعلين H_2O_2 و I^-
- احسب C تركيز محلول الماء الاكسجيني وهل توافق القيمة المحسوبة سابقا
- بين ان السرعة اللحظية للتفاعل تعطي بالعلاقة $v = 10C_3\frac{dV_E}{dt}$ واحسب قيمتها العظمى
تعطى الثنائيات H_2O_2/H_2O I_2/I^-
الحجم المولي في الشرطين النظاميين $22,4L/mol$

التمرين الثالث (4 نقط)

1- تسقط كرة تنس كتلتها $m = 3,5$ g، ونصف قطرها $r = 1,9\ cm$ في الهواء بدون سرعة ابتدائية. عند اللحظة $t = 0$
تخضع الكرة اثناء السقوط الى قوة ثقلها P ودافعة ارخميدس π ومقاومة الهواء التي تعطى بالعبارة $f = kv$ حيث k ثابت الاحتكاك و v سرعة الكرة
أ-حدد الوحدة الدولية للثابت k بتوظيف التحليل البعدي
ب- قارن بين شدة القوتين P و π، ماذا تستنتج؟
ج- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن استنتج المعادلة التفاضلية للسرعة .
2- يوضح الشكل-3- تغير التسارع a بدلالة تغير السرعة v

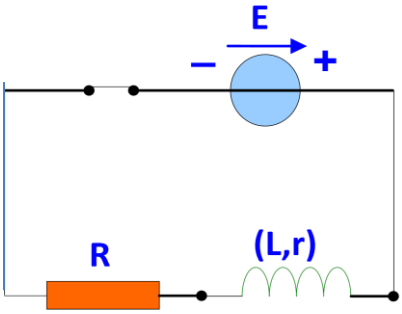


الشكل -3-

أ- فسر تطور التسارع حسب البيان
ب- عين بيانيا قيمة السرعة الحدية v_l والتسارع الابتدائي a_0
ج- تحقق مم تم استنتاجه في السؤال 1- ب
د – احسب قيمة ثابت الاحتكاك k
3- اعد رسم البيان اذا اهمل تأثير الهواء على الكرة
$\rho_{air} = 1,3\ kg.m^{-3}$

ency-education.com/exams

التمرين الرابع (5 نقط)



1- من اجل قياس L ذاتية وشيعة و r مقاومتها الداخلية نربط الوشيعة على التسلسل مع مولد قوته المحركة الكهربائية E و ناقل أومي مقاومته $R = 10\Omega$ حسب الشكل المقابل وتغلق القاطعة عند $t = 0$

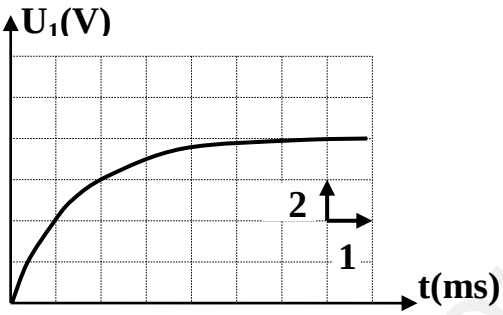
أ- مثل على الشكل جهة التيار i وباسم جهت التوترات

ب- بين ان المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار تعطي بالعبارة $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} i(t) = \frac{I_0}{\tau}$ حيث I_0 شدة التيار في النظام الدائم و τ ثابت الزمن

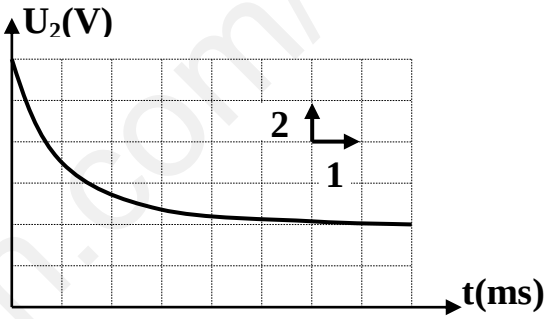
ج- تحقق ان حل المعادلة التفاضلية هو $i(t) = I_0(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})$

د- بتوظيف المعادلة التفاضلية بين ان τ متجانس مع

2- لمشاهدة تطور التوترين U_R و U_b التوتر بين طرفي الناقل الاومي والوشيعة على الترتيب نصل طرفي كل ثنائي قطب بمدخل راسم الاهتزاز فتشاهد البيانين 1 و 2



البيان- 1



البيان- 2

ا- انسب كل توتر الى كل بيان مع التعليل

ب- باستخدام البيانين

استنتج قيمة E القوة المحركة الكهربائية للمولد

بين ان $r = \frac{R}{2}$ ثم احسب قيمة r

عين ثابت الزمن τ ثم احسب قيمة L

ج- اكتب بدلالة الزمن t عبارة الطاقة المخزنة في الوشيعة واستنتج قيمتها في النظام الدائم

د- كيف نتصرف تجريبيا لفتح القاطعة من اجل حماية عناصر الدارة

ency-education.com/exams

BACBLANC2022GHADAIA2MATHS.T

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية غرداية — **ثانويات المقاطعة التفتيشية غرداية 02**

امتحان البكالوريا التجريبي — **دورة: ماي 2022**

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 04 سـ ا و30د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول :(04 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل

1) قيمة التكامل I حيث $I=\int_0^1 \ln(x+1)dx$ تساوي $-1+\ln 4$.

2) إذا كان العدد الصحيح x حلا للمعادلة $x^2+x\equiv 2[6]$ فإن $x\equiv 2[6]$.

3) (U_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ ب: $U_n=\ln(n+2)-\ln(n+1)$ فإن: $U_1+U_2+...+U_n=\ln\left(\frac{n+2}{2}\right)$.

4) g هو الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y'+y+1=0$ حيث $g(\ln 2)=0$ هو $g(x)=-1-2e^{-x}$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة $(E)...4x-13y=7$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x و y عددان صحيحان

1) أ- تحقق أن العددين 4 و 13 أوليان فيما بينهما ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا .

ب- عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق: $x_0-y_0=4$ ثم استنتج حلول المعادلة (E).

2) عين كل الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الصحيحة حلول المعادلة (E) التي تحقق $|13x+y-33|<379$.

3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين x و y

أ- ماهي القيم الممكنة ل d إذا كان $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) .

ب- عين الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة (E) التي تحقق $d=7$ و $x+y<400$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

لتكن المتتالية العددية (U_n) المعرفة كما يلي: $U_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $U_{n+1}=\frac{4U_n}{U_n+2}$.

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le U_n<2$.

ب- حدد اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج تقاربها.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n=1-\frac{2}{U_n}$.

أ- بين أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب- أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .

ج- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

3as.ency-education.com

3) احسب بدلالة n المجموع $S_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + ... + \frac{1}{U_n}$.

4) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|U_{n+1} - 2| \leq \frac{2}{3}|U_n - 2|$.

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|U_n - 2| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(x) = (2-x)e^x - 1$

1) ادرس تغيرات الدالة h ثم أنشئ جدول تغيراتها.

2) أثبت أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $1.8 < \alpha < 1.9$ و $-1.2 < \beta < -1.1$ ثم استنتج إشارة h على $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$ و (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد $(O; \vec{I}, \vec{J})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = \frac{h(x)}{(e^x - x)^2}$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - x = \frac{(1-x)(e^x - x - 1)}{e^x - x}$.

ب- استنتج وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ ، علما أنّه من أجل كل x ومن $\mathbb{R}$: $e^x - x - 1 \geq 0$.

4) أ- أوجد معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$.

ب- أنشئ كلا من (Δ) و (T) ثم (C_f) . نأخذ $(f(\alpha) = 1.19$, $f(\beta) = -0.47)$.

5) احسب بالسنتيمتر مربع مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = 1$.

6) أ- m وسيط حقيقي بين أن المستقيمات (Δ_m) ذات المعادلة $y = mx + 1 - m$ تتقاطع في نقطة وحيدة يطلب تعيينها .

ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx + 1 - m$.

انتهى الموضوع الأول

ency-education.com/exams

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تقني رياضي /البكالوريا التجريبي 2022

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير.

1) الحل العام للمعادلة التفاضلية $y'-\sin(3x)=0$ هي الدوال :

أ) $y=3\cos(3x)+c$ ب) $y=-\frac{1}{3}\cos(3x)+c$ ج) $y=-3\cos(3x)+c$ (c عدد حقيقي)

2) مجموعة حلول المتراجحة $e^{2x}+6<5e^{x}$ هي

أ) $s=]\ln 2;\ln 3[$ ب) $s=]2;3[$ ج) $s=]-\infty;\ln 2[\cup]\ln 3;+\infty[$

3) يكتب العدد 1962 في نظام التعداد ذي الأساس x بالشكل $\overline{3652}$ قيمة x هي:

أ) 8 ب) 6 ج) 5

4) إذا كانت الأعداد $1-e^{-2}$, $e^{-2}-e^{-4}$ و α تشكل بهذا الترتيب حدودا متعاقبة من متتالية هندسية فإن :

أ) $\alpha=1-e^{-4}$ ب) $\alpha=e^{-2}-e^{-6}$ ج) $\alpha=e^{-4}-e^{-6}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $U_0=4e^3$, ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=2\sqrt{U_n}$

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $U_n>4$.

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) . ماذا تستنتج؟

2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $V_n=\ln U_n-2\ln 2$

أ- أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول V_0 .

ب- أكتب V_n بدلالة n ثم أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n $U_n=4e^{\frac{3}{2^n}}$, ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$.

3) أوجد قيمة العدد الطبيعي n حيث $V_0+V_1+...+V_n=6(1-e^{-2022\ln 2})$.

4) احسب بدلالة n الجداء $S_n=U_0\times U_1\times...\times U_n$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) ادرس حسب العدد الطبيعي n بواقي قسمة 9^n على 11 .

2) بين أن $2021^{2023}\equiv 1[5]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2022^{2021^{2023}}$ على 11 .

3) استنتج أن العدد $(2022^{1443}+1443^{2021}+1962^{1954}+3)$ مضاعف لـ 11 .

ency-education.com/exams

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $9^{2020n+2022}+5\times 9^{10n-2}+3\equiv 0[11]$.

5) عين قيم العدد الطبيعي n يكون العدد الطبيعي $(1962^{1954}+n^2-4)$ مضاعفا للعدد 11.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+\ln x-\ln(2e)$.

1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين 1,2 و 1,3 ثم تحقق أن $\ln\alpha=1-\alpha^2+\ln 2$.

3) عين حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{\ln 2-\ln x}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا, ثم أثبت أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج)- بين أن $f(\alpha)=2\alpha-\dfrac{1}{\alpha}$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

3) أ- أثبت أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معادلته $y=x-\dfrac{1}{2e}$ في نقطة A يطلب تعيين احداثياتها.

4) أ-ارسم (T) و (Δ) ثم (C_f). .

ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط λ عدد حلول المعادلة $\dfrac{2e^{\lambda x}}{x}=1$.

5) احسب التكامل A حيث $A=\int_1^e \dfrac{\ln 2-\ln x}{x}dx$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

انتهى الموضوع الثاني

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية المغير
امتحان البكالوريا التجريبي
(دورة: مـــــــاي 2022)

ثانوية الشيـــخ محمد
المقرانـــي ـ جامـــعة
الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة الرياضيات

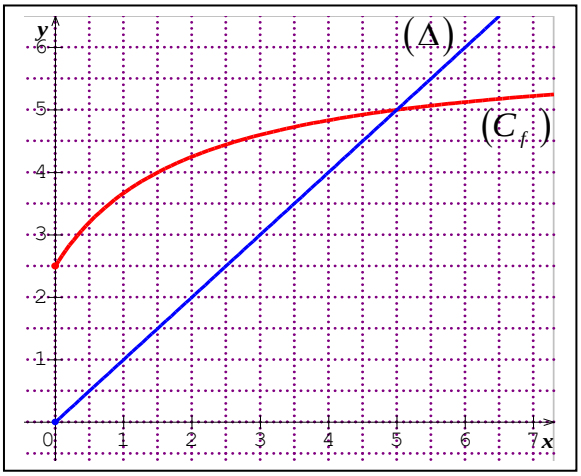
المـدة : 4 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول (20 نقطة)

التمرين الأول : (05 نقاط)

المنحنى (C_f) في الشكل المقابل هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{6x+5}{x+2}$ و (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$.



1. بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0,+\infty[$.
2. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.
   أ) على الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل و دون حسابها الحدود u_0, u_1, u_2, u_3.
   ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.
3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $1\le u_n\le 5$.
4. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، و ماذا تستنتج حول تقاربها.
5. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=\dfrac{u_n-5}{u_n+1}$.
   أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
   ب) عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.
6. احسب المجموع S_n حيث: $S_n=\dfrac{1}{u_0+1}+\dfrac{1}{u_1+1}+.....\dfrac{1}{u_n+1}$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y التالية: (E)..... $11x-5y=2$.

1. أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x,y) من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن: $y\equiv 4[11]$.
   ب) استنتج حلول المعادلة (E).
2. ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم. نضع: $a=5n+2$ و $b=11n+4$.
   أ) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b.
   ب) عين قيم n بحيث يكون $PGCD(a,b)=2$.
   ج) استنتج قيم n بحيث يكون العددان a و b أوليان فيما بينهما.

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 10.

ب) استنتج رقم آحاد كلا من العددين التاليين: 7^{2022} و 7^{1443}.

ج) عين كل الثنائيات (x,y) من $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ حلول المعادلة (E) و التي تحقق: $7^{y-2x} \equiv 9[10]$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

1. تحقق أن: $5^6 \equiv 1[7]$ و استنتج أن: $5^{1443} \equiv -1[7]$.

2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = 1+5+5^2+5^3+.....+5^n$.

أ) بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ أن: $4S_n = 5^{n+1}-1$ و استنتج أن S_n و 5^n أوليان فيما بينهما.

ب) ليكن العدد الصحيح a. بين أن $4S_n \equiv a[7]$ إذا وفقط إذا كان $S_n \equiv 2a[7]$.

ج) بين أن $4S_{1442} \equiv 5[7]$ و استنتج باقي قسمة S_{1442} على 7.

د) عين أصغر عدد طبيعي غير معدوم n بحيث يكون 7 قاسما لـ S_n.

3. ليكن n عدد طبيعي غير معدوم. نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E).....5^n x + S_n y = 1$.

أ) تحقق أن الثنائية $(5,-4)$ حل للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

ب) استنتج حلول الجملة $\begin{cases} 5^n x - s_n y = 7 \\ PGCD(x,y) = 7 \end{cases}$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء I : نعتبر الدالة العددية g_α المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g_\alpha(x) = x^2 - 1 + \alpha \ln x$ وليكن (c_α) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$ و α عدد حقيقي.

1. ناقش حسب قيم α وجود و عدد النقط الحدية للمنحني (c_α).

2. فيما يلي نفرض $\alpha = 1$ و نضع $g_1 = g$.

أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

الجزء II : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = -x + 1 + \dfrac{\ln x}{x}$.

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. أ) بين أن المنحني (c_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس وضعية (c_f) بالنسبة إلى (Δ) على المجال $]0;+\infty[$.

3. أ) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ أن: $f'(x) = -\dfrac{g(x)}{x^2}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (c_f).

3as.ency-education.com

4. أ) بين أن الدالة F المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $F(x)=\dfrac{(\ln x)^2}{2}$ أصلية للدالة $x\mapsto \dfrac{\ln x}{x}$.

ب) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=\dfrac{1}{2}$ و $x=1$.

الجزء III :نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $h(x)=|x|-1-\dfrac{\ln|x|}{|x|}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. بين أن الدالة h زوجية.

2. اشرح كيف يتم رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق (استعمل الألوان).

3. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حيث $m\neq 0$ عدد و إ شارة حلول المعادلة $e^{h(x)}=|m|$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني (20 نقطة)

التمرين الأول : (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=6$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1}=\sqrt{u_n+3}-3$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $-2\leq u_n\leq 6$.

2. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-(u_n+2)(u_n+3)}{\sqrt{u_n+3}+u_n+3}$.

ب) ادرس اتجاه تغيير المتتالية (u_n) ثم برر تقاربها.

3. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $0\leq u_{n+1}+2\leq \dfrac{1}{2}(u_n+2)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $0\leq u_n+2\leq 8\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

4. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n=u_0+u_1+...+u_n$. بين أن $-2(n+1)\leq S_n\leq 16\left(1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}\right)-2(n+1)$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1. نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: (E)..... $63x+5y=159$.

أ) تحقق أن العددين 63 و 5 أوليان فيما بينهما ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا.

ب) عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق: $x_0+y_0=-3$ ثم استنتج حلول المعادلة (E).

ج) عين كل الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق: $|13x+y-33|<4$.

2. A عدد طبيعي يكتب $\overline{5\alpha 0\alpha}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 و يكتب $\overline{\beta 10\beta 0}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

أ) جد العددين الطبيعيين α و β ثم اكتب العدد $(A+7)$ في النظام العشري.

ب) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

ج) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $\begin{cases}3^{4n}+3^n-A\equiv 0[5]\\ n\equiv 0[3]\end{cases}$ و $35<n<65$.

3as.ency-education.com

التمرين الثالث : (04 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدودها موجبة تماما تحقق: $\begin{cases} u_1+2u_2+u_3=100 \\ u_1\times u_3=256 \end{cases}$.

1. أ) احسب u_2 ثم u_1 و u_3.

ب) احسب q أساس المتتالية (u_n) ثم عبر عن u_n بدلالة n.

2. احسب المجموع بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+u_3+.....+u_n$، ثم الجداء $P_n=u_0\times u_1\times u_3\times.....\times u_n$.

3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 5.

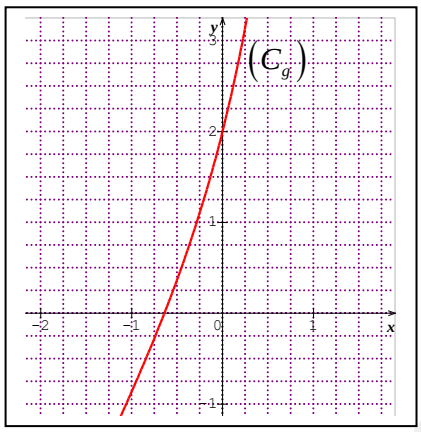
ب) بين أن العدد $2\times 47^{1443}+7^{2022}$ مضاعف للعدد 5.

ج) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $1954^{1443}+1979^{2022}+5n-2$ على 5.

4. من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع $T_n=\frac{1}{\ln 2}\left[\ln 4+\ln 4^2+.....+\ln 4^n\right]$.

احسب T_n بدلالة n ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $T_n+7^{2022}-n^2\equiv 0[5]$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)



الجزء I : المنحنى البياني (c_g) في الشكل المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2x+1+e^{2x}$.

1. شكل جدول تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

2. أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $[-0.7;-0.6]$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء II : نعتبر الدالة العددية f المعرفة $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-x+(x+1)e^{-2x}$

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x+1$ مقارب مائل للمنحني (c_f) بجوار $+\infty$.

ب) ادرس وضعية (c_f) بالنسبة إلى (Δ) على $\mathbb{R}$.

3. أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ أن: $f'(x)=-g(x)e^{-2x}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) أثبت أن المنحني (c_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) عند نقطة يطلب تعيين فاصلتها، حيث $(T):-x+1+\frac{1}{2}e$.

4. بين أن $f(\alpha)=\frac{-2\alpha^2}{2\alpha+1}$ ثم أوجد حصرا لـ $f(\alpha)$.

5. احسب $f(0)$ و $f(1)$، ثم ارسم (Δ)، (T) و (c_f). نأخذ $f(\alpha)\simeq 2.9$.

6. عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث المعادلة $f(x)=-x+m$ تقبل حلين سالبين تماما.

3as.ency-education.com

7. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $I_n = \int_0^1 x^n e^{-2x} dx$.

أ) بين أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x) = -\frac{1}{4}(2x+1)e^{-2x}$ أصلية للدالة $x \mapsto xe^{-2x}$.

ب) بين باستعمال المكاملة بالتجزئة أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n أن: $I_{n+1} = -\frac{e^{-2}}{2} + \frac{1}{2}(n+1)I_n$.

ج) λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 0$ ، ليكن العدد الحقيقي $A(\lambda)$ حيث $A(\lambda) = \int_0^{\lambda} [f(x) - (-x+1)]dx$.

* بين أن $A(\lambda) = \frac{1}{4}\left[3 - \frac{2\lambda+3}{e^{2\lambda}}\right]$. * ماذا يمثل العدد $A(\lambda)$. * احسب $\lim_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$.

انتهى الموضوع الثاني

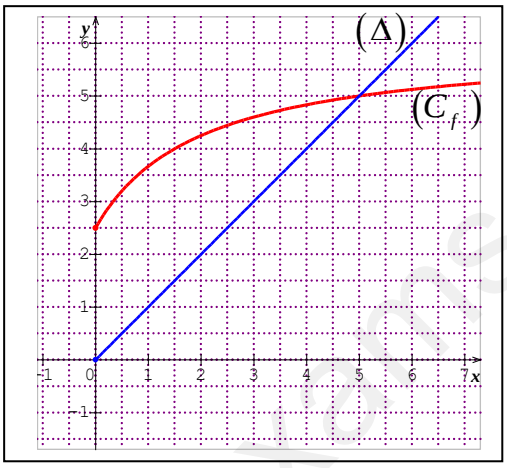
ency-education.com/exams

مع تمنياتنا لطلبتنا الأعزاء بالتوفيق و النجاح و السداد في شهادة البكالوريا 2022

3as.ency-education.com

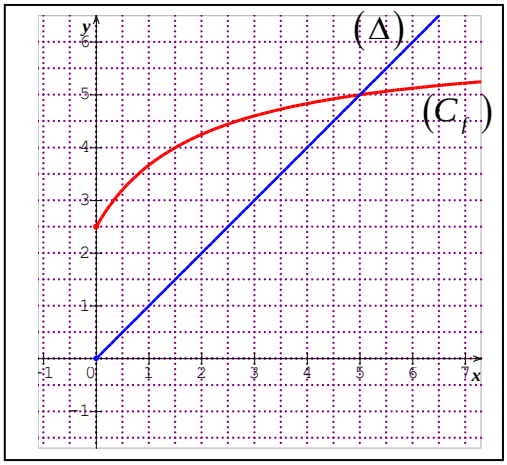
الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب:.....القسم:.....



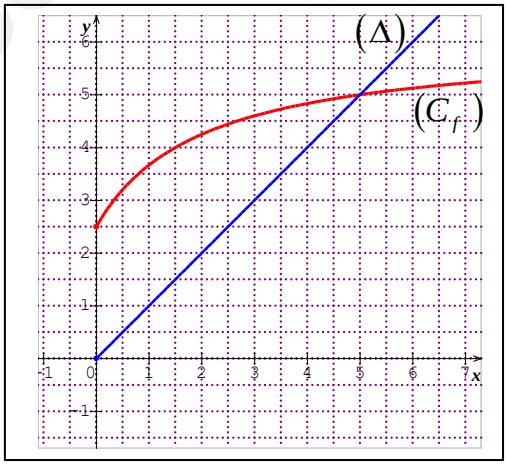
الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب.....القسم:.....



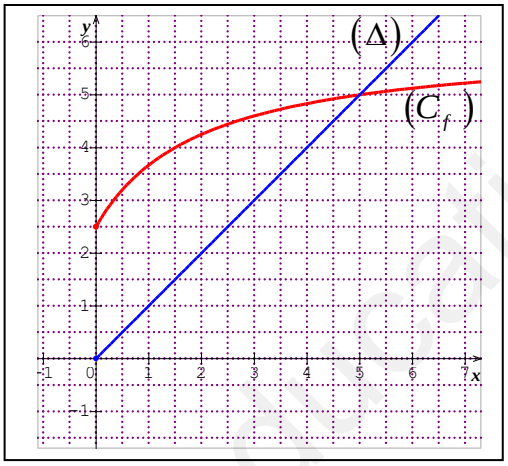
الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب:.....القسم:.....



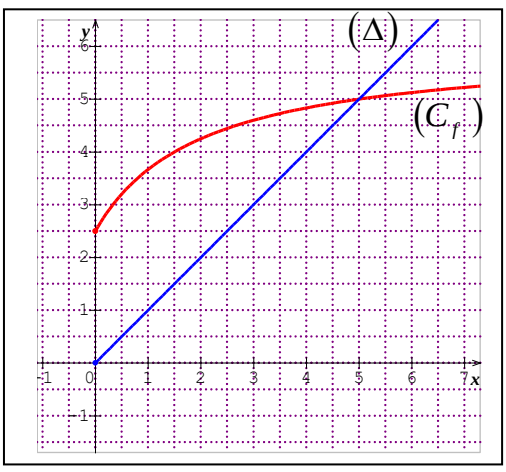
الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب.....القسم:.....



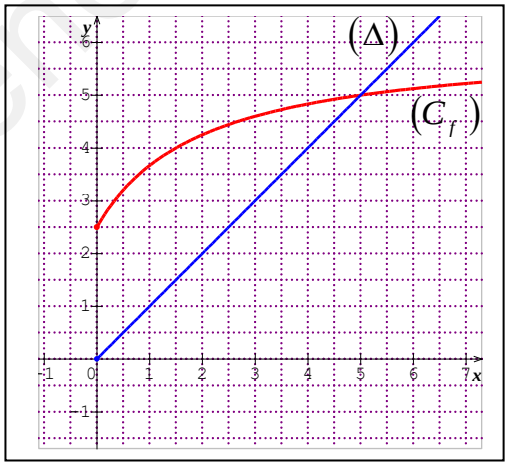
الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب:.....القسم:.....



الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب.....القسم:.....



ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **(دورة ماي 2022)**

مديرية التربية لولاية البليدة **الشعبة : تقني رياضي**

امتحان البكالوريا التجريبي لثانويات مدينة مفتاح **المـدة : 4ساعات و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول :

التمرين الأول :4 ن

(u_n)متتالية معرفة على Nبـ: $u_0=\frac{3}{2}$ ومن أجل كل n من N : $u_{n+1}=\frac{6u_n-2}{u_n+3}$

1) أ ـ بين أنه من أجل كل n من N : $u_{n+1}=6-\frac{20}{u_n+3}$

ب ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N : $\frac{3}{2}\le u_n\le 2$

ج ـ بين أن المتتالية (u_n)متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

2) أ ـ بين أنه من أجل كل n من N : $0\le 2-u_{n+1}\le\frac{8}{9}(2-u_n)$

ب ـ استنتج أنهمن أجل كل n من N : $0\le 2-u_n\le\frac{1}{2}\times\left(\frac{8}{9}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الثاني :4 ن

1)نعتبر المعادلة (E)ذات المجهولين الصحيحين xو yحيث: $11x-5y=2$

أ*/ أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$من $\mathbb{Z}^2$حلا للمعادلة (E)فإن $y\equiv 4[11]$.

ب*/ استنتج حلول المعادلة (E).

2)ليكن nعددا طبيعيا غير معدوم ، نضع : $a=5n+2$و $b=11n+4$.

أ*/ عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين aو b.

ب*/عين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم nبحيث يكون: $PGCD(a;b)=2$.

ج*/ استنتج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم nبحيث يكون العددان aو bأوليان فيما بينهما.

3)من أجل كل عدد طبيعي n، نضع : $A=5n^2+7n+2$و $B=11n^2+15n+4$.

أ*/ بين أن العدد $(n+1)$يقسم كل من العددين Aو B.

ب*/استنتج حسب قيم nالقاسم المشترك الأكبر للعددين Aو B.

التمرين الثالث : 4ن

اجب بصحيح ام خاطئ مع التبرير

ency-education.com/exams

جلال دومان
رياضيات
ثانوية الكفيف / احمد مفتاح

1- المعادلة ذات المجهول x تقبل حلين في IR هما e و 1

$$2(\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$$

2- f دالة معرفة على $IR-\{0\ ;1\}$ بـ $f(x) = (x-1)\ln\left(\left|\frac{x-1}{x}\right|\right) - \ln(|x|)$

من اجل $x \in IR-\{0\ ;1\}$: $f(1-x) = f(x)$

3- نعتبر المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x $(2e^x - 2e)(e^{1-x} - 1) > 0$

مجموعة حلول المتراجحة هي : $[1;e]$

4- حل المعادلة التفاضلية : $(1) \neq 3$ $2y + 4y' = 8y$ هو : $f(x) = e^{2x+2}$

التمرين الرابع:8 ن

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - e + \ln\left(1 + 2e^{-2(x-e)}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

1) أ*/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln\left(2 + e^{2(x-e)}\right)$

ب */ احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ج*/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ*/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتاهما:

$y = x - e$ و $y = -x + \ln 2 + e$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$ على الترتيب.

ب*/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D').

ج*/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{1}{2}\ln 2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f).

3) أرسم (Δ) ، (D) ، (D') و (C_f)

4) ليكن (D_m) المستقيم الذي معادلته : $y = m\,x - m\left(e + \frac{\ln 2}{2}\right) + \frac{\ln 2}{2}$ حيث m وسيط حقيقي.

أ*/ بين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2} + e\ ;\ \frac{\ln 2}{2}\right)$.

ب*/ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f) .

5) نضع: $I = \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} \left[f(x) - (x-e)\right]dx$ ، $I_n = \int_0^1 \ln\left(1 + X^n\right)dX$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ*/ فسر هندسيا العدد I واحسب العدد I_1 .

ب*/ بين أن: $0 \le I_n \le \ln 2$

ج*/ عين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

ency-education.com/exams

الموضوع الثاني :

التمرين الأول:4ن (u_n) و (v_n) متتاليتان عدديتان معرفتان من أجل كل عدد طبيعي n : بـ $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$ و

$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n + 3 \end{cases}$$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n = 2^{n+1} + 1$ هل العددان u_n و u_{n+1} أوليان فيما بينهما ؟

2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 5

ثم أستنتج باقي القسمة الأقليدية للعدد 2017^{1438} على 5

3) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n فإن $2u_n - v_n = 5$ ثم أستنتج عبارة v_n بدلالة.

4) عين القيم الممكنة للعدد الطبيعي $PGCD(u_n ; v_n)$

ثم أستنتج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $PGCD(u_n ; v_n) = 5$

التمرين الثاني : 4ن لتكن (u_n) متتالية معرفة بـ $u_0 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}$.

1) عين العددين الحقيقيين a ، b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 4}$.ثم برهن بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 < u_n < 1$.

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ؛ ثم استنتج أن (u_n) متقاربة

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n}$.

بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أكتب v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

4) ثم أحسب المجموع : $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{5}{v_1} + \frac{5^2}{v_2} + ... + \frac{5^n}{v_n}$

التمرين الثالث :4ن

لكل سؤال أجوبة مقترحة أحدها– فقط – صحيح، يطلب تحديده مع التبرير.

1 – في مجموعة الأعداد الصحيحة، المعادلة: $x^2 + x + 3 \equiv 0$ [5].

(أ) لا تقبل حلولا (ب) حلولها زوجية. (جـ)حلولها تحقق $x \equiv 2$ [6] (د) حلولها تحقق $x \equiv 1$[5] أو $x \equiv 3$[5] .

2 –نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة التالية : $24x + 34y = 2$ ...(1) .

(أ) حلول المعادلة (1) من الشكل : $(x;y) = (17k - 7 ; 5 - 12k)$.

(ب) حلول المعادلة (1) من الشكل : $(x;y) = (-7k ; 5k)$.

(جـ)حلول المعادلة (1) من الشكل : $(x;y) = (34k - 7 ; 5 - 24k)$.

(د) المعادلة (1) لا تقبل حلولا .

ency-education.com/exams

3- N عدد طبيعي يكتب : $\overline{421}$ في النظام ذي الأساس 5 .

العدد N يكتب في النظام ذي الأساس 6 بالشكل : (أ) $\overline{421}$ (ب) $\overline{111}$ (جـ) $\overline{303}$ (د) $\overline{222}$.

4 - نعتبر متتالية لتكاملا التالية $I_n=\int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x}dx$ حيث $n\in\mathbb{N}$

ا) $I_0=\left[\ln(1+e^x)\right]_0^1$ ب) $I_1=\left(\frac{1+e}{2}\right)$ ج) من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $I_{n+1}+I_n=\frac{1}{n}(e^n-1)$

التمرين الرابع :8ن

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $g(x)=1+x+e^x$

1 / ادرس تغيرات الدالة g

2 / برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α . تحقق أن α من المجال $]-1.2;-1.3[$.

3 / حدد تبعا لقيم x إشارة $g(x)$ ، ثم استنتج إشارة $g(-x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\frac{xe^x}{1+e^x}$ نسمي (Γ) المنحنى البياني لها .

1 / أ . أكتب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ ثم ادرس تغيرات الدالة f .

ب . برهن أن $f(\alpha)=1+\alpha$ . .

جـ . برهن أن المنحنى (Γ) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y=x$.

د . اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (Γ) عند النقطة O مبدأ المعلم ، ثم ادرس وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة للمماس (T)

هـ . ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ المنحنى (Γ) و (Δ) (تؤخذ $2cm$ كوحدة).

2 / H نقطة فاصلتها x (حيث $x\succ 0$) وترتيبها معدوم ،المستقيم الموازي للمحور (yy') والمار من H يقطع (Γ) في النقطة M ويقطع المقارب (Δ) في النقطة N ، نضع $\varphi(x)=MN$.

أ . بين أن $\varphi(x)=\frac{x}{1+e^x}$.

ب . برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $\varphi'(x)=\frac{e^x}{\left(1+e^x\right)^2}\cdot g(-x)$.

واستنتج أن MN يكون أكبر ما يمكن عندما $x=-\alpha$.

جـ . برهن أن $f(-\alpha)=1$.

د. برهن أن المماس للمنحنى (Γ) عند النقطة A ذات الفاصلة $(-\alpha)$ يوازي المستقيم (Δ) .اكتب معادلته ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

3 / ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية: $me^x+m+x=0$.

4 / أ . برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 1$ لدينا : $\frac{e^x}{1+e^x}\leq f(x)\leq x$.

ب . استنتج باستعمال المتباينة السابقة حصرا لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (Γ) والمستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=1$ و $x=-\alpha$.

لو كنت تملك الرغبة في النجاح فقد قطعت نصف الطريق نحو النجاح ولو كنت لا تملك الرغبة فقد قطعت نصف الطريق نحو الفشل

بالتوفيق في بكالوريا 2022

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية سطيف
المستوى: الثالثة ثانوي
الشعب:علوم تجريبية - تقني رياضي

الأستاذ : عجيسي نواري
دورة : جـــــــوان 2022
التاريخ: 05 جـــوان 2022

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات
المدة: 3سا(ع.ت) 4سا (ت.ر)

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

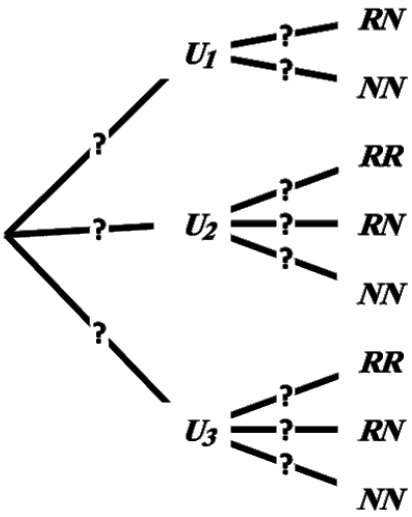
التمرين الأول: (04 نقاط) (خاص بشعبة علوم تجريبية)

لدينا 3 صناديق U_1, U_2, U_3 يحتوي الصندوق U_1 على كرة حمراء واحدة و 9 كرات سوداء، الصندوق U_2 يحتوي على كرتين حمراوين و 8 كرات سوداء، أما الصندوق U_3 يحتوي على ثلاث كرات حمراء و 7 كرات سوداء .

نختار عشوائيا صندوقا من الصناديق الثلاثة و نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق المختار

لتكن الأحداث : RR " الحصول على كرتين حمراوين " و NN "الحصول على كرتين سوداوين " ,

و NR " الحصول على كرتين مختلفتين في اللون "



1) انقل ثم اتمم شجرة الاحتمالات

2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) حدد قيم المتغير العشوائي X , ثم بين أن $p(X=2)=\frac{4}{135}$

ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X , ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

3) علما أننا حصلنا على كرتين حمراوين، ما احتمال أن يكون السحب من الصندوق U_3

التمرين الأول : (04 نقاط) (خاص بشعبة تقني رياضي)

1) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $11x-5y=2$

أ) اثبت انه إذا كانت الثنائية (x,y) من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن : $y\equiv 4[11]$

ب) استنتج حلول المعادلة (E)

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم، نضع $a=5n+2$ و $b=11n+4$

أ) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b

ب) عين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون : $PGCD(a;b)=2$

ج) استنتج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون العددان a و b أوليان فيما بينهما

3) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع $A=5n^2+7n+2$ و $B=11n^2+15n+4$

أ) بين أن العدد $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B

ب) استنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

3as.ency-education.com

التمرين الثاني: (05 نقاط)

لتكن المعادلة التفاضلية $y'-3y=0.....(1)$

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية (1) ثم عين الحل الخاص f الذي يأخذ القيمة 1 من أجل $x=\frac{-2}{3}$

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها العام : $u_n=e^{3n+2}$

أ) بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول، هل هي متقاربة ؟

ب) ادرس اتجاه تغير (u_n)

3) نعرف المتتالية (v_n) بما يلي : $v_n=\ln(u_n)$

أ) بين أن (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n

ب) اثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ج) احسب المجموع : $S_n=v_0+v_1+.....+v_{n-1}$ ثم الجداء $T_n=u_0\times u_1\times.....\times u_{n-1}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

من بين الاقتراحات التالية لكل سؤال جواب واحد صحيح حدده مع التعليل

1) منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=3x+\frac{e^{-x}-2}{e^{-x}-1}$ يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ معادلته :

أ) $y=3x$ ب) $y=3x+1$ ج) $y=3x+2$

2) نعتبر العدد الحقيقي $A(\lambda)=\int_1^{\lambda}x\ln x dx$ حيث $\lambda>1$: علما أن الدالة $x\mapsto\frac{x^2}{2}\left[\ln x-\frac{1}{2}\right]$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto x\ln x$, قيمة λ التي من أجلها $A(\lambda)=\frac{1}{4}$ هي :

أ) $\lambda=e^{-1}$ ب) $\lambda=\sqrt{e}$ ج) $\lambda=2e$

3) المعادلة $\log(11x^2-6x+5)=\log(x^2)+1$ تقبل حلان في $\mathbb{R}$ هما :

أ) $S=\{1;-5\}$ ب) $S=\{1;5\}$ ج) $S=\{-1;-5\}$

4) المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $U_n=2-3\left(\frac{1}{4}\right)^n$ هي متتالية

أ) متزايدة تماما ب) متناقصة تماما ج) ليست رتيبة

3as.ency-education.com

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=x-(x^2+1)e^{-x+1}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i};\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x , $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (Cf) بالنسبة إلى (Δ)

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث، $1,8<\alpha<1,9$

4) اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

5) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x , $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

6) احسب : $f(0), f(3)$ ثم ارسم $(T),(\Delta)$ و (C_f)

7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $f(x)=x+m$

II) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x+1}dx$

1) أ) بين أن الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $G(x)=-(x+1)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x+1}$

ب) احسب I_1

2) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $I_{n+1}=-1+(n+1)I_n$ لكل عدد طبيعي غير معدوم n

ب) احسب I_2 .

3) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معادلتيهما: $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الأول

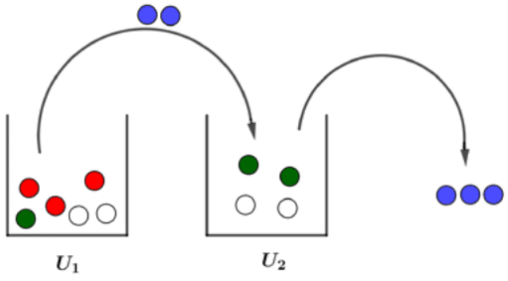
3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط) (خاص بشعبة علوم تجريبية)

يحتوي صندوق U_1 على ست كرات منها ثلاثة كرات حمراء وكرتين لونهما أبيض وكرة لونها أخضر، ويحتوي صندوق U_2 على أربع كرات منها كرتين خضراوين وكرتين لونهما أبيض . الكرات في صندوقين كلها متماثلة لا نفرق بينها باللمس.

نقوم بإجراء عملية السحب العشوائي الاتية: نسحب عشوائيا وفي ان واحد كرتين من الصندوق U_1 ونضعها في الصندوق U_2 ثم نسحب عشوائيا وفي ان واحد ثلاث كرات من الصندوق U_2



نعتبر الحدثين التاليين :

A :" سحب ثلاث كرات من نفس اللون "

B :" سحب ثلاث كرات مختلفة الألوان مثنى مثنى "

1) أ) بين أن : $P(A)=\frac{17}{300}$

ب) أحسب: $P(B)$

2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان التي تظهر بعد نهاية عملية السحب العشوائي

أ) أوجد القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

ب) أوجد قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي

3) أحسب احتمال سحب ثلاث كرات من نفس اللون من U_2 علما أن الكرتين المسحوبتين من U_1 من نفس اللون

التمرين الأول : (04 نقاط) (خاص بالتقني رياضي)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E):5x-6y=3$

1) أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) فإن x مضاعفا للعدد 3

ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)

ج) استنتج حلول للجملة (S) : $\begin{cases} x\equiv -1[6] \\ x\equiv -4[5] \end{cases}$

2) a و b عددان طبيعيان حيث:

$a=\overline{1\alpha 0\alpha 00}$ في النظام ذو الأساس 3 و $b=\overline{\alpha\beta 0\alpha}$ في النظام ذو الأساس 5

عين α و β حتى تكون الثنائية $(a;b)$ حلا للمعادلة (E)

3as.ency-education.com

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1) أحسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n)

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n \leq n+3$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ج) استنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل. هل يمكن القول أن (u_n) متقاربة؟

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $v_n=u_n-n$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها

ب) عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب نهاية (u_n) عند $+\infty$

ج) أحسب بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$

4) لتكن المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $t_n=\ln(v_n)$

أ) برهن أن المتتالية (t_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب)أحسب بدلالة n المجموع : $A_n=t_0+t_1+t_2+...+t_n$

ج)استنتج بدلالة n الجداء : $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times...\times v_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) حل المعادلة التفاضلية $y''=-e^x+2$ والذي يحقق الشرطان $y(0)=1;\ y'(0)=1$ هو :

أ) $y=x^2-e^x+2x+2$ ب) $y=2e^x-x$ ج) $y=-2x+e^x$

2) يراد عشوائيا تشكيل لجنة تضم رئيسا ونائبا له من بين ثلاث رجال $H_1;H_2;H_3$ وأربع نساء $F_1;F_2;F_3;F_4$

احتمال أن هو H_1 الرئيس

أ) $\frac{6}{7}$ ب) $\frac{1}{7}$ ج) $\frac{4}{42}$

3) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ $f(x)=3x^2-\frac{1}{x+1}$:

القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[0;2]$ هي

أ) $m=4-\ln\sqrt{3}$ ب) $m=4+\ln\sqrt{3}$ ج) $m=2-\ln\sqrt{3}$

4) (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_n=\int_0^1(1+x^n)dx$:

أ) (u_n) متتالية متناقصة ب) (u_n) متتالية متزايدة ج) (u_n) متتالية غير رتيبة

3as.ency-education.com

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln(x)$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ ، $g'(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g

2) أدرس إشارة $g(x)$ (لاحظ أن: $g(1)=0$)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2$ وليكن (C) منحناها البياني في المستوي السابق

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $f\left(\frac{1}{x}\right)=f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) انشئ المنحنى (C)

5) بين أن الدالة $h:x\to x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\to\ln x$ على $]0;+\infty[$ ثم باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن: $\int_1^e(\ln x)^2\,dx=e-2$

6) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمين الذين معادلتيهما $x=1$ و $x=e$

انتهى الموضوع الثاني

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية سطيف — الأستاذ : عجيسي نواري

المستوى: الثالثة ثانوي — دورة : جوان 2022

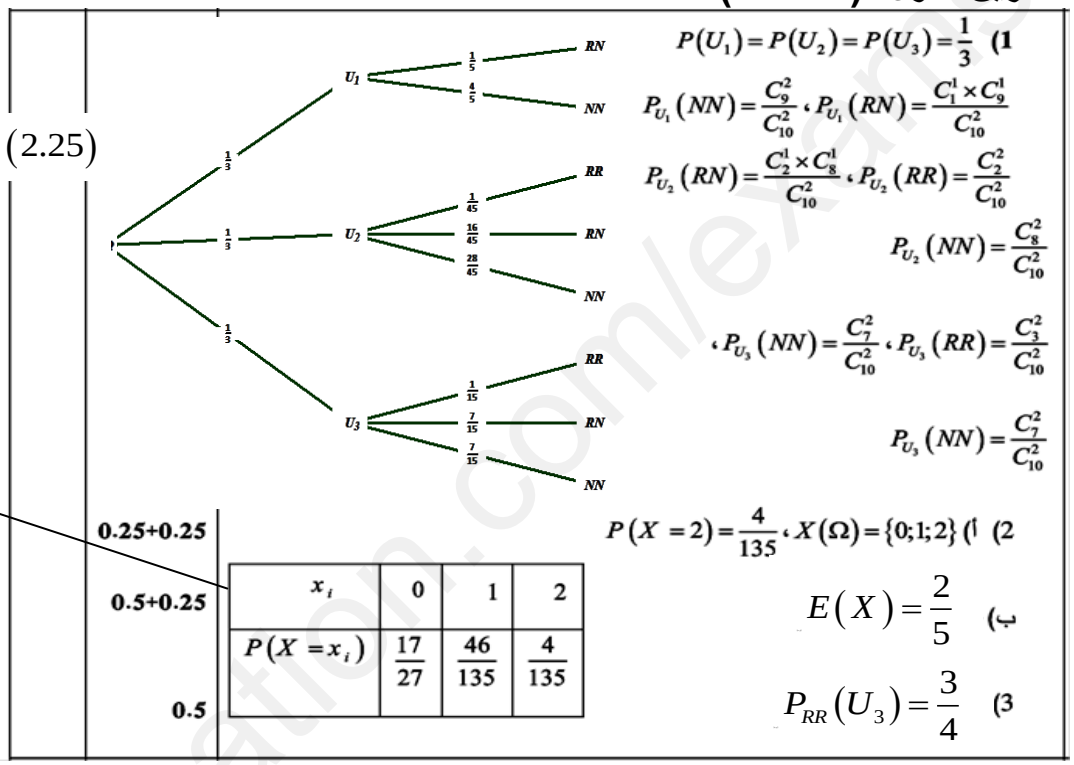
الشعب:علوم تجريبية - تقني رياضي — التاريخ: 05 جوان 2022

التصحيح المفصل لامتحان البكالوريا التجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(2.25)



$P(U_1)=P(U_2)=P(U_3)=\frac{1}{3}$ (1

$P_{U_1}(NN)=\frac{C_9^2}{C_{10}^2}$ ، $P_{U_1}(RN)=\frac{C_1^1\times C_9^1}{C_{10}^2}$

$P_{U_2}(RN)=\frac{C_2^1\times C_8^1}{C_{10}^2}$ ، $P_{U_2}(RR)=\frac{C_2^2}{C_{10}^2}$

$P_{U_2}(NN)=\frac{C_8^2}{C_{10}^2}$

$P_{U_3}(NN)=\frac{C_7^2}{C_{10}^2}$ ، $P_{U_3}(RR)=\frac{C_3^2}{C_{10}^2}$

$P_{U_3}(NN)=\frac{C_7^2}{C_{10}^2}$

استعمل شجرة الإحتمالات

0.25+0.25

0.5+0.25

0.5

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{17}{27}$	$\frac{46}{135}$	$\frac{4}{135}$

(2 أ) $X(\Omega)=\{0;1;2\}$ ، $P(X=2)=\frac{4}{135}$

ب) $E(X)=\frac{2}{5}$

(3 $P_{RR}(U_3)=\frac{3}{4}$

التمرين الثاني : (04 نقاط) (خاص بالتقني رياضي)

1)أ*/إثبات أن: $y\equiv 4[11]$ ، $11x-5y=2\ldots(E)$

$11x-5y=2$ يكافئ $5y=11x+2$ ومنه $5y\equiv -2[11]$ أي

أي $5y\equiv 20[11]$ ومنه : $y\equiv 4[11]$ (0.5)

ب*/استنتاج حلول المعادلة (E):

$y\equiv 4[11]$ معناه $y=11k+4$ مع $k\in\mathbb{Z}$ ،نعوض قيمة

y في المعادلة (E) نجد: $x=5k+2$ (0.5)

ومنه: $S=\{(11k+4;5k+5)/k\in\mathbb{Z}\}$

2)أ*/تعيين القيم الممكنة لـ $d=PGCD(a;b)$ **:**

$a=5n+2$ و $b=11n+4$ ، $n\in\mathbb{N}^*$ (0.5)

$11a-5b=11(5n+2)-5(11n+4)=55n+22-55n-20=2$

ومنه : $d/2$ إذن : $d\in D_2=\{1;2\}$.

ب*/تعيين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n **بحيث يكون:**

$PGCD(a;b)=2$: لدينا $PGCD(a;b)=2$

معناه 2 يقسم a و2 يقسم b معناه 2 يقسم $b-2a$ (0.5)

أي 2 يقسم $(2(5n+2)$ $11n+4-2(5n+2)$ وبالتالي 2 يقسم n .

ومنه n عدد زوجي يكتب من الشكل: $n=2\alpha\ /\ \alpha\in\mathbb{N}^*$

ج*/ استنتاج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n **بحيث يكون العددان** a **و** b **أوليان فيما بينهما:** من السؤال السابق (0.5)

من أجل $PGCD(a;b)=2$ قيم n: $n=2\alpha\ /\ \alpha\in\mathbb{N}^*$

ومنه : قيم n حيث $PGCD(a;b)=1$ هي : $n=2\alpha+1/\alpha\in\mathbb{N}$

3) أ*/نبين أن العدد $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B

$n\in\mathbb{N}$ ، $B=11n^2+15n+4$ و $A=5n^2+7n+2$ (0.5)

$B=(n+1)(11n+4)=b(n+1)$ ، $A=(n+1)(5n+2)=a(n+1)$

ومنه : $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B

ب*/ استنتاج حسب قيم n **القاسم المشترك الأكبر للعددين** A **و** B :

$PGCD(A;B)=PGCD(a(n+1);b(n+1))=(n+1)PGCD(a;b)$ (0.5)

ومنه نميز حالتين :

الحالة 1: إذا كان $PGCD(a;b)=2$ معناه $n=2\alpha/\alpha\in\mathbb{N}^*$

نجد : $PGCD(A;B)=(2\alpha+1)2=4\alpha+2$ (0.5)

الحالة 2: إذا كان $PGCD(a;b)=1$ معناه $n=2\alpha+1/\alpha\in\mathbb{N}$

نجد : $PGCD(A;B)=(2\alpha+1+1)1=2\alpha+2$

3as.ency-education.com

التمرين الثاني: (05 نقاط)

لدينا : $(1): y'-3y=0$	
1) حل المعادلة التفاضلية (1): - لدينا : $y'-3y=0$ يكافئ $y'=3y$ حلول المعادلة هي الدوال f ' ¥¢‹ : $f(x)=ce^{3x}$ حيث $c\in\mathbb{R}$	0.5
- **تعيين الحل الخاص f الذي يحقق $f\left(-\frac{2}{3}\right)=1$:** $f\left(-\frac{2}{3}\right)=1$ يعني $ce^{3\left(-\frac{2}{3}\right)}=1$ ومنه $ce^{-2}=1$ ¤ $c=e^2$ ومنه $f(x)=e^2\times e^{3x}=e^{3x+2}$	0.25
2) لدينا : $u_n=e^{3n+2}$	
) **تبيان أن المتتالية (u_n) هندسية :** - لدينا : $u_{n+1}=e^{3(n+1)+2}=e^{3n+3+2}=e^3\times e^{3n+2}=e^3\times u_n$ **ومنه المتتالية (u_n) هندسية أساسها $q=e^3$ وحدها الأول $u_0=e^2$**	0.5 + 0.25 + 0.25
- **تقارب المتتالية (u_n) :** (u_n) هندسية أساسها $q=e^3$ ¤ $q>1$ ومنه (u_n) متباعدة	0.25
لدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}e^{3n+2}=+\infty$	
·) **دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n):** - لدينا : $u_{n+1}-u_n=e^{3n+5}-e^{3n+2}=\left(e^3-1\right)e^{3n+2}$ ¤ $e^3-1>0$ » $u_{n+1}-u_n>0$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة تماما .	0.5
3) لدينا : $v_n=\ln(u_n)$	
) **تبيان أن المتتالية (v_n) ' $\mathbb{N}$:** من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n>0$ ومنه المتتالية (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n. **ولدينا :** $v_n=\ln e^{3n+2}=3n+2$	0.5
·) **تبيان أن المتتالية (v_n) حسابية :** - لدينا : $v_{n+1}-v_n=3(n+1)+2-(3n+2)=3$ ومنه (v_n) حسابية أساسها $r=3$ وحدها الأول $v_0=2$	0.25+0.5 0.25+
(¡ » · ¢ S_n : $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_{n-1}=\frac{n}{2}(v_0+v_{n-1})=\frac{n}{2}(2+3(n-1)+2)$ ¤ $S_n=\frac{n}{2}(3n+1)$	0.5
- **« · ¢ f ß $T_n=u_0\times u_1\times\ldots\times u_{n-1}$:** $T_n=u_0\times u_1\times\ldots\times u_{n-1}=e^{v_0}\times e^{v_1}\times\ldots\times e^{v_{n-1}}=e^{v_0+v_1+\ldots+v_{n-1}}$ $T_n=e^{\frac{n}{2}(3n+1)}$	0.5

3as.ency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الاقتراح	الجواب	التبرير	التنقيط
1	الإجابة (ج) $y=3x+2$	$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-3x]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{-x}-2}{e^{-x}-1}=2\ ;\ \lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(3x+2)]=0$	2×0.5
2	الإجابة (ب) $\lambda=\sqrt{e}$	$A(\lambda)=\int_1^{\lambda}x\ln x dx=\left[\dfrac{x^2}{2}\left(\ln x-\dfrac{1}{2}\right)\right]_1^{\lambda}=\dfrac{\lambda^2}{2}\left(\ln\lambda-\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{1}{4}$ $A(\lambda)=\dfrac{1}{4}\Rightarrow\dfrac{\lambda^2}{2}\left(\ln\lambda-\dfrac{1}{2}\right)=0$ ومنه $\lambda=\sqrt{e}$ أو $\lambda=0$ مرفوض لأن : $(\lambda>1)$	2×0.5
3	الإجابة (ب) $S=\{1,5\}$	$\log(11x^2-6x+5)=\log x^2+1$ $\dfrac{\ln(11x^2-6x+5)}{\ln10}=\dfrac{\ln x^2}{\ln10}+1$ $x^2-6x+5=0$ $x=1, x=5$	2×0.5
4	الإجابة (أ) متزايدة تماما	$u_{n+1}-u_n=\left(2-3\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n+1}\right)-\left(2-3\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n}\right)=-3\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n+1}+3\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n}=\dfrac{9}{4}\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n}>0$	2×0.5

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لدينا : $f(x)=x-(x^2+1)e^{-x+1}$

1) أ) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$: (0.25)

- لأنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x-(x^2+1)e^{-x+1}\right]=-\infty$:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}e^{-x+1}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty}-(x^2+1)e^{-x+1}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty}x=-\infty\end{cases}$$

- تبيان أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$: (0.25)

لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-(x^2+1)e^{-x+1}\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\dfrac{x^2+1}{e\times e^x}\right)$

لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\dfrac{x^2}{e^x}\times\dfrac{1}{e}+\dfrac{1}{e}\times\dfrac{1}{e^x}\right)=+\infty$ أي

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{e^x}=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{e^x}=0\end{cases}$$

ب) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$ (0.5)

- لدينا : $f'(x)=1-\left[2xe^{-x+1}+(x^2+1)\left(-e^{-x+1}\right)\right]=1-(2x-x^2-1)e^{-x+1}$

وبالتالي : $f'(x)=1+(x^2-2x+1)e^{-x+1}=1+(x-1)^2e^{-x+1}$

ج) استنتاج اتجاه تغير الدالة f : (0.25)

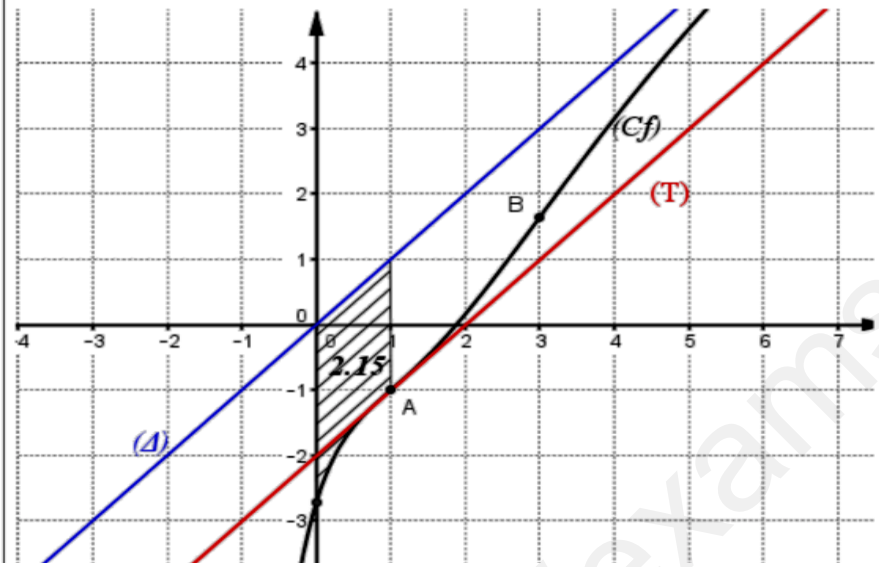
x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
$(x-1)^2e^{-x+1}$	$+$
$f'(x)$	$+$

3as.ency-education.com

0.5	• **جدول التغيرات :** x | $-\infty$ | $+\infty$ $f'(x)$ | $+$ $f(x)$ | $-\infty$ ↗ $+\infty$
0.25	**2) تبيان أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$:** • لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-(x^2+1)e^{-x+1}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2e^{-x+1}+e^{-x+1}\right)=0$ ومنه (Δ) مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$
0.5	• **دراسة الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ):** لدينا : $f(x)-x=x-(x^2+1)e^{-x+1}-x=-(x^2+1)e^{-x+1}$ إذن $f(x)-x<0$ ومنه (C_f) يقع تحت المستقيم (Δ)من أجل كل عدد حقيقي x
0.5	**3) تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.8<\alpha<1.9$:** • **لدينا** f مستمرة ورتيبة تماما على المجال $[1.8;1.9]$ **ولدينا** $f(1.8)=1.8-((1.8)^2+1)e^{-1.8+1}=-0.11$ $f(1.9)=1.9-((1.9)^2+1)e^{-1.9+1}=0.03$ وبالتالي $f(1.8)\times f(1.9)<0$ حسب مبرهنة ال قيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.8<\alpha<1.9$.
0.5	**4) كتابة معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1:** $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ $y=1\times(x-1)-1=x-2$ أي $(T):y=x-2$
01	**5) تبيان أنّ $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$:** • لدينا : $f''(x)=2(x-1)e^{-x+1}+(x-1)^2\times(-e^{-x+1})=(x-1)e^{-x+1}(2-x+1)$ أي $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$. • **استنتاج أنّ (C_f) يقبل نقطتي انعطاف :** - جدول إشارة $f''(x)$: x | $-\infty$ | 1 | 3 | $+\infty$ $f''(x)$ | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ • **المشتقة الثانية** $f''(x)$ تنعدم من أجل القيمتين $x=1$ و $x=3$ مغيرة إشارتها إذن النقطتين $A(1;f(1)),B(3;f(3))$ نقطتي انعطاف للمنحني (C_f)

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

0.75	6) حساب $f(3), f(0)$: $f(3)=3-9e^{-2}=1.65, f(0)=-e=-2.71$ الرسم : 
0.5	7) المناقشة البيانية لحلول المعادلة : $f(x)=x+m$ • هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y=x+m$ الموازي لكل من (T) و (Δ) . • إذا كان $m\in]-\infty;-e[$ المعادلة تقبل حلا وحيدا سالبا . • إذا كان $m=-e$ المعادلة تقبل حلا وحيدا معدوما . • إذا كان $m\in]-e;0[$ المعادلة تقبل حلا وحيدا موجبا . • إذا كان $m\in[0;+\infty[$ المعادلة ليس لها حلا .
0.25	II. من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع : $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x+1}dx$ 1- أ) تبيان أنّ الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $G(x)=-(x+1)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية للدالة g حيث $g(x)=xe^{-x+1}$ على المجموعة $\mathbb{R}$: • لدينا : $G'(x)=-\left[e^{-x+1}-(x+1)e^{-x+1}\right]=-\left(e^{-x+1}-xe^{-x+1}-e^{-x+1}\right)=xe^{-x+1}=g(x)$ ومنه G دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.
0.25	ب) حساب I_1 : • لدينا : $I_1=\int_0^1 xe^{-x+1}dx=\left[-(x+1)e^{-x+1}\right]_0^1=-2e^0+e=e-2$
0.25	2- أ) تبيان أنّ $I_{n+1}=-1+(n+1)I_n$ • لدينا : $I_{n+1}=\int_0^1 x^{n+1}e^{-x+1}dx$ نضع : $u(x)=x^{n+1}$ ومنه $u'(x)=(n+1)x^n$ ونضع : $v'(x)=e^{-x+1}$ ومنه $v(x)=-e^{-x+1}$ وبالتالي : $I_{n+1}=\int_0^1 x^{n+1}e^{-x+1}dx=\left[-x^{n+1}e^{-x+1}\right]_0^1-\int_0^1(n+1)x^n\left(-e^{-x+1}\right)dx$ ومنه : $I_{n+1}=-1+(n+1)\int_0^1 x^n e^{-x+1}dx=-1+(n+1)I_n$
0.25	ب) حساب I_2 : $I_2=-1+(1+1)I_1=-1+2(e-2)=2e-5$
0.25	3- حساب المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما $x=1, x=0$: $S=\int_0^1\left[y-f(x)\right]dx=\int_0^1 x-x+(x^2+1)e^{-x+1}dx=\int_0^1(x^2+1)e^{-x+1}dx$ أي $S=\int_0^1 x^2e^{-x+1}dx+\int_0 e^{-x+1}dx=I_2+\left[-e^{-x+1}\right]_0^1$ $S=(2e-5-1+e)us=(3e-6)cm^2=2.15cm^2$

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) أ) تبيين أن : $p(A)=\frac{17}{300}$

$$p(A)=\left(\frac{C_2^2}{C_6^2}\times\frac{C_4^3}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_1^1C_2^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^3+C_3^3}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_3^1C_1^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^3}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_3^1C_2^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^3}{C_6^3}\right)=\frac{17}{300}$$ .....(0.5)

ب) حساب $p(B)$:

$$p(B)=\left(\frac{C_3^2}{C_6^2}\times\frac{C_2^1C_2^1C_2^1}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_3^1C_1^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^1C_2^1C_1^1}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_3^1C_2^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^1C_2^1C_1^1}{C_6^3}\right)=\frac{13}{50}$$ .....(0.5)

2) أ) تحديد القيم الممكنة للمتغير العشوائي X هي : $\{1;2;3\}$ .....(0.25)

$P(X=2)=1-(P(X=1)+P(X=3))$; $P(X=3)=P(B)$; $P(X=1)=P(A)$

X	1	2	3
$P(X)$	$\frac{17}{300}$	$\frac{205}{300}$	$\frac{78}{300}$

.....(1.5)

ب)الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X هو : $E(X)=\frac{661}{300}$ .....(0.5)

1) حساب احتمال سحب ثلاث كرات من نفس اللون من U_2 علما أن الكرتين المسحوبتين من U_1من نفس اللون

نسمي C:" سحب كرتين من U_1من نفس اللون " ، D:" سحب ثلاث كرات من نفس اللون من U_2 "

$$P_C(D)=\frac{P(C\cap D)}{P(C)}=\frac{\frac{C_2^2}{C_6^2}\times\frac{C_4^3}{C_6^3}}{\frac{C_3^2+C_2^2}{C_6^2}}=\frac{1}{20}$$ .....(0.75)

التمرين الثاني : (04 نقاط) (خاص بالتقني رياضي)

ا $(E):5x-6y=3$ **1) أ) اثبات أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) فإن x مضاعف للعدد 3:** • لدينا : $5x-6y=3$ تكافئ $5x=3+6y$ أي $5x=3(1+2y)$ • لدينا : $5x/3$ و $5\wedge 3=1$ فإن $x/3$ حسب مبرهنة غوص أي x مضاعف للعدد 3	(0.5)
ب) تعيين حل خاص للمعادلة (E) : • نفرض $x=3$ وبالتالي : $y=\frac{5\times 3-3}{6}=\frac{12}{6}=2$ أي الثنائية $(3;2)$حل للمعادلة (E)	0.5

3as.ency-education.com

• **حل المعادلة (E):** لدينا : $5x-6y=5\times3-6\times2$ يكافئ $5x-5\times3=6y-6\times2$ أي $(*):5(x-3)=6(y-2)$ • لدينا : $5/6(x-3)$ و $5\wedge6=1$ فإن $6/(x-3)$ حسب مبرهنة غوص . أي $x-3=6k(k\in\mathbb{Z})$ وبالتالي $x=6k+3(k\in\mathbb{Z})$ • من أجل $x=6k+3$ نعوض في المعادلة $(*)$نجد : $5(6k+3-3)=6(y-2)$ ومنه $y-2=5k(k\in\mathbb{Z})$ أي $y=5k+2(k\in\mathbb{Z})$ - مجموعة حلول المعادلة : $S=\{(6k+3;5k+2),k\in\mathbb{Z}\}$	(0.75)
ج) استنتاج حلول الجملة : $(S):\begin{cases}x\equiv-1[6]\\x\equiv-4[5]\end{cases}$ • $\begin{cases}x=6m-1\\x=5n-4\end{cases}$ تكافئ $\begin{cases}x\equiv-1[6]\\x\equiv-4[5]\end{cases}$ أي $6m-1=5n-4$ ومنه $5n-6m=3$ ومنه : $n=6k+3$ وبالتالي $x=5(6k+3)-4=30k+11(k\in\mathbb{Z})$	0.75
2- لدينا : $a=\overline{1\alpha0\alpha00}^{3}$ و $b=\overline{\alpha\beta0\alpha}^{5}$ • **تعيين $(\alpha;\beta)$ بحيث تكون $(a;b)$ حل للمعادلة (E):** - لدينا : $a=1\times3^5+\alpha\times3^4+\alpha\times3^2=243+81\alpha+9\alpha=243+90\alpha$ ولدينا : $b=\alpha\times5^3+\beta\times5^2+\alpha\times5^0=125\alpha+25\beta+\alpha=126\alpha+25\beta$ مع $\alpha\leq2$ و $\beta\leq4$ • **الثنائية $(a;b)$حل للمعادلة (E) معناه $5a-6b=3$** ومنه $5(243+90\alpha)-6(126\alpha+25\beta)=3$ اي $1215+450\alpha-756\alpha-150\beta=3$ ومنه $-306\alpha-150\beta=-1212$ بعد تقسيم الطرفين على العدد 3-نجد : $102\alpha+50\beta=404$ وبالتالي $(\alpha;\beta)=(2;4)$حل للمعادلة	0.75 0.75

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1- حساب الحدود u_1 ,u_2 ,u_3 : (0.75).....

$u_1=\frac{7}{3}$ ، $u_2=\frac{26}{9}$ ، $u_3=\frac{97}{27}$

- **تخمين حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n):** متتالية متزايدة (0.25).....

2- أ- البرهان بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n\leq n+3$

لتكن فرضية التراجع $P(n):u_n\leq n+3$

* المرحلة 1: الخاصية $P(0)$ صحيحة من أجل $n=0$ لأن $u_0=2$ أي $P(n):u_0\leq3$

* المرحلة 2: نفرض صحة الخاصية $P(n)$ من أجل عدد طبيعي n حيث $n\geq0$ أي $u_n\leq n+3$ و نبرهن صحتها من أجل $n+1$ أي $u_{n+1}\leq n+1+3$ أي $u_{n+1}\leq n+4$ (0.5).....

لدينا $u_n\leq n+3$ و منه $\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1\leq\frac{2}{3}n+3\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}n+1$ و بالتالي $u_{n+1}\leq n+3$

ولدينا $n+3\leq n+4$ و منه $u_{n+1}\leq n+4$ إذن الخاصية صحيحة من أجل $n+1$.

* الخلاصة: نستنتج، حسب مبدأ البرهان بالتراجع، أن الخاصية صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n.

إذن $u_n\leq n+3$.

3as.ency-education.com

ب- دراسة اتجاه تغيرات المتتالية (u_n):

$u_{n+1}-u_n=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-u_n=-\frac{1}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$ و لدينا $u_n\le n+3$ أي (0.5).....

$-\frac{1}{3}u_n\ge-\frac{1}{3}n-1$ و منه $-\frac{1}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1\ge0$ و بالتالي $u_{n+1}-u_n\ge0$ و منه متزايدة

ج- استنتاج أن (u_n) محدودة من الأسفل .هل يمكن القول أن (u_n)متقاربة :

(0.25)..... **لدينا** (u_n) متزايدة معناه $u_n\ge u_0$ أي $u_n\ge2$ نستنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل بالعدد 2.

لا يمكن القول أن (u_n)متقاربة : لأنها متزايدة و ليست محدودة من الأعلى

3- نعتبر المتتالية (v_n)المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $v_n=u_n-n$.

أ- برهن أنّ المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأوّل وأساسها:

(0.5)..... **(v_n) هي متتالية هندسية معناه** $v_{n+1}=v_n\times q$

لدينا $v_n=u_n-n$ و منه $v_{n+1}=u_{n+1}-n-1$ و بالتالي $v_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-n-1$

أي $v_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-\frac{2}{3}n=\frac{2}{3}(u_n-n)$ و منه $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$ وبالتالي :

(v_n) هي متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ و حدّها الأوّل $v_0=u_0-0=2$

ب- التعبير عن v_n ثمّ u_n بدلالة n ثم حساب نهاية (u_n) عند $+\infty$

(0.5).....

$v_n=2\times(\frac{2}{3})^n$ أي $v_n=v_0\times q^n$ ، $u_n=v_n+n$ و منه $u_n=2\times(\frac{2}{3})^n+n$: $\lim u_n=+\infty$

ج- حساب بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$

$S_n=(v_0+1)+(v_1+1)+\ldots+(v_n+n)=v_0+v_1+\ldots+v_n+1+2+\ldots n$

(0.5)..... $=2\frac{1-(\frac{2}{3})^{n+1}}{1-\frac{2}{3}}+n(n+1)=6(1-(\frac{2}{3})^{n+1})+n(n+1)$

4- لتكن المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $t_n=\ln(v_n)$

أ- **البرهان أنّ المتتالية (t_n)حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأوّل:** (t_n)حسابية معناه $t_{n+1}=t_n+r$

لدينا $t_n=\ln(v_n)$ و منه $t_{n+1}=\ln(v_{n+1})$ أي $t_{n+1}=\ln(\frac{2}{3}v_n)=\ln(v_n)+\ln(\frac{2}{3})$

(0.5)..... لأنّ $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$ و منه $t_{n+1}=t_n+\ln(\frac{2}{3})$ و منه (t_n)حسابية أساسها $r=\ln(\frac{2}{3})$ و وحدها الأوّل $t_0=\ln(v_0)=\ln(2)$

ب- حساب بدلالة n المجموع $A_n=t_0+t_1+t_2+\ldots+t_n$:

(0.5)..... $A_n=\frac{n+1}{2}(\ln(2)+\ln(2)+n\ln(\frac{2}{3}))=\frac{n+1}{2}(2\ln(2)+n\ln(\frac{2}{3}))$

- **استنتاج بدلالة n الجداء $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times\ldots\times v_n$**

(0.25)..... لأن : $P_n=e^{t_0}\times e^{t_1}\times e^{t_2}\times\ldots\times e^{t_n}=e^{t_0+t_1+\ldots t_n}$ و منه $v_n=e^{t_n}$ و منه $P_n=e^{S_n}$

3as.ency-education.com

التمرين الثالث : (04 نقاط)

الاقتراح	الجواب	التبرير	التنقيط
1	الإجابة (أ) $y=-e^{x}+x^{2}+2x+2$	$y'=-e^{-x}+2x+c_1\Rightarrow y'(0)=-1+c_1=1;c_1=2$ $y=-e^{-x}+2x+c_2\Rightarrow y(0)=-1+c_2=1\ ;c_2=2$ $y=-e^{-x}+x^{2}+2x+2$	2×0.5
2	الإجابة (ب) $\frac{1}{7}$	$\frac{A_1^1.A_6^1}{A_7^2}=\frac{6}{42}=\frac{1}{7}$	2×0.5
3	الإجابة (أ) $m=4-\ln\sqrt{3}$	$m=\frac{1}{2}\int_0^2 3x^2-\frac{1}{x+1}dx=\frac{1}{2}\left[x^2-\ln(x+1)\right]_0^2$ $m=\frac{8}{2}-\frac{\ln(3)}{2}=4-\ln\sqrt{3}$	2×0.5
4	الإجابة (أ) متناقصة تماما	$u_n=\left[x+\frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1=1+\frac{1}{n+1}$ $u_{n+1}-u_n=1+\frac{1}{n+2}-1-\frac{1}{n+1}=\frac{-1}{(n+2)(n+1)}<0$	2×0.5

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln x$

1- تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $g'(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2}$:

$g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln(x)$ و $g'(x)=1+\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x}=\frac{x^2+1-2x}{x^2}=\frac{(x-1)^2}{x^2}$ (0.5).....

استنتاج اتجاه تغير الدالة g مما سبق نجد أن $g'(x)\geq 0$ و منه الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$. (0.5).....

2- دراسة إشارة $g(x)$ بما أن $g(1)=0$ و الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$ تتلخص الاشارة في الجدول الموالي

x	0	1	$+\infty$
إشارة $g'(x)$	−	0	+

(0.5).....

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2$. وليكن (C) منحناها البياني في المستوي السابق .

1- اثبات أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ نضع $t=\sqrt{x}$ و منه $\lim\limits_{x\to+\infty}(t)=+\infty$ و منه

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{[\ln(x)]^2}{x}=\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{[\ln(t^2)]^2}{t^2}=\lim\limits_{t\to+\infty}\left[\frac{2\ln(t)}{t}\right]^2=0$ لان $\lim\limits_{t\to+\infty}\left[\frac{\ln(t)}{t}\right]=0$ (التزايد المقارن). (0.5).....

حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left[1+\frac{1}{x^2}-\frac{(\ln x)^2}{x}-\frac{2}{x}\right]=+\infty$ لان (0.5).....

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{1}{x^2}-\frac{(\ln x)^2}{x}-\frac{2}{x}\right]=0$.

3as.ency-education.com

التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f\left(\frac{1}{x}\right)=f(x)$: لدينا

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+x-\left(\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2-2=x+\frac{1}{x}-(-\ln x)^2-2=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2=f(x)$$ (0.5).....

حساب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(\frac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و منه المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقارب عموديا معادلته $x=0$. (0.75).....

2- تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ بالحساب $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2$ و منه

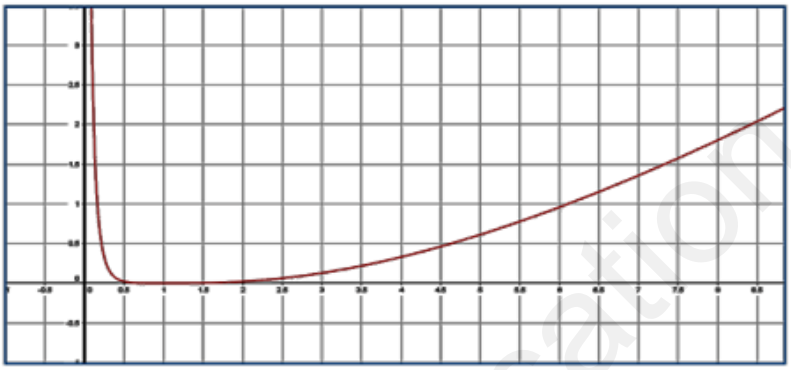
$$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}-2\frac{1}{x}(\ln x)=\frac{x^2-1-2x\ln x}{x^2}=\frac{x-\frac{1}{x}-2\ln x}{x}=\frac{g(x)}{x}$$ (0.5).....

جدول تغيرات الدالة f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

(0.5).....

3- رسم المنحنى (C) : (0.5).....



4- بين أن الدالة $h: x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln(x)$ على $]0,+\infty[$ (0.5).....

$h'(x)=\ln x+x\times\frac{1}{x}-1=\ln x$ محققة

باستعمال التكامل بالتجزئة

تبيين أن $\int_1^e (\ln x)^2 dx=e-2$ بوضع $u'(x)=1$ و $v(x)=(\ln x)^2$ و منه $u(x)=x$ و $v'(x)=\frac{2}{x}(\ln x)$ (0.75).....

و منه $u'(x)=1$ و $\int_1^e u'(x)v(x)dx=\left[x\left(\ln(x)\right)^2\right]_1^e-2\int_1^e \ln(x)dx=e-2$ $\left[x\ln x-x\right]_1^e=e-2$

5- حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=e$

و منه $\int_1^e f(x)dx=\int_1^e\left[x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2\right]dx$ و $\int_1^e f(x)dx=\left[\frac{1}{2}x^2+\ln(x)-2x\right]_1^e-e+2$

$\int_1^e f(x)dx=\frac{e^2}{2}+1-2e+\frac{3}{2}-e+2=\left(\frac{e^2}{2}-3e+\frac{9}{2}\right)u.a$. (0.5).....

انتهى الموضوع الثاني

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — دورة: **2021**

الشعبة: تقني رياضي — ثانوية مرسى الحجاج (وهران)

تصحيح اختبار مادة: الرياضيات — إعداد: الأستاذ قوعيش

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $2011x-1432y=31$...(E)

أ) بين أن العدد 2011 أولي .

لدينا $\sqrt{2011}\approx 44,8$ والعدد 2011 لا يقبل القسمة على أي عدد أولي من بين الأعداد الأولية الأصغر من 44

ب) باستعمال خوارزمية إقليدس عين حلا خاصا $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) ، ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

لدينا :

$$579=2011-1\times 1432$$
$$274=1432-2\times 579$$
$$31=579-2\times 274$$

ومنه :
$$\begin{cases}31=579-2\times(1432-2\times 579)\\=-2\times 1432+5\times 579\\=-2\times 1432+5\times(2011-1\times 1432)\\=5\times 2011-7\times 1432\end{cases}$$

بالمطابقة نجد $(x_0;y_0)=(5;7)$

لدينا : $\begin{cases}2011x-1432y=31\\2011x_0-1432y_0=31\end{cases}$ بالطرح نجد : $2011(x-x_0)=1432(y-y_0)$ أي :

$2011(x-5)=1432(y-7)$.

لدينا $2011/1432(x-5)$ و 1432 أولي مع 2011 إذن حسب مبرهنة غوص $1432/x-5$

ومنه $x=1432k+5$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ ، وبالتعويض في المعادلة (E) نجد : $y=2011k+7$

ومنه : $(x;y)=(1432k+5;2011k+7)$ حيث $k\in\mathbb{Z}$.

2) **أ)** عين حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 ، ثم جد باقي القسمة الإقليدية للعدد $2011^{1432^{2012}}$ على 7 .

$2^0\equiv 1[7]$ ، $2^1\equiv 2[7]$ ، $2^2\equiv 4[7]$ ، $2^3\equiv 1[7]$ ومنه البواقي دورية ودورها 3 إذن من أجل كل عدد طبيعي k لدينا : $2^{3k}\equiv 1[7]$ ، $2^{3k+1}\equiv 2[7]$ ، $2^{3k+2}\equiv 4[7]$.

لدينا $2011\equiv 2[7]$ ومنه $2011^{1432^{2012}}\equiv 2^{1432^{2012}}[7]$

3as.ency-education.com

من جهة أخرى $1432 \equiv 1[3]$ ومنه $1432^{2012} \equiv 1^{2012}[3]$ أي $1432^{2012} \equiv 1^{2012}[3]$ ومنه $1432^{2012} = 3k'+1$ حيث $k' \in \mathbb{N}$ إذن $2^{1432^{2012}} \equiv 2[7]$ ومنه $2011^{1432^{2012}} \equiv 2[7]$ إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $2011^{1432^{2012}}$ على 7 هو 2 .

ب) عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $2010^n + 2011^n + 1432^n \equiv 0[7]$.

لدينا $2010 \equiv 1[7] \Leftrightarrow 2010^n \equiv 1^n[7] \Leftrightarrow 2010^n \equiv 1[7]$

$2011 \equiv 2[7] \Leftrightarrow 2011^n \equiv 2^n[7]$

$1432 \equiv 4[7] \Leftrightarrow 1432^n \equiv 2^{2n}[7]$

ومنه $2010^n + 2011^n + 1432^n \equiv 1 + 2^n + 2^{2n}[7]$ إذن :

$2010^n + 2011^n + 1432^n \equiv 0[7] \Leftrightarrow 1 + 2^n + 2^{2n} \equiv 0[7]$

$\Leftrightarrow 2^n + 2^{2n} \equiv -1[7]$

$\Leftrightarrow 2^n + 2^{2n} \equiv 6[7]$

ليكن $k \in \mathbb{N}$

من أجل $n = 3k$: $2^n + 2^{2n} = 2^{3k} + 2^{3(2k)} \equiv 2[7]$ (مرفوض)

من أجل $n = 3k+1$: $2^n + 2^{2n} = 2^{3k+1} + 2^{2(3k+1)} = 2^{3k+1} + 2^{3(2k)+2} \equiv 6[7]$ (مقبول)

من أجل $n = 3k+2$: $2^n + 2^{2n} = 2^{3k+2} + 2^{2(3k+2)} = 2^{3k+2} + 2^{3(2k+1)+1} \equiv 6[7]$ (مقبول)

إذن قيم n هي : $n = 3k+1$ أو $n = 3k+2$ حيث $k \in \mathbb{N}$.

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{2\gamma\alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 9 حيث α ، β و γ تشكل حدودا متتابعة بهذا الترتيب لمتتالية حسابية متزايدة تماما و الثنائية $(\beta;\gamma)$ حل للمعادلة (E) .

أ) عين α ، β و γ .

$$\begin{cases} 0 \le \alpha < 9 \\ 0 \le \beta < 9 \\ 0 \le \gamma < 9 \end{cases}$$ مع الشروط : $N = \overline{2\gamma\alpha\beta}^{9} = \beta + \alpha \times 9 + \gamma \times 9^2 + 2 \times 9^3 = \beta + 9\alpha + 81\gamma + 54$

الثنائية $(\beta;\gamma)$ حل للمعادلة (E) معناه يوجد $k \in \mathbb{Z}$ بحيث : $\beta = 1432k + 5$ و $\gamma = 2011k + 7$

$$0 \le \beta < 9 \Leftrightarrow 0 \le 1432k + 5 < 9 \Leftrightarrow -\frac{5}{1432} \le k < \frac{4}{1432} \Leftrightarrow -0,0035 \le k < 0,0028$$

وبما أن $k \in \mathbb{Z}$ فإن $k = 0$ بالتعويض نجد $\beta = 5$ و $\gamma = 7$.

α ، β و γ تشكل حدودا متتابعة بهذا الترتيب لمتتالية حسابية متزايدة تماما معناه $\alpha + \gamma = 2\beta$ ومنه $\alpha = 2\beta - \gamma = 3$.

ب) أكتب N في النظام العشري .

$N = \beta + 9\alpha + 81\gamma + 54 = 2057$

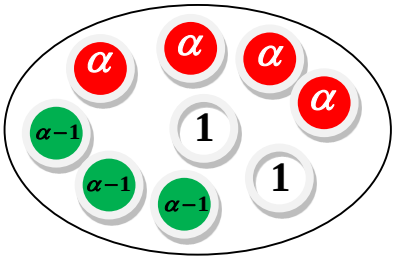
التمرين الثاني : (05 نقاط)

يحوي كيس على أربع كريات حمراء تحمل الرقم α و ثلاث كريات خضراء تحمل الرقم $\alpha - 1$ و كريتين بيضاوين تحملان الرقم 1 ، حيث α عدد طبيعي غير معدوم . الكريات متماثلة ولا نميز بينها عند اللمس .

نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريات في آن واحد .

نعتبر الحوادث التالية : A " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر" ، B "الحصول على ثلاث كريات تحمل نفس العدد" و C " الحصول على كريتين بالضبط تحملان الرقم $\alpha - 1$" .

Prof : Goualch Mohamed Bac-Blanc2021-Lycée Mersa Hadjadj
3as.ency-education.com



1) أ) أحسب إحتمال كل من الحوادث A ، B و C.

A " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر"

نميز حالتين :

سحب 3 كريات من بينها واحدة بيضاء

سحب 3 كريات ولا توجد من بينها أي كرية بيضاء .

ومنه $P(A)=\dfrac{C_2^1\times C_7^2+C_7^3}{C_9^3}=\dfrac{11}{12}$

B "الحصول على ثلاث كريات تحمل نفس العدد"

نميز حالتين :

سحب 3 كريات لها نفس الرقم α .

سحب 3 كريات لها نفس الرقم $\alpha-1$.

ومنه $P(B)=\dfrac{C_4^3+C_3^3}{C_9^3}=\dfrac{5}{84}$

C " الحصول على كريتين بالضبط تحملان الرقم $\alpha-1$"

معناه سحب 3 كريات من بينها كريتين تحملان الرقم $\alpha-1$ أما الكرية الثالثة تحمل إما الرقم 1 أو الرقم α

ومنه $P(C)=\dfrac{C_3^2\times C_6^1}{C_9^3}=\dfrac{3}{14}$

ب) ما هو احتمال الحصول على ثلاث كريات تحمل ألوان العلم الوطني ؟

معناه سحب 3 كريات من 3 ألوان مختلفة مثنى مثنى ومنه :

$$P(D)=\frac{C_3^1\times C_2^1\times C_4^1}{C_9^3}=\frac{2}{7}$$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الأرقام الظاهرة على الكريات الحمراء المسحوبة والذي يأخذ القيمة 0 إذا لم يتم سحب أي كرية حمراء .

أ) برر أن القيم الممكنة لـ X هي $\{0,\alpha,2\alpha,3\alpha\}$ ثم عرف قانون احتماله .

إذا لم يتم سحب أي كرية حمراء فإن $X=0$

إذا سحبنا كرية حمراء واحدة فإن $X=\alpha$

إذا سحبنا كريتين حمراوين فإن $X=\alpha+\alpha=2\alpha$

إذا كانت كل الكريات الثلاث حمراء فإن $X=\alpha+\alpha+\alpha=3\alpha$

ومنه $X\in\{0,\alpha,2\alpha,3\alpha\}$

$$P(X=0)=\frac{C_5^3}{C_9^3}=\frac{10}{84}$$

$$P(X=\alpha)=\frac{C_4^1\times C_5^2}{C_9^3}=\frac{40}{84}$$

$$P(X=2\alpha)=\frac{C_4^2\times C_5^1}{C_9^3}=\frac{30}{84}$$

$$P(X=3\alpha)=\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{4}{84}$$

$X=X_i$	0	α	2α	3α
$P(X=X_i)$	$\frac{10}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{4}{84}$

3as.ency-education.com

ب) أحسب بدلالة α الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X ، ثم عين قيمة α من أجل $|E(X)-1|\leq 2$.

$$E(X)=0\times\frac{10}{84}+\alpha\times\frac{40}{84}+2\alpha\times\frac{30}{84}+3\alpha\times\frac{4}{84}=\frac{4}{3}\alpha$$

$$|E(X)-1|\leq 2\Leftrightarrow -2\leq E(X)-1\leq 2\Leftrightarrow -1\leq E(X)\leq 3\Leftrightarrow -1\leq\frac{4}{3}\alpha\leq 3\Leftrightarrow -\frac{3}{4}\leq\alpha\leq\frac{9}{4}\Leftrightarrow -0,75\leq\alpha\leq 1,25$$

بما أن α عدد طبيعي غير معدوم فإن $\alpha\in\{1;2\}$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_1=-2$ ، و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$u_{n+1}=\dfrac{3(n+1)u_n-(8n+12)}{n}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n<0$.

من أجل $n=1$ لدينا $u_1=-2<0$ ومنه الخاصية صحيحة من أجل $n=1$.

نفرض أن $u_n<0$ ونبرهن أن $u_{n+1}<0$.

لدينا $3(n+1)u_n<0\Leftrightarrow u_n<0$ لأنه $\forall n\in\mathbb{N}^*,3(n+1)>0$

كذلك $\forall n\in\mathbb{N}^*,8n+12>0$ ومنه $\forall n\in\mathbb{N}^*,-(8n+12)<0$

بالجمع نجد $3(n+1)u_n-(8n+12)<0$ وبما أن $n>0$ فإن $\dfrac{3(n+1)u_n-(8n+12)}{n}<0$ ومنه $u_{n+1}<0$

إذن الخاصية صحيحة من أجل $n+1$. ومنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n<0$

ب) أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

لدينا $u_{n+1}-u_n=\dfrac{3(n+1)u_n-(8n+12)}{n}-u_n=\dfrac{3(n+1)u_n-(8n+12)-nu_n}{n}=\dfrac{(2n+3)(u_n-4)}{n}$

بما أنه $\forall n\in\mathbb{N}^*,u_n<0$ فإن $u_n<4$ ومنه $u_n-4<0$ وبما أن $n>0$ و $2n+3>0$ فإن

$\dfrac{(2n+3)(u_n-4)}{n}<0$ ومنه $\forall n\in\mathbb{N}^*,u_{n+1}-u_n<0$ إذن (u_n) متناقصة تماما .

2) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي : $v_n=\dfrac{4-u_n}{n}$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 يطلب تعيين حدها الأول ، ثم عبر عن v_n بدلالة n .

$$v_{n+1}=\frac{4-u_{n+1}}{n}=\frac{4-\dfrac{3(n+1)u_n-(8n+12)}{n}}{n}=\frac{4n-3(n+1)u_n+8n+12}{n(n+1)}=\frac{-3(n+1)u_n+12(n+1)}{n(n+1)}$$

ومنه $v_{n+1}=\dfrac{-3u_n+12}{n}=3\left(\dfrac{4-u_n}{n}\right)=3v_n$ إذن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 .

حدها الأول : $v_1=6$.

3as.ency-education.com

ب) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $u_n = 4-2n\times 3^n$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

لدينا $v_n = v_1\times q^{n-1} = 6\times 3^{n-1} = 2\times 3^n$ ومن جهة أخرى لدينا :

$$v_n = \frac{4-u_n}{n} \Leftrightarrow 4-u_n = nv_n \Leftrightarrow u_n = 4-nv_n = 4-2n\times 3^n$$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} 4-2n\times 3^n = -\infty$ ، لاحظ أن (u_n) متباعدة . $\begin{cases}\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty\\ \lim\limits_{n\to+\infty} 3^n = +\infty\end{cases}$

ج) أحسب بدلالة n الجداء : $P_n = (4-u_1)(4-u_2)...(4-u_n)$.

لدينا $\forall n\in\mathbb{N}^*, nv_n = 4-u_n$ ومنه :

$$P_n = (4-u_1)(4-u_2)...(4-u_n) = (1\times v_1)(2\times v_2)...(n\times v_n) = (1\times 2\times...\times n)(v_1\times v_2\times...\times v_n)$$

نعلم أن : $1\times 2\times...\times n = n!$

$$v_1\times v_2\times...\times v_n = 2.3^1\times 2.3^2\times...\times 2.3^n = 2^n.3^{1+2+...+n} = 2^n.3^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

ومنه $P_n = n!2^n.3^{\frac{n(n+1)}{2}}$

3) لتكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي : $w_n = \ln\left(\frac{n}{4-u_n}\right)$.

- عبر عن w_n بدلالة n ثم أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = w_1+w_2+...+w_n$.

$$w_n = \ln\left(\frac{n}{4-u_n}\right) = \ln\frac{1}{v_n} = -\ln\left(2.3^n\right)$$

$$S_n = w_1+w_2+...+w_n = -\ln\left(2.3^1\right)-\ln\left(2.3^2\right)-...-\ln\left(2.3^n\right) = -\ln\left(2.3^1\times 2.3^2\times...\times 2.3^n\right) = -\ln\left(2^n.3^{\frac{n(n+1)}{2}}\right)$$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (x+2)e^{x-2}-2$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{e^2}xe^x+\frac{2}{e^2}e^x-2 = -2 \quad \begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0\\ \lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0\end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty \quad \begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} x+2 = +\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} e^{x-2} = +\infty\end{cases}$$

2) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

$g'(x) = (x+3)e^{x-2}$ وإشارة $g'(x)$ من إشارة $x+3$ لأنه : $\forall x\in\mathbb{R}, e^{x-2}>0$

ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-3[$ ومتزايدة تماما على المجال $]-3;+\infty[$

Prof : Goualch Mohamed Bac-Blanc2021-Lycée Mersa Hadjadj
3as.ency-education.com

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	-2 ↘	$-\frac{1}{e^5}-2$	↗ $+\infty$

3) أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق من أن $1,45<\alpha<1,46$.

الدالة g لا تنعدم على المجال $]-\infty;-3[$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-2<0$ و $g(-3)\approx -2,006<0$

بينما الدالة g مستمرة ورتيبة تماما على المجال $]-3;+\infty[$ ولدينا $g(-3)<0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-3;+\infty[$.

لدينا $g(1,45)\times g(1,46)\approx -0,0095\times 0,0163<0$ ومنه $\alpha\in]1,45;1,46[$

ب) استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم العدد الحقيقي x .

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^2-x^2e^{x-2}$

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^2\left(1-e^{x-2}\right)=0\Leftrightarrow x^2=0 \text{ ou } 1-e^{x-2}=0$$

$$x^2=0\Leftrightarrow x=0$$

$$1-e^{x-2}=0\Leftrightarrow e^{x-2}=1\Leftrightarrow x=2$$

ومنه حلول المعادلة هي $\{0;2\}$ ونستنتج أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما 0 و 2 .

2) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x^2-\frac{1}{e^2}x^2e^x=+\infty \quad \begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} x^2=+\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^x=0\end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x^2\left(1-e^{x-2}\right)=-\infty \quad \left\{\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} e^{x-2}=+\infty\end{array}\right\}$$

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-x.g(x)$. (f' هي الدالة المشتقة الأولى للدالة f)

$$f'(x)=2x\left(1-e^{x-2}\right)+x^2\left(-e^{x-2}\right)=x\left(2-2e^{x-2}-xe^{x-2}\right)=-x\left(xe^{x-2}+2e^{x-2}-2\right)=-x\left[(x+2)e^{x-2}-2\right]=-xg(x)$$

3as.ency-education.com

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

إشارة $f'(x)$ من إشارة الجداء $-x.g(x)$

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$-x$		$+$	0	$-$		$-$	
$g(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]0;-\infty[$ و $]\alpha;+\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $]0;\alpha[$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$

ج) بين أن $f(\alpha)=\dfrac{\alpha^3}{\alpha+2}$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$ حيث α هو العدد الحقيقي المعرف في الجزء I) .

$$g(\alpha)=0 \Leftrightarrow (\alpha+2)e^{\alpha-2}-2=0 \Leftrightarrow e^{\alpha-2}=\frac{2}{\alpha+2}$$

$$f(\alpha)=\alpha^2-\alpha^2e^{\alpha-2}=\alpha^2-\alpha^2.\frac{2}{\alpha+2}=\frac{\alpha^3}{\alpha+2}$$

$$1,45<\alpha<1,46 \Leftrightarrow 3,45<\alpha+2<3,46 \Leftrightarrow \frac{1}{3,46}<\frac{1}{\alpha+2}<\frac{1}{3,45}$$

$$1,45<\alpha<1,46 \Leftrightarrow 3,0486<\alpha^3<3,1121$$

ومنه $\dfrac{3,0486}{3,46}<\dfrac{\alpha^3}{\alpha+2}<\dfrac{3,1121}{3,45}$ أي $0,8811<f(\alpha)<0,9021$

4) ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto x^2$ على $\mathbb{R}$:

أ) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x^2\right]=0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x^2\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}-x^2e^{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}-\dfrac{1}{e^2}x^2e^x=0$ ، ومنه (Γ) منحنى مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ) .

يكفي دراسة إشارة الفرق $f(x)-x^2$ أي $-x^2e^{x-2}$ وبما أن $\forall x\in\mathbb{R}, e^{x-2}>0$ فإن إشارة $-x^2e^{x-2}$ من إشارة $-x^2$

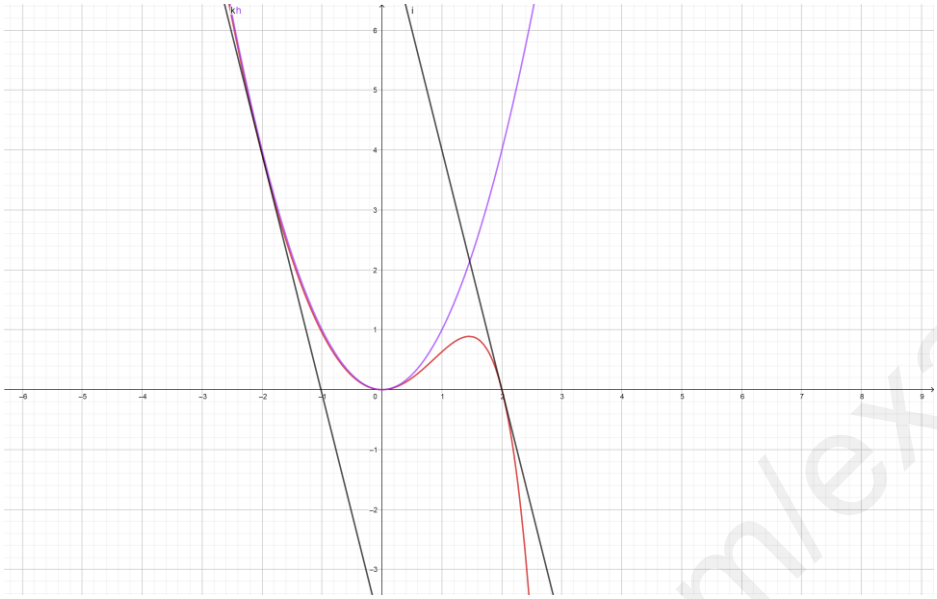
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-x^2$		$-$	0	$-$	
الوضعية النسبية	(Γ) تحت (C_f)		تقاطع		(Γ) تحت (C_f)

3as.ency-education.com
Prof : Goualch Mohamed Bac-Blanc2021-Lycée Mersa Hadjadj
ency-education.com/exams

5) عين معادلة لكل من المماسين (T) و (T') لـ (C_f) عند النقطتين ذات الفاصلتين 2 و -2 على الترتيب .

$(T): y=-4x+8$ ، $(T'): y=-4x-4\left(1+\frac{1}{e^4}\right)$

6) أنشيء (T) ، (T') ، (Γ) و (C_f) .



7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد حلول المعادلة : $f(x)=-4x+\ln(m)$.

يكفي مناقشة عدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم $(d_m): y=-4x+\ln(m)$

الذي يوازي كلا من (T) و (T') ومنه :

من أجل $\ln(m)<-4\left(1+\frac{1}{e^4}\right)$ أي $0<m<e^{-4\left(1+\frac{1}{e^4}\right)}$ المعادلة تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$.

من أجل $\ln(m)=-4\left(1+\frac{1}{e^4}\right)$ أي $m=e^{-4\left(1+\frac{1}{e^4}\right)}$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا وحلا بسيطا .

من أجل $-4\left(1+\frac{1}{e^4}\right)<\ln(m)<8$ أي $e^{-4\left(1+\frac{1}{e^4}\right)}<m<e^8$ المعادلة تقبل 3 حلول بسيطة .

من أجل $\ln(m)=8$ أي $m=e^8$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا وحلا بسيطا .

من أجل $\ln(m)>8$ أي $m>e^8$ المعادلة تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$.

انتهى تصحيح الموضوع الأول

ency-education.com/exams

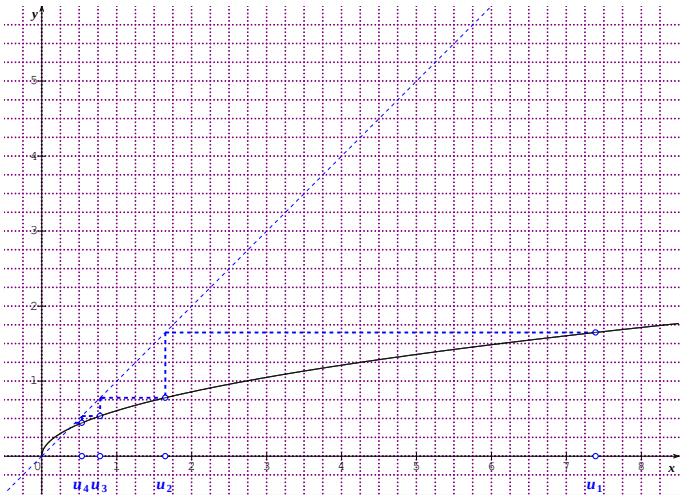
Prof Soualch Mohamed BacBlanc2021-Lycee Mersa Hadjadj
3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (الشكل المقابل) .



1) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

من البيان الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

لدينا كذلك : $f'(x)=\dfrac{e^{-\frac{1}{2}}}{2\sqrt{x}}$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)>0$ إذن f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

2) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_1=e^2$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) أنقل المنحنى المقابل ثم مثل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل(دون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء .

أنظر الشكل المقابل .

ب) أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

لدينا من البيان $u_1>u_2>u_3>u_4$ ومنه (u_n) متناقصة تماما .

النقط M_1 ، M_2 ، M_3 و M_4 من المنحنى (C_f) ذات الفواصل u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 على الترتيب تتقارب نحو نقطة ثابتة A هي نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y=x$ ومنه (u_n) متقاربة نحو فاصلة النقطة A .

3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n>\dfrac{1}{e}$.

من أجل $n=1$ لدينا $u_1=e^2>\dfrac{1}{e}$ ومنه الخاصية صحيحة من أجل $n=1$

نفرض أن $u_n>\dfrac{1}{e}$ و نبرهن أن $u_{n+1}>\dfrac{1}{e}$

لاحظ أن : $u_{n+1}=e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n}=\dfrac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n}$

$u_n>\dfrac{1}{e}\Leftrightarrow\sqrt{u_n}>\sqrt{\dfrac{1}{e}}\Leftrightarrow\dfrac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n}>\dfrac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{\dfrac{1}{e}}\Leftrightarrow u_{n+1}>\dfrac{1}{e}$ ومنه الخاصية صحيحة من أجل $n+1$

إذن من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n>\dfrac{1}{e}$ ونستنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل .

4) أ) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

$$u_{n+1}-u_n=\frac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n}-u_n=\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n}\right)^2-{u_n}^2}{\frac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n}+u_n}=\frac{u_n\left(\frac{1}{e}-u_n\right)}{\frac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n}+u_n}$$

3as.ency-education.com

بما أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n > \frac{1}{e}$ فإن $u_n > 0$ ومنه $\sqrt{u_n} > 0$ إذن $\frac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n} + u_n > 0$

كذلك من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\frac{1}{e} - u_n < 0$ ومنه $u_n\left(\frac{1}{e} - u_n\right) < 0$ إذن

$\forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه (u_n) متناقصة تماما .

ب) برر تقارب المتتالية (u_n) ثم أوجد نهايتها .

بما أن (u_n) محدودة من الأسفل ومتناقصة تماما فهي متقاربة ، لإيجاد نهايتها نحل المعادلة $f(x) = x$

$\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n > 0$ وبما أنه $x = \frac{1}{e}$ أو $x = 0$ ومنه $f(x) = x \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{x} = x \Leftrightarrow \frac{1}{e}x = x^2 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{e} - x\right) = 0$

فإن $x = \frac{1}{e}$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{e}$

5) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $v_n = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n}$.

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول .

$$v_{n+1} = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_{n+1}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln u_{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln\left(e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\ln e^{-\frac{1}{2}} + \ln\sqrt{u_n}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\ln\sqrt{u_n}$$

ومنه $v_{n+1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\ln\sqrt{u_n} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n}\right) = \frac{1}{2}v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

حدها الأول : $v_1 = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_1} = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{e^2} = \frac{3}{2}$

ب) أكتب عبارتي v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

$$v_n = v_1.q^{n-1} = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$v_n = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n} \Leftrightarrow \ln\sqrt{u_n} = v_n - \frac{1}{2} \Leftrightarrow u_n = \left(e^{v_n - \frac{1}{2}}\right)^2 = e^{2v_n - 1} = e^{6\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$$

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} e^{6\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1} = \frac{1}{e} \quad \begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0 \\ -1 < \frac{1}{2} < 1 \end{cases}$$

6) أحسب بدلالة n المجموع التالي : $S_n = \frac{1}{1+\ln u_1} + \frac{1}{1+\ln u_2} + \ldots + \frac{1}{1+\ln u_n}$.

لدينا $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = e^{6\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$ ومنه $\forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{1+\ln u_n} = \frac{2^n}{6}$ $\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}^*, 1 + \ln u_n = 6\left(\frac{1}{2}\right)^n$

إذن : $S_n = \frac{1}{1+\ln u_1} + \frac{1}{1+\ln u_2} + \ldots + \frac{1}{1+\ln u_n} = \frac{2^1}{6} + \frac{2^2}{6} + \ldots + \frac{2^n}{6} = \frac{1}{6}\left(2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n\right) = \frac{1}{6}.2\left(\frac{2^n - 1}{2 - 1}\right)$

ومنه $S_n = \frac{1}{3}\left(2^n - 1\right)$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1) أ) أنشر العبارة $(n+2)\left(3n^2 - 6n + 16\right)$ مع $n \in \mathbb{N}$.

$$(n+2)\left(3n^2 - 6n + 16\right) = 3n^3 + 4n + 32$$

Prof : Gouaich Mohamed Bac-Blanc2021-Lycée Mersa Hadjadj
3as.ency-education.com

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يكون العدد $3n^3+4n+32$ قابلا للقسمة على $n+2$.

بما أن $3n^3+4n+32=(n+2)k$ حيث $k=3n^2-6n+16$ و $k\in\mathbb{Z}$ فإن $n+2/3n^3+4n+32$

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3n^2-6n+16$ هو عدد طبيعي غير معدوم .

لدينا $\Delta=-156<0$ ومنه $\forall n\in\mathbb{N},3n^2-6n+16>0$ وبما أن $3n^2-6n+16\in\mathbb{Z}$ فإن $3n^2-6n+16$ عدد طبيعي غير معدوم .

3) أ) بين أنه من أجل كل الأعداد الطبيعية غير المعدومة α ، β و γ ، تكون المساواة التالية صحيحة :

$PGCD(\alpha;\beta)=PGCD(\beta\gamma-\alpha;\beta)$.

نضع $PGCD(\alpha;\beta)=d$ و $PGCD(\beta\gamma-\alpha;\beta)=d'$

لدينا $\begin{cases}d/\alpha\\d/\beta\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}d/\alpha\\d/\beta\gamma\end{cases}$ بالطرح نجد $d/\beta\gamma-\alpha$

ومنه d قاسم مشترك للعددين β و $\beta\gamma-\alpha$ ومنه فهو يقسم القاسم المشترك الأكبر لهما أي $\begin{cases}d/\beta\\d/\beta\gamma-\alpha\end{cases}$

d/d'

من جهة أخرى لدينا : $\begin{cases}d'/\beta\\d'/\beta\gamma-\alpha\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}d'/\beta\gamma\\d'/\beta\gamma-\alpha\end{cases}$ بالطرح نجد : d'/α

ومنه d' قاسم مشترك للعددين β و α ومنه فهو يقسم القاسم المشترك الأكبر لهما أي $\begin{cases}d'/\beta\\d'/\alpha\end{cases}$ d'/d

إذن d/d' و d'/d أي $d=d'$ $PGCD(\alpha;\beta)=PGCD(\beta\gamma-\alpha;\beta)$

ب) استنتج أنه من أجل عدد طبيعي n ، $PGCD(3n^3+4n;n+2)=PGCD(32;n+2)$.

بوضع : $\alpha=3n^3+4n$ ، $\beta=n+2$ و $\gamma=3n^2-6n+16\in\mathbb{N}^*$ نجد :

$\beta\gamma-\alpha=(n+2)(3n^2-6n+16)-3n^3-4n=32$

ومنه حسب ما سبق : $PGCD(3n^3+4n;n+2)=PGCD(32;n+2)$

4) أ) عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 32 .

$\{1;2;4;8;16;32$

ب) استنتج مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $A=\dfrac{3n^3+4n}{n+2}$ طبيعيا .

لدينا من أجل عدد طبيعي n ، $3n^3+4n$ و $n+2$ عددان طبيعيان مع $n+2\neq 0$

حتى يكون العدد $A=\dfrac{3n^3+4n}{n+2}$ يكفي : $n+2/3n^3+4n$ ومنه $PGCD(3n^3+4n;n+2)=n+2$

معناه كذلك : $PGCD(32;n+2)=n+2$ ومنه $n+2/32$ أي $n+2\in D_{32}^+$

$n+2$	1	2	4	8	16	32
n	-1 مرفوض	0	2	6	14	30

ومنه $n\in\{0;2;6;14;30\}$

Prof : Gouaich Mohamed Bac-Blanc2021-Lycée Mersa Hadjadj

3as.ency-education.com

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحوي كيس على خمس كرات حمراء و ثلاث كرات بيضاء ، كل الكرات متماثلة ولا نميز بينها باللمس .

نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كرات في آن واحد .

1) أحسب احتمال كل من الحدثين التاليين :

A " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون" ، B " الحصول على كرة بيضاء على الأقل "

$$P(A)=\frac{C_5^3+C_3^3}{C_8^3}=\frac{11}{56}$$

$$P(B)=\frac{C_3^1\times C_5^2+C_3^2\times C_5^1+C_3^3}{C_8^3}=\frac{23}{28}$$

2) ننزع من الكيس الكرات البيضاء ونضع مكانها n كرة سوداء حيث $n\geq 2$ ، ثم يسحب لاعب كرتين على التوالي دون إرجاع الكرة المسحوبة الأولى .

إذا سحب اللاعب كرة سوداء يتحصل على 5 نقاط وإذا سحب كرة حمراء يخسر 10 نقاط . وليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب مجموع النقاط المحصل عليها .

أ) عرف قانون الاحتمال لـ X ، ثم بين أن أمله الرياضياتي هو $E(X)=\frac{10n^2-60n-400}{(n+4)(n+5)}$.

تعيين القيم الممكنة لـ X :

كرتين حمراوين فإنه يخسر 20 نقطة وإذا سحب كرة حمراء وكرة سوداء فإنه يخسر 5 نقاط أما إذا سحب كرتين سوداوين فإنه يربح 10 نقاط ، ومنه $X\in\{-20;-5;10\}$.

عدد الكرات الإجمالي في الكيس هو $n+5$ ومنه عدد الحالات الممكنة للسحب هو A_{n+5}^2

$$P(X=-20)=\frac{A_5^2}{A_{n+5}^2}=\frac{\frac{5!}{2!}}{\frac{(n+5)!}{(n+3)!}}=\frac{20(n+3)!}{(n+5)!}=\frac{20(n+3)!}{(n+5)(n+4)(n+3)!}=\frac{20}{(n+5)(n+4)}$$

$$P(X=-5)=\frac{\Gamma_2^{1,1}\times A_5^1\times A_n^1}{A_{n+5}^2}=\frac{2\times\frac{5!}{4!}\times\frac{n!}{(n-1)!}}{\frac{(n+5)!}{(n+3)!}}=\frac{10n}{(n+5)(n+4)}$$

$$P(X=10)=\frac{A_n^2}{A_{n+5}^2}=\frac{\frac{n!}{(n-2)!}}{\frac{(n+5)!}{(n+4)!}}=\frac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$$

Prof : Gouaich Mohamed Bac-Blanc2021-Lycée Mersa Hadjadj
3as.ency-education.com

$X=X_i$	-20	-5	10
$P(X=X_i)$	$\dfrac{20}{(n+5)(n+4)}$	$\dfrac{10n}{(n+5)(n+4)}$	$\dfrac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$

ومنه :
$$\begin{cases} E(X)=(-20)\dfrac{20}{(n+5)(n+4)}+(-5)\dfrac{10n}{(n+5)(n+4)}+10\times\dfrac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)} \\ =\dfrac{-400-50n+10n(n-1)}{(n+5)(n+4)}=\dfrac{10n^2-60n-400}{(n+4)(n+5)} \end{cases}$$

ب) ما هو أصغر عدد ممكن للكرات السوداء حتى تكون اللعبة مربحة .

حتى تكون اللعبة مربحة يكفي : $E(X)>0$

$$E(X)>0\Leftrightarrow\frac{10n^2-60n-400}{(n+4)(n+5)}>0\Rightarrow 10n^2-60n-400>0 \quad \text{لأن} \quad (n+4)(n+5)>0$$

يكفي حل المتراجحة $10x^2-60x-400>0$ نجد $x\in]-\infty;-4[\cup]10;+\infty[$

وبما أن $n\in\mathbb{N}$ فإن $n>10$ ومنه أصغر عدد ممكن للكرات السوداء حتى تكون اللعبة مربحة هو 11 .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+2-2\ln x$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=+\infty \quad \begin{cases} \lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} \ln x=-\infty \\ \lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} x^2+2=2 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty} x\left(x+\frac{2}{x}-2\frac{\ln x}{x}\right)=+\infty \quad \begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x}=0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0 \end{cases}$$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

$g'(x)=\dfrac{2(x^2-1)}{x}$ وإشارتها من إشارة x^2-1 لأن $x\in]0;+\infty[$.

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	-	0	+	

الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;1]$ ومتزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$.

Prof : Gouaich Mohamed Bac-Blanc2021-Lycée Mersa Hadjadj
3as.ency-education.com

جدول التغيرات :

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

3) حدد إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$.

الدالة g تقبل قيمة حدية صغرى هي 3 ومنه : $\forall x\in]0;+\infty[, g(x)\geq 3$ ومنه $\forall x\in]0;+\infty[, g(x)>0$

x	0	$+\infty$
$g(x)$	‖	+

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=-x+e-\dfrac{2\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}0} -x+e-\frac{2}{x}.\ln x=+\infty \begin{cases}\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{2}{x}=+\infty\\ \lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\ln x=-\infty\end{cases}$$

ومنه المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مطابقا لحامل محور التراتيب بجوار $+\infty$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$$

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$.

$$f'(x)=-1-\left(\frac{\frac{2}{x}\times x-2\ln x}{x^2}\right)=\frac{-x^2-2+2\ln x}{x^2}=\frac{-g(x)}{x^2}$$

3) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$ لأنه $\forall x\in]0;+\infty[, x^2>0$

Prof_Souaich Mohamed Bac-Blanc2021-Lycée Mersa Hadjadj
3as.ency-education.com
ency-education.com/exams

x	0 $+\infty$
$f'(x)$	-

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$

جدول التغيرات :

x	0 $+\infty$
$f'(x)$	-
$f(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$

4) أ) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+e$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

لدينا $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(-x+e)\right]=\lim_{x\to+\infty}-\frac{2\ln x}{x}=0$ ومنه (Δ) الذي معادلته $y=-x+e$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

يكفي دراسة إشارة الفرق $f(x)-(-x+e)$ أي $-\frac{2\ln x}{x}$

إشارة $-\frac{2\ln x}{x}$ من إشارة $-2\ln x$ لأن $x>0$

x	0	1	$+\infty$
$-2\ln x$	+	0	-
الوضعية النسبية	(C_f) فوق (Δ)	تقاطع	(C_f) تحت (Δ)

5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي المستقيم (Δ) ، ثم جد معادلة له .

يكفي حل المعادلة $f'(x)=-1$

$\frac{-x^2-2+2\ln x}{x^2}=-1 \Leftrightarrow f'(x)=-1$ نجد $-2+2\ln x=0$ ومنه $x=e$

ومنه (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي المستقيم (Δ) حيث : $(T): y=f'(e)(x-e)+f(e)$

Prof : Gouaich Mohamed Bac-Blanc2021-Lycée Mersa Hadjadj
3as.ency-education.com

ومنه $(T): y = -x + e - \frac{2}{e}$

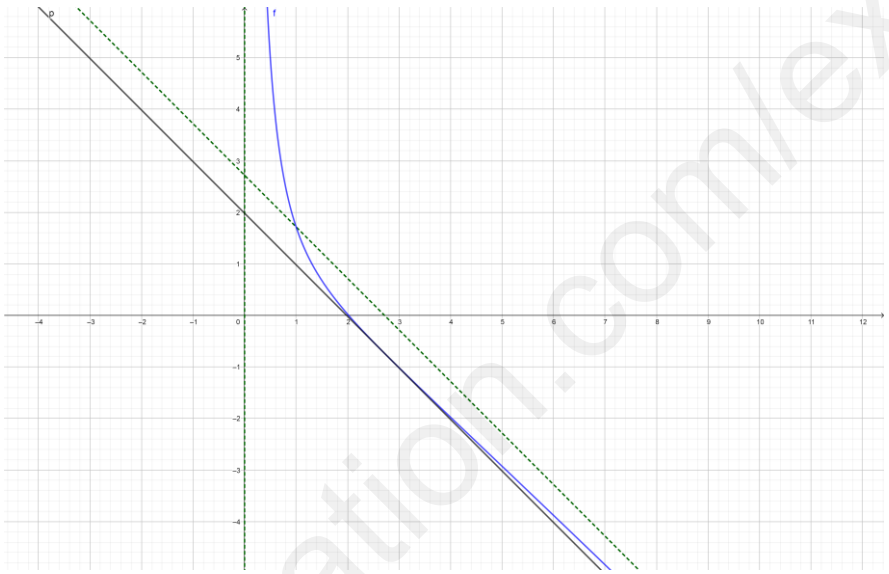
6) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $2 < \alpha < 2{,}1$.

يكفي أن نبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2 < \alpha < 2{,}1$

الدالة f مستمرة ورتيبة تماما على المجال $]0;+\infty[$ وبالأخص على المجال $]2;2{,}1[$ ولدينا :

$f(2) \times f(2{,}1) \approx 0{,}025 \times (-0{,}08) < 0$ ، إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2 < \alpha < 2{,}1$ ومنه (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $2 < \alpha < 2{,}1$.

7) أرسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) .



8) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $x(e-m) = \ln(x^2)$.

المعادلة معرفة من أجل $x \neq 0$ ولدينا :

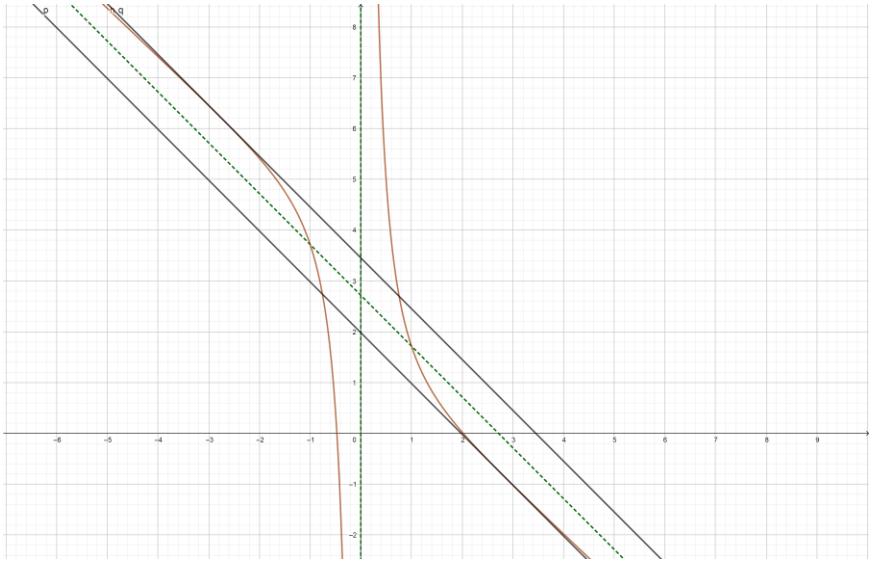
$$x(e-m) = \ln(x^2) \Leftrightarrow e - m = \frac{2\ln|x|}{x} \Leftrightarrow m - e = -\frac{2\ln|x|}{x} \Leftrightarrow -x + e + m - e = -x + e - \frac{2\ln|x|}{x}$$
$$\Leftrightarrow h(x) = -x + m$$

حيث h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $h(x) = -x + e - \frac{2\ln|x|}{x}$

من أجل $x > 0$: $h(x) = -x + e - \frac{2\ln x}{x} = f(x)$

ولدينا $h(x) + h(-x) = -x + e - \frac{2\ln|x|}{x} + x + e + \frac{2\ln|-x|}{x} = 2e$ لأن $|-x| = |x|$ ومنه منحنى الدالة h متناظر بالنسبة إلى النقطة $\omega(0;e)$ ويطابق (C_f) من أجل $x > 0$.

Prof : Gouaich Mohamed Bac-Blanc2021-Lycée Mersa Hadjadj
3as.ency-education.com



المناقشة مناقشة بيانية وسيطية مائلة وتؤول إلى دراسة عدد نقط تقاطع منحنى الدالة h مع المستقيم $(d_m): y=-x+m$ والذي يوازي كلا من (Δ) ، (T) و (T') حيث $(T'): y=-x+e+\frac{2}{e}$ نظير (T) بالنسبة إلى النقطة ω ومنه :

من أجل $m \in \left]-\infty; e-\frac{2}{e}\right[$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

من أجل $m=e-\frac{2}{e}$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا وحلا بسيطا

من أجل $m \in \left]e-\frac{2}{e}; e\right[$ المعادلة تقبل 3 حلول

من أجل $m=e$ المعادلة تقبل حلين متمايزين

من أجل $m \in \left]e; e+\frac{2}{e}\right[$ المعادلة تقبل 3 حلول

من أجل $m=e+\frac{2}{e}$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا وحلا بسيطا

من أجل $m \in \left]e+\frac{2}{e}; +\infty\right[$ المعادلة تقبل حلا وحيد

انتهى تصحيح الموضوع الثاني

ency-education.com/exams

Prof : Goualch Mohamed Bac-Blanc2021-Lycée Mersa Hadjadj
3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية وهران

المقاطعة الأولى (وهران شرق) الامتحان التجريبي لبكالوريا 2022في مادة الرياضيات

الشعبة :تقني رياضي المدة : أربع ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

التمرين الأول(04ن) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $a_n = 2\times 5^n + 7$

1) أ- بيّـن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون a_n فردي.

ب- عيّـن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 8.

جـ- استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ يكون $a_n \equiv 1[8]$.

2) أ- برهن أنه إذا كان: $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 7[125] \end{cases}$ فإن: $x \equiv 257[1000]$.

ب- بيّـن أنه من أجل $n \geq 3$ يكون: $a_n \equiv 257[1000]$.

جـ- ما هي الأرقام الثلاث الأخيرة للعدد $(2\times 5^{2022}+7)(2\times 5^{2021}+7)$ ؟

3) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$

ب- نعتبر $d = PGCD(a_{2n}; a_{2n+1})$ ، بيّـن أن d يختلف عن 7 ثم عيّـن قيمته.

التمرين الثاني(04ن) يوجد جواب صحيح واحد بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية، عينه مع التبرير.

1) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \left(\frac{2}{3}\alpha\right)^n$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما، قيم مجموعة قم α التي تكون من أجلها (v_n) متتالية متقاربة هي:

أ) $\left]0;\frac{3}{2}\right[$ ب) $]-1;1[$ جـ) $\left]0;\frac{2}{3}\right[$

2) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ والذي يحقق الشرط $f(0)=4$ هو:

أ) $f(x)=3e^{\frac{2}{3}x}+1$ ب) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}+3$ جـ) $f(x)=2e^{\frac{2}{3}x}+2$

3) f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=\frac{x+1}{x}$، الدالة الأصلية F للدالة f والتي تحقق $F(1)=0$ هي الدالة المعرفة بـ:

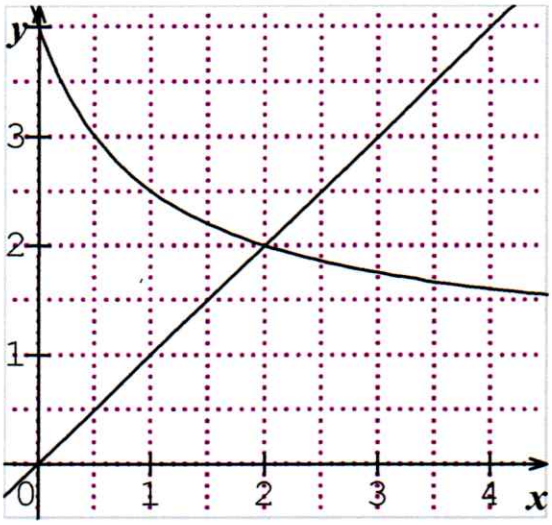
أ) $F(x)=x-1+\ln x$ ب) $F(x)=1-x+\ln x$ جـ) $F(x)=\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

4) N عدد طبيعي، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N=\overline{01355}^6$ ، كتابته في النظام العشري هي:

أ) $N=2022$ ب) $N=1439$ جـ) $N=1962$

التمرين الثالث (05ن) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x+4}{x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (أنظر الشكل).

3as.ency-education.com



1) بيّن أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$

و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) انقل الشكل ثم مثّل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل (دون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء، ثم أعط تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1\le u_n\le \frac{5}{2}$.

3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{12}{u_n+2}-3$

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0.

ب) أوجد بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم استنتج عبارة u_n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n بحيث: $S_n=v_n+v_{n+1}+v_{n+2}+\ldots+v_{n+2022}$

أحسب بدلالة n المجموع P_n بحيث: $P_n=\frac{1}{u_n+2}+\frac{1}{u_{n+1}+2}+\frac{1}{u_{n+2}+2}+\cdots+\frac{1}{u_{n+2022}+2}$

التمرين الرابع(07ن) g دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-x-\ln x$

1) أ) أدرس تغيرات الدالة g .

ب) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,56<\alpha<0,57$ ثم استنتج إشارة g على $]0;+\infty[$

2) لتكن f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{-1+(x-1)\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

أ) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسر النتيجتين هندسيا .

ب) بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي xمن المجال $]0;+\infty[$، $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما x_0 و x_1 حيث $0,2<x_0<0,3$ و $2,2<x_1<2,3$.

4) بيّن أن $f(\alpha)=-\alpha+1-\frac{1}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) (γ) هو المنحنى الممثل للدالة ln في المعلم السابق .

أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]$ ثمّ فسّر النتيجة بيانيا ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (γ) .

6) أ) احسب $f(1)$ ، $f(2)$ و $f(e)$ ثم ارسم (γ) و (C_f) .

ب) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x)=m$.

7) A هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (γ) و (C_f) والمستقيمين الذين معادلتيهما: $x=\alpha$ و $x=e$.

– احسب A بدلالة α ثم تحقق أن : $A=\frac{(1+\alpha)(3-\alpha)}{2}$ مستنتجا حصرا لـ A

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول(05ن) لكل سؤال جواب واحد صحيح فقط من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير:

1. حل المعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ و الذي يحقق $f(0)=4$ هو الدالة f المعرفة على R بـ:

أ) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}-3$ ب) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}+3$ ج) $f(x)=2e^{\frac{2}{3}x}+3$.

2. مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1)+\ln(x+2)\le 2\ln 2$ في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $S=[-2;2]$ ب) $S=]1;2]$ ج) $S=[-2;1]$

3. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x2^{-x}$ ، f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة f' هي:

أ/ $f'(x)=(1-x\ln 2)e^{-x\ln 2}$ ب/ $f'(x)=(1-x)2^{-x}$ ج/ $f'(x)=(2+x\ln 2)2^{-x}$

4. x عدد حقيقي موجب تماما ، التكامل $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}dt$ يساوي:

أ) $\frac{-2\ln x-1}{x}$ ب) $\frac{-\ln x}{x}-\frac{1}{x}$ ج) $\frac{-\ln x-1+x}{x}$

5. f الدالة المعرفة على R بـ: $f(x)=\ln(x^2+2x+3)$ من أجل كل عدد حقيقي x يكون:

أ) $f(-2-x)=f(x)$ ب) $f(2-x)=f(x)$ ج) $f(-x)=f(x)$

التمرين الثاني(04ن) α ، β عددان طبيعيان كل منهما أصغر من 7؛ وليكن A العدد الطبيعي المضاعف لـ 7 والذي يكتب في نظام التعداد ذو الأساس 9 و 7 على الترتيب بـ: $\overline{2\alpha 8\beta}$ و $\overline{5\alpha 1\beta}$

1) جد α ، β ثم أكتب العدد A في النظام العشري.

2) أحسب $PGCD(2016,2268,2772)$

3) نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية Z المعادلة ذات المجهولين x ، y

$$2772x-2268y=2016.....(E)$$

أ. بيّن انه من اجل كل عددين حقيقيين x، y المعادلة (E) تكافئ $11x-9y=8$

ب. جد (x_0,y_0) حل للمعادلة (E) والتي تحقق $x_0+y_0=8$

ت. استنتج في Z^2 مجموعة حلول المعادلة (E).

4) بفرض x و y موجبان و أن (x,y) حلل المعادلة (E) وبوضع $PGCD(x,y)=d$

أ. أوجد القيم الممكنة لـ d

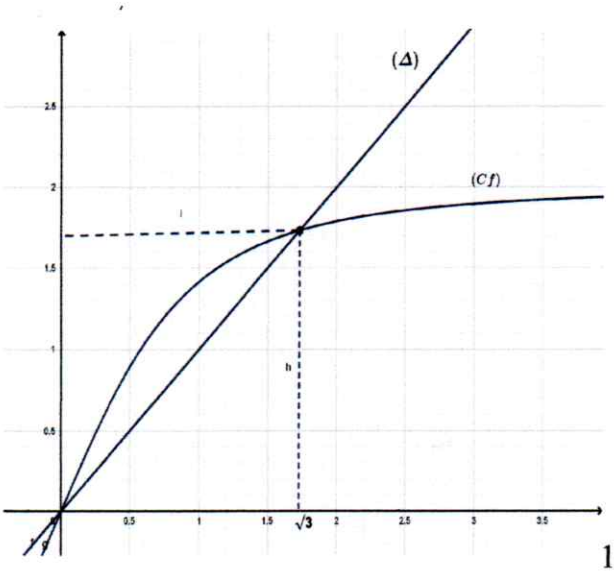
ب) استنتج كل الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) التي تحقق : $PGCD(x,y)=2$

3as.ency-education.com

التمرين الثالث(04ن)

1)الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_f) للدالة f المعرفة على $[0,+\infty[$ ب: $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $[0,+\infty[$

ب)بيّن أنه إذا كان $x\in[0,\sqrt{3}]$ فإن $f(x)\in[0,\sqrt{3}]$

2) نعرّف المتتالية (u_n) كما يلي :

$u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) باستعمال التمثيل البياني (C_f) والمستقيم (Δ)

مثّل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 على محور الفواصل دون حسابها

مبرزا خطوط التمثيل

ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

ب) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le\sqrt{3}$

ج) بيّن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ،ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

د)استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب: $v_n=\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$

أ)برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب)أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

ج)أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

4) أحسب p_n بدلالة n حيث: $p_n=\dfrac{(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)^2}{(3-u_0{}^2)(3-u_1{}^2)\cdots(3-u_n{}^2)}$

التمرين الرابع(07ن)

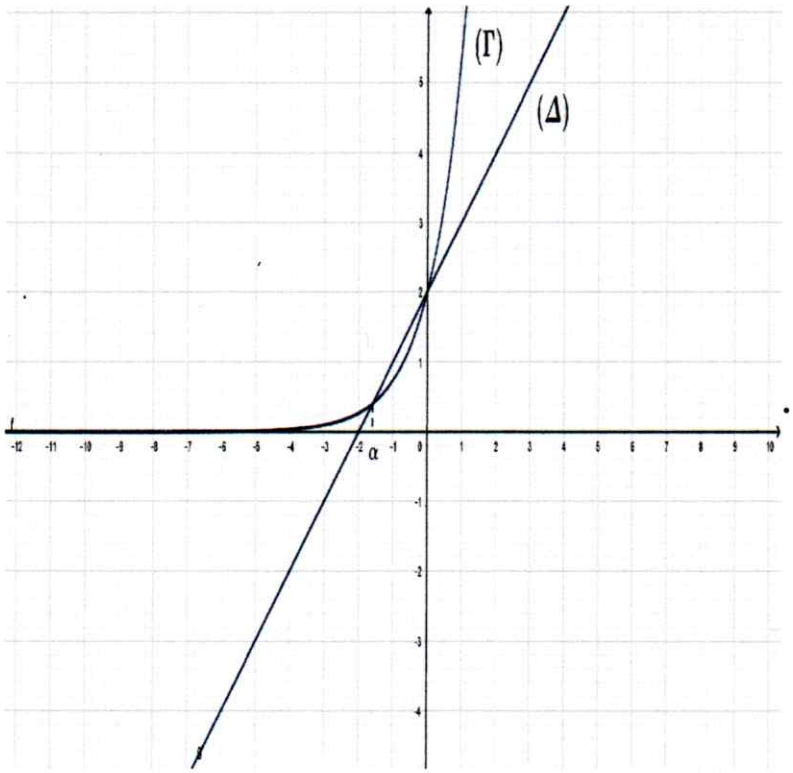
I) المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، الشكل أدناه يتضمن (Γ) التمثيل البياني للدالة:

$x\to 2e^x$ ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة : $y=x+2$ ، 0 و α هما فاصلتا نقطتي تقاطع (Γ) و (Δ)

حيث : $-1,6\prec\alpha\prec-1,5$

1) بقراءة بيانية حدّد وضعية المنحني (Γ) بالنسبة إلى (Δ) على R

3as.ency-education.com



2) g لدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة على R بـ : $g(x) = -2e^x + x + 2$

حدّد إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II) f الدالة العددية المعرفة على R بـ :

$f(x) = 2(ex-3) + (x+3)e^{-x+1}$ ،

(C_f) هو تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) أ – أحسب كلا من : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من R

: $f'(x) = -g(x)e^{-x+1}$.

ج) عيّن دون حساب: $\lim\limits_{h\to0} \dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ،

ثم فسّر النتيجة هندسيا.

المستقيم (D) ذو المعادلة : $y = 2(ex-3)$ هو

مستقيم مقارب ل (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)

ب) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتها .

ج) بيّن أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها β حيث: $-2,4 \prec \beta \prec -2,3$.

3) أنشئ كل من (D) و (C_f) . نأخذ $f(-3) \approx -22.31$ و $f(\alpha) \approx 4.15$

4-أ) جد العددين الحقيقيين a,b حتى تكون الدالة $x \to (ax+b)e^{-x+1}$ أصلية للدالة $x \to (x+3)e^{-x+1}$ على R

ب)أحسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (D) و المستقيمين الذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=n$

حيث n عدد طبيعي $(n \succ 1)$، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

الإجابة النموذجية للموضوع اختبار مادة الرياضيات / الشعبة: تقني رياضي / بكالوريا تجريبي 2022

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة	
التمرين الأول	لدينا من أجل كل عدد طبيعي n : $a_n = 2\times 5^n + 7$ 1) أ- بما أن a_n هو مجموع عددين أحدهما فردي والأخر زوجي إذا هو عدد فردي..... ب- n بواقي قسمة العدد 5^n على 8 : من أجل $n = 2k$: $5^n \equiv 1[8]$ و من أجل $n = 2k+1$: $5^n \equiv 5[8]$ ..... جـ- بما أن $2\times 1 + 7 \equiv 1[8]$ و $2\times 5 + 7 \equiv 1[8]$ فإنه من أجل كل عدد طبيعي n : $a_n \equiv 1[8]$	0.5 0.5 0.5	04
	2) أ- إذا كان: $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 7[125] \end{cases}$ فإن: $\begin{cases} 125x \equiv 125[1000] \\ 8x \equiv 56[1000] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 125x \equiv 125[1000] \\ 128x \equiv 896[1000] \end{cases}$ بالطرح نجد $3x \equiv 771[1000]$ أي $9x \equiv 313[1000]$ اذا نجد $\begin{cases} 8x \equiv 56[1000] \\ 9x \equiv 313[1000] \end{cases}$. ومنه $x \equiv 257[1000]$ ..... ب- من أجل $n \geq 3$ يكون : 5^n مضاعف لـ 125 ومنه نجد $a_n \equiv 7[125]$ ولدينا $a_n \equiv 1[8]$ إذا نستنتج أن $a_n \equiv 257[1000]$ ..... جـ- بما أن $a_{2021} \equiv 257[1000]$ و $a_{2022} \equiv 257[1000]$ فإن $a_{2021} \times a_{2022} \equiv 257^2[1000]$ أي $a_{2021} \times a_{2022} \equiv 49[1000]$ اذا الأرقام الثلاث الأخيرة للعدد $(2\times 5^{2021} + 7)(2\times 5^{2022} + 7)$ هي 049	0.75 0.5 0.25 0.25	
	3) أ- من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$ ب- إذا كان $PGCD(a_{2n}; a_{2n+1}) = d$ ، فإن d يقسم a_n وبما أن 2×5^n ليس مضاعف لـ 7 فإن d يختلف عن 7 ..... d يقسم 28 ويختلف عن 7 و a_n فردي اذا $d = 1$	0.25 0.25 0.25	
التمرين الثاني	1) قيم α التي تكون من أجلها (v_n) متقاربة هي: أ) $\left]0;\frac{3}{2}\right[$ + التبرير..... 2) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $3y' - 2y + 6 = 0$ والذي يحقق الشرط $f(0) = 4$ هو: ب) $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$ + التبرير..... 3) الدالة الأصلية F والتي تحقق $F(1) = 0$ للدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x) = \frac{x+1}{x}$ هي الدالة: أ) $F(x) = x - 1 + \ln x$ + التبرير..... 4) N عدد طبيعي، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N = \overline{01355}^6$ ، كتابته في النظام العشري هي: ب) $N = 1439$ + التبرير.....	01 01 01 01	04

ency-education.com/exams

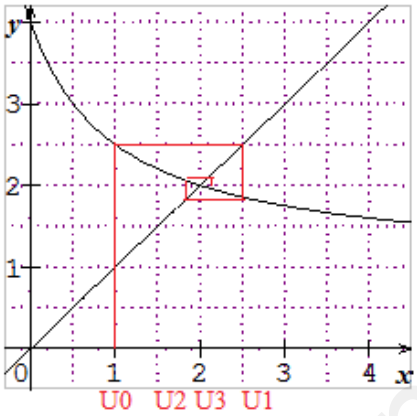
التمرين الثالث

05

f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x+4}{x+1}$.

0.5 1) بما أن $f'(x)=\dfrac{-3}{(x+1)^2}$ فإن f متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

2) أ- تمثيل الحدود الأربعة الأولى:



0.75

0.5 التخمين: المتتالية (u_n) غير رتيبة ومتقاربة نحو 2

0.75 ب - البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1\le u_n\le\dfrac{5}{2}$:

لدينا $1\le u_0\le\dfrac{5}{2}$ و نفرض أن $1\le u_n\le\dfrac{5}{2}$ فنجد $1\le u_{n+1}\le\dfrac{5}{2}$ ومنه $1\le u_n\le\dfrac{5}{2}$

3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{12}{u_n+2}-3$

0.75 أ - بما أن $v_n=\dfrac{6-3u_n}{u_n+2}$ ولدينا $v_{n+1}=-\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{6-3u_n}{u_n+2}\right)$ اذا (v_n) متتالية هندسية

أساسها $q=-\dfrac{1}{3}$ و حدها الأول $v_0=1$ .....

0.5 ب -عبارة الحد العام: $v_n=\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n$ و $u_n=\dfrac{12}{3+v_n}-2=\dfrac{12}{3+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}-2$

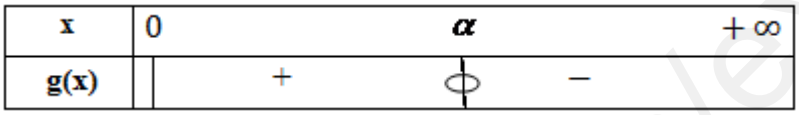
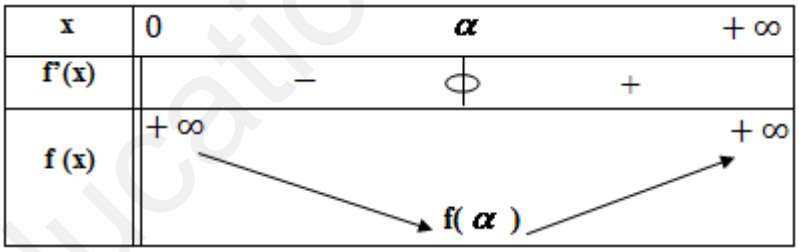
0.25 حساب النهاية: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=2$

ت - حساب S_n :

0.5 $$S_n=1\left(\frac{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{2023}}{1+\frac{1}{3}}\right)=\frac{3}{4}\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{2023}\right)$$

0.5 حساب P_n :

ency-education.com/exams

		ومنه $P_n=\frac{1}{12}\left(v_n+3+v_{n+1}+3+v_{n+2}+3...+v_{n+2022}+3\right)$ $P_n=\frac{1}{12}\left(S_n+3\times 2023\right)$.	
07	0.5	I. الدالة g معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=-x-\ln x$	التمرين الرابع
	0.25	1) أ- $g'(x)\prec 0$ ومنه الدالة g متناقصة.	
	0.25	ب- بما أن الدالة g رتيبة و $g(0.56)\times g(0.57)\prec 0$ فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,56<\alpha<0,57$ إشارة $g(x)$:	
	0.25		
	0.5 0.25	2) أ- من اجل كل x من المجال $]0,+\infty[$ نجد: $f(x)=\frac{-1+(x-1)\ln x}{x}$ $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to 0} f(x)=+\infty$ $x=0$ معادلة المستقيم المقارب للمنحنى (C)	
	0.5	ب -من اجل كل x من المجال $]0,+\infty[$ نجد: $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ إشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$	
	0.75	جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0,+\infty[$: 	
	0.5	3) حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0,2<x_0<0,3$ و $2,2<x_1<2,3$ إذا المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين	
	0.25 0.25	4) **من** $g(\alpha)=0$ لدينا $\ln\alpha=-\alpha$ وبالتعويض نجد: $f(\alpha)=-\alpha+1-\frac{1}{\alpha}$ **حصر** $f(\alpha)$ $-1.35\le f(\alpha)\le -1.31$	

ency-education.com/exams

5) **لدينا** $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{-1-\ln x}{x}\right]=0$ **0.5**

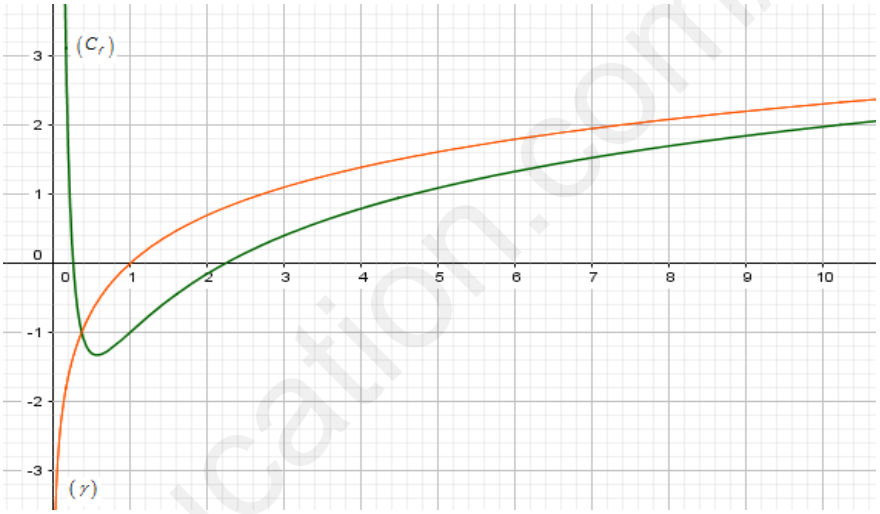
ومنه المنحنى (γ) هو منحنى مقارب للمنحنى (C_f)

- وضعية (C_f) بالنسبة إلى (γ): **0.5**

x	0	e^{-1}	$+\infty$
f(x)-lnx	+	0	−
الوضع النسبي	(γ) فوق (C_f)	تقاطع	(γ) تحت (C_f)

6) أ- حساب $f(1)$، $f(2)$ و $f(e)$

ارسم (γ) و (C_f) **0.5**



ب) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة: $f(x)=m$ **0.5**

$m\prec f(\alpha)$ لا يوجد حلول

$m=f(\alpha)$ يوجد حل وحيد

$m\succ f(\alpha)$ يوجد حلين مختلفين

7) حساب المساحة A : **0.5**

$$A=\left[\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_{\alpha}^{e}=\frac{3}{2}-\ln\alpha-\frac{1}{2}(\ln\alpha)^2$$

- التحقق أن: $A=\dfrac{(1+\alpha)(3-\alpha)}{2}$ بتعويض $\ln\alpha=-\alpha$ **0.25**

حصر A : **0.25**

$1.89\prec A\prec 1.91$

ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

الحل النموذجي لبكالوريا التجريبي دورة ماي 2022 **الشعبة : تقني رياضي**

الموضوع الثاني التصحيح النموذجي للبكالوريا التجريبي مادة الرياضيات

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة كاملة
التمرين الأول	حل التمرين الأول:		05 ن
	1-الإجابة الصحيحة هي : (ب)		
	التبرير : $3y'-2y+6=0$	01ن	
	يكافئ $y'=\frac{2}{3}y-2$		
	$y=ce^{\frac{2}{3}x}+3$		
	ومنه $f(x)=ce^{\frac{2}{3}x}+3$		
	2-الإجابة الصحيحة هي: (ب)	01ن	
	التبرير $D=]1;+\infty[$: $\ln(x-1)+\ln(x+2)\le 2\ln 2.....(1)$		
	(1) يكافئ $\ln[(x-1)(x+2)]\le \ln 4$		
	تكافئ $x^2+2x-x-2\le 4$		
	$x^2+x-6\le 0$		
	ومنه $S=]1;2]$	01ن	
	3--الإجابة الصحيحة هي: (أ)		
	التبرير $f(x)=xe^{-x}$:		
	$f'(x)=xe^{-x\ln 2}$		
	يكافئ $f'(x)=e^{-x\ln 2}+(-\ln 2)e^{-x\ln 2}.x$		
	$f'(x)=e^{-x\ln 2}(1-x\ln 2)$		
	ومنه $f'(x)=(1-x\ln 2)e^{-x\ln 2}$	01ن	
	4---الإجابة الصحيحة هي: (ج)		

ency-education.com/exams

التبرير: $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}dt = [\frac{-\ln t}{t}]_1^x - \int_1^x \frac{-1}{t^2}dt$

$= \frac{-\ln x}{x} - [\frac{1}{t} + c]_1^x$

$= \frac{-\ln x}{x} - (\frac{1}{x} + c - 1 - c)$

$= \frac{-\ln x - 1 + x}{x}$

01ن

5-الإجابة الصحيحة هي: (أ)

التبرير: $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 3)$

$f(-2-x) = \ln[(-2-x)^2 + 2(-2-x) + 3]$

$= \ln(4 + x^2 + 4x - 4 - 2x + 3)$

$= \ln(x^2 + 2x + 3)$

$= f(x)$

التمرين الثالث:

04ن

أ-) تحديد اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0,+\infty[$

الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و $f'(x) = \frac{2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} \succ 0$ هذا يعني

الدالة f متزايد تماماعلى المجال $]0,+\infty[$

0.5ن

ب-1) نبين إذا كان $1 \le x \le \sqrt{3}$ فإن $1 \le f(x) \le \sqrt{3}$

لدينا من أجل $1 \le x \le \sqrt{3}$ فإن $f(1) \le f(x) \le f(\sqrt{3})$ (لأن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1,\sqrt{3}]$)ومنه

$\sqrt{2} \le f(x) \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le \sqrt{2} \le f(x) \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le f(x) \le \sqrt{3}$ وهو المطلوب

0.25ن

أ-2) تمثيل الحدود u_0, u_1 و u_2 على محور الفواصل

نسقط النقطة $M_0(u_0 = 1, u_1)$ على (Δ) وفق (ox) ثم نسقط نقطة المحصل عليها على (C_f) وفق (oy) نحصل على النقطة $M_1(u_1, u_2)$ وهكذا نكرر العملية نحصل على M_2

ency-education.com/exams

0.25ن

ب)يبدو من خلا ل الرسم المتتالية (u_n) متزايدة على $\square$ ومتقاربة نحو العدد $\sqrt{3}$

2–ب) لنبرهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$.

لنتحقق من أجل $n=0$ أي : $1 \le u_0 = 1 \le \sqrt{3}$ (محققة)

نفرض أن : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ و لنثبت : $1 \le u_{n+1} \le \sqrt{3}$

لدينا فرضا : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ ومنه : $f(1) \le f(u_n) \le f(\sqrt{3})$ (حسب سؤال رقم 1–ب) ومنه $1 \le u_{n+1} \le \sqrt{3}$ صحيحة

0.5ن وبالتالي $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ صحيحة

ج) نبين من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2u_n}{\sqrt{u_n^2+1}} - u_n = \dfrac{2u_n - u_n\sqrt{u_n^2+1}}{\sqrt{u_n^2+1}} = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ لدينا من أجل كل

عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le u_n^2 \le 3$ ومنه $2 \le u_n^2 + 1 \le 4$

ومنه $\sqrt{2} \le \sqrt{u_n^2+1} \le 2$ ومنه $-2 \le -\sqrt{u_n^2+1} \le -\sqrt{2}$ ومنه $0 \le 2-\sqrt{u_n^2+1} \le 2-\sqrt{2}$ وبالتالي:

0.25ن $u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}} \ge 0$ وعليه المتتالية (u_n) متزايدة على $\square$

بما ان المتتالية (u_n) متزايدة ومحدودة من الاعلى فهي متقاربة

3)**نبين (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول**

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n :

0.25ن $$v_{n+1} = \frac{u_{n+1}^2}{3-u_{n+1}^2} = \frac{\dfrac{4u_n^2}{u_n^2+1}}{3-\dfrac{4u_n^2}{u_n^2+1}} = \frac{4u_n^2}{u_n^2+1} \times \frac{u_n^2+1}{-u_n^2+3} = 4\left(\frac{u_n^2}{3-u_n^2}\right) = 4v_n$$

ency-education.com/exams

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=4$ وحدها الاول $v_0=\frac{1}{2}$

عبارة الحد العام v_n **بدلالة** n : $v_n=\frac{1}{2}(4)^n$ أي $v_n=2^{2n-1}$ 0.25ن

عبارة الحد العام u_n **بدلالة** n : بوضع $v_n=y$ و $u_n=x$ المساواة $v_n=\frac{u_n^2}{3-u_n^2}$ تكافيء

$y=\frac{x^2}{3-x^2}$ أي $y(3-x^2)=x^2$ أي $3y-yx^2=x^2$ أي $3y=yx^2+x^2=x^2(y+1)$

$x^2=\frac{3y}{1+y}$ هذا يعني: $u_n^2=\frac{3v_n}{1+v_n}$ هذا يعني $u_n=\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ أو $u_n=-\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ بمأن 05ن

المتتالية (u_n) موجبة فإن: $u_n=\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ أي $u_n=\sqrt{\frac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})}}$

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$:لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3(2^{2n-1})}{(2^{2n-1})}=3$ لأن: $\lim\limits_{n\to+\infty}2^{2n-1}=+\infty$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\sqrt{3}$ 0.25ن

حساب بدلالة n االجداء: $p_n=\frac{(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)^2}{(3-u_0{}^2)(3-u_1{}^2)\cdots(3-u_n{}^2)}$ 0.25ن

$$\begin{aligned}p_n&=v_0\times v_1\times v_2\cdots\times v_n=v_0\times v_0\times q\cdots\times v_0\times q^n\\&=v_0{}^{n+1}\times q^{1+2+\cdots+n}\\&=v_0^{n+1}\times q^{1+2+\cdots+n}\\&=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\times q^{\frac{n(n+1)}{2}}\\&=2^{-n-1}\times 2^{n^2+n}\\&=2^{n^2-1}\end{aligned}$$ 0.25ن

<u>حل التمرين الثاني:</u>

الجزءالاول:

تحديد وضعية المنحني (Γ) **بالنسبة إلى** (Δ)

لدينا من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$ أعلى (Δ) 0.25ن

ومن أجل $x\in]\alpha,0[$ (Γ) أسفل (Δ)

ومن أجل $x=\alpha$ أو $x=0$ لدينا $(\Gamma)\cap(\Delta)=\{(\alpha,\alpha+2),(0,2)\}$ 0.25ن

ency-education.com/exams

تحديد إشارة $g(x)$:

لدينا $g(x)=0$ من أجل $x=\alpha$ أو $x=0$

$g(x)\succ 0$ من أجل $x\in]\alpha,0[$ و $g(x)\prec 0$ من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$

الجزء الثاني: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=2(ex-3)+(x+3)e^{-x+1}$

حساب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} 2(ex-3)=-\infty$ و

$$\lim_{x\to-\infty}(x+3)e^{-x+1}=-\infty$$

07ن

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty+\infty$ (حالة عدم التعيين) إزالتها

0.25ن

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 2(ex-3)+e\left(\dfrac{x}{e^x}+\dfrac{3}{e^x}\right)=+\infty$

لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^x}+\dfrac{3}{e^x}=0$

نبين من أجل كل عدد حقيقي: $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و عبارة دالتها المشتقة هي :

ومنه. $f'(x)=2e+e^{-x+1}-(x+3)e^{-x+1}=2e\left(e^{-x+1}\right)\left(e^{+x-1}\right)+e^{-x+1}-(x+3)e^{-x+1}$

0.50ن

$$f'(x)=\left(e^{-x+1}\right)\left[2e\times e^{x-1}+1-x-3\right]=e^{-x+1}(2e^x-x-2)=-e^{-x+1}(-2e^x+x+2)$$

ومنه : $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$

حساب $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$

0.25ن

لدينا $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=0$

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مماس عند نقطة ذات الفاصلة α موازي لحامل محور الفواصل

دراسة اتجاه تغير الدالة f :إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$

0.25ن

$f'(x)=0$ من أجل $x=0$ أو $x=\alpha$

$f'(x)\succ 0$ من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$ معناه الدالة f متزايدة تماما على كل من المجاليين $]-\infty,\alpha[$ و $]0,+\infty[$

ency-education.com/exams

$f'(x) \prec 0$ من أجل $x \in]0,\alpha[$ معناه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0,\alpha[$.

جدول تغيرات الدالة f

0.75ن

2-أ)نبين أن المستقيم (D) ذو المعـ

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-y = \lim\limits_{x\to+\infty}(x+3)e^{-x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^x}+\frac{3}{e^x}\right)e = 0$

دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) : لدينا $f(x)-y=(x+3)e^{-x+1}$

إشارة $f(x)-y$ من إشارة العدد $x+3$ ومنه على المجال $]-\infty,-3]$ (C_f) أسفل (D) 0.5ن

وعلى المجال $[-3,+\infty[$ (C_f) أعلى (D) ومن أجل $x=-3$ (C_f) يقطع (D) في نقطة $(-3,2(-3e-3))$

نبين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف: لدينا f' قابلة للإشتقاق على $\square$ و

$f''(x)=(x+1)e^{-x+1}$ 0.25ن

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$

$f''(x)$ تتعدم عند قيمة $x_0=-1$ مغيرة إشارتها وعليه النقطة $A(1, f(1)=2e-2)$ نقطة انعطاف للمحني البياني (C_f)

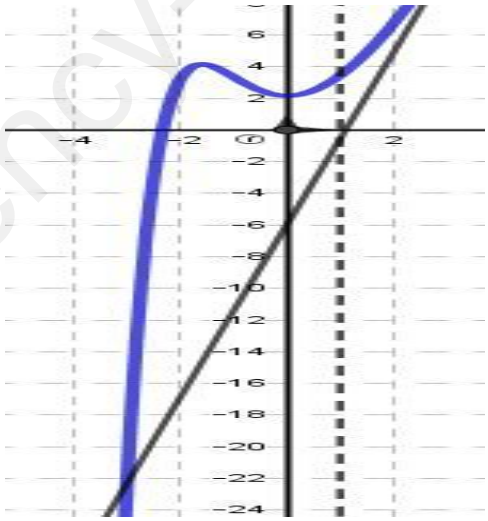
نبين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فا صلتها β بحيث: $-2,4<\beta<-2,3$

لدينا الدالة f معرفة و مستمرة و رتيبة تماما على المجال $]-\infty,\alpha]$ و بالخصوص على المجال $[-2,4,-2,3]$ ومن جهة أخرى 0.5ن

لدينا $f(-2,4)\times f(-2,3)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم

المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث : $-2,4<\beta<-2,3$ أي (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة

فا صلتها β بحيث: $-2,4<\beta<-2,3$ 0.25ن



رسم المنحني (C_f) و (D)

إيجاد العددين الحقيقيين a و b بحيث

حتى تكون الدالة $x\longrightarrow(ax+b)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية لدالة

$x\longrightarrow(x+3)e^{-x+1}$ على $\square$ 0.50ن

تكون الدالة $x\longrightarrow(ax+b)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية

للدالة $x\longrightarrow(x+3)e^{-x+1}$ إذا وفقط تحقق ما يلي من أجل كل

ency-education.com/exams

عدد حقيقي x لدينا: $ae^{-x+1}-(ax+b)e^{-x+1}=(x+3)e^{-x+1}$ 0.5ن

أي

$(-ax-b+a)e^{-x+1}=(x+3)e^{-x+1}$ بالمطابقة

نجد: $-a=1$ و $-b+a=3$ ومنه نجد $a=-1$

و $b=-4$

حساب مساحة الحيز المحددة بين المستقيمين: $x=1$ و $x=n$ 0.5ن

بحيث $n\succ 1$ والمستقيم (D)

$$I_n=\int_1^n[f(x)-y]dx=\left[-(x+4)e^{-x+1}\right]_1^n=-(n+4)e^{-n+1}+5$$

ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n=\lim\limits_{n\to+\infty}-(n+4)e^{-n+1}+5=+5$ 0.5ن

لأن: $\lim\limits_{n\to+\infty}-(n+4)e^{-n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}-(\frac{n}{e^n}+\frac{4}{e^n})e=0$

<u>حل التمرين الرابع:</u>

) إيجاد α و β :

لدينا $\begin{cases}A=\beta+8.9^1+\alpha.9^2+2.9^3\\A=\beta+7+\alpha.7^2+5.7^3\end{cases}$ 0.5ن

أي $\begin{cases}A=\beta+81\alpha+1530\\A=\beta+49\alpha+1722\end{cases}$

ومنه

$32\alpha-192=0$

وبالتالي $\alpha=\frac{192}{32}=6$ 0.5ن

نعوض α في الجملة نجد: $\begin{cases}A=\beta+2016\\A=\beta+2016\end{cases}$

لدينا $A\equiv 0[7]$

أي $\beta+2016\equiv 0[7]$

ency-education.com/exams

$\beta \equiv 0[7]$

$\beta = 7k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

بمأن $0 \leq \beta < 7$ 0.25ن

فإن $\beta = 0$

ومنه $\alpha = 6$ و $\beta = 0$ 0.25ن

•كتابة العدد A في النظام العشري:

لدينا $\alpha = 6$ و $\beta = 0$

$A = \beta + 81\alpha + 1530$

$A = 0 + 81(6) + 1530$

ومنه $A = 2016$ 0.4ن

2) حساب PGCD :

$PGCD(2016; 2268; 2772) = 252$ 0.7ن

3) لدينا المعادلة (E) $2772x - 2268y = 2016$ تكافئ $11x - 9y = 8$ .....(*)

إيجاد $(x_0; y_0)$:

لدينا $x_0 + y_0 = 8$ تكافئ $x_0 = 8 - y_0$

بالتعويض في (*) نجد: $11(8 - y_0) - 9y_0 = 8$ تكافئ $88 - 11y_0 - 9y_0 = 8$

تكافئ $88 - 20y_0 = 8$

تكافئ $y_0 = 4$

ومنه $(x_0; y_0) = (4; 4)$

• استنتاج مجموعة حلول المعادلة(E):

$\begin{cases} 11x - 9y = 8.....(*) \\ 11(4) - 9(4) = 8 \end{cases}$

ومنه $11(x-4) - 9(y-4) = 0$ تكافئ $11(x-4) = 9(y-4)$

أي $11 / 9(y-4)$

و $PGCD(11; 9) = 1$

حسب مبرهنة غوص : $11 / y - 4$

أي $y - 4 = 11k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

ency-education.com/exams

ومنه $y = 11k + 4$ — 0.25ن

بالتعويض في (*) نجد $11x - 9(11k+4) = 8$ تكافئ $11x - 99k - 36 = 8$

تكافئ $11x = 99k + 44$ — 0.50ن

تكافئ $x = 9k + 4$

ومنه: $S = \{(9k+4;11k+4) / k \in \mathbb{Z}\}$

❖) إيجاد قيم d:

$\begin{cases} d / x \\ d / y \end{cases}$ هذا يعني $d / 11x - 9y$ — 0.25ن

أي $d / 8$ — 0.25ن

و منه $d \in \{1;2;4;8\}$

2) استنتاج الثنائية $(x;y)$:

لدينا $PGCD(x;y) = 2$ يكافئ $\begin{cases} 2 / (11k+4) \\ 2 / (9k+4) \end{cases}$

يكافئ $\begin{cases} 11k + 4 \equiv 0[2] \\ 9k + 4 \equiv 0[2] \end{cases}$

يكافئ $\begin{cases} k \equiv 0[2] \\ k \equiv 0[2] \end{cases}$

أي $k = 2k' \quad ; \quad k' \in \mathbb{Z}$ — 01ن

ومنه $\begin{cases} x = 11(2k') + 4 \\ y = 9(2k') + 4 \end{cases}$

إذن $S = \{(22k'+4;18k'+4)\}$ — 0.5ن

ency-education.com/exams

	0.5ن		

ency-education.com/exams

وزارة التربية الوطنية

مديريتي التربية لولايتي أدرار و تيميمون — ثانويات المقاطعة الأولى

الشعبة : تقنـــي رياضـــي — دورة مـاي 2022

امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات — المدة : أربع ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (03 نقاط)

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) (u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عددطبيعي n بـ: $u_n = \int_n^{n+1} e^{1-x}dx$

المجموع $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$ يساوي $e - \left(\frac{1}{e}\right)^n$

2) من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{2n} + (-1)^{n+1} \equiv 0[17]$

3) باستعمال المكاملة بالتجزئة نجد أن : $\int_1^e x\ln x dx = \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{2}$

4) N عدد طبيعي يكتب في نظام التعداد ذو الأساس 7 على الشكل $\overline{5616}^7$.

كتابة العدد الطبيعي N في نظام التعداد ذو الأساس 5 هي: $\overline{31042}^5$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 11 \\ u_{n+1} = 2 + \sqrt{u_n - 2} \end{cases}$

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3 \le u_n \le 11$

2) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \sqrt{u_n - 2}\left(1 - \sqrt{u_n - 2}\right)$

ب) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ، ثم استنتج تقاربها .

3) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le u_{n+1} - 3 \le \frac{1}{2}(u_n - 3)$

ب) استنتج أنه من أجل طل عدد طبيعي n : $0 \le u_n - 3 \le 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \ln(u_n - 2)$

أ) بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية اساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ب) اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ مرة ثانية.

5) احسب المجموع S حيث $S = v_{1443} + v_{1444} + ... + v_{2022}$

ثم استنتج الجداء P حيث $P = (u_{1443} - 2) \times (u_{1444} - 2) \times ... \times (u_{2022} - 2)$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : (E) ..... $11x - 5y = 2$

1) أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن : $y \equiv 4[11]$

ب) استنتج حلول المعادلة (E) .

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم . نضع : $a = 5n+2$ و $b = 11n+4$

أ) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b

ب) عين قيم n بحيث يكون $PGCD(a;b) = 2$

ج) استنتج قيم n بحيث يكون العددان a و b أوليين فيما بينهما .

3) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 10

ب) استنتج رقم أحاد العدد 2^{2016}

ج) عين كل الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^*$ التي هي حلول للمعادلة (E) وتحقق : $2^{y-2x} \equiv 8[10]$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x) = x+2-e^x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

2) أ) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0;+\infty[$ ،وتحقق أن : $1,14 < \alpha < 1,15$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]0;+\infty[$

II) نعّرف على المجال $]0;+\infty[$ الدالة العددية f كمايلي : $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{xe^x + 1}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ الوحدة $\| \vec{i} \| = 4Cm$

1) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f(x) = \dfrac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}}$

ب) استنتج النهاية $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{e^x \times g(x)}{(xe^x+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $]0;+\infty[$ ،ثم شكل جدول تغيراتها على نفس المجال

ج) بيّن ان : $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha+1}$ ،ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) أ) تحقق أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f(x) - x = \dfrac{(x+1) \times u(x)}{xe^x+1}$ ، حيث $(u(x) = e^x - xe^x - 1)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة u على المجال $]0;+\infty[$ ثم احسب $u(0)$ واستنتج إشارة $u(x)$.

ج) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (T)

5) انشئ كلا من المستقيم (T) والمنحني (C_f) (الوحدة $4Cm$)

6) أ) عيّن دالة أصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (T) و محور التراتيب و المستقيم ذا المعادلة $x = 1$

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (03 نقاط)

f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$ و $g(x)=\dfrac{x^3}{1+x^2}$ ، F و G دالتاهما الأصليتان على $\mathbb{R}$.

و نعتبر $I_1=\int_0^1 f(x)dx$ ، $I_2=\int_0^1 g(x)dx$

في كل حالة من الحالات التالية عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإجابات (أ) ، (ب) و (ج) مع التعليل:

1) (أ) $F(x)=\ln(1+x^2)$ (ب) $F(x)=\dfrac{1}{2}\ln(1+x^2)$ (ج) $F(x)=2\ln(1+x^2)$

2) (أ) $I_1=\ln(2)$ (ب) $I_1=\dfrac{1}{2}\ln(2)$ (ج) $I_1=2\ln(2)$

3) (أ) $I_1+I_2=\int_0^1 xdx$ (ب) $I_1+I_2=\dfrac{1}{2}\int_0^1 xdx$ (ج) $I_1+I_2=2\int_0^1 xdx$

4) (أ) $I_2=1-\ln(2)$ (ب) $I_2=1-\dfrac{1}{2}\ln(2)$ (ج) $I_2=\dfrac{1}{2}(1-\ln(2))$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول u_0 حيث $u_0=\alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{u_n-1}{u_n+3}$

- عيّن قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة على $\mathbb{N}$

II) في ما يلي نضع $u_0=0$

1) عيّن العدد الحقيقي b بحيث يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=1+\dfrac{b}{u_n+3}$

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1<u_n\leqslant 0$

3) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-(u_n+1)^2}{u_n+3}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{1}{u_n+1}$

أ) بيّن أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\dfrac{1}{2}$ و احسب حدها الأول v_0

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ،ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

5) احسب المجموع S حيث $S=\dfrac{8}{u_0+1}+\dfrac{8}{u_1+1}+...+\dfrac{8}{u_{2022}+1}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10

2) بيّن انه من أجل كل عدد طبيعي n : $1443^{4n+2}-2\times 109^{2n+1}-11\equiv 0[10]$

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n حيث $7\times 3^{n+1}-1\equiv 0[10]$ و $10<n\leq 25$

4) ليكن A كتابته $\overline{xx02102}$ في النظام ذي الأساس 3 و كتابته $\overline{y67y}$ في النظام ذي الأساس 9 .

(أ) عيّن x و y (ب) اكتب A في النظام العشري (ج) اكتب A في النظام ذي الأساس 7

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) h دالة عددية ذات المتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب: $h(x)=x^2-\ln x^2$

• ادرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم استنتج أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$: $h(x)>0$

II) نعّرف على $\mathbb{R}^*$ الدالة العددية f كمايلي : $f(x)=\frac{1}{2}\left(-\frac{\ln(x^2)}{x}-x-\frac{2}{x}\right)$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

ب) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم: $f'(x)=-\frac{h(x)}{2x^2}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=-\frac{1}{2}x$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3) أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $-x\in\mathbb{R}^*$ و $f(x)+f(-x)=0$ و تستنتج شفعية الدالة f .

ب) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاوحيدا α في المجال $]0,3;0,4[$.

ج) استنتج أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا آخر β يطلب تعيين حصرا له .

4) أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيان المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتيهما.

ب) انشئ (Δ) ، (T_1) ، (T_2) و (C_f)

ج) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=-\frac{1}{2}x+m$

5) لتكن k دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ بـ: $k(x)=\frac{1}{2}\left(-\frac{\ln(x+1)^2}{x+1}-(x+1)-\frac{2}{x+1}\right)+2$ ، (C_k) تمثيلها البياني

⊕ بيّن أنه يوجد تحويل بسيط يحول المنحنى (C_f) إلى المنحنى (C_k) (الإنشاء غير مطلوب)

6) أ) بيّن أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $F(x)=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}[\ln(x^2)]^2-2\ln|x|\right)$ هي دالة أصلة لـ f على $\mathbb{R}^*$

ب) λ عدد حقيقي حيث $\lambda>1$.احسب التكامل التالي $A(\lambda)=-\int_1^{\lambda}f(x)dx$ و احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)$