المـــوضـــوع الاول

التمرين الاول :(03 نقاط)

1. ليكن العددان الطبيعيان α ، β حيث : $\alpha = m^2 + m$ ، $\beta = m + 2$ ، و m من $\mathbb{N}$
   أ) بين ان: $pgcd(\alpha;\beta) = pgcd(m;2)$
   ب) استنتج القيم الممكنة لـ $pgcd(\alpha;\beta)$
2. a ، b عددان طبيعيان مكتوبان في النظام تعداد اساسه n (n عدد طبيعي ، $n \geq 6$) ، بحيث $a = \overline{2310}$ ، $b = \overline{252}$
   أ) برهن ان : $2n+1$ يقسم a و b
   ب) بين انه اذاكان:
   - n فردي فان $pgcd(a;b) = 2n+1$
   - n زوجي فان $pgcd(a;b) = 4n+2$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

كيس يحتوي على 5 قريصات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 5 ، نسحب بطريقة عشوائية من هذا الكيس قريصتين على التوالي بدون ارجاع القريصة الاولى المسحوبة.

1. شكل شجرة الامكانيات لهذه التجربة العشوائية ، ثم استنتج عدد عناصر المجموعة الشاملة Ω .
2. احسب احتمال كل من الاحداث التالية:
   - A :" حادثة الحصول على قريصتين مجموع رقميهما هو عدد زوجي".
   - B :"حادثة الحصول على قريصتين مجموع رقميهما هو عدد اولي".
   - C :" حادثة الحصول على قريصتين مجموع رقميهما اكبرتماما من العدد 7".
3. X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين.
   أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .
   ب) اوجد قانون احتمال المتغير العشوائي X .
   ج) احسب الامل الرياضياتي $E(X)$ و الانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغيرالعشوائي X .

التمرين الثالث:(05نقاط)

المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1. نعتبر النقط A ، B ، C حيث : $z_A = 2e^{i2\pi}$ ، $z_B = 1-i$ ، $z_C = \overline{z_B}$
   أ) اوجد طويلة العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ وعمدة له
   ب) استنتج بدقة طبيعة المثلث ABC .
2. ليكن r الدوران الذي مركزه A ويحول النقطة B الى النقطة C .

3as.ency-education.com

أ) عين زاوية الدوران r ، ثم اكتب العبارة المركبة للدوران r .

ب) اوجد z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران r

3. (C) الدائرة التي قطرها $[BC]$.

أ) اوجد (C') صورة (C) بالدوران r.

ب) لتكن M نقطة من (C) لاحقتها z ، بحيث النقطة M تختلف عن النقطة C ، صورتها M' ذات اللاحقة z' بالدوران r.

- بين وجود عدد حقيقي θ يحقق : $z = 1 + e^{i\theta}$
- عبر عن z' بدلالة θ.
- بين أن $\dfrac{z' - z_C}{z - z_C}$ حقيقي، ثم استنتج أن النقط : C و M و M' علي استقامية

التمرين الرابع: (07نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x + 1 + \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي مزود بالمعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، $\|\vec{i}\| = 1cm$ ، $\|\vec{j}\| = 2cm$

I.

1. احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$

2. بين ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تحديد معادلة لكل واحد منهما.

3. أ) بين انه من اجل كل $0 < x \leq 1$ فان $2 - 2x\sqrt{x} - \ln x \geq 0$

و من اجل كل $x \geq 1$ فان $2 - 2x\sqrt{x} - \ln x \leq 0$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4. انشئ (C_f) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

II.

1. باستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة $x \mapsto \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

2. λ عدد حقيقي ، حيث $0 < \lambda < 1$ ، $A(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التالية: $y = -x + 1$ ، $x = 1$ ، $x = \lambda$

3. احسب نهاية $A(\lambda)$ لما يؤول λ إلى الصفر، أعط تفسيرا هندسيا لهذه النهاية.

III.

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول u_0 حيث : $u_0 \in [1; 2]$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا :

$$u_{n+1} = 1 + \frac{\ln u_n}{\sqrt{u_n}}$$

3as.ency-education.com

1. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;2]$ لدينا : $0 \leq \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \leq 1$

2. برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا $u_n \in [1;2]$

3. بملاحظة أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} = f(u_n) + u_n$ ، عين اتجاه تغير المتتالية (u_n)

4. برهن أن المتتالية (u_n) متتالية متقاربة ، نسمي العدد l نهايتها

5. احسب بدقة قيمة l

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية الشيخ أمود ولاية تمنراست

امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي — دورة : مايو 2019

الشعبة : رياضيات + تقني رياضي

اختبار في مادة الرياضيات — المدة 4 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الأتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط)

نعتبر المعادلة $(E)\ldots\ldots 7x-3y=10$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث $x\,;y$ عددين صحيحين.

1) عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة الذي يحقق $\begin{cases} x_0-1\equiv 0[3] \\ -2<x_0<4 \end{cases}$

ثم حل المعادلة (E).

2) بفرض أن الثنائية $(x;y)$ حل المعادلة (E) حيث $x\,;y$ عددان طبيعيان .

عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي تحقق الجملة $\begin{cases} 2^x+y+n^2-2\equiv 0[7] \\ 0<n<18 \end{cases}$

3) جد الثنائية الوحيدة $(x;y)$ حل المعادلة (E) بحيث المضاعف المشترك الأصغر للعددين $x\,;y$ هو 2139

التمرين الثاني (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(4;2;2)$ و $B(5;-2;3)$ و $C(1;1;1)$ و المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=1+2t \end{cases} :t\in IR$.

(P) المستوي الذي يمر من النقطة A و عمودي على المستقيم (Δ).

1. أ.أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)

ب. تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي (P) و أن النقطة C لا تنتمي إلى المستوي (P) .

ج.تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

2. أ. عين إحداثيات النقطة D المسقط العمودي للنقطة C على المستوي (P) .

ب.بين أن النقط $A\,;B\,;C\,;D$ ليست من نفس المستوي .

ج.عين طبيعة المثلث ABD ثم أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

3. عين مركز سطحي الكرتين اللذين يمسان المستوي (P) في النقطة D و نصف قطر كل منهما 3 .

3as.ency-education.com

4. m عدد حقيقي و (P_m) المستوي المعرف بمعادلته $mx-2(m-1)y-z+m-1=0$ أثبت أن جميع المستويات (P_m) تشمل مستقيم ثابتاً (يطلب تعيين تمثيل وسيطي له) و ذلك مهما يكن الوسيط الحقيقي m

التمرين الثالث (05 نقاط)

ليكن α عدد حقيقي من المجال $[0;\pi]$ و z عدد مركب نعتبر كثير $P(z)$ معرف كما يلي:

$$P(z)=z^3-(1-2\sin\alpha)z^2+(1-2\sin\alpha)z-1$$

1. احسب $P(1)$ ثم استنتج انه يوجد عددين حقيقين a و b يطلب تعيينهما بحيث: $P(z)=(z-1)(z^2+az+b)$.
2. حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $P(z)=0$.
3. اكتب حلول المعادلة $P(z)=0$ على الشكل المثلثي ثم على الشكل الآسي.
4. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ; B ; C لواحقها على الترتيب $z_A=1$ و $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z_C=\overline{z_B}$

أ- علم النقط A ; B ; C ما **طبيعة** المثلث ABC ؟

ب- لتكن النقطة D نظيرة O بالنسبة **إلى** النقطة B و ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه O و يحول C إلى D .

عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S .

5. أكتب العدد المركب $\left(\frac{1}{-z_B}\right)$ على الشكل ألأسي ثم عين مجموعة الأعداد الطبيعية n حتى يكون $\left(\frac{1}{-z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا .

التمرين الرابع (07 نقاط) :

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-2+(-x+2)e^{-x+2}$

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,14<\alpha<1,15$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II - نعتبر f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=-2x+(x-1)e^{-x+2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$
2. أ.بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب .ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $[0;+\infty[$ (تعطى $f(\alpha)=-1,95$)
5. لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x)=(x-1)e^{-x+2}$ باستخدام التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة h ثم استنتج حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلتها $x=0$ و $x=1$ و $y=-2x$

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة التقني رياضي

تتكون مجموعة من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل أسمه عبد القادر و امرأة واحدة اسمها هاجر .

نريد تكوين لجنة مشكلة من ثلاث أعضاء لهم نفس المهام .

1. أحسب احتمال كل من الأحداث التالية : A " اللجنة تضم ثلاث رجال " B " اللجنة تضم رجل و إمرتين "
   C " اللجنة تضم عبد القادر " D " اللجنة تضم إما هاجر أو عبد القادر "
2. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة .
   عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله ثم احسب أمله الرياضياتي.

التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة الرياضيات

اجريت دراسة إحصائية على عدد من التلاميذ الذين يملكون هواتف نقالة و حواسب بإحدى الثانويات فكانت نتائج الدراسة الاحصائية كما يلي : 70% من التلاميذ يملكون هواتف نقالة

احتمال ان يكون التلميذ يملك حاسوب علما أنه يملك هاتف نقال هو $\frac{1}{16}$ و احتمال ان يكون التلميذ لا يملك حاسوب علما أنه لا يملك هاتف نقال هو $\frac{3}{14}$.

نرمز إلى T حادثة " التلميذ يملك هاتف نقال " و M حادثة " التلميذ يملك حاسوب "

1. شكل شجرة الاحتمال التي تنمذج هذه الوضعية .
2. أحسب احتمال أن يملك التلميذ هاتف نقال و حاسوب $P(T \cap M)$.
3. أحسب احتمال أن يملك التلميذ حاسوب $P(M)$.
4. أحسب احتمال ان يملك التلميذ هاتف نقال و لا يملك حاسوب $P(T \cap \overline{M})$ ثم استنتج $P_{\overline{M}}(T)$.

التمرين الثاني (04 نقاط)

نعتبر (u_n) متتالية المعرفة بـ $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

1 - أحسب الحدود u_1 , u_2 ; u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

2 - أ-برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n \leq n+3$.

ب-ادرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

ج-استنتج ان (u_n) محدودة من الأسفل هل يمكن القول أن (u_n) متقاربة ؟

3 - نعتبر (v_n) متتالية المعرفة بالعلاقة : $v_n = u_n - n$

أ - برهن أن المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول و أساسها .

ب -عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n و أحسب نهاية المتتالية (u_n)

ج-احسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

4 - لتكن (t_n) متتالية المعرفة على $\mathbb{N}$: $t_n = \ln(v_n)$

أ. برهن أن (t_n) المتتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

3as.ency-education.com

ب. أحسب بدلالة n المجموع $A_n = t_0 + t_1 + t_2 + \ldots + t_n$ و استنتج بدلالة n الجداء $p_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \ldots \times v_n$

التمرين الثالث (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ و النقطتين A و B لاحقتها $z_A = 4+2i$ و $z_B = 3-i$

1. أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_B}$ ثم أستنتج طبيعة المثلث ABO .
2. نعتبر التحويل النقطي r في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .
   أ. بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي r هي $z' = -iz + 1 + 3i$.
   ب. عيّن طبيعة التحويل r و عناصره المميزة.
   ج. عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل r
3. أستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$
4. عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z حيث $|z-4-2i| = |z|$
5. من أجل $z \neq 2+i$ نضع $L = \frac{z'-2-i}{z-2-i}$
   أ. بيّن أنّ : $L = -i$.
   ب. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عددًا حقيقيًا.
   ج. بيّن أنّ $(z'-2-i)^2 + (z-2-i)^2 = 0$

التمرين الرابع (07 نقاط) :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln(x+1)+|x|}{x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

1. أحسب : $\lim\limits_{x \to -1^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا
2. أ- أحسب $f'(x)$ من أجل $x \in]-1;0[$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;0[$
   ب-أحسب $f'(x)$ من أجل $x \in]0;+\infty[$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$
3. أحسب $\lim\limits_{x \to 0^{>}} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x \to 0^{<}} \frac{f(x)}{x}$ هل f قابلة للاشتقاق عند 0 ؟
4. أكتب معادلتي المماسين لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0
5. شكل جدول تغيرات f
6. أحسب $f(e-1)$ ثم أنشئ (C_f)
7. أوجد دالة أصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$ ثم أستنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل والمستقيمين ذا المعادلتين : $x = 0$ و $x = e^2 - 1$

انتهى الموضوع الثاني

3as.ency-education.com

التمرين الأول (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E).....$7x-3y=10$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث $x\,;y$ عددين صحيحين.

1) تعين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة الذي يحقق $\begin{cases}x_0-1\equiv 0[3]\\-2<x_0<4\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}x_0\equiv 1[3]\\-2<x_0<4\end{cases}$ يعني أن

$\begin{cases}x_0=1+3k\ :\ k\in Z\\-2<x_0<4\end{cases}$ أي أن $\begin{cases}x_0=1+3k\ :\ k\in Z\\-2<1+k<4\end{cases}$ و منه $\begin{cases}x_0=1+3k\ :\ k\in Z\\-3<k<3\end{cases}$ بتعويض

$k=$	-2	-1	0	1	2
$x_0=$	-5	-2	1	4	7
$y_0=$	-15	-8	-1	6	13

نختار واحد من الحلول الخاصة و ليكن $(4;6)$ .....(1)

حل المعادلة (E) لدينا $\begin{cases}7x-3y=10\\7(4)-3(6)=10\end{cases}$ بالطرح نجد $7(x-4)=3(y-6)$ و العددان 3 و 7 أوليان فيما بينهما فحسب مبرهنة قوس نجد أن $k\in Z$: $\begin{cases}x-4=3k\\y-6=7k\end{cases}$ و منه $\begin{cases}x=4+3k\\y=6+7k\end{cases}$: $k\in Z$

مجموعة الحلول $S=\{(4+3k;6+7k):k\in Z\}$.....(1)

2) بفرض أن الثنائية $(x;y)$ حل المعادلة (E) حيث $x\,;y$ عددان طبيعيان .

تعين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي تحقق الجملة $\begin{cases}2^x+y+n^2-2\equiv 0[7]\\0<n<18\end{cases}$ أي أن $\begin{cases}2^{4+3k}+6+7k+n^2-2\equiv 0[7]\\0<n<18\\k\in N\end{cases}$ أي أن

$\begin{cases}2^{4+3k}+n^2+4\equiv 0[7]\\0<n<18\\k\in N\end{cases}$ و لدينا $2^3=1[7]$ و منه $\begin{cases}2+n^2+4\equiv 0[7]\\0<n<18\\k\in N\end{cases}$ أي أن $\begin{cases}n^2\equiv 1[7]\\0<n<18\\k\in N\end{cases}$ و منه $\begin{cases}n^2\equiv 1[7]\\0<n<18\end{cases}$

$n=$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
$n^2\equiv$	1	4	2	1	4	1	0	1	4	2	1	4	1	0	1	4	2	[7]

القيم هي $1\,;\ 4\,;6\,;\ 8\,;11;13\,;\ 15$ .....(1)

3) إيجاد الثنائية الوحيدة $(x;y)$ حل المعادلة (E) بحيث المضاعف المشترك الأصغر للعددين $x\,;y$ هو 2139 لدينا $2139=3\times 23\times 31$ و العددان $4+3k\,;\ 6+7k$ قاسمان للعدد 2139 و قواسم 2139 هي 1 و 3 و 23 و 31 و 69 و 93 و 713 و 2139 :

$4+3k=1$ يعني أن $k=-1$ و منه $\begin{cases}x=1\\y=15\end{cases}$ و 15 ليست قاسم للعدد 2139 إذن الحل مرفوض

3as.ency-education.com

$4+3k=31$ يعني أن $k=9$ و منه $\begin{cases}x=31\\y=39\end{cases}$ و $PPCM(39;31)=2139$ و منه $(x;y)=(31;39)$ هي الثنائية الوحيدة.....(1)

و $4+3k=23$ ليس لها حل صحيح و $4+3k=3$ ليس لها حل صحيح و $4+3k=69$ ليس لها حل صحيح و $4+3k=93$ ليس لها حل صحيح و $4+3k=713$ ليس لها حل صحيح و $4+3k=2139$ ليس لها حل صحيح .

التمرين الثاني (04 نقاط)

1. أ. كتابة معادلة ديكارتية للمستوي (P) : شعاعه الناظمي هو $\vec{n}(2;1;2)$ معادلته من الشكل $2x+y+2z+d=0$ و بما أن A نقطة منه فإن $2(4)+2+2(2)+d=0$ و منه $d=-14$ إذن $2x+y+2z-14=0$ .....(0,5)

ب. التحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي (P) : $2(5)+(-2)+2(3)-14=0$ محققة ومنه $B\in(P)$

و أن النقطة C لا تنتمي إلى المستوي (P) : $2(1)+2(1)+2(1)-14=0$ غير محققة و منه $C\notin(P)$.....$2\times(0,25)$

ج.التحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) : تنتمي لأنه من أجل $t=0$ في التمثيل الوسيطي نجد $\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1\end{cases}$.....(0,25)

النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) : $\begin{cases}4=1+2t\\2=1+t\\2=1+2t\end{cases}$ يعني أن $\begin{cases}t=\frac{3}{2}\\t=1\\t=\frac{1}{2}\end{cases}$ و منه A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ).....(0,25)

2. أ. تعيين إحداثيات النقطة D المسقط العمودي للنقطة C على المستوي (P) : لتكن $D(x;y;z)$ و هي تنتمي إلى (P) أي أن $2x+y+2z-14=0$ و $\overrightarrow{CD}(x-1;y-1;z-1)$ مرتبط خطيا مع $\vec{n}(2;1;2)$ أي أن

يكافئ $\begin{cases}2x+y+2z-14=0\\\frac{x-1}{2}=y-1\\y-1=\frac{z-1}{2}\end{cases}$

و منه $\begin{cases}2x+y+2z-14=0\\\frac{x-1}{2}=\frac{z-1}{2}\\y-1=\frac{z-1}{2}\end{cases}$ و منه $\begin{cases}2x+y+2z-14=0\\x=z\\z=2y-1\end{cases}$ و منه $\begin{cases}2(2y-1)+y+2(2y-1)-14=0\\x=z\\z=2y-1\end{cases}$ إذن $9y-18=0$

و منه $y=2$ إذن $x=z=3$ و منه $D(3;2;3)$.....(0,5)

ب.إثبات أن النقط $A;B;C;D$ ليست من نفس المستوي : بما ان النقط $A;B;C;D$ تنتمي إلى المستوي (P) و النقطة C لا تنتمي للمستوي (P) فإن النقط $A;B;C;D$ ليست من نفس المستوي . .....(0,25)

ج.تعيين طبيعة المثلث ABD لدينا $\overrightarrow{AB}(1;-4;1)$ و $\overrightarrow{AD}(-1;0;1)$ و منه $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}=0$

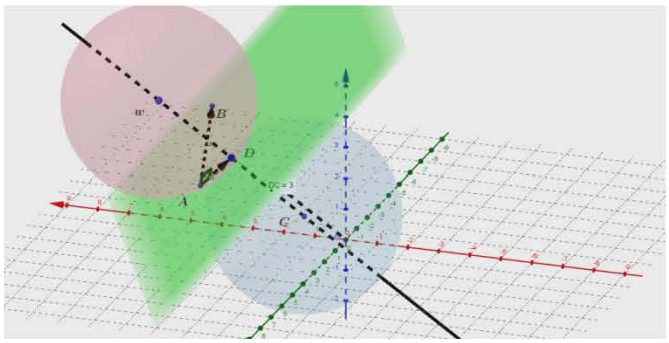
و منه المثلث ABD قائم في A.....(0,25)

حساب حجم رباعي الوجوه $ABCD$: مساحة المثلث ABD هي $S=\frac{AB\times AD}{2}=\frac{\sqrt{18}\times\sqrt{2}}{2}=3$ .....(0,25)

الحجم هو $v=\frac{S\times CD}{3}=\frac{3\times3}{3}=3$ وحدة حجم.....(0,25)

3as.ency-education.com

3. تعيين مركز سطحي الكرتين اللذين يمسان المستوي (P) في النقطة D و نصف قطر كل منهما 3 و ليكن احدهما $w(x_0;y_0;z_0)$



أي أن $wD=3$ و الشعاع $\overrightarrow{wD}$ و $\vec{n}(2;1;2)$ مرتبطان خطياً

يكافئ $(x_0-3)^2+(y_0-2)^2+(z_0-3)^2=9$ و

و منه $\frac{x_0-3}{2}=\frac{y_0-2}{1}=\frac{z_0-3}{2}$

أي أن $4(y_0-2)^2+(y_0-2)^2+4(y_0-2)^2=9$ $(y_0-2)^2=1$

و منه $y_0=3$ او $y_0=1$

لما $y_0=3$ فإن $x_0=5$ و $z_0=5$ و لما $y_0=1$ فإن $x_0=1$ و $z_0=1$

المركزين هما $C(1;1;1)$ و $w(5;3;5)$ ..... $2\times(0,25)$

4. m عدد حقيقي و (P_m) المستوي المعرف بمعادلته $mx-2(m-1)y-z+m-1=0$ أثبت أن جميع المستويات (P_m) تشمل مستقيم ثابتاً $mx-2(m-1)y-z+m-1=0$ يكافئ $m(x+2y+1)+2y-z-1=0$ مستقلة عن m يعني الجملة $\begin{cases}x+2y+1=0\\2y-z-1=0\end{cases}$

تعين مستقيم لأنها للمستويين غير متوازيان ..... $(0,25)$

نضع $\begin{cases}x+2y+1=0\\y=t\\2y-z-1=0\end{cases}$ و منه $\begin{cases}x=-2t-1\\y=t\\z=2t-1\end{cases}$ $:t\in R$ هو التمثيل الوسيطي المطلوب ..... $(0,25)$.

التمرين الثالث (05 نقاط)

1. حساب $P(1)$ نجد $P(1)=0$ ..... $(0,25)$

استنتاج انه يوجد عددين حقيقين a و b يطلب تعيينهما بحيث : $P(z)=(z-1)(z^2+az+b)$ بالتحليل نجد

$P(z)=(z-1)(z^2+2\sin\alpha.z+1)$ ..... $(0,5)$

2. حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $P(z)=0$ يكافئ $\begin{cases}z=1\\z^2+2\sin\alpha.z+1=0\end{cases}$ ..... $(0,25)$

نحل $z^2+2\sin\alpha.z+1=0$ حساب المميز $\Delta=4\sin^2\alpha-4=-4\cos^2\alpha$ للمعادلة حلين هما $z_1=-\sin\alpha+i\cos\alpha$

و $z_2=-\sin\alpha-i\cos\alpha$ ..... $2\times(0,25)$

3. كتابة حلول المعادلة $P(z)=0$ على الشكل المثلثي $z_1=i(\cos\alpha+i\sin\alpha)=\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)$ و

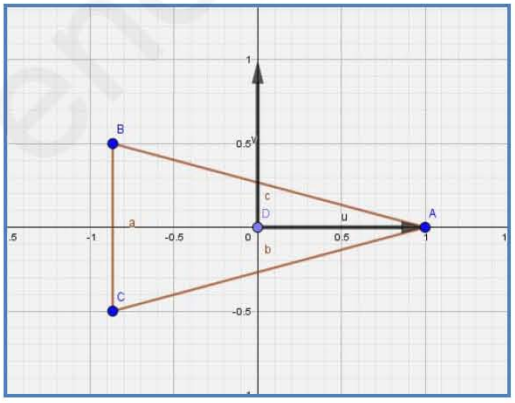
$z_2=-i(\cos\alpha-i\sin\alpha)=\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)+i\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)$.

الشكل الآسي : $z_1=e^{\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)i}$ و $z_2=e^{\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)i}$ ..... $2\times(0,5)$

4. نعتبر النقط A ; B ; C لواحقها على الترتيب $z_A=1$ و

$z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z_C=\overline{z_B}$

أ - تعليم النقط A ; B ; C ..... $3\times(0,25)$



طبيعة المثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين

لأن $AB=AC$ ..... $(0,25)$

3as.ency-education.com

ب -لتكن النقطة D نظيرة O بالنسبة إلى النقطة B و ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه O و يحول C إلى D .

$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{OB}$ يعني أن $z_D=2z_B$ أي $z_D=-\sqrt{3}+i$ ..... (0,25)

تعيين العناصر المميزة للتشابه المباشر S : لدينا $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $\frac{z_D-z_O}{z_C-z_O}=\frac{2z_B}{\overline{z_B}}=\frac{2(z_B)^2}{1}=2\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

و $\left|\frac{z_D}{z_C}\right|=2$ و $\arg\left(\frac{z_D}{z_C}\right)=-\frac{\pi}{6}$ منه التشابه S نسبته 2 و زاويته $-\frac{\pi}{6}$ ..... $3\times(0,25)$

5. كتابة العدد المركب $\left(\frac{1}{-z_B}\right)$ على الشكل الأسي $\left(\frac{1}{-z_B}\right)=e^{\frac{\pi}{6}i}$ ..... (0,25)

تعيين مجموعة الأعداد الطبيعية n حتى يكون $\left(\frac{1}{-z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا يعني أن $\arg\left(\left(\frac{1}{-z_B}\right)^n\right)\equiv\pi[2\pi]$ أي أن

$\frac{n\pi}{6}\equiv\pi[2\pi]$ و منه $\frac{n}{6}\equiv 1[2]$ أي أن $n\equiv 6[12]$ إذن $k\in\mathbb{N}$: $n=12k+6$ ..... (0,25)

التمرين الرابع (07 نقاط) :

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-2+(-x+2)e^{-x+2}$

1. دراسة تغيرات الدالة g : النهايات : $\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[-2-xe^{-x}\right]=-2$ و $\lim_{x\to-\infty}g(x)=+\infty$ ..... $2\times(0,25)$

المشتقة $g'(x)=(x-3)e^{-x+2}$ موجبة على المجال $[3\,;+\infty[$ و منه الدالة g متزايدة على هذا المجال و سالبة على المجال $]-\infty\,;3]$ و منه الدالة g متناقصة على هذا المجال ..... $2\times(0,5)$

جدول تغيراتها: ..... **(0,5)**

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$-2-\frac{1}{e}$	↗	-2

2. إثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,14<\alpha<1,15$ بما أن:

$g(1,15)=-0,01$ و $g(1,14)=0,03$ و

الدالة مستمرة و متناقصة على المجال $[1,14\,;1,15]$

فحسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α ..... (0,5)

استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$: $g(x)$ موجبة على المجال $]-\infty;\alpha[$

و سالبة على المجال $]\alpha;+\infty[$ ..... **(0,5)**

II - نعتبر f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=-2x+(x-1)e^{-x+2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i}\,;\vec{j})$.

1. حساب $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}x\left[-2+\frac{x-1}{x}e^{-x+2}\right]=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}(-2x)=-\infty$ ..... **2×(0,5)**

2. أإثبات أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f): لدينا

$\lim_{x\to+\infty}[f(x)+2x]=\lim_{x\to+\infty}(x-1)e^{-x+2}=0$ و منه محققة ..... (0,25)

3as.ency-education.com

ب .دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) : $f(x)-y=[f(x)+2x]=(x-1)e^{-x+2}$

اشارة الفرق من إشارة $x-1$ و منه (C_f) يقع فوق (Δ) على المجال $]-\infty;1[$ و (C_f) يقع تحت (Δ) على المجال $]1;+\infty[$ و يتقاطع في النقطة ذات الفاصلة 1.....(0,5)

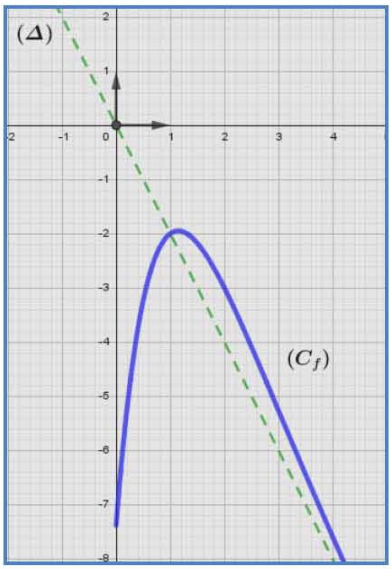
3. إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x : لدينا $f'(x)=g(x)$ أي أن $f'(x)=-2+e^{-x+2}-(x-1)e^{-x+2}$

$f'(x)=-2+(-x+2)e^{-x+2}=g(x)$ شارتها من إشارة $g(x)$.....(0,5)

جدول تغيرات الدالة f.....(0,5)

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$

4. إنشاء (Δ) و (C_f) على المجال $[0;+\infty[$ (تعطى $f(\alpha)=-1,95$).....(0,75)



5. لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x)=(x-1)e^{-x+2}$ باستخدام التكامل بالتجزئة تعين دالة أصلية للدالة h : أي أن $\int_0^x h(t)dt=\left[-(t-1)e^{-t+2}\right]_0^x+\int_0^x e^{-t+2}dt$

$\int_0^x h(t)dt=-xe^{-x+2}$ و منه $\int_0^x h(t)dt=\left[-(t-1)e^{-t+2}-e^{-t+2}\right]_0^x=\left[-te^{-t-2}\right]_0^x$

الدالة الأصلية H حيث $H(x)=-xe^{-x+2}$.....(0,25)

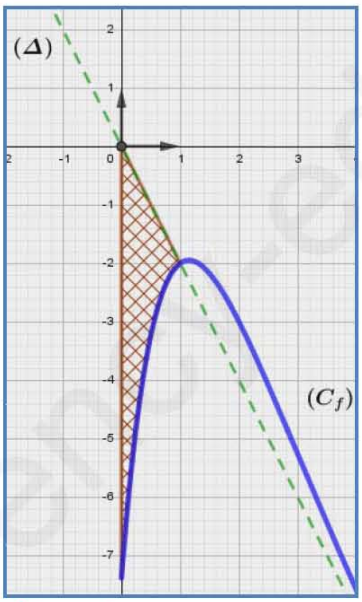
استنتاج حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلتها $x=0$ و $x=1$ و $y=-2x$

نحسب التكامل

$$\int_0^1[-2x-f(x)]dx=-\int_0^1(x-1)e^{-x+2}dx=-[H(x)]_0^1=e$$

و منه المساحة هي $e\ u.a$.....(0,25)

المساحة هي التكامل مضروب في وحدة مساحة



انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة التقني رياضي

تتكون مجموعة من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل أسمه عبد القادر و امرأة واحدة اسمها هاجر .

نريد تكوين لجنة مشكلة من ثلاث أعضاء لهم نفس المهام .

1. حساب احتمال كل من الأحداث التالية : نحسب عدد الحالات الممكنة الكلية $C_{12}^3 = 220$ ..... $(0,5)$

" A اللجنة تضم ثلاث رجال " $P(A) = \frac{C_8^3}{220} = \frac{56}{220} = \frac{14}{55}$ ..... $(0,25)$

" B اللجنة تضم رجل و إمرتين " $P(B) = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{220} = \frac{48}{220} = \frac{12}{55}$ ..... $(0,25)$

" C اللجنة تضم عبد القادر " $P(C) = \frac{C_{11}^2}{220} = \frac{55}{220} = \frac{1}{4}$ ..... $(0,25)$

" D اللجنة تضم إما هاجر أو عبد القادر " $P(D) = \frac{C_{10}^2 + C_{10}^2}{220} = \frac{90}{220} = \frac{9}{22}$ ..... $(0,25)$

2. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة .

القيم الممكنة للمتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3 ..... (1)

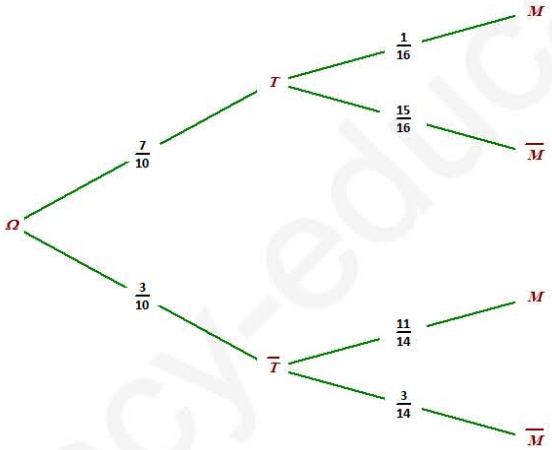
تعريف قانون احتمال $P(X=0) = \frac{C_4^3}{220} = \frac{4}{220}$ و $P(X=1) = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{220} = \frac{48}{220}$ و $P(X=2) = \frac{C_8^2 \times C_4^1}{220} = \frac{112}{220}$ و

$P(X=3) = \frac{C_8^3}{220} = \frac{56}{220}$ ..... (1)

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{220}$	$\frac{48}{220}$	$\frac{112}{220}$	$\frac{56}{220}$

حساب أمل الرياضياتي $E(X) = \frac{0+48+224+168}{220} = 2$ ..... $(0,5)$

التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة الرياضيات



1. شجرة الاحتمال التي تمذج هذه الوضعية ..... (1)
2. حساب احتمال أن يملك التلميذ هاتف نقال و حاسوب

$P(T \cap M) = \frac{7}{10} \times \frac{1}{16} = \frac{7}{160}$ ..... (1)

3. حساب احتمال أن يملك التلميذ حاسوب

$P(M) = P(M \cap T) + P(M \cap \overline{T}) = P(M \cap T) + P(\overline{T}) \times P_{\overline{T}}(M) = \frac{7}{160} + \frac{3}{10} \times \frac{11}{14} = \frac{313}{1120} = 0,28$ ..... (1)

4. حساب احتمال إن يملك التلميذ هاتف نقال و لا يملك حاسوب $P(T \cap \overline{M}) = \frac{7}{10} \times \frac{15}{16} = \frac{21}{32} = 0,65625$ ..... $(0,5)$

3as.ency-education.com

استنتاج $P_{\overline{M}}(T)=\dfrac{P(T\cap\overline{M})}{P(\overline{M})}$ لدينا $P(\overline{M})=1-P(M)=1-\dfrac{313}{1120}=\dfrac{807}{1120}$ و منه

$$P_{\overline{M}}(T)=\frac{\left(\frac{21}{32}\right)}{\left(\frac{807}{1120}\right)}=\frac{21\times1120}{32\times807}=\frac{23520}{25824}=\frac{245}{269}=0{,}91\ldots\ldots\ldots\ldots(0{,}5)$$

التمرين الثاني (04 نقاط) :

نعتبر (u_n) متتالية المعرفة بـ $u_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{2}{3}u_n+\dfrac{1}{3}n+1$

1 - حساب الحدود u_1 , u_2 ; u_3 : $u_1=\dfrac{2}{3}u_0+0+1=\dfrac{4}{3}+1=\dfrac{7}{3}$ و $u_2=\dfrac{2}{3}u_1+\dfrac{1}{3}+1=\dfrac{14}{9}+\dfrac{4}{3}=\dfrac{14+12}{9}=\dfrac{26}{9}$

و $u_3=\dfrac{2}{3}u_2+\dfrac{1}{3}(2)+1=\dfrac{52}{27}+\dfrac{2}{3}+1=\dfrac{52+18+27}{27}=\dfrac{97}{27}$ ……$3\times(0{,}25)$

اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) : المتتالية متزايدة……$(0{,}25)$

2 - أ-البرهان بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n\le n+3$: لدينا $u_0\le3$ محققة ……$(0{,}25)$

نفرض أن $u_n\le n+3$ صحيحة و لنبرهن أن $u_{n+1}\le n+4$ صحيحة

$u_n\le n+3$ بالضرب $\dfrac{2}{3}$ في نجد $\dfrac{2}{3}u_n\le\dfrac{2}{3}n+2$ بإضافة $\dfrac{1}{3}n+1$ نجد $\dfrac{2}{3}u_n+\dfrac{1}{3}n+1\le n+3$ أي أن

$u_{n+1}\le n+3$ و منه $u_{n+1}\le n+4$ صحيحة ومنه من اجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n\le n+3$……$(0{,}25)$

ب-دراسة اتجاه تغيرات المتتالية (u_n): $u_{n+1}-u_n=-\dfrac{1}{3}u_n+\dfrac{1}{3}n+1=\dfrac{-u_n+n+3}{3}$ الفرق موجب

و منه المتتالية متزايدة……$(0{,}25)$

ج-استنتاج أن (u_n) محدودة من الأسفل : بما أن المتتالية (u_n) متزايدة فهي محدود من ألأسفل بالحد u_0 ……$(0{,}25)$

لا يمكن الحكم على تقارب المتتالية (u_n). ……$(0{,}25)$

3 - نعتبر (v_n) متتالية المعرفة بالعلاقة : $v_n=u_n-n$

أ - البرهان أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول و أساسها :

$v_{n+1}=u_{n+1}-n-1=\dfrac{2}{3}u_n+\dfrac{1}{3}n+1-n-1$ أي أن $v_{n+1}=\dfrac{2}{3}(u_n-n)$ إذن و منه $v_{n+1}=\dfrac{2}{3}u_n-\dfrac{2}{3}n$

$v_{n+1}=\dfrac{2}{3}v_n$ متتالية هندسية أساسها $\dfrac{2}{3}$ و حدها الأول $v_0=2$……**(0,5)**

ب -التعبير عن v_n بدلالة n: $v_n=2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ و لدينا $u_n=v_n+n$ و منه $u_n=2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n+n$……**(0,25)**

حساب نهاية المتتالية (u_n): $\lim u_n=\lim\left[2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n+n\right]=+\infty$……$(0{,}25)$

ج-حساب بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$ لدينا

و منه $S_n=(v_0-0)+(v_1-1)+(v_2-2)+\ldots+(v_n-n)$

3as.ency-education.com

$S_n = [v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n] - [0 + 1 + 2 + ... + n]$ أي أن $S_n = v_0 \left[\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1}{\frac{2}{3} - 1}\right] - \frac{(n+1)n}{2}$ و منه

$S_n = -6\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1\right] - \frac{(n+1)\,n}{2}$ .....(0,25)

4 - لتكن (t_n) متتالية المعرفة على $\mathbb{N}$: $t_n = \ln(v_n)$

أ. البرهان أن (t_n) المتتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول :لدينا $t_n = \ln(v_n) = \ln\left[2\left(\frac{2}{3}\right)^n\right]$ و منه

$t_{n+1} = \ln\left[2\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right]$ أي أن $t_{n+1} = \ln\left[2\left(\frac{2}{3}\right)^n\right] + \ln\left(\frac{2}{3}\right)$ و منه $t_{n+1} = t_n + \ln\left(\frac{2}{3}\right)$ إذن المتتالية (t_n)

حسابية أساسها $\ln\left(\frac{2}{3}\right)$.....(0,25)

ب. حساب بدلالة n المجموع $A_n = t_0 + t_1 + t_2 + ... + t_n$:

$A_n = \frac{n+1}{2}[t_0 + t_n] = \frac{n+1}{2}\left[\ln 2 + \ln\left[2\left(\frac{2}{3}\right)^n\right]\right] = \frac{n+1}{2}\ln\left[4\left(\frac{2}{3}\right)^n\right]$ .....(0,25)

و استنتاج بدلالة n الجداء $p_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times ... \times v_n$ لدينا $v_n = e^{t_n}$ و

$p_n = e^{t_0} \times e^{t_1} \times e^{t_2} \times ... \times e^{t_n} = e^{A_n} = e^{\frac{n+1}{2}\ln\left[4\left(\frac{2}{3}\right)^n\right]}$

التمرين الثالث (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ و النقطتين A و B لاحقتها $z_A = 4 + 2i$ و $z_B = 3 - i$

1) الكتابة على الشكل الجبري للعدد $\frac{z_B - z_A}{z_B} = \frac{-1 - 3i}{3 - i} = \frac{-i(-i+3)}{3-i} = -i$ .....(0,5)

و منه الشكل المثلثي هو $\frac{z_B - z_A}{z_B} = \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ .....(0,5)

استنتاج طبيعة المثلث ABO قائم متساوي الساقين.....(0,5)

2) نعتبر التحويل النقطي r في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .

أ. يبيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي r هي $z' = -iz + 1 + 3i$ .....(0,25)

- الطريقة 1 : لدينا العبارة المركبة لـ r هي من الشكل $z' = az + b$ حيث $a = \frac{z_B - z_A}{z_B} = -i$ و

$b = z_O - az_B = i(3-i) = 3i + 1$ و منه $z' = -iz + 3i + 1$ محققة .

3as.ency-education.com

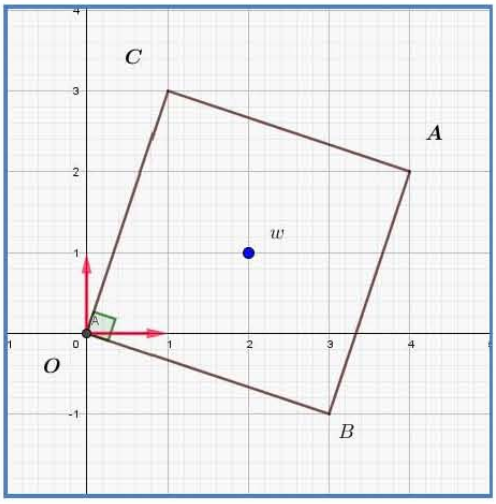
● الطريقة 2 : لدينا $z_B=-iz_A+1+3i$ أي أن $3-i=-i(4+2i)+1+3i$ نحسب

$3-i=-4i+2+1+3i$ محققة

و $z_O=-iz_B+1+3i$ أي أن $0=-i(3-i)+1+3i$ نحسب $0=-3i-1+1+3i$ محققة .

و العبارة صحيحة .

ب. نعيّن طبيعة التحويل r و عناصره المميزة : بما أن $|-i|=1$ فإن r دوران زاويته $\arg(-i)=-\frac{\pi}{2}$ و مركزه النقطة الصامدة ذات اللاحقة $z_0=\frac{b}{1-a}=\frac{3i+1}{1+i}=\frac{(1+3i)(1-i)}{2}$ أي أن $z_0=\frac{4+2i}{2}=2+i$ .....(0,5)



ج. نعيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل r :

$z_C=-iz_O+1+3i=1+3i$.....(0,25)

3) استنتاج طبيعة الرباعي $ABOC$ لدينا $r(A)=B$ و $r(B)=O$ و $r(O)=C$ و منه $AB=BO$ و $OA=BC$ القطران متناصفان و مُتقايسان و $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{OB})=-\frac{\pi}{2}$ أي $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BO})=\frac{\pi}{2}$

ومنه $ABOC$ مربع . .....(0,5)

4) نعيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $|z-4-2i|=|z|$ يعني أن $MA=MO$ مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة $[OA]$. .....(0,5)

5) من أجل $z\neq 2+i$ نضع $L=\frac{z'-2-i}{z-2-i}$

أ. بيّن أنّ : $L=-i$: $L=\frac{-iz+3i+1-2-i}{z-2-i}$ أي $L=\frac{-iz-1+2i}{z-2-i}$

و منه $L=\frac{-i(z-i-2)}{z-2-i}=-i$ . .....(0,5)

ب. نعيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عددًا حقيقيًا: $L=-i$ أي أن $L=e^{-i\frac{\pi}{2}}$ و منه $L^n=e^{-i\frac{n.\pi}{2}}$ يكون L^n عددًا حقيقيًا لما $-\frac{n\pi}{2}=\pi k : k\in Z$ و منه $k\in Z^-$: $n=-2k$ هي القيم المطلوبة . .....(0,5)

ج. بيّن أنّ $(z'-2-i)^2+(z-2-i)^2=0$ لدينا $\frac{z'-2-i}{z-2-i}=-i$ و منه $\left(\frac{z'-2-i}{z-2-i}\right)^2=-1$

أي أن $(z'-2-i)^2+(z-2-i)^2=0$ .....(0,5)

التمرين الرابع (07 نقاط) :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{\ln(x+1)+|x|}{x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

1. حساب : $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to -1}\frac{1}{x+1}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to -1}\ln(1+x)=-\infty$ . .....(0,5)

3as.ency-education.com

و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x+1}=1$ ..... (0,5)

التفسير البياني هو $y=1$; $x=-1$ معادلتي المستقيمان المقاربان للمنحنى (C_f) .....(0,25)

2. أ- حساب $f'(x)$ من أجل $x\in]-1;0[$: $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)-x}{x+1}$ و منه

$f'(x)=\dfrac{\left(\frac{1}{1+x}-1\right)(1+x)-\ln(1+x)+x}{(x+1)^2}$ أي أن $f'(x)=\dfrac{-\ln(1+x)}{(x+1)^2}$ .....(0,5)

استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;0]$: بما أن $x\in]-1;0[$ فإن $\ln(1+x)<0$

و منه f متزايدة على المجال $]-1;0]$ . ..... (0,25)

ب-حسب $f'(x)$ من أجل $x\in]0;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)+x}{x+1}$ ومنه $f'(x)=\dfrac{\left(\frac{1}{1+x}+1\right)(1+x)-\ln(1+x)-x}{(x+1)^2}$

أي أن $f'(x)=\dfrac{2-\ln(1+x)}{(x+1)^2}$ إشارتها من إشارة $2-\ln(1+x)$: تنعدم عند e^2-1 و موجبة على المجال $[0;e^2-1]$ و سالبة على المجال $]e^2-1;+\infty[$ .....(0,5)

استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$: f متزايدة على المجال $[0;e^2-1]$ و متناقصة على المجال $]e^2-1;+\infty[$ .....(0,25)

3. حساب $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)+x}{x(x+1)}$ لدينا $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)}{x}=1$ (باستخدام العدد المشتق) و منه

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to0}\left[\dfrac{\ln(x+1)}{x(x+1)}+\dfrac{1}{x+1}\right]=2$ و $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)}{x(x+1)}=1$ ..... (0,25)

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)-x}{x(x+1)}$ و منه $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to0}\left[\dfrac{\ln(x+1)}{x(x+1)}-\dfrac{1}{x+1}\right]=0$ ..... (0,25)

f غير قابلة للاشتقاق عند 0 لان $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}$ . ..... (0,25)

4. كتابة معادلتي المماسين لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 :

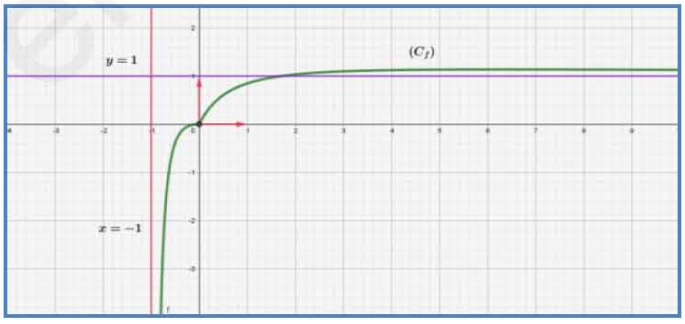
المماس على اليمين معادلته $y=2x$ و المماس على اليسار معادلته $y=0$ .....$2\times(0,25)$

5. جدول تغيرات f ..... (0,5)

x	-1		0		e^2-1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	0	↗	$\dfrac{1+e^2}{e^2}$	↘	1

6. حساب $f(e-1)=1$ ..... (0,5)

إنشاء (C_f) :..... (1)



7. أيجاد دالة أصلية للدالة f على المجال $[0,+\infty[$:

أي أن $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)+x}{x+1}$

3as.ency-education.com

$f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}+1-\dfrac{1}{x+1}$ و منه F الدالة الأصلية للدالة f :

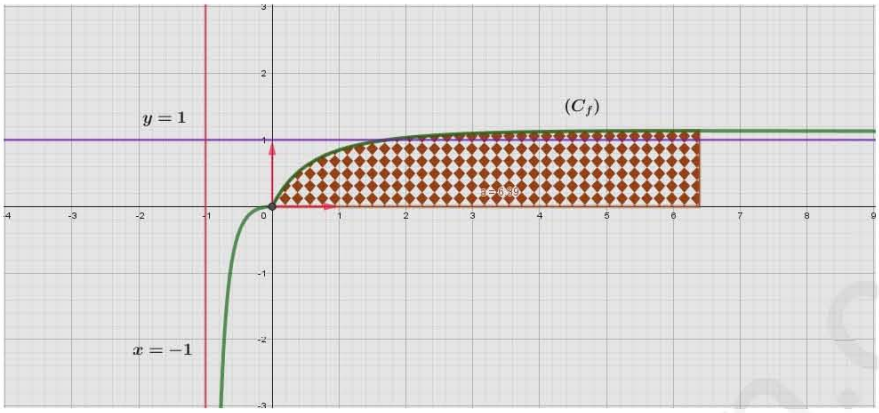
$F(x)=\dfrac{[\ln(x+1)]^2}{2}+x-\ln(x+1)+c$ .....(0,5)

استنتاج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f)

و محور الفواصل والمستقيمين ذا المعادلتين : $x=0$ و $x=e^2-1$

نحسب التكامل $\int_0^{e^2-1}f(x)dx=\int_0^{e^2-1}\dfrac{\ln(x+1)+x}{x+1}dx$ أي أن $\int_0^{e^2-1}f(x)dx=\left[\dfrac{1}{2}(\ln(x+1))^2+x-\ln(x+1)\right]_0^{e^2-1}$

و منه المساحة هي $\int_0^{e^2-1}f(x)dx=e^2+1$ .....$4(e^2+1)cm^2$ (0,5)



انتهى الموضوع الثاني

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (5 نقاط)

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $4z^2 - 2z + 1 = 0$

2) ليكن Z عدد مركب حيث : $Z = \frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4}$

أ – أكتب كلا من العددين Z و $\overline{Z}$ على الشكل المثلثي ($\overline{Z}$ هو مرافق العدد المركب Z).

ب- نضع $L_k = \left(\frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^k - \left(\frac{1}{4} - i\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^k$ حيث k عدد صحيح نسبي.

- بين أن $L_k = \frac{1}{2^{k-1}} i sin\frac{k\pi}{3}$, ثم استنتج قيمة L_{2019} .

3) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقطتين A ، B ذات اللاحقتين $z_A = 2 + 2i\sqrt{3}$ و $z_B = 2 - 2i\sqrt{3}$ على الترتيب .

أ- علم النقطتين A ، B .

ب- عين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران $\mathcal{R}$ الذي مركزه النقطة A وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

ج- عين طبيعة المثلث ABC .

د- عين طبيعة (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $|z - 2 - 2i\sqrt{3}| = |z - 2 + 2i\sqrt{3}|$ ،ثم أرسمها.

التمرين الثاني : (4 نقاط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E): \ldots\ldots 5x - 6y = 3$

1) أ- أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) فإن : x مضاعف للعدد 3 .

ب- استنتج حلا خاصا للمعادلة (E) ، ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

ج- استنتج حلول الجملة (S) : $\begin{cases} x \equiv -1[6] \\ x \equiv -4[5] \end{cases}$

2) عين كل الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) التي تحقق : $x^2 - y^2 \leq 56$

3) a و b عددان طبيعيان حيث : $a = \overline{1\alpha0\alpha00}$ في النظام ذو الأساس 3 و $b = \overline{\alpha\beta0\alpha}$ في النظام ذو الأساس 5.

- عين α و β حتى تكون الثنائية (a,b) حلا للمعادلة (E).

التمرين الثالث : (4 نقاط)

صندوق يحتوي ثلاث كرات خضراء تحمل الرقم 0 ، وكرتان حمراوان تحملان الرقم 5 وكرة واحدة بيضاء تحمل العدد α ، (α عدد طبيعي غير معدوم يختلف عن 5 و 10) ، كل الكرات لا نميز بينها عند اللمس.

3as.ency-education.com

سحب لاعب ثلاث كرات في آن واحد

1) احسب احتمال الحوادث التالية :

A : اللاعب يسحب ثلاث كرات من نفس اللون.

B : اللاعب يسحب ثلاث كرات من ألوان مختلفة.

C : اللاعب يسحب كرتين من نفس اللون .

2) اللاعب يربح بالدينار مجموع الأرقام المسجلة على الكرات المسحوبة.

نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب ثلاث كرات " الربح بالدينار الذي يتحصل عليه اللاعب".

أ- عين قيم المتغير العشوائي X ، وبين أن $P(X=\alpha)=\frac{3}{20}$.

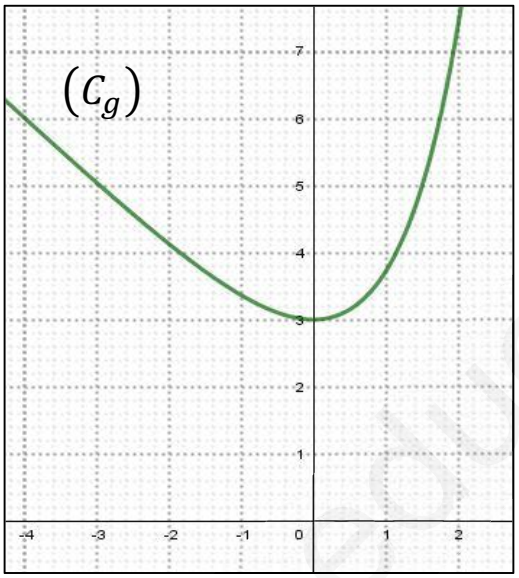
ب- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج- احسب بدلالة α الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X ، وعين قيمة العدد α حتى يربح اللاعب 20 دينارا.

التمرين الرابع : (7 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

I. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=ae^x+b-x$ حيث a و b عددان حقيقيان ، الشكل المقابل هو التمثيل البياني لـ (C_g) ممثل للدالة g و (Δ) المماس عند النقطة ذات الفاصلة 0 .



بقراءة بيانية :

1) أ- عين نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب- عين $g(0)$ و $g'(0)$.

ج- عين اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

د- عين إشارة الدالة g .

2) أ- عين $g'(x)$ بدلالة a و b .

ب- باستعمال المعطيات السابقة بين أن : $g(x)=e^x+2-x$

ج- احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة التعريف .

د- عين اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

II. f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني .

1) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^{-x}g(x)$.

ب- أدرس تغيرات الدالة f .

2) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α حيث : $0<\alpha<\frac{1}{2}$

3) أ- أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$.

ب- أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4) أ- بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين احداثياتها.

ب- تحقق أن : $(e^3-1)x-e^3y+5=0$ هي معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة A .

5) أرسم كل من (Δ) , (T) و (C_f).

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (4 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, نعتبر النقط $A(3;2;1)$ ، $B(3;5;4)$ ، $C(0;5;1)$.

1) بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

2) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

3) أ- عين احداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

ب- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة G ويعامد المستوي (ABC) .

ج- نعتبر النقطة $S(2+t;4+t;2-t)$ حيث t عدد حقيقي ، عين العدد t حتى يكون $AS^2 = AB^2$.

د- عين طبيعة رباعي الوجوه $FABC$ حيث $F(4;6;0)$ ، ثم احسب حجمه V .

التمرين الثاني : (5 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z :

$$(E) \dots (z+i)(z^2-8z+25)=0$$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A ، B ، C و D هي صور الأعداد المركبة $z_A = 1$ ، $z_B = -i$ ، $z_C = 4+3i$ ، $z_D = 4-3i$ على الترتيب.

أ- أحسب AC و AD وقيساً للزاوية $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .

ب- أحسب z_F لاحقة النقطة F مرجح الجملة $\{(A;1),(C;-1),(D;1)\}$ ، ما طبيعة الرباعي $ACDF$.

ج- أكتب العدد $-3+3i$ على الشكل المثلثي ، ثمّ أحسب $(-3+3i)^{2019}$.

3) من أجل كلّ نقطة M تختلف عن A لاحقتها z نرفق النقطة M' لاحقتها z' حيث :

$$z' = \frac{-iz+4i-3}{z-1}$$

أ- تحقق أن : $z'+i = \dfrac{-3+3i}{z-1}$.

ب- بيّن أن : $AM \times BM' = 3\sqrt{2}$ و $\left(\vec{u},\overrightarrow{AM}\right)+\left(\vec{u},\overrightarrow{BM'}\right) = \dfrac{3\pi}{4}+2k\pi$ ، حيث k عدد صحيح.

4) أ- النقطة D هي صورة النقطة E بالتحاكي h الذي مركزه A ونسبته -3 ، عين z_E لاحقة النقطة E .

ب- عين مركز وزاوية الدوران $\mathcal{R}$ الذي يحول E إلى B ويحوّل D إلى C .

ج- ما طبيعة التحويل $h \circ \mathcal{R}$ ؟ *حدّد عناصره المميزة.*

3as.ency-education.com

التمرين الثالث : (4 نقاط)

I. نعتبر من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n المتتالية (U_n) حيث : $\begin{cases} U_1 = e^2 \\ U_{n+1} = e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{U_n} \end{cases}$

1) أحسب U_2 و U_3 .

2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $U_n > \frac{1}{e}$.

3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن $\frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$ ، ثم استنتج تقارب المتتالية (U_n) .

II. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $v_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} lnU_n$

1) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_1 .

2) عبّر عن (v_n) بدلالة n ثم استنتج أن : $U_n = e^{6\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$

3) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

4) أحسب الجداء $P_n = U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_n$.

التمرين الرابع : (7 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - lnx^2) + 1 \quad ; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ (وحدة الطول $2cm$).

I. 1- أحسب نهاية f عند $+\infty$.

2- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا .

3- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α بحيث : $\alpha \geq 0$ و $f(\alpha) = 0$ ، ثم تحقق أن : $4.6 < \alpha < 4.7$.

5- أكتب معادلة للمستقيم (D) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

II. g دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

1- أحسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم أدرس إتجاه تغير الدالة g' واستنتج إشارتها على المجال $[0;+\infty[$.

2- حدد إتجاه تغير الدالة g ، ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) .

3- أنشئ (D) و (C_f) .

III. من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع : $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 lnx \ dx$

1- أحسب I_n بدلالة n باستعمال المكاملة بالتجزئة.

2- استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمماس (D) والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين $x = \frac{1}{n}$ و $x = 1$.

3- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} A(n)$.

بالتوفيق فى شهادة البكالوريا 2019
3as.ency-education.com
ency-education.com/exams

وزارة التربية الوطنية

امتحان البكالوريا التجريبية للتعليم الثانوي — دورة: 2019

الشعبة: تقني رياضياتي — ثانوية: بني مزلين –قالمة–

امتحان في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على (04) صفحات (من الصفحة 1 من 7 إلى الصفحة 4 من 7)

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + \frac{1}{3}n + 1$

1) أحسب الحدود $U_1; U_2; U_3$ ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n)

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $U_n \leq n + 3$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) و استنتج أنها محدودة من الأسفل

ج) هل يمكن القول أن المتتالية (U_n) متقاربة ؟

3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $V_n = U_n - n$

أ) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب) عبر عن V_n ثم U_n بدلالة n ثم احسب نهاية المتتالية (U_n)

ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

4) لتكن المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $t_n = ln(V_n)$

أ) برهن أن المتتالية (t_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب) احسب بدلالة n المجموع T_n حيث: $T_n = t_0 + t_1 + t_2 + \cdots + t_n$

- استنتج بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \ldots \times V_n$

3as.ency-education.com

التمرين الثاني: (5.5 نقاط)

I. نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $\mathcal{P}(Z)$ للمتغير المركب Z حيث:

$$\mathcal{P}(Z) = Z^3 - (1+\sqrt{2}i)Z^2 + (1+\sqrt{2}i)Z - \sqrt{2}i$$

1) بين أن المعادلة $\mathcal{P}(Z) = 0$ تقبل حلا تخيلا صرفا Z_0 يطلب تعيينه.

II. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط $A; B; C; D$ التي لواحقها على الترتيب: $Z_A = 1+i$ و $Z_B = -1+3i$ و $Z_C = -3+i$ و $Z_D = -1+\sqrt{3}i$

1) أ) أنشئ في المعلم $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقط $A; B; C; D$ مع شرح كيفية إنشاء النقطة D

ب) h هو التحاكي الذي نسبته 2 و يحول A إلى C. عين Z_w لاحقة النقطة w مركز التحاكي h

2) نضع $L = \frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$

أ) احسب طويلة وعمدة العدد المركب L مستنتجا طبيعة المثلث CBA

ب) عين مجموعة الأعداد الطبيعية n بحيث يكون: L^n تخيليا صرفا

3) لتكن النقطة G بحيث: $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AB}$ و لتكن I منتصف القطعة: $[BC]$

أ) بين أن النقطة G هي مرجح النقط $A; B; C$ مرفقة بمعاملات حقيقية يطلب تعيينها.

ب) عين Z_G لاحقة النقطة G و Z_I لاحقة النقطة I

ج) عين ثم أنشئ مجموعة النقط $\mathcal{M}$ من المستوي بحيث: $\left\|\overrightarrow{\mathcal{M}A} - \overrightarrow{\mathcal{M}B} + \overrightarrow{\mathcal{M}C}\right\| = \frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{\mathcal{M}B} + \overrightarrow{\mathcal{M}C}\right\|$

4) نعتبر النقطة E ذات اللاحقة $Z_E = 1+5i$

أ) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S والذي يحول G إلى I و يحول E إلى A

ب) ما هي صورة الدائرة $(\mathcal{R})$ التي مركزها G و تشمل E بالتشابه المباشر S ؟

ج) عين طبيعة التحويل النقطي $S \circ S$ و عناصره المميزة.

3as.ency-education.com

التمرين الثالث: (06 نقاط)

I. (γ) التمثيل البياني للدالة $x \longmapsto e^{-2x}$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = 4x + 2$. α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ).

لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{-2x} - 4x - 2$

1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة لـ: (Δ) على $\mathbb{R}$

2) بين أن: $g(x) \geq 0$ من أجل: $x \in]-\infty; \alpha]$ و أن: $g(x) < 0$ من أجل $x \in]\alpha; +\infty[$

3) تحقق أن: $-0.16 < \alpha < -0.15$

II. لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + 3 - 2xe^{2x}$. و ليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ وحدة الطول $2cm$

1) أ) أحسب نهايات الدالة f

ب) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = e^{2x} g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

2) أ) بين أن المنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا (D) يطلب تعيين معادلة له.

ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحني $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (D)

3) بين أن: $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + 6\alpha + 3}{2\alpha + 1}$

4) أثبت أن المنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) يطلب كتابة معادلة له

5) أ) أرسم (D) و (T) و $(\mathcal{C}_f)$ (نأخذ $f(\alpha) \simeq 3.07$)

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة: $f(x) = x + m$ حلين متمايزين.

6) أ) x عدد حقيقي. باستعمال التكامل بالتجزئة جد التكامل: $\int_0^x 2te^{2t}dt$

ب) λ عدد حقيقي أصغر تماما من 0. أحسب بدلالة λ المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيمات ذات المعادلات: $x = 0$ و $x = \lambda$ و $y = x + 3$ ثم أحسب: $\lim_{\lambda \to -\infty} \mathcal{A}(\lambda)$

3as.ency-education.com

التمرين الرابع: (3.5 نقاط)

1) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10

- استنتج باقي قسمة العدد $\mathcal{A}_n$ على 10 حيث:

$$\mathcal{A}_n = 1993^{16n+6} - 2 \times 1439^{2n+3} + 2018$$

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $(3n+4)1439^n + 2017^{2n+1} \equiv (3n+1)3^{2n}[10]$

ب) استنتج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها: $(3n+4)1439^n + 2017^{2n+1}$ مضاعفا لـ: 10

3) $\mathcal{N}$ عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\alpha0\alpha\alpha02}$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 و يكتب $\overline{\beta612}$ في النظام ذي الأساس 7

- أوجد العددين α و β ثم اكتب $\mathcal{N}$ في النظام العشري.

4) يحتوي كيس على 4 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس مرقمة ببواقي قسمة 3^n على 10. نسحب عشوائيا من الكيس كرتين في آن واحد.

أ) أحسب احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي مجموع أرقام العدد 2017

ب) X المتغير العشوائي الذي يرفق بعملية السحب مجموع الرقمين الظاهرين على الكرتين.

- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي.

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على (03) صفحات (من الصفحة 5 من 7 إلى الصفحة 7 من 7)

التمرين الأول: (4.5 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $[0;2]$ بـ: $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$. المنحنى (C_f) في الوثيقة المرفقة هو التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) المتتاليتان (U_n) و (V_n) المعرفتان من أجل كل عدد طبيعي n بـ:

$$\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=f(U_n) \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} V_0=2 \\ V_{n+1}=f(V_n) \end{cases}$$

- باستعمال (C_f) و منصف الربع الأول مثل على محور الفواصل الثلاث حدود الأولى لكل متتالية مبرزا خطوط الإنشاء

2) أ) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\leq U_n\leq 2$ و $U_n\leq U_{n+1}$

ج) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\leq V_n\leq 2$ و $V_{n+1}\leq V_n$

د) ماذا تستنتج بالنسبة لتقارب كل من المتتاليتين (U_n) و (V_n) ؟ علل.

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_{n+1}-U_{n+1}=\frac{V_n-U_n}{(V_n+1)(U_n+1)}$

- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_{n+1}-U_{n+1}\leq\frac{1}{4}(V_n-U_n)$

ب) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n-U_n\leq\left(\frac{1}{4}\right)^n$

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n-U_n\geq 0$

- استنتج أن (U_n) و (V_n) متتاليتان متجاورتان يطلب تعيين نهاية كل منهما.

التمرين الثاني: (6.5 نقاط)

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(Z^2+3-4i)(Z^2-2(\sqrt{3}+1)Z+2\sqrt{3}+5)=0$

II. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A و B و C و D التي لواحقها على الترتيب: $Z_A=1$ و $Z_B=1+2i$ و $Z_C=1+\sqrt{3}+i$ و $Z_D=\overline{Z_C}$

3as.ency-education.com

1) أ) أكتب $z_C - z_B$ على الشكل الاسي ثم اشرح طريقة إنشاء C و D

ب) أنشئ النقط A و B و C و D

2) أحسب $(z_C - z_B)^{2015}$ (تعطى النتيجة على الشكل الجبري)

3) أ) أحسب قيسا للزاوية $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

- استنتج طبيعة التحويل f الذي مركزه A و يحقق $f(B) = C$ ثم عين عبارته المركبة و عناصره المميزة

4) أثبت أن الرباعي $ABCD$ هو معين يطلب تعيين مساحته

5) لتكن z_K لاحقة النقطة K صورة النقطة $E(0;1)$ بواسطة التحويل f

أ) بين أن $z_K = \sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{12}i} + 1$ ثم استنتج القيمة المضبوطة لـ: $cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

6) اكتب العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه A و نسبته -3 ثم عين صورة النقطة E بالتحاكي h

7) أ) عين طبيعة للتحويل $S = foh$ و عناصره المميزة ثم اكتب عبارته المركبة.

ب) أحسب مساحة المعين $A'B'C'D'$ صورة المعين $ABCD$ بواسطة التحويل S

التمرين الثالث: (03 نقاط)

I. يحتوي كيس U_1 على 9 كريات لا نفرق بينها باللمس منها 4 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء و كرتين حمراوين.

نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من الكيس U_1

1) أحسب احتمال الحادثتين: E "الكرات المحصل عليهما من نفس اللون". F "توجد على الأقل كرة حمراء".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بعملية السحب العدد $2n - 1$ حيث n هو عدد الكريات البيضاء المتبقية في الكيس

أ) بين أن قيم المتغير العشوائي X هي: $\{1; 3; 5; 7\}$

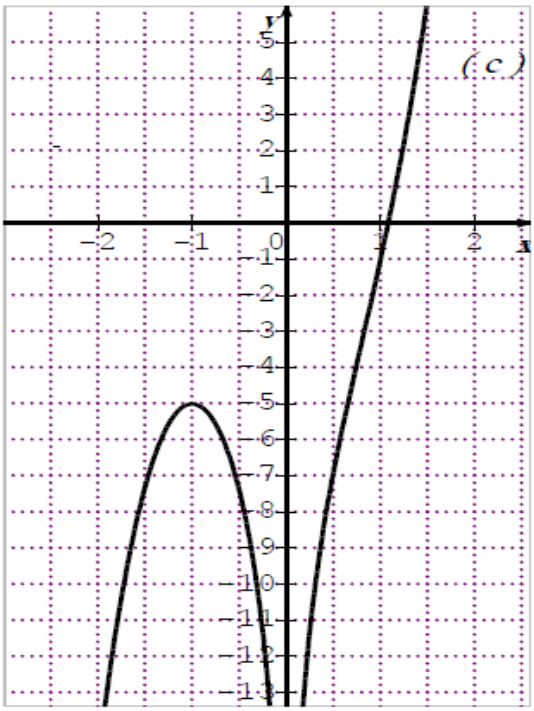
ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي.

II. يحتوي كيس U_2 على 10 كريات لا نفرق بينها باللمس منها 7 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء.

نسحب عشوائيا كرية من الكيس U_2 ثم نضعها في الكيس U_1 . ثم نسحب كرية من الكيس U_1

1) أحسب احتمال الحادثتين: A "الكرية المسحوبة من U_1 حمراء". B "الكرية المسحوبة من U_1 بيضاء".

3as.ency-education.com



التمرين الرابع: (06 نقاط)

I. المنحنى المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x) = 2x^3 - 3 + 6\ln|x|$

1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق: $1.07 < \alpha < 1.09$

ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = 2x - 3\frac{\ln|x|}{x^2}$

و ليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$

1) أحسب نهايات الدالة f ثم فسر بيانيا نهاية الدالة f عند الصفر

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x) = \frac{xg(x)}{x^4}$

- استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ب) بين أن $f(\alpha) = 3\alpha - \frac{3}{2\alpha^2}$ ثم استنتج حصرا لـ: $f(\alpha)$

3) أ) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة: $y = 2x$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$

ب) أدرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة للمستقيم (D)

4) أنشئ في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ المستقيم (D) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$

5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $mx^2 + 3\ln x = 0$

6) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x) = \frac{a+b\ln|x|}{x}$

أ) عين العددين الحقيقين a و b حتى تكون h دالة أصلية للدالة: $x \longmapsto \frac{\ln|x|}{x}$ على $\mathbb{R}^*$

ب) عين دالة أصلية للدالة f على: $\mathbb{R}^*$

ج) أحسب $\int_{\alpha}^{2} f(x)dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

انتهى الموضوع الثاني

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية غرداية

إمتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي — ثانويات المقاطعة الأولى

الشعبة: تقني رياضي — دورة : ماي 2019

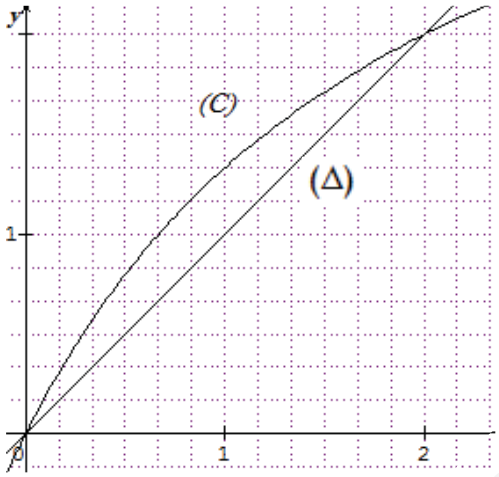
إختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{4x}{x+2}$. (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. و ليكن (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y=x$.



(U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول : $U_0=1$ من أجل كل عدد طبيعي n $U_{n+1}=f(U_n)$.

1. أ) تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

ب) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (U_n) (بدون حساب الحدود) موضحا خطوط التمثيل، ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها.

2. أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\leq U_n<2$.

ب) بين أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ، ماذا تستنتج ؟ ثم أحسب نهاية (U_n) .

3. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=1-\dfrac{2}{U_n}$

أ) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ محددا حدها الأول V_0 .

ب) أكتب V_n بدلالة n و استنتج عبارة U_n بدلالة n .

4. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|U_{n+1}-2|\leq\dfrac{2}{3}|U_n-2|$

ثم استنتج أن : $|U_n-2|\leq\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ و أحسب $\lim U_n$

5. أحسب المجموعين S_n و S'_n بدلالة n حيث : $S_n=V_0+V_1+V_2+...+V_n$

$$S'_n=\frac{1}{U_0}+\frac{1}{U_1}+\frac{1}{U_2}+...+\frac{1}{U_n}$$

3as.ency-education.com

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I. صندوق يحتوي على 6 كريات تحمل العدد 1 و 3 كريات تحمل العدد 2 و واحدة تحمل العدد (-2) .
نسحب عشوائيا و في أن واحد كريتين من الصندوق.

1. أحسب احتمال الحوادث التالية :

A : " الحصول على كريتين تحملان نفس العدد ".

B : " الحصول على كرية على الأقل تحمل العدد 1 ".

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب جداء العددين الظاهرين في الكريتين المسحوبتين.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي.

II. فيما يلي نعتبر الصندوق يحتوي على 10 كريات منها n كرية تحمل العدد 1 و واحدة تحمل العدد (-2) و باقي الكريات تحمل العدد 2 .

نسحب عشوائيا و في أن واحد كريتين، و لتكن الحادثة C :"سحب كريتين تحملان نفس العدد "

1. أحسب $P(C)$ بدلالة n .
2. عين قيم n بحيث: $P(C)=\frac{4}{5}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1. نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(Z)$ للمتغير Z حيث :

$$P(Z)=Z^3-4Z^2+6Z-4$$

أ) أحسب $P(2)$ ثم عين العددين الحقيقيين a و b بحيث :

$$P(Z)=(Z-2)(Z^2+aZ+b)$$

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(Z)=0$.

2. نعتبر في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $Z_A=2$ ، $Z_B=1-i$ و $Z_C=\overline{Z_B}$

أ) أكتب $\frac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) أكتب Z_B و Z_C على الشكل الأسي.

ج) تحقق أن : $\left(\frac{Z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1440}+\left(\frac{Z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2019}=\frac{Z_A}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}Z_B$

3as.ency-education.com

3. عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z (التي تختلف عن B و C) التي تحقق:

$\arg\left(\frac{Z_C - Z}{Z_B - Z}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ حيث k عدد صحيح.

4. ليكن R الدوران الذي مركزه A و يحول النقطة B إلى النقطة C .

أ) عين زاوية الدوران R .

ب) أكتب العبارة المركبة للدوران R ثم عين لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R .

ج) عين طبيعة المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالدوران R ، محددا عناصرها.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x^3 - x + 3 - 2\ln x$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $g'(x) = \frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$.

2. أ) أدرس إتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$.

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{x - 1 + \ln x}{x^2}$

(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. أ) لتكن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x) = x - 1 + \ln x$

أحسب $h(1)$ و أدرس اتجاه تغير الدالة h على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج اشارة $h(x)$.

ب) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$.

ج) استنتج من الأسئلة السابقة وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

4. أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة $A(1;0)$.

ب) أرسم كلا من (Δ) ، (T) و (C) .

5. m عدد حقيقي. المستقيم (Δ_m) حيث : $y = mx - m$ معادلة له .

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي m ، النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ_m) .

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x) = mx - m$ حلان مختلفان.

6. أ) بإستعمال التكامل بالتجزئة، بين أن : $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e}$.

ب) أحسب بـ $u.a$ مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما: $x = 1$ و $x = e$

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $14x+9y=13$

1. حل في Z^2 المعادلة (E) علما أن الثنائية $(-1;3)$ حلا خاصا لها.
2. ليكن N عددا طبيعيا حيث يوجد عددان طبيعيان a و b يحققان: $\begin{cases} N=14a-9 \\ N=9b+4 \end{cases}$

أ) بين أن الثنائية $(a;-b)$ حل للمعادلة (E).

ب) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد N على 126.

3. حل في المجموعة Z^2 المعادلة : $14x+9y=130$
4. لتزيين قسم السنة 3 تقني رياضي إشترك مجموعة تلاميذ القسم في دفع 130 قطعة نقدية حيث دفع كل ذكر 14 قطعة نقدية و دفعت كل أنثى 9 قطع نقدية .

ماهو عدد الذكور و عدد الإناث في هذا القسم ؟

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z و الوسيط الحقيقي α التالية:

$$(E)\ldots. \quad (Z-\alpha i)(Z^2-4Z+13)=0$$

II. في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و G التي لواحقها على الترتيب : $Z_A=\alpha i$ ، $Z_B=2+3i$ ، $Z_C=\overline{Z_B}$ و $Z_G=5$

1. بين أن Z_E لاحقة النقطة E صورة النقطة B بالتشابه الذي مركزه A و نسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{4}$ هي $Z_E=\left(\frac{\alpha-1}{2}\right)+i\left(\frac{5+\alpha}{2}\right)$.
2. عين Z_F لاحقة النقطة F صورة النقطة G بالدوران R الذي مركزه I منتصف $[AB]$ و زاويته $-\frac{\pi}{2}$.
3. أحسب Z_G-Z_A و Z_F-Z_E ، ثم أكتب العدد $\frac{Z_G-Z_A}{Z_F-Z_E}$ على شكله الأسي ، ماذا تستنتج؟
4. أ) بين أن $\frac{Z_F-Z_E}{Z_A-Z_E}=\frac{(2\alpha^2-12\alpha+50)}{(1-\alpha)^2+(\alpha-5)^2}+i\frac{(2\alpha^2-10)}{(1-\alpha)^2+(\alpha-5)^2}$.

ب) عين قيمتي α التي من أجلها تكون النقط A ، E و F في استقامية.

ج) من أجل قيمتي α المتحصل عليهما سابقا بين أن A تنتمي إلى الدائرة (C) التي قطرها $[BC]$.

3as.ency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $U_0 = 2$ و بالعلاقة : $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + \frac{1}{3}n + 1$

I. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $V_n = U_n - n$

1. أ) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) عبر عن V_n ثم U_n بدلالة n ثم أحسب نهاية (U_n) ، ماذا تستنتج؟

2. أحسب بدلالة n المجموع $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n$

II. لتكن المتتالية (W_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $W_n = \ln(V_n)$

1. برهن أن المتتالية (W_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

2. أ) أحسب بدلالة n المجموع : $A_n = W_0 + W_1 + W_2 + ... + W_n$

ب) استنتج بدلالة n الجداء : $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times ... \times V_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\Re$ كما يلي: $g(x) = 1 + 4\,x\,e^{2x}$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2. استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\Re$ كما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$ ، و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (الوحدة $2cm$)

1. أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O .

5. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.

6. أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) و المنحنى (C_f) .

7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $(2x-1)e^{2x} + x = x + m + 1$

8. أ) بين أن الدالة: $H : x \mapsto (x-1)e^{2x}$ هي دالة أصلية للدالة : $h : x \mapsto (2x-1)e^{2x}$

ب) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (T) و المستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = 0$ و $x = 1$.

انتهى الموضوع الثاني

3as.ency-education.com

مديرية التربية لولاية تيزي وزو
الشعبة : تقني رياضي

وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا تجريبي

ثانوية بوجيمع
دورة : ماي 2019

اختبار: في مادة الرياضيات — **المدة : 4 ساعات**

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول

التمرين الاول (04)

1) أ) ادرس حسب قسم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 5.

ب) استنتج باقي قسمة العدد $2018^{2017^{2019}}$ على 5.

جـ) نعتبر مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة التالية : $\begin{cases} 3^{3n}+3^{2n}+n\equiv 0[5] \\ n\equiv 1[4] \end{cases}$

2) نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) التالية : $311x-899y=34$.

- تحقق أن $(3;1)$ حلا للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

3) A عدد طبيعي يكتب $\overline{\beta\alpha\alpha 202}$ في النظام ذو الأساس 4 و يكتب $\overline{\alpha\beta 0\alpha\alpha}$ في النظام ذو الأساس 5.

- عين العددين الطبيعيين α و β ، ثم اكتب A في النظام العشري.

4) أ) حلل العدد $(A-2)$ إلى جداء عوامل أولية ثم استنتج الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم $(A-2)$.

ب) عين العددين الطبيعيين a و b حيث : $5m^2+11d^2=A-2$ مع $d=PGCD(a;b)$ و $m=PPCM(a;b)$.

التمرين الثاني (05.5)

ينسب المستوي إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C ، D و H لواحقها على الترتيب :

$z_A=a$ ، $z_B=1+\frac{a-1}{a}i$ ، $z_C=ia$ ، $z_D=-\frac{1}{a}i$ ، $z_H=z_D+1$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما و يختلف عن1

1) تحقق أن : $z_B-z_D=\overline{z}_D(z_A-z_C)$ و استنتج أن المستقيمين (AC) و (BD) متعامدان .

2) أ- عين الكتابة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول A إلى B و C إلى D .

ب - حدد z_Ω لاحقة المركز Ω للتشابه المباشر S ثم عين زاويته و نسبته

3) لتكن (M_n) متتالية نقط من المستوي معرفة كما يلي: $M_0=A$ و من أجل كل عدد طبيعي n لدينا $M_{n+1}=S(M_n)$

حيث z_n لاحقة النقطة M_n ، نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=|z_n-z_\Omega|$

أ- بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب - عين قيم a بحيث تكون المتتالية (u_n) متقاربة

جـ - ليكن T_n مجموع أطوال القطع المستقيمة $[A\Omega]$ ، $[M_1\Omega]$ ، ... ، $[M_n\Omega]$ ، $[M_{n+1}\Omega]$ - احسب T_n بدلالة n

4) لتكن (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق $Z=a(1+e^{i\theta})$ حيث $\theta\in\mathbb{R}$

- عين طبيعة المجموعة (γ) مع تحديد عناصرها المميزة عندما θ يمسح المجموعة $\mathbb{R}$

3as.ency-education.com

التمرين الثالث:(03.5)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطتين $A(2;1;1)$ و $I(3;-1;0)$ و (P) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $MA^2-\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI}=0$

1) أ) بين أن A تنتمي إلى المجموعة (P)

ب) بين أن المجموعة (P) هي مستو حيث $x-2y-z+1=0$ معادلة ديكارتية له .

2) لتكن (S) سطح كرة مركزها I و تمر من النقطة A .

- تحقق أن نصف قطر سطح كرة (S) هو $\sqrt{6}$ ثم عين معادلة ديكارتية لها.

3) ليكن (Q) المستوي ذو المعادلة الديكارتية: $2x-y+z-4=0$

أ) بين أن (Q) يقطع (S) وفق دائرة (C) يطلب تعيين مركزها H و نصف قطرها r.

ب) لتكن $B(2;-2;-2)$ نقطة من الفضاء ، تحقق أن القطعة $[AB]$ قطرا للدائرة (C).

جـ) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q') المماس لسطح كرة (S) في النقطة B .

التمرين الرابع:(07نقاط)

لتكن f دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\frac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1;x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

و ليكن (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) أ- ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين .

ب - احسب $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

2) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أنه يوجد عدد حقيقي موجب α حيث $f(\alpha)=0$ ثم تحقق أن $4.6<\alpha<4.7$

4) أكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها1 .

5) نعتبر الدالة g المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $g(x)=f(x)-2x-\frac{1}{2}$

أ- احسب $g''(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g'

ب - استنتج إشارة $g'(x)$ حسب قيم العدد x من المجال $[0;+\infty[$

ج - عين اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

ص 02

3as.ency-education.com

6) أنشئ (Δ) و (C) ثم أنشئ (C') المنحنى الممثل للدالة $|f|$

7) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 \ln x dx$

أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب I_n بدلالة n

ب - استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ cm^2 للحيز المحدد بـ (C) و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=\frac{1}{n}$

جـ - أحسب $\lim_{n \to +\infty} A(n)$

انتهى الموضوع الأول

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الاول (05.5)

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث: $P(z)=z^3-5z^2+8z-6$
تحقق أن : $P(3)=0$ ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ،نعتبر النقط A ، B ، C ، D التي لواحقها على الترتيب:

$z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=2z_B$ ، $z_D=\mathrm{Re}(z_C+z_A)$

أ- بين أن النقط A ، B ، C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

ب - أحسب $\arg\left(\frac{z_C-z_D}{z_A-z_D}\right)$ ،فسر النتيجة هندسيا .

جـ - عين $z_{D'}$ لاحقة النقطة D' حتى يكون الرباعي $ADBD'$ معين.

3) نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z'-1+i=e^{i\frac{\pi}{2}}(z-1+i)$

أ- عين طبيعة التحويل T و عناصره المميزة.

ب - عين لاحقة النقطة E صورة النقطة O بالتحويل T ثم بين أن المستقيمين (AB) و (CE) متعامدان .

4) أ- θ عدد حقيقي. عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $z-z_C=z_A\overline{z_A}e^{i\theta}$ لما θ يتغير في $\mathbb{R}$.

ب - عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$

التمرين الثاني (04)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ ب: $u_1=\sqrt{e}$ و من أجل كل عدد طبيعي $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1) أحسب u_2 ، u_3 و u_4 (تدور النتائج إلى 10^{-2}) و ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $u_n\le n+3$

ب) أثبت من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $u_{n+1}-u_n\le\frac{1}{3}(n+3-u_n)$ واستنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ ب: $v_n=u_n-n$

- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ و أن من أجل كل عدد طبيعي $n\ge1$ فإن: $u_n=n+\left(\sqrt{e}-1\right)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

4) من أجل كل عدد طبيعي $n\ge1$ نضع : $S_n=\left(\frac{2}{3}\right)v_1+\left(\frac{2}{3}\right)^2v_2+.....\left(\frac{2}{3}\right)^nv_n$ و $S'_n=u_1+u_2+.....+u_n$

- أحسب بدلالة n كلا من المجموعين S_n و S'_n ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{S'_n}{n^2}$.

التمرين الثالث: (3.5 ن)

ا) يحتوي كيس على n كرة بيضاء حيث ($n\ge2$) و 5 كرات حمراء و 3 خضراء.

نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس.

3as.ency-education.com

1) ما احتمال سحب كرتين بيضاوين

2) نسمي $p(n)$ احتمال سحب كرتين من نفس اللون.

أ) بين أن : $p(n)=\dfrac{n^2-n+26}{(n+8)(n+7)}$

ب) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} p(n)$ ، ثم فسر النتيجة المحصل عليها.

II) فيما يلي نأخذ $n=4$ ، نعتبر اللعبة التالية ، يدفع في البداية اللاعب $30DA$ فايسحب كرتان من الكيس إذا وجد في السحب كرتين بيضاوين يربح $40DA$ ، إذا تحصل على إحداهما بيضاء يربح $10DA$ و إذا لم يحصل على أي كرة بيضاء تحصل على $0DA$. نسمي الربح الجبري للاعب الفرق بين المبلغ المدفوع أولا و المبلغ الذي كسبه .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل الربح الجبري للاعب.

1) عين قيم المتغير العشوائي X .

2) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي.

التمرين الرابع (07)

I / g_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g_k(x)=e^{kx}+1$ مع k وسيط حقيقي موجب تماما

و (C_k) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1/شكل جدول تغيرات الدالة g_k ثم إستنتج إشارة $g_k(x)$ على $\mathbb{R}$.

2/أ- بين أن المنحنيات (C_k) تشمل نقطة وحيدة I يطلب تعيين إحداثياها .

ب)عين قيمة العدد الحقيقي k التي يكون من أجلها المنحنى (C_k) يشمل النقطة $A\left(-\dfrac{1}{2};e+1\right)$.

II /نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$ و (γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1/أحسب : $f(x)+f(-x)$.ماذا تستنتج ؟

2/أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{g_{-2}(x)}{\left(e^{-x}+1\right)^2}$.

ب - إستنتج جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

3/أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+2)\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

3as.ency-education.com

ب ـ أثبت أن المنحنى (γ) يقبل مستقيما مقاربا مائلا عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلته .

4/بين أن المنحنى (γ) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α محصورة بين 1.6- و 1.7-

5/أـ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (γ) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب ـ أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (γ) و المماس (T) .

ج ـ فسر النتيجة هندسيا .

6/أنشئ (T) و (γ)

7/ أـ أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (γ) و المستقيمات التي معادلاتها :
$x = 0; x = \alpha; y = x + 2$

انتهى الموضوع الثاني

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية أدرار — ثانويـات المقاطعة الأولى

الشعبة :تقني رياضي — دورة مـــــاي2019

امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات — المدة :أربع ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول :(04نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقاط $A(1;1;0)$، $B(1;-2;4)$ ، $C(-1;0;1)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $2x+y-z+3=0$.

1/ ليكن $\vec{n}$ شعاع ناظمي للمستوي (P).

أ . بين أنه يوجد عدد حقيقي α بحيث $\overrightarrow{AB}=\alpha\vec{n}$ ، ماذا تستنتج ؟

ب . بين أن الجملة : $\begin{cases} x=1+2t' \\ y=1-3t+t' \\ z=4t-t' \end{cases}$ هي تمثيل وسيطي للمستوي (Q) . (حيث t و t' عددين حقيقيين)

الذي يمر بالنقطة A ويوازي كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{n}$.

جـ . استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (Q)، و أن المستويين (P) و (Q) متعامدان.

2/ بين أن C نقطة مشتركة للمستويين (P) و (Q) و أن الشعاع $\vec{u}(14;-11;17)$ يعامد كل من $\vec{n}$ و $\overrightarrow{n'}$، حيث $\overrightarrow{n'}$ هو شعاع ناظمي للمستوي (Q).

3 / استنتج تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D') المسقط العمودي للمستقيم (AB) على المستوي (P).

4 / لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء . عيّن المجموعة (Γ) للنقط M بحيث : $\sqrt{6}\,d(M,(P))=\sqrt{101}\,d(M,(Q))$

التمرين الثاني:(04 نقاط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة التالية :(1) ... ... $2020x-2424y=1212$ ذات الجملة $(x;y)$

1) أ - أحسب $PGCD(2020\ ,\ 2424)$.

بـ - استنتج أن المعادلة (1) تقبل حلولا .

جـ - أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x\ ;\ y)$ حل للمعادلة (1)فإنxمضاعف للعدد 3.

2) استنتج حلا خاصا للمعادلة (1) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة(1).

3) استنتج حلول الجملة (S): $\begin{cases} \lambda \equiv -1[6] \\ \lambda \equiv -4[5] \end{cases}$.

4) a وb عددان طبيعيان حيث $a=\overline{1\alpha0\alpha00}$ في النظام ذي الأساس 3 و $b=\overline{\alpha\beta0\alpha}$ في النظام ذي الاساس 5.

عينαو βحتى تكون الثنائية$(a\ ;\ b)$ حلا للمعادلة (1) ثم أكتب العددينa وb في النظام العشري .

التمرين الثالث:(05نقاط)

1 /حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2-2\sqrt{2}\,z+3=0$.

2 / المستوي المركب منسوب معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B ، C ، D و G لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{2}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=2\sqrt{2}$ ، $z_D=-\sqrt{2}+3i$ و $z_G=2i$.

أ . أثبت أن النقطتين A و B تنتميان إلى دائرة مركزها C يطلب تعيين نصف قطرها .

3as.ency-education.com

ب . تحقق من أن $z_C = z_A + z_B$ و $|z_A| = |z_B|$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $OACB$ و احسب مساحته .

3 / بين أن النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(C;1),(D;2)\}$.

4/ (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $\sqrt{(iz+2)\overline{(iz+2)}} = 6$ ، عين المجموعة (Γ) .

5 / S التحويل النقطي ا لذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ من المستوي حيث :

$z' = 2e^{i\pi}z + 4 + 2i$.

عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل النقطي S ثم أوجد صورة (Γ) بالتحويل S .

التمرين الرابع :(07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;e[\cup]e;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{1}{x(1-\ln x)}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ ، (الوحدة $2\,cm$) .

I) 1 / احسب نهايتي الدالة f عند e وعند $+\infty$ ، ثمّ فسّر النتائج هندسيا .

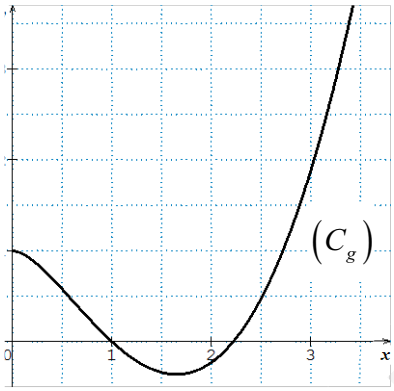
2 / بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x) = +\infty$ ثمّ فسّر النتائج هندسيا .(لاحظ أن $x(1-\ln x) = x - x\ln x$) .

3 / بين انه من أجل كل x من $]0;e[\cup]e;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

4 / ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

II) لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - x^2(1-\ln x)$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (انظر الشكل)



1 / أ . بقراءة بيانية حدّد عدد حلول المعادلة (E) التالية:

$g(x) = 0$ في المجال $]0;+\infty[$

ب . باستعمال جدول القيم التالي :

x	2,1	2,2	2,3	2,4
$g(x)$	−0,14	−0,02	0,12	0,28

بين أن المعادلة (E) تقبل حلاّ α بحيث $2,2 < \alpha < 2,3$

2 / أ . تحقق أنه من أجل كل x من D_f ، $f(x) - x = \dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$.

ب . بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ يقطع المنحنى (C_f) في النقطتين ذات الفاصلتين 1 و α .

جـ . حدد انطلاقا من (C_g) إشارة $g(x)$ على المجال $[1;\alpha]$ وبين أن $f(x) - x \le 0$ لكلّ x من المجال $[1;\alpha]$.

3 / أنشئ في نفس المعلم $(O,\vec{i};\vec{j})$ ، المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

4 / أ .بين أن $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-\ln x)}\,dx = \ln 2$ ، (لاحظ أن $\dfrac{1}{x(1-\ln x)} = \dfrac{\frac{1}{x}}{1-\ln x}$ لكل x من D_f) .

ب .نعتبر المساحة A لمجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي حيث: $1 \le x \le \sqrt{e}$ و $f(x) \le y \le x$

احسب A بـ cm^2 .

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

1 / بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \le u_n \le \alpha$.

2 / بين أن المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$. (يمكن استعمال نتيجة السؤال II) 2/ جـ .

3 / استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها .

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04نقاط)

لتكن (u_n) متتالية هندسية متزايدة حدودها موجبة معرفة على المجموعة $\mathbb{N}^*$ بـ : $\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 100 \\ u_1 \times u_3 = 256 \end{cases}$

1) أحسب u_2 , u_1, u_3 ثم عين q أساس المتتالية (u_n) .

2) عبر عن الحد العام u_n بدلالة n .

3) أحسب بدلالة n كلا من المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ و الجداء $P_n = u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n$.

4) أ – أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على العدد 5 .

بـ - بين أن العدد $2016^{2017} + 49^{2n} + 5n - 2017$ يقبل القسمة على 5 .

جـ - نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $S_n' = \frac{1}{ln2}[ln4 + ln4^2 + \cdots + ln4^n]$.

أحسب S_n' بدلالة n ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n' + 4n^2 + 7^{4n} \equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (04نقاط)

يحتوي وعاء على كريتان بيضاوان تحملان الرقم 1و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ،2 ،2

و أربع كريات سوداء تحمل الأرقام 1 ،1 ،2 ،2 (لا يمكن التفريق بين جميع الكريات عند اللمس).

نسحب عشوائياً وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الوعاء .

1) احسب احتمال كل من الحوادث التالية :

A: " الكريات الثلاثة المسحوبة مختلفة اللون مثنى مثنى".

B: "الكريات الثلاثة المسحوبة تحمل نفس الرقم ".

C: " من بين الكريات الثلاثة المسحوبة توجد على الأقل كرية واحدة حمراء اللون " .

2) احسب احتمال الحادثة $A \cap B$.

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة العدد مجموع أرقام الكريات الثلاثة المسحوبة .

أ - عين قيم المتغير العشوائي X .

ب-اعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

1) أ - عين الجذران التربيعيان للعدد المركب z_1 حيث $z_1 = 3+4i$

ب- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركبة z : $(z^2+1)(z^2-3-4i)=0$

2)في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$, نعتبر النقط A , B , C , D و E التي لواحقها على الترتيب $z_A = 2+i$, $z_B = 2-i$, $z_C = i$, $z_D = -i$ و $z_E = -3i$ على الترتيب

3as.ency-education.com

أ -أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي .

ب- .استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) عين العبارة المركبة للتشابة المباشر S الذي يحقق $S(C)=C$ و $S(A)=B$ محددا نسبته وزاويته

4) أ -عين صورة القطعة المستقيمة $[AB]$ بالتشابه S

ب- استنتج مساحة المثلث BCE صورة ABC بالتشابه S.

5) أ -عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $iz = 1+2ie^{i\theta}$ لما θ يمسح المجموعة $\mathbb{R}$

ب - بين أن النقطة E تنتمي إلى المجموعة (Γ)

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I)لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $g(x)=1+x+e^x$

1 / ادرس تغيرات الدالة g

2 / بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α, حيث α من المجال $]-1.3;-1.2[$.

3 / حدد تبعا لقيم x إشارة $g(x)$.

II)نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\frac{xe^x}{1+e^x}$ نسمي (C_f) المنحنى البياني لها في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$. (تؤخذ $2cm$ كوحدة).

1 /

أ) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

ب) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{e^x g(x)}{(1+e^x)^2}$

ج) أستنتج اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

د) برهن أن $f(\alpha)=1+\alpha$ . .

ه) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O مبدأ المعلم ، (T).

و) برهن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته : $y=x$. ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

ز) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) ثم المماس (T)

2 / ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية: $me^x+m+x=0$.

3 / أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 1$ فان : $\frac{e^x}{1+e^x}\leq f(x)\leq x$.

ب) استنتج حصر مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=1$ و $x=-\alpha$.

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة : تقني رياضيات

مديرية التربية لولاية المسيلة
ثانوية: الشهيد مرزوك دحمان
دورة : ماي 2019

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

1)- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(z^2+3)(z^2-6z+21)$

2)- المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللواحق $z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B=\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_C=3+2i\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z_C}$ على الترتيب

- بين أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=3$ يطلب تعيين نصف قطرها

3)- لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى المبدأ O

أ)- بين أن $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث BEC

ب)- بين أنه يوجد دوران R مركزه النقطة B ويحول النقطة E إلى النقطة C ، يطلب تعيين زاويته .

4)- نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' ، حيث :

$$z'+i\sqrt{3}=2e^{-i\frac{\pi}{3}}(z+i\sqrt{3})$$

أ)- عين طبيعة S وعناصره المميزة .

ب)- عين طبيعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق : $z=3+2\sqrt{3}e^{i\theta}$ حيث θ عدد حقيقي .

ج)- عين طبيعة (E') صورة (E) بالتحويل S وعناصرها الهندسية .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على عشر كريات (لا نفرق بينها باللمس) بحيث : خمس كريات حمراء تحمل الأرقام -2 ، -1 ، 0 ، 1 و 2 ، وثلاث كريات خضراء تحمل الأرقام -1 ، 0 و 1 ، وكريتان سودوان تحملان الرقمين -1 و 0

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من هذا الكيس

1)- أحسب عدد الحالات الممكنة

2)- A و B حادثتان معرفتان كمايلي :

A : " الكريتان المسحوبتان لونهما مختلف " B : " الكريتان المسحوبتان تحمل كلا منهما رقم موجب تماما "

- احسب $P(A)$ و $P(B)$.

3)- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة ممكنة العدد الحقيقي $|x-y|$ حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس .

أ)- عين القيم الممكنة لـ X

ب)- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي .

3as.ency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لتكن u_n متتاليه هندسية متزايدة وحدودها موجبة معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 100 \\ u_1 \times u_3 = 256 \end{cases}$

1)- أحسب u_1 ، u_2 و u_3 ثم عين اساسها q .

2)- اكتب u_n بدلالة n .

3)- أحسب بدلالة n كلا من المجموع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots u_n$ و الجداء $P_n = u_1 \times u_2 \times \cdots u_n$

4)أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 5

ب)- عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $2016^{1436} + 49^{2n+1} + 5n - 3$ على 5 .

ج)- نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S'_n = \frac{1}{\ln 2}[\ln 4 + \ln 4^2 + \cdots \ln 4^n]$

- أحسب S'_n بدلالة n ثم عين العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S'_n + 4n^2 + 7^{4n} \equiv 0[5]$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

|) g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = -x^3 + 1 - 2\ln x$

1)- احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$

2)- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3)- أحسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$

||) f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = -x + 2 + \frac{\ln x}{x^2}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1)- احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$

2)أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3)أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلته $y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

ج)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) ، يطلب تعيين معادلة له

4)- أنشـــئ كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) . (تعطى $f(0.6) = 0$ و $f(2.2) = 0$)

5)- ناقش حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = m$

6)- لتكن الدالة H المعرفة على $]0;+\infty[$

بـ : $H(x) = -\frac{1+\ln x}{x}$

أ)- تحقق أن الدالة H دالة أصلية للدالة $x \longrightarrow \frac{\ln x}{x^2}$ على المجال $]0;+\infty[$

ب)- نعتبر S_λ مساحة الحيز المستوي A المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

والمستقيمين اللذان معادلتاهما $x = 1$ و $x = \lambda$ حيث λ عدد حقيقي من المجال $]1;+\infty[$

- بين أن : $S_\lambda = \frac{\lambda - 1 - \ln\lambda}{\lambda}$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} S_\lambda$

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C ذات اللواحق $z_A = 2$ ، $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب

1)- عين الكتابة الاسية للعدد المركب z_B ثم للعدد z_C

2)- بين أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

3)- أنشئ النقط A ، B و C ثم عين طبيعة الرباعي OBAC

4)- عين ثم أنشئ المجموعة (E) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $|z| = |z - 2|$

T)- التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z وتختلف عن النقطة A بالنقطة M′ ذات الاحقة z′ حيث $z' = \frac{-4}{z-2}$

1)- ج)- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z = \frac{-4}{z-2}$ ثم استنتج صورتي B و C بالتحويل T

2)- G مركز ثقل المثلث OAB ، عين ثم أنشئ النقطة G′ صورة النقطة G بالتحويل T

3)أ- من أجل كل نقطة M تختلف عن A بين أن : $AM' = \frac{2\times OM}{AM}$

ب)- نفرض أن النقطة M تنتمي إلى المجموعة (E) ، ماهي مجموعة النقط M′ ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(2,1,3)$ ، $B(-3,-1,7)$ و $C(3,2,4)$

1)- بين أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة .

2)- ليكن (D) المستقيم ذو التمثيل الوسيطي التالي : $\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases}$ حيث $t \in \mathbb{R}$

أ)- بين أن المستقيم (D) عمودي على المستوي (ABC)

ب)- عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3)- لتكن H نقطة تقاطع المستقيم (D) والمستوي (ABC)

أ)- بين أن النقطة H هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2),(B,-1),(C,2)\}$

ب)- لتكن (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $(-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) \cdot (\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}) = 0$

- عين طبيعة المجموعة (E) وحدد عناصرها المميزة .

ج)- لتكن (F) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\| -2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \| = \sqrt{29}$

- عين طبيعة المجموعة (F) وحدد عناصرها المميزة .

د)- عين المجموعة $(E) \cap (F)$ وهل النقطة $S(-8,1,3)$ تنتمي إلى المجموعة $(E) \cap (F)$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1)- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للأعداد 2^n ، 3^n و 4^n على 7

2)- عين باقي قسمة العدد $2^{2017} - 3^{2018} + 4^{2019}$ على 7

3)- استنتج أنه من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ يكون $5 \times 2^{3k+1} - 5^{6k+5} + 28 \equiv 0[7]$

3as.ency-education.com

4)- حل في مجموعة الأعداد الطبيعية المعادلة $10^{3n}+4^{2n}-22^{n}\equiv 0[7]$

5)- عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق $2^{n}+3^{n}+4^{n}\equiv 2[7]$ و $0<n\leq 25$

6)أ- برهن أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ يكون $(4n+3)\times 9^{n}-4^{2n+3}\equiv 2(2n+1)\times 3^{2n}[7]$

ب)- عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي n بحيث $(4n+3)\times 9^{n}-4^{2n+3}\equiv 0[7]$ و n مضاعف لـ 8 .

7)- يحتوي كيس على 10 كريات مرقمة من 0 إلى 9 (لا نفرق بينها باللمس) ، نسحب كريتين في آن واحد من الكيس

أ)- ماهو عدد الحالات الممكنة ؟

ب)- ماهو احتمال لكي يكون مجموع الرقمين المسحوبين من بواقي قسمة 3^{n} على 7 .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

|) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^{x}+1}$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و $\|\vec{i}\|=2cm$

1)أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^{x}+1}$

ب)- استنتج أن الدالة f فردية ثم احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

2)أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x)=-\frac{1}{2}(\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1})^{2}$

ب)- استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

ج)- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$ فإن : $\frac{1}{2}x\leq 1-\frac{2}{e^{x}+1}$

3)أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-1+\frac{1}{2}x]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب)- استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا آخر (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

4)- أنشئ المستقيم (D) ذو المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+1$ والمستقيم (Δ) ثم أنشئ (C_f) .

5)- ليكن λ عددا حقيقيا موجبا .

أ)- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $\frac{1}{e^{x}+1}=\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}$

ب)- احسب بـ cm^2 مساحة الحيز $A(\lambda)$ المحصور بين المنحنى (C_f) ، المستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=\lambda$ ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)$

||) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$

1)- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n>0$

2)أ- تحقق باستعمال نتيجة السؤال (2 - ج) أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$

ب)- استنتج أن (u_n) متناقصة . ماذا يمكن القول عن تقاربها ؟

ج)- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n\leq(\frac{1}{2})^{n}$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

3as.ency-education.com