

اختبار في مادة الرياضيات

المدة : 3 ساعة.

الاجتبار الاول (07ن):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ $g(x) = x + 1 + \ln x$

1. عين نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0.27; 0.28]$.

4. حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(0) = 0$ ومن أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}$

ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; I, J)$ حيث وحدة الأطوال هي $4cm$.

1. بين أن الدالة f مستمرة على $]0; +\infty[$.

2. هل تقبل الدالة f الاشتقاق عند 0 ؟ فسر بيانيا النتيجة.

3. من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$. استنتج اتجاه تغير الدالة f .

4. أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. تحقق أن $f(\alpha) = \alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5. ليكن (Γ) التمثيل البياني للدالة $\ln x \mapsto x$ في المعلم $(O; I, J)$.

- أدرس الأوضاع النسبية للمنحنيين (C) و (Γ) .
- أحسب النهاية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$. فسر بيانيا النتيجة. أرسم المنحنيين (C) و (Γ) .

الاجتبار الثاني (04ن):

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n}{4} + 2$.

(1) أرسم المستقيمين $\mathcal{D}$ ذي المعادلة $y = \frac{3}{4}x + 2$ و Δ ذي المعادلة $y = x$ في معلم متعامد ومتجانس.

(2) عين A نقطة تقاطعهما ولتكن α فاصلة النقطة A .

(3) أ - أحسب u_1 ، u_2 و u_3 ثم مثل هذه الحدود على محور الفواصل.

ب - أنشئ هندسيا الحدّين u_4 و u_5 .

(4) نضع $v_n = u_n - \alpha$.

أ - أحسب v_0 ثم v_1 و v_2 .

ب - برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها.

ج - استنتج v_n بدلالة n ، ثم u_n بدلالة n .

الاحتبار الثالث (04ن):

نرمي حجر نرد عادية مرتين متتابعتين . ما احتمال الحصول على :

- (1) رقمين فرديين ؟
- (2) عددين مجموعهما فردي ؟
- (3) عددين جداؤهما زوجي ؟
- (4) نعتبر X مجموع الرقمين المحصل عليهما
أ) حدد قيم X الممكنة
ب) عرّف قانون إحتمال X و أحسب $E(X)$
ج) أحسب $p(X=12)$ و $p(X>6)$

الاحتبار الرابع (05ن):

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة ذات المجهول (x, y) التالية : $16x + 59y = 2006 \dots (1)$.

(1) حلل إلى جداء عوامل أولية العدد 2006 ، ثم استنتج أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حلا للمعادلة (1)

فإن x يكون مضاعفا للعدد 59 .

(2) حل في المجموعة $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ، المعادلة (1) .

(3) عين الحلول (x, y) للمعادلة (1) التي تنتمي إلى $\mathbb{Z}^2$.

(4) عين الأعداد الطبيعية غير المعدومة a و b التي تحقق $16m + 59d = 2006$ حيث $m = \text{ppcm}(a, b)$ و

$$d = p \gcd(a, b)$$

ضروري قراءة السؤال جيدا قبل الإجابة عليه