وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي
الشعبة : تسيير واقتصاد

مديرية التربية لولاية الجلفة
ثانوية : الشهيد ماضي محمد -المليليحة-
دورة : 2023

اختبار في مادة : الرياضيات

المدة : 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين الاول : (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل الميزانية الاجمالية لاجور عمال شركة خاصة (مقدرة بمليون دينار) والتي تتغير بزيادة عدد الموظفين .

x_i الموظفين	50	60	70	80	90
y_i الميزانية	3.2	3.4	3.8	4.4	5.2

❶ أ _ مثّل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ في معلم متعامد .

ب _ هل يمكن تسوية سحابة النقط بتعديل خطي ؟ برر

❷ أ _ جد احداثيات النقطة المتوسطة $G(\overline{x}, \overline{y})$ للسلسلة (x_i, y_i) .

ب _ بيّن أنّ المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي : $y = 0.05x + 0.5$.

❸ أ _ بإستعمال هذا التعديل قدّر الميزانية الاجمالية عندما يصل عدد الموظفين 130 .

ب _ بإستعمال هذا التعديل قدّر عدد الموظفين حين تبلغ الميزانية الاجمالية 8 مليون دينار .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

U_1 ، U_2 و U_3 ثلاثة أكياس متماثلة ، يحتوي الكيس U_1 على 4 كرات حمراء و 3 خضراء ، و يحتوي الكيس U_2 على كرتين حمراويين و 4 كرات خضراء ، و يحتوي الكيس U_3 على كرتين حمراويين و 3 كرات خضراء . (جميع الكرات لا نستطيع التمييز بينها باللمس)

◄ نختار عشوائيا كيس و نسحب منه كرة .

❶ انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

❷ احسب احتمال سحب كرة خضراء من الكيس U_2 .

❸ برهن أنّ احتمال سحب كرة خضراء يساوي $\frac{178}{315}$.

❹ علمًا أنّ الكرة المسحوبة خضراء ما احتمال أنّ تكون من الكيس U_2 ؟

www.ency-education.com

التمرين الثالث : (05 نقاط)

✍ نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 0$ و $u_1 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$$

❶ احسب u_2 ، u_3 .

❷ برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$.

❸ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - 6$.

أ ـ بيّن أنّ (v_n) متالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب ـ اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

جـ ـ بيّن أنّ (u_n) متقاربة .

د ـ احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

✍ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 2x + \frac{4}{e^x + 2}$

وليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد متجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

❶ أ ـ بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = 2x + 2 - \frac{2e^x}{e^x + 2}$.

ب ـ احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

جـ ـ أثبت أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{2(e^{2x} + 2e^x + 4)}{(e^x + 2)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها .

❷ أ ـ بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-0.9 < \alpha < -0.8$.

ب ـ بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') حيث

$(\Delta) : \ y = 2x$ و $(\Delta') : \ y = 2x + 2$

جـ ـ ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة لكل من (Δ) و (Δ') .

❸ أنشئ كلا من (Δ) ، (Δ') و (C_f) .

❹ احسب المساحة $\mathcal{A}$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللّذين معادلتيهما : $x = \ln 2$ و $x = \ln 5$.

انتهى الموضوع الأول

www.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (04 نقاط)

الجدول التالي يبيّن كلفة استهلاك الكهرباء من طرف عائلات معينة خلال 5 سنوات (مقدرة بألاف الدنانير) .

السنة	2011	2013	2014	2015	2017
الرتبة x_i	1	3	4	5	7
الكلفة y_i	29	35	52	71	101

❶ أ ـ مثّل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ في معلم متعامد .

ب ـ هل يمكن تسوية سحابة النقط بتعديل خطي ؟ برر

❷ بوضع $z_i = \ln y_i$ من أجل $i \in \{1, 3, 4, 5, 7\}$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

أ ـ أكمل الجدول التالي :

الرتبة x_i	1	3	4	5	7
z_i					

ب ـ جد احداثيات النقطة المتوسطة G للسلسلة $M'_i(x_i, z_i)$.

جـ ـ بيّن أنّ المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي : $z = 0.22x + 3.07$.

❸ أ ـ تحقق أنّ $y = ke^{0.22x}$ حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينهُ .

ب ـ في أي سنة تتجاوز كلفة الاستهلاك 120000 دينار ؟

جـ ـ قدّر كلفة الاستهلاك سنة 2023 .

التمرين الثاني : (05 نقاط)

I ـ نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

❶ احسب u_1 ، u_2 .

❷ أ ـ برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 3$.

ب ـ حدد اتجاه تغير (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة .

II ـ لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - 3$

❶ أ ـ بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $3v_{n+1} = 2v_n$.

ب ـ استنتج طبيعة المتتالية (v_n) ثم احسب v_0 .

جـ ـ اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n و احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

www.eney-education.com

❷ نادي رياضي يضم 600 منخرطا في سنة 2022 ، بعد كل سنة يفقد الثلث من المنخرطين و يكسب 100 منخرطا جديداً نعتبر المئة هي الوحدة و نرمز بـ u_n لعدد المنخرطين سنة $2022+n$ أي $u_0 = 6$.

أ ـ برر العبارة $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$.

بـ ـ ما هو عدد المنخرطين سنة 2023 ؟

جـ ـ هل يمكن أنّ يبلغ عدد المنخرطين 300 منخرط ؟

التمرين الثالث : ﴿04 نقاط﴾

✍ تتكون باقة زهور من ثلاث زهرات حمراء (R) و زهرتين صفراوين (J) .

◄ نختار عشوائيا على التوالي زهرتين من هذه الباقة و بدون ارجاع .

❶ مثّل هذه الوضعية بشجرة الاحتمالات .

❷ احسب $P(A)$ و $P(B)$ حيث A الحدث "الحصول على زهرتين حمراويين" و B الحدث "الحصول على زهرتين من لونيين مختلفين"

❸ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مخرج عدد الزهرات الصفراء المختارة .

أ ـ عيّن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

بـ ـ عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أملهُ الرياضياتي $E(X)$.

جـ ـ استنتج قيمة $E(2023X + 1444)$.

التمرين الرابع : ﴿07 نقاط﴾

I ـ g الدالة المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $g(x) = 3x^3 - 3 + 6\ln x$.

❶ ادرس تغيرات الدالة g .

❷ احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II ـ f الدالة المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $f(x) = 3x - 3 - \frac{3\ln x}{x^2}$.

وليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

❶ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ثم فسر هندسيا النتيجة الأخيرة .

❷ أ ـ بيّن أنّه من أجل كل x من $]0,+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

بـ ـ استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ أ ـ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 3x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

www.ency-education.com

بـ ـ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

❹ أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) .

❺ أ ـ بيّن أنّ الدالة $x \longmapsto -\dfrac{3+3\ln x}{x}$ دالة أصلية للدالة $F : x \longmapsto \dfrac{3\ln x}{x^2}$ على المجال $]0,+\infty[$.

بـ ـ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللّذين معادلتيهما : $x = 1$ و $x = 3$.

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا 2023

أتمنى لكم حياة جامعية أفضل... 🎓

ency-education.com/exams

www.ency-education.com

تصحيح الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات (3 تق)

الموضوع الأول :

التمرين الأول : (ن04)

1) P - تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$

ب - يمكن تسوية سحابة النقط بتعديل خطي لأنّ : لها شكل متطاول. 0,25

ج) P $\bar{x}=\frac{50+60+70+80+90}{5}=70$ ، $\bar{y}=\frac{3,2+3,4+3,8+4,4+5,2}{5}=4$ 0,75

اذن $G(70;4)$

ب) لتكن $y=ax+b$ المعادلة المختصرة المطلوبة

لدينا : $a=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_iy_i-5\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{1450-1400}{1000}=0,05$ 01

$b=\bar{y}-a\bar{x}=4-0,05\times70$ اي $b=0,5$ وعليه : $y=0,05x+0,5$ 0,5

ج) P من اجل $x=130$ نجد $y=0,05\times130+0,5=7$ 0,5

اذن الميزانية الاجمالية في هذه الحالة 7 مليون دينار

ب) من اجل $y=8$ نجد : $x=\frac{8-0,5}{0,05}=150$ 0,5

اذن عدد الموظفين في هذه الحالة 150 موظفا.

التمرين الثاني : (ن04)

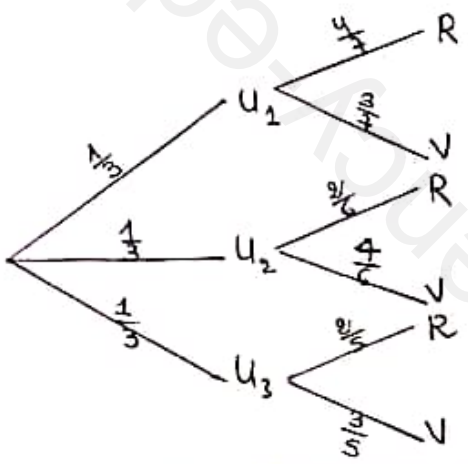
1) انظر الشجرة المقابلة 1,5

2) $P(V\cap U_2)=\frac{1}{3}\times\frac{4}{6}=\frac{2}{9}$ 0,5

3) $P(V)=P(V\cap U_1)+P(V\cap U_2)+P(V\cap U_3)$

$=\frac{1}{3}\times\frac{3}{7}+\frac{1}{3}\times\frac{4}{6}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}$

$=\frac{1}{7}+\frac{2}{9}+\frac{1}{5}=\frac{178}{315}$ 01



160

---

4) $P_V(U_2)=\frac{P(V\cap U_2)}{P(V)}=\frac{\frac{2}{9}}{\frac{178}{315}}=\frac{2}{9}\times\frac{315}{178}=\frac{35}{89}$ 01

التمرين الثالث : (ن05)

1) P $u_2=\frac{3}{2}u_1-\frac{1}{2}u_0=\frac{9}{2}$ * $u_3=\frac{3}{2}u_2-\frac{1}{2}u_1=\frac{21}{4}$ 0,5

2) * لدينا $\frac{1}{2}u_0+3=3$ ومنه $u_1=\frac{1}{2}u_0+3$; $u_1=3$

* نفرض أنّ $u_{n+2}=\frac{1}{2}u_{n+1}+3$ ونبيّن أنّ $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+3$ 01

$u_{n+2}=\frac{3}{2}u_{n+1}-\frac{1}{2}u_n=\frac{3}{2}u_{n+1}-(u_{n+1}-3)=\frac{1}{2}u_{n+1}+3$

اذن حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع المطلوب.

3) P $v_{n+1}=u_{n+1}-6=\frac{1}{2}u_n+3-6=\frac{1}{2}u_n-3=\frac{1}{2}(u_n-6)=\frac{1}{2}v_n$ 01

اذن (v_n) متتالية هندسية اساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الاول $v_0=u_0-6=-6$ حيث $v_0=-6$ 01

ب) $v_n=v_0\times q^n=-6\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$ * $u_n=v_n+6=-6\left(\frac{1}{2}\right)^n+6$ 01

ج) $\lim_{n\to+\infty}u_n=\lim_{n\to+\infty}-6\left(\frac{1}{2}\right)^n+6=6$ ومنه (u_n) متقاربة نحو 6. 0,5

(لاحظ ان $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$ لأن $-1<\frac{1}{2}<1$)

د) $S_n=(v_0+6)+(v_1+6)+\dots+(v_n+6)$

$=v_0\times\frac{q^{n+1}-1}{q-1}+6(n+1)=-6\times\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1}{\frac{1}{2}-1}+6(n+1)$ 01

$=12\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1\right]+6(n+1)$

التمرين الرابع : (ن07)

1) P $2x+2-\frac{2e^x}{e^x+2}=2x+\frac{2e^x+4-2e^x}{e^x+2}=2x+\frac{4}{e^x+2}=f(x)$ 0,5

ب) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}2x+\frac{4}{e^x+2}=-\infty$ $(e^x\to0)$ 0,5

8 ن

www.ency-education.com

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 2x + \frac{4}{e^x+2} = +\infty$ $\left(e^x \longrightarrow +\infty\right)$ (0,5 *

$f'(x) = 2 + \frac{-e^x \times 4}{(e^x+2)^2} = \frac{2(e^{2x}+4e^x+4) - 4e^x}{(e^x+2)^2}$ (÷

$= \frac{2e^{2x}+4e^x+8}{(e^x+2)^2} = \frac{2(e^{2x}+2e^x+4)}{(e^x+2)^2}$ 0,5

$e^{2x}+2e^x+4 = (e^x+1)^2+3 > 0$ نلاحظ أن

$(e^{2x}+2e^x+4 > 0$ و $\Delta = -12$ أ) وعليه 0,5

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	

إذن f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

0,25

ج) الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$ وبالخصوص على المجال $[-0,9 ; -0,8]$ ولدينا : $f(-0,9) \simeq -0,14$ ، $f(-0,8) \simeq 0,03$ أي 0,75

$f(-0,9) \times f(-0,8) < 0$ إذن حسب مرقم المطلوب .

ب) * $\lim_{x\to+\infty} [f(x) - 2x] = \lim_{x\to+\infty} \frac{4}{e^x+2} = 0$ 0,5

إذن (Δ) ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

* $\lim_{x\to-\infty} [f(x) - (2x+2)] = \lim_{x\to-\infty} -\frac{2e^x}{e^x+2} = 0$ 0,5

إذن (Δ') ذو المعادلة $y = 2x+2$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

ج) * لدينا $f(x) - 2x = \frac{4}{e^x+2} > 0$ ومنه (C_f) فوق (Δ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ 0,5

* لدينا $f(x) - (2x+2) = -\frac{2e^x}{e^x+2} < 0$ ومنه (C_f) تحت (Δ') من أجل كل x من $\mathbb{R}$ 0,5

3) إنشاء (Δ) ، (Δ') و (C_f) 01

4) $A = \int_{\ln 2}^{\ln 5} [f(x) - 2x]\,dx = \int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{4}{e^x+2}\,dx = 2\int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{e^x+2-e^x}{e^x+2}\,dx$

$A = 2\int_{\ln 2}^{\ln 5} \left(1 - \frac{e^x}{e^x+2}\right)dx = 2\left[x - \ln(e^x+2)\right]_{\ln 2}^{\ln 5}$ 0,5

$= 2\left[\ln 5 - \ln 7 - (\ln 2 - \ln 4)\right] = 2\ln\left(\frac{10}{7}\right)(4,9)$

www.ency-education.com

الموضوع الثاني :

التمرين الأول : (04ن)

1) P- تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد

ب- يمكن تسوية سحابة النقط بتعديل خطي لأنّ :

لها شكل متطاول.

ج) P)

x_i	1	3	4	5	7
z_i	3,37	3,56	3,95	4,26	4,62

ب) $\bar{x}=\frac{1+3+4+5+7}{5}=4$ ، $\bar{z}=\frac{3,37+3,56+3,95+4,26+4,62}{5}=3,95$

إذن $G(4;3,95)$

ج) لتكن : $z=ax+b$ المعادلة المختصرة المطلوبة

لدينا $a=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_iz_i-5\bar{x}\bar{z}}{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{83,49-79}{20}=0,22$

ومنه : $b=3,07$ أي $b=\bar{z}-a\bar{x}=3,95-0,22\times4$ وعليه : $z=0,22x+3,07$

3) P) لدينا $z=\ln y$ ومنه : $\ln y=0,22x+3,07$

ومنه : $y=e^{0,22x+3,07}$ ومنه $y=e^{3,07}\times e^{0,22x}$

إذن $y=21,54e^{0,22x}$ $(k=21,54)$

ب) $y>120$ معناه : $21,54e^{0,22x}>120$ ومنه $e^{0,22x}>5,57$

ومنه $0,22x>\ln(5,57)$ ومنه $x>\frac{\ln(5,57)}{0,22}$ أي $x>7,8$

أصغر عدد طبيعي يحقق المتراجحة الأخيرة هو $x=8$

إذن ابتداءً من 2018 تتجاوز كلفة الاستهلاك 120000 دينار

ج) رتبة السنة 2023 هي $x=13$ ومنه :

$y=21,54e^{0,22\times13}=376,12$ ومنه كلفة الاستهلاك سنة 2023 هي 376120 دينار

ص 5

التمرين الثاني : (05ن)

I) 1) P) $u_1=\frac{2}{3}u_0+1=\frac{2}{3}\times6+1=5$ ، $u_2=\frac{2}{3}u_1+1=\frac{2}{3}\times5+1=\frac{13}{3}$

2) P) * $u_0>3$ أي $6>3$

* نفرض أنّ $u_n>3$ ونبيّن أنّ $u_{n+1}>3$: لدينا $u_n>3$

ومنه $\frac{2}{3}u_n>2$ ومنه $\frac{2}{3}u_n+1>3$ أي $u_{n+1}>3$

إذن حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع المطلوب.

ب) $u_{n+1}-u_n=\frac{2}{3}u_n+1-u_n=-\frac{1}{3}u_n+1=-\frac{1}{3}(u_n-3)<0$

(لأن $u_n>3$ أي $u_n-3>0$ وبالتالي $-\frac{1}{3}(u_n-3)<0$)

إذن (u_n) متناقصة تماماً.

* بما أنّ (u_n) متناقصة تماماً ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة

II) 1) P) $v_{n+1}=u_{n+1}-3=\frac{2}{3}u_n+1-3=2u_n-6$

$=2(u_n-3)=2v_n$

ب) حسب ماسبق $3v_{n+1}=2v_n$ ومنه $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{2}{3}$ ومنه (v_n) م ه أساسها $q=\frac{2}{3}$ وحدها الأول v_0 حيث $v_0=u_0-3=3$

ج) * $v_n=v_0\times q^n=3\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$

* لدينا $v_n=u_n-3$ ومنه : $u_n=v_n+3$ إذن $u_n=3\left(\frac{2}{3}\right)^n+3$

$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}3\left(\frac{2}{3}\right)^n+3=3$ * (لاحظ أنّ $-1<\frac{2}{3}<1$)

2) P) $u_{n+1}=u_n-\frac{1}{3}u_n+1=\frac{2}{3}u_n+1$

ب) لدينا $u_1=5$ ومنه عدد المنخرطين سنة 2023 هو 500

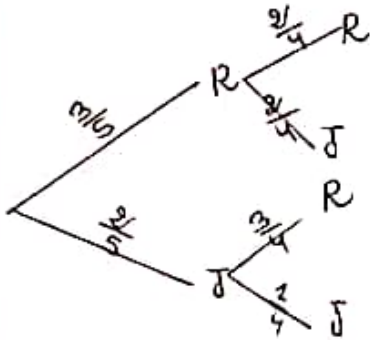
ج) $u_n=3$ معناه : $3\left(\frac{2}{3}\right)^n+3=3$ ومنه $3\left(\frac{2}{3}\right)^n=0$ المعادلة الأخيرة ليس لها حلول ومنه لا يمكن أن يبلغ عدد المنخرطين 300

ص 6

www.ency-education.com

التمرين الثالث : (ن04)

1) انظر الشجرة المقابلة :



2) $P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

$= 0,3$

$P(B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{20}$

$= \frac{3}{5} = 0,6$

3) $I = \{0, 1, 2\}$

ب) $P(X=0) = P(A) = 0,3$

$P(X=1) = P(B) = 0,6$

$P(X=2) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10} = 0,1$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	0,3	0,6	0,1

$E(X) = (1 \times 0,6) + (2 \times 0,1) = 0,8$

ج) $E(2023X + 1444) = 2023 \times E(X) + 1444 = 3062,4$

التمرين الرابع : (ن07)

I) 1) - النهايات : $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ * $\lim_{x \to 0} g(x) = -\infty$ *

- اتجاه التغير : $g'(x) = 2x + \frac{2}{x} > 0$ ومنه g متزايدة تماما على $]0, +\infty[$

- جدول التغيرات :

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

2) $g(1) = 3 - 3 + 6\ln 1 = 0$

x	0	1	$+\infty$
$g(x)$	−	0	+

II) 1) * $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 3x - 3 - 3 \times \frac{\ln x}{x^2} = +\infty$ ($\frac{\ln x}{x^2} \to 0$)

* $\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} 3x - 3 - \frac{3}{x^2} \times \ln x = +\infty$

- تفسير النتيجة الأخيرة : المستقيم ذا المعادلة $x = 0$ (محور التراتيب) مقارب لـ (C_f)

2) $f'(x) = 3 - 3 \times \frac{\frac{1}{x} \times x^2 - 2x \times \ln x}{x^4} = 3 - 3 \times \frac{1 - 2\ln x}{x^3}$

$= \frac{3x^3 - 3 + 6\ln x}{x^3} = \frac{g(x)}{x^3}$

- إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	−	0	+

إذن f متناقصة تماما على المجال $]0, 1]$ ومتزايدة تماما على المجال $[1, +\infty[$

* جدول التغيرات :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	−	0	+
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

3) $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (3x-3)] = \lim_{x \to +\infty} -\frac{3\ln x}{x^2} = 0$

إذن (Δ) ذا المعادلة $y = 3x - 3$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

ب)

x	0	1	$+\infty$
$f(x) - (3x-3)$		+ 0 −	
الوضعية النسبية	(C_f) فوق (Δ)	$(C_f) \cap (\Delta) = \{A(1,0)\}$	(C_f) تحت (Δ)

4) انشاء (Δ) و (C_f)

5) $F'(x) = -\frac{\frac{3}{x} \times x - (3 + 3\ln x)}{x^2} = -\frac{-3\ln x}{x^2} = \frac{3\ln x}{x^2}$

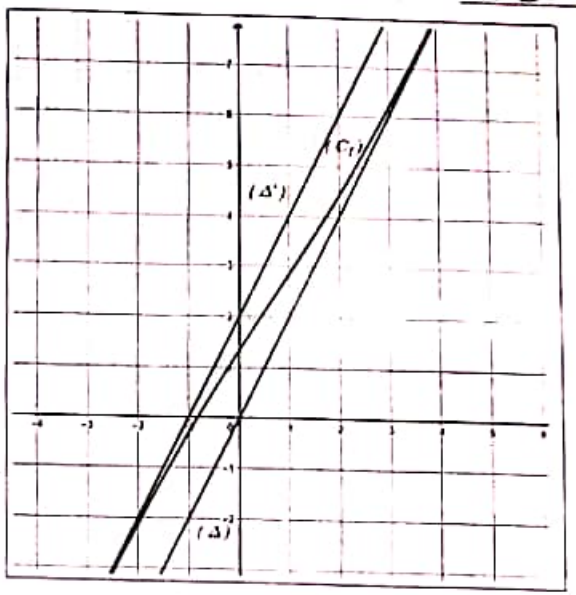
ب) $A = \int_1^3 [(3x-3) - f(x)]\,dx = \int_1^3 \frac{3\ln x}{x^2}\,dx$

$= \left[-\frac{3+3\ln x}{x}\right]_1^3 = 3 - (1 + \ln 3)$

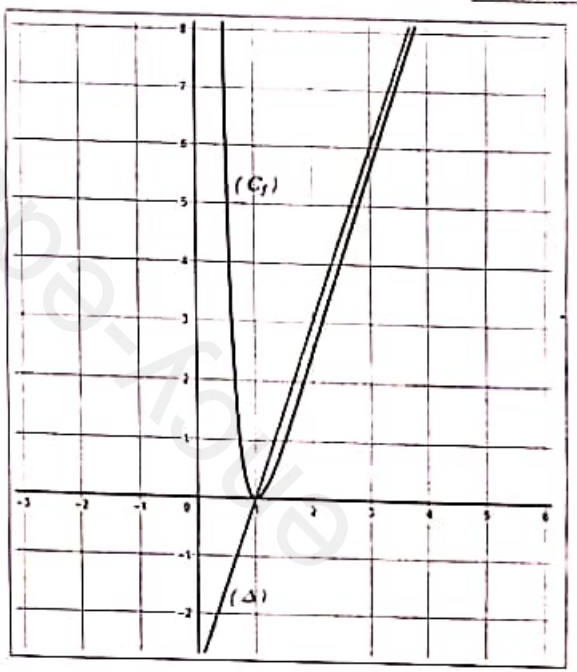
$= (2 - \ln 3)(u.a)$

www.ency-education.com

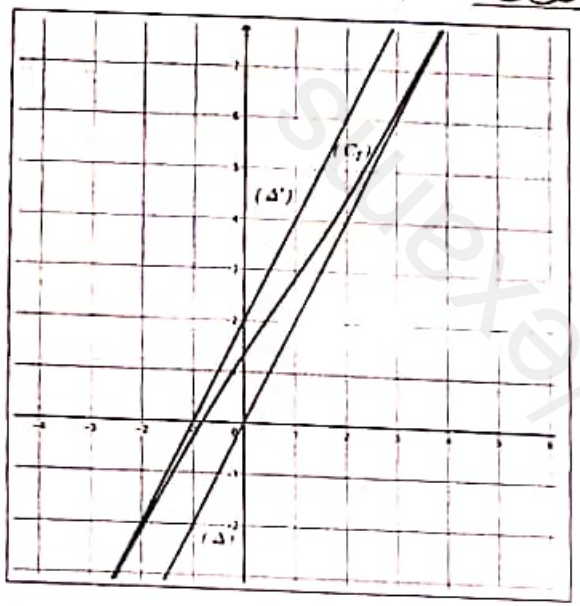
الموضوع الأول التمرين الرابع : ❸ رسم (Δ) ، (Δ') و (C_f) .



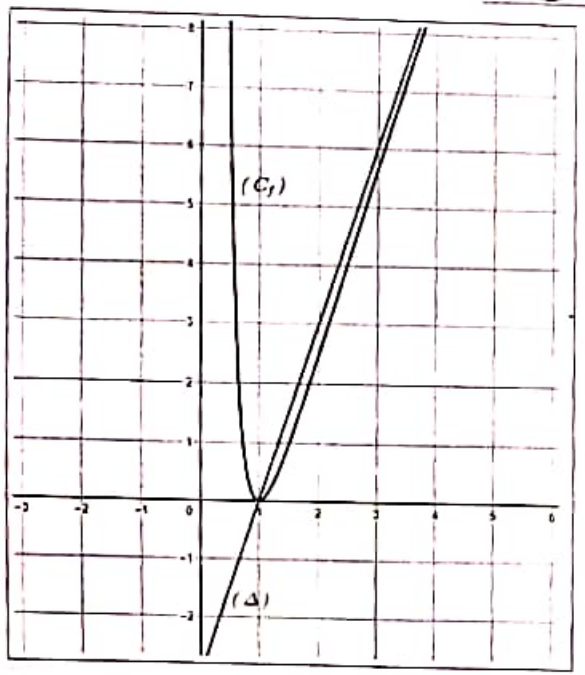
الموضوع الثاني التمرين الرابع : ❹ رسم (Δ) و (C_f) .



الموضوع الأول التمرين الرابع : ❸ رسم (Δ) ، (Δ') و (C_f) .



الموضوع الثاني التمرين الرابع : ❹ رسم (Δ) و (C_f) .



www.ency-education.com
ency-education.com/exercice