اختبار في مادة الرياضيات

المـدة: 03 ساعات و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين01:

نعتبر متتالية الأعداد الحقيقية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$u_0=-1$ و $u_1=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+2}=u_{n+1}-\frac{1}{4}u_n$

1) احسب u_2 و استنتج أن (u_n) ليست حسابية ولا هندسية.

2) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n، المتتالية (v_n) بـ: $v_n=u_{n+1}-\frac{1}{2}u_n$

أ) احسب v_0. ب) عبر عن v_{n+1} بدلالة v_n.

جـ) استنتج أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$. د) عبر عن v_n بدلالة n.

3) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n، المتتالية (w_n) بـ: $w_n=\frac{u_n}{v_n}$.

أ) احسب w_0. ب) باستعمال المساواة $u_{n+1}=v_n+\frac{1}{2}u_n$، عبر عن w_{n+1} بدلالة u_n و v_n.

جـ)استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $w_{n+1}=w_n+2$. ثم عبر عن w_n بدلالة n.

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=\frac{2n-1}{2^n}$.

5) من أجل كل عدد طبيعي n نضع $S_n=\sum_{k=0}^{k=n}u_k=u_0+u_1+u_3+...+u_n$،

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n=2-\frac{2n+3}{2^n}$.

التمرين02:

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $I=]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x-1-\ln x$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x\ln x-x-\frac{1}{2}(\ln x)^2$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

3as.ency-education.com

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$

2) أ) بين أن : $f'(x)=\left(\dfrac{x-1}{x}\right)\ln x$ حيث f' مشتق الدالة f على المجال $]0\,;+\infty[$.

ب) عين إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثييها.

3) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $(\ln x-1)(2x-1-\ln x)=0$.

ب) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي ترتيبها $-\frac{1}{2}$.

4) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $3.3<\alpha<3.4$.

5) أ) احسب القيمة المضبوطة لـ $f(e^2)$ ثم قيمة مقربة لها.

ب) ارسم (Δ) و (C_f).

6) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]-\infty\,;0[$ بـ : $h(x)=x\ln|x|-x+\dfrac{1}{2}(\ln|x|)^2$

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) من أجل كل x من المجال $]-\infty\,;0[$، احسب $f(-x)$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنيين (C_f) و (C_h).

ب) ارسم (C_h).

التمرين03:

صندوق يحتوي على7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس . نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق و نسجل لونها ،ثم نعيدها الى الصندوق و نسحب منه كرة أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

أ) "A الحصول على كرتين بيضاوين ".

ب) "B الحصول على كرتين من نفس اللون ".

2) نعرف لعبة حظ كما يلي:تمنح لكل كرة بيضاء العلامة $\alpha\,(\alpha\in\mathbb{R})$ولكل كرة سوداء العلامة $(-\alpha)$

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع النقط المحصل عليها.

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب) عين قيمة العدد الحقيقي حتى تكون اللعبة مربحة .

3) نضيف $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق و نعيد عملية السحب المعرفة أعلاه .

ـ ما هو عدد الكرات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علم أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$

3as.ency-education.com

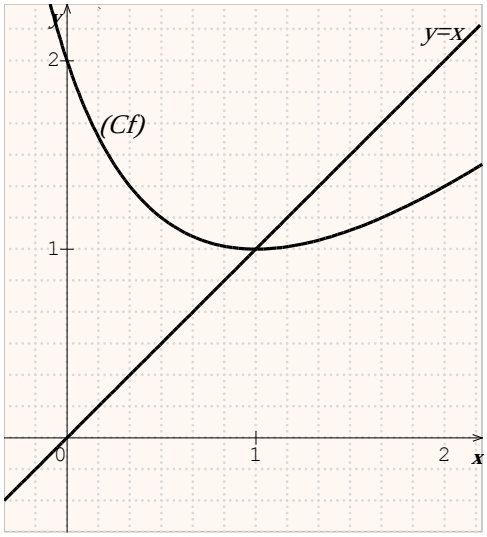
الموضوع الثاني

التمرين01:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0,2]$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2-x+2}{x+1}$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0,2]$

استنتج أنه إذا كان $x\in[1,2]$ فإن $f(x)\in[1,2]$



2. نعرف المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ من اجل كل عدد طبيعي n

أ- أنقل الشكل المقابل على ورقة الاجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 و u_2 مبرزا خطوط الرسم

ب- ما هو تخمينك حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية (u_n)

3. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1<u_n\leq 2$

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما

جـ- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها

4. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_{n+1}-1\leq\dfrac{1}{3}(u_n-1)$

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n-1\leq\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ و أوجد مرة أخرى $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$

جـ- نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n=u_1+u_2+.....+u_n$

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $n<S_n\leq n+\dfrac{1}{2}\left[1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right]$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}S_n$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{S_n}{n}$

التمرين02:

f دالة معرفة على المجموعة $I=]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1}{x-1}+\ln(x+1)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1}f(x)$ ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_f). ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2-أ)بين أن : $f'(x)=\dfrac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$. ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على I ثم شكل جدول تغيرات f .

ب)عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) في نقطة ذات الفاصلة 2

3) g دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{1}{x-1}+\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$.

3as.ency-education.com

أ) بين أنه من أجل كل x من $]1;+\infty[$، $\frac{x+1}{x}>1$. ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$. ماذا تستنتج ؟

جـ) نسمي (C) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto \ln x$. حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (C) على $]1;+\infty[$

د) ارسم (C) و (Δ) ثم المنحنى (C_f).

4) حل بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m المعادلة التالية: $(x-1)\ln\left(\frac{x+1}{m}\right)=-1$

التمرين03:

صندوق A يحتوي على4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء و صندوق B يحتوي على كرية واحدة حمراء و 9 كريات سوداء مع أن كل الكريات متساوية الاحتمال .

I) يرمي لاعب زهرة نرد غير مزيفة و مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة في الهواء .

ـ إذا تحصل على الرقم1 يسحب كرة واحدة من الصندوقA .

ـ إذا لم يتحصل على الرقم1 فيسحب كرة واحدة من الصندوق B .

1) شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة .

2) نسمي R الحادثة : "الحصول على كرية حمراء" بين أن $P(R)=0,15$

3) تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين أن احتمال أن تكون من الصندوق B أكبر أو تساوي من احتمال أن تكون من الصندوق A

II) اللاعب يكرر هذه اللعبة مرتان (اللعبة المنصوص عليها في الجزء في نفس الشروط المتماثلة و المستقلة عن بعضها بمعنى يعيد الصندوقين إلى تعدادها الأول بعد اللعبة الأولى)

ليكن x عدد طبيعي غير معدوم ، بعد اللعبتين يتحصل اللاعب على نقطة عن كل كرية حمراء و يخسر نقطة عن كل كرية سوداء .

نرمز بـ G إلى قيمة الربح أو الخسارة بعد اللعبتين .

1) بين أن G يأخذ القيم $2x$, $x-2$, -4 .

2) أوجد قانون الاحتمال و أحسب الأمل الرياضياتي $E(G)$ للمتغير العشوائي G بدلالة x.

3) ما هي أصغر قيمة لـ x حتى تكون اللعبة مربحة .

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية سكيكدة — ثانوية بودبزة عبدالسلام + اسامة بن زيد

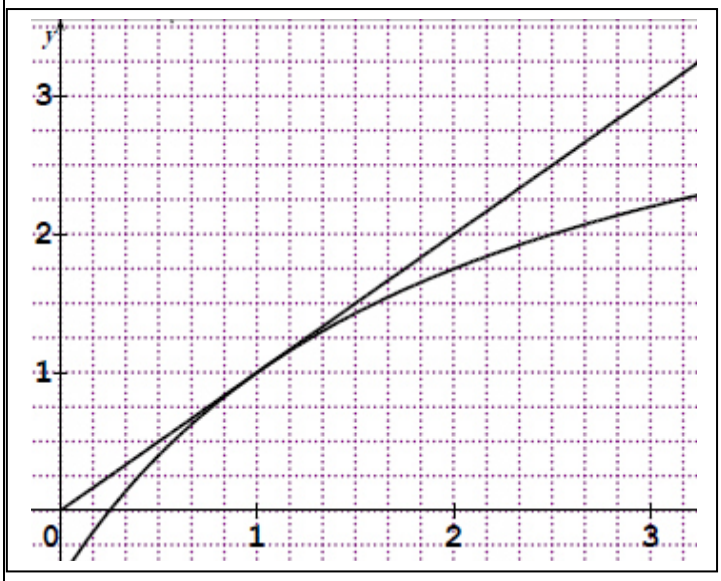
الشعبة : 3 علوم تجريبية — اختبار الثلاثي الثاني — دورة : 01 مارس 2018

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 ســـــا

التمرين الأول: (04 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي: n . $u_{n+1} = \dfrac{4u_n - 1}{u_n + 2}$

1) الشكل المقابل هو تمثيل بياني للدالة f المعرفة على المجال $[0\,;5]$ بـ: $f(x) = \dfrac{4x-1}{x+2}$ و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$.



أ) مثّل على حامل محور الفواصل الحدود $u_0\,;u_1\,;u_2\,;u_3\,;u_4$ دون حسابها .

ب) اعط تخمين حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية (u_n) .

جـ) برهن بالتراجع على أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.

د) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

و استنتج انها متقاربة . عين نهايتها ؟

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على N بـ: $v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$.

أ) احسب الحدود $v_0\,;v_1\,;v_2$. اعط تخمين حول طبيعة المتتالية (v_n) ؟

ب) برهن أن المتتالية (v_n) حسابية اساسها $\dfrac{1}{3}$ ثم اكتب v_n بدلالة n . احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

3) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_n.v_n + u_{n+1}.v_{n+1} + \ldots + u_{n+2017}.v_{n+2017}$.

التمرين الثاني: (04 ن)

تحتوي علبة على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس ، من بينها 6 حمراء تحمل الارقام 2 ، 3 ، 3 ، 5 ، 7 ، 9 و البقية بيضاء اللون تحمل الأرقام 2 ، 3 ، 6 ، 6 .

نسحب من العلبة 3 كريات في ان واحد .

I) 1) ما احتمال الحادثة A : ((الحصول على 3 كريات من نفس اللون)).

2) ما احتمال الحادثة B : ((الحصول على 3 كريات تحمل 3 ارقام مجموعها 12)).

3) ما احتمال الحصول على 3 كريات مجموع ارقامها 12 علما انها من نفس اللون .

يتبع — اقلب الصفحة

3as.ency-education.com

II) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بعدد الكرات البيضاء المسحوبة .

1) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

2) احسب الامل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (05 ن)

1) أ) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-1-\sqrt{3}i)(z^2+2z+2)=0.....(1)$.

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$

النقط A ، B ، C لواحقها : $z_C=1+\sqrt{3}\,i$; $z_B=-1-i$; $z_A=-1+i$.

أ) اكتب الأعداد المركبة z_A ; z_B ; z_C على الشكل الآسي .

ب)اكتب العدد المركب $\frac{z_C}{z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي .

ت)استنتج القيم المضبوطة لـ : $Cos(\frac{5\pi}{12})$ و $Sin(\frac{5\pi}{12})$.

3) عين و انشئ (E_1) و (E_2) مجموعتي النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث :

$$(E_1):\ |z+1-i|=|\overline{z}+1-i|$$

$$(E_2):\ Arg(z)=Arg(\overline{z})+\pi+2k\pi\ ;\ k\in\mathbb{Z}$$

التمرين الرابع: (07 ن)

f دالة عددية معرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـــ : $f(x)=\frac{x}{x-1}-\ln(x-1)$ ،

(C_f) تمثيلها البياني معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ ، فسّر النتيجة بيانيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بين أن f دالة قابلة للاشتقاق على $]1;+\infty[$ و من اجل كل x من $]1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{-x}{(x-1)^2}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1;+\infty[$ ثم تحقق أن : $4\prec\alpha\prec5$.

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 2 – يطلب تعيين معادلة له .

جـ) احسب $f(6)$ ، $f(10)$ ثم انشئ (Δ) و المنحنى (C_f) .

4) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$(x-1)(-2x+m)=x-(x-1)\ln(x-1)$$

5) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ : $g(x)=e^{-x}\ln(e^x-1)$.

أ) بين أنه من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $g'(x)=e^{-x}f(e^x)$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة ثم شكّل جدول تغيراتها .

بالتوفيق

3as.ency-education.com

الجُمْهُورِيَّةُ الجَزَائِرِيَّةُ الدِّيمُقْرَاطِيَّةُ الشَّعْبِيَّةُ

وَزَارَةُ التَّرْبِيَةِ الوَطَنِيَةِ

مُدِيرِيَة التَّرْبِيَة لِوِلَايَةِ الأَغْوَاطِ ثَانَوِيَةُ الشَّهِيدِ مُحَمَّد بُوسبسي

الاختبار الثاني في مـــادّة الرياضيات لسنوات الثّالثة علوم تجريبية

2018 ⟷ 2017

ملاحظة

تُمنح نُقْطَةٌ وَاحِدَةٌ عَلَى تَنْظِيمِ وَرَقَةِ الإِجَابَةِ

السُّؤَالُ النَّظَرِي:(نُقْطَةٌ وَاحِدَةٌ):

أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 2^n$.

حيث: C_n^p ترمز إلى عدد التوفيقات ذات P عنصراً من مجموعة ذات n عنصراً .مع : n وَ P عددان طبيعيان. وَ $(n \geq P \geq 0)$.

التمرين الأوّل: (07نِقَاطٍ):

ملاحظـــــة: أسئلة الأجزاء الثلاثة مستقلة عن بعضها البعض

يحتوي كيس على 10 كريّات متماثلة (لا يمكن التمييز بينها باللّمس) منها 5 حمراء و 3 زرقاء و 2 صفراء.

الجزء الأوّل:

نسحب عشوائياً 3 كريّات وَ في **آنٍ واحد**.

ماهو عدد الحالات الممكنة لهذا السحب.

أحسب إحتمال كل من الحادثتين التاليتين :

✓ A : " تظهر الألوان الثلاثة في السحب".

✓ B : " من بين الكريّات المسحوبة توجد **على الأقل** واحدة زرقاء".

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريّات الزرقاء المسحوبة.

✓ عين قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X. و أحسب أمله الرياضياتي.

✓ أوجد $P(e^X \geq e)$.

الجزء الثّاني: نفرض أن الكريّات المسحوبة في الجزء الأوّل كلها زرقاء و لم تُعاد إلى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس **كريّتين** على التوالي و بدون إرجاع.

- أجب بـــ : **صح** أو **خطأ** مع التبرير:

عدد الحالات الممكنة لهذا السحب هو **42**.

إحتمال الحصول على كريتين من نفس اللون هو $\frac{10}{42}$.

إحتمال أن تكون الكريّة الثانية حمراء علماً أن الأولى صفراء هو $\frac{1}{6}$.

الجزء الثّالث: نفرض أن الكريّات المسحوبة في الجزء الثّاني مختلفة اللّون و لم تُعاد إلى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس **كريّتين** على التوالي و بإرجاع الكرية المسحوبة.

بين أنّ : $P_{R_2}(J_1) = \frac{1}{5}$.

حيث: R_2 تعني الكرية الثانية حمراء وَ J_1 تعني الكرية الأولى صفراء.

3as.ency-education.com

التمرين الثاني:(05 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، النقط A ، B وَ C التي لواحقها على الترتيب :

$z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=1+i(\sqrt{3}+2)$ ، $z_C=2i$.

1) أكتب على الشكل الجبري ثم المثلثي العدد المركب L حيث: $L=\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$.

- استنتج طبيعة المثلث ABC.
- علّم بدقة النقط: A,B وَ C.
- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $(L)^{n+1}$ حقيقياً موجباً تماماً.

2) (Γ) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي المركب ذات اللاحقة z بحيث: $(\Gamma): z-3i-2e^{i\theta}=(i)^{1439}$, و θ يمسح $\mathbb{R}$.

- بين أنّ المجموعة (Γ) هي الدائرة ذات المركز C , و نصف القطر $|z_A|$. ثم أنشئها.

3) عين z_D لاحقة D نظيرة B بالنسبة إلى C.ثم عين z_E لاحقة E حتى يكون الرباعي $BEDA$ متوازي أضلاع.

- استنتج بدقة طبيعة الرباعي $BEDA$.

4) أثبت - هندسيًا - أنّ العدد $\left(\dfrac{z_B-z_E}{z_D-z_E}\times\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)$ حقيقي سالب تماما.

التمرين الثالث :(06نقاط)

الجزء الأول: ـــــــ g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $g(x)=e^{x+1}+x+2$. ـــــــــــــــــــــــــــــــ

1) أدرس تغيرات الدّالة g, ثم شكل جدول تغيّراتها.

- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيداً α في المجال $]-2.5\,;-2.2[$. ثم استنتج إشارة الدالة g على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: ـــــــ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{(x+1)e^{x+1}}{e^{x+1}+1}$. ـــــــــــــــــــــــــــــــ

C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث: $(\|\vec{i}\|=2cm)$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم بين أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$. (تذكير: $\lim\limits_{u\to-\infty}(ue^u)=0$).

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)e^{x+1}}{(e^{x+1}+1)^2}$.

- استنتج إتجاه تغيّر الدالة f ثم شكل جدول تغيّراتها.

3) بين أنّ $f(\alpha)=\alpha+2$. ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$ سعته 10^{-1}.

- عين دون حساب : $\lim\limits_{x\to\alpha}\left(\dfrac{f(x)-\alpha-2}{x-\alpha}\right)$. و فسّـــر النتيجة هندسيًا.

4) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x+1-\dfrac{x+1}{e^{x+1}+1}$.

- استنتج أنّ C_f يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً بجوار $+\infty$. يُطلب تعيين معادلة له.
- أدرس الوضع النسبي بين C_f وَ Δ.

5) أنشئ Δ وَ C_f في المعلم السابق.

6) ناقش بيانيا وَ حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=mx+1$.

ـــــــــــــــــــــــــــــــ الأستاذ : زبرة يتمنى النّجاح للجميع ـــــــــــــــــــــــــــــــ

المثابرة تغلب الذكاء....و الصبر يغلب الحظ..... و العبرة بالنتيجة
3as.ency-education.com

ثانوية رابح بيطاط	مديرية التربية الجزائر – شرق	فيفري 2018
المستوى:الثالثة علوم تجريبية		المدة: ساعتان

اختبار الفصل الثاني في الرياضيات

التمرين الأول: (6 نقاط)

نعتبر كثير الحدود $P(Z)$ المعرف بـ: $P(z)=z^3-\left(3+2\sqrt{3}\right)z^2+\left(7+4\sqrt{3}\right)z-\left(5+2\sqrt{3}\right)$

I. 1) تحقق أن : $P(z)=(z-1)Q(z)$.

2) عين $Q(z)$ ثم حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

II. المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ نعتبر النقط C,B,A صور الأعداد

$z_A=1$ ، $z_B=1+\sqrt{3}-i$ ، $z_C=1+\sqrt{3}+i$ على الترتيب.

1) اكتب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل المثلثي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2)نعتبر النقطة ω صورة العدد $1+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ ، بين أن ω مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC .

3/ حدد (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $\left|\dfrac{z_C-z}{z_B-z}\right|=1$.

4 / عين (Γ')مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق:

$$\arg\left(\frac{Z-1}{Z-1-\sqrt{3}-i}\right)=\frac{\pi}{2}+\pi k.....(k\in Z)$$

التمرين الثاني: (6 نقاط)

u_1 صندوق يحتوي على 3 كرات حمراء و كرتين خضراوين و u_2 صندوق أخر يحتوي على كرتين حمراوين و 3 كرات خضراء (الكرات لا نميز بينها عند اللمس).

نقوم بسحب كرة عشوائيا من الصندوق u_1 و نضعها في الصندوق u_2 ثم نسحب عشوائيا من الصندوق u_2 كرتين في أن واحد.

نرمز بـ R_1 للحادثة "سحب كرة حمراء من u_1" و بـ A للحادثة " سحب كرتين حمراوين من u_2 "

1) احسب $P(R_1)$ و $P(R_1\cap A)$.

2) تحقق أن $P(A)=\dfrac{11}{75}$. هل الحادثتان A و R_1 مستقلتان؟

3) علما أن الكرتين المسحوبتين من u_2 حمراوان ما احتمال أن الكرة المسحوبة من u_1 كانت حمراء.

3as.ency-education.com

4) n عدد طبيعي غير معدوم.

نضيف n كرة حمراء إلى الصندوق u_1 و نعيد التجربة العشوائية السابقة .

يربح لاعب 5 دينار عند كل سحب لكرة خضراء من u_2 و يخسر 10 دينار عند كل سحب لكرة حمراء من u_2. نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع أرباح اللاعب.

أ) بين أن $P(X=-5)=\dfrac{9n+43}{15(n+5)}$.

ب) أعط بدلالة n قانون احتمال المتغير العشوائي X .

<u>التمرين الثالث: (8 نقاط)</u>

f دالة عددية معرفة على $]-3,6]$ حيث $f(x)=-3+\sqrt{x+3}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$.

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث $u_0=6$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) بين أن f متزايدة على $]-3,6]$.

2) حل في المجال $]-3,6]$ المعادلة $f(x)=x$.

3) ارسم المنحنى (C) .

4) مثل دون حسابٍ الحدود u_0,u_1,u_2,u_3 على محور الفواصل ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

5) برهن بالتراجع إنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ فإن : $u_n>-2$.

6) بين ان المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة.

7) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث $v_n=\ln(u_n+3)$.

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n . احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

ج. (w_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث $w_n=u_n+3$.

- أحسب بدلالة n الجداء p_n حيث $p_n=w_0\times w_1\times w_2\times\ldots\times w_n$

3as.ency-education.com

ثانوية عثمان بن راشد المحمدية الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

المستوى 3 علوم تجريبية 2018 المدة :2 سا

التمرين الأول (10ن):

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$ و $v_n = \frac{7}{u_n}$

1. أحسب الحدود v_0 , u_1 , v_1 , u_2 , v_2 .

2. برّر بالتراجع أن : من أجل كل n من $\mathbb{N}$, $u_n > 0$ و $v_n > 0$.

3. برهن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $u_{n+1} - v_{n+1} = \frac{1}{4u_{n+1}}(u_n - v_n)^2$.

استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$, $u_n - v_n \geq 0$.

4. أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة والمتتالية (v_n) متزايدة .

5. أ ــ برهن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$, $u_n \geq \frac{21}{8}$.

ب ــ برهن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$, $u_{n+1} - v_{n+1} \leq \frac{1}{10}(u_n - v_n)^2$.

استنتج باستعمال البرهان بالتراجع أن : من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $u_n - v_n \leq \frac{1}{10^{2n-1}}$.

6. استنتج أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان . ما هي نهايتهما المشتركة .

التمرين الثاني(10ن):

يحتوي كيس على 7 كريات منها 3 حمراء تحمل الارقام $\{1,1,2\}$ و 4 بيضاء تحمل الارقام $\{1,1,2,3\}$ نسحب كرتين على التوالي وبدون إرجاع

ما إحتمال الحوادث التالية :

A :الحصول على كرتين لهما نفس اللون. B: الحصول على كرتين مجموع رقميهما ثلاثة.

الحصول على كرتين لهما نفس اللون و مجموع رقميهما ثلاثة.

هل الحادثتان A و B مستقلتان.

علما أن الكرتين لهما نفس اللون ما إحتمال أن يكون مجموع رقميهما ثلاثة.

علما أن الكرتين مجموع رقميهما ثلاثة ما إحتمال أن يكون لهما نفس اللون.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية مجموع الرقمين المحصل عليهما

عين قيم المتغير العشوائي , قانون الإحتمال , الأمل الرياضي.

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المستوى: الثالثة علوم تجريبية المدة: ساعتان

التمرين الأوّل : ..... (06,5 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $[0;1]$ بـ : $f(x)=\dfrac{3x+2}{x+4}$.

1) أ) أدرس تغيّرات الدالة f على $[0;1]$.

ب) إستنتج أنّه إذا كان $x\in[0;1]$ فإنّ $f(x)\in[0;1]$.

ج) مثّل بيانيا الدّالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$. (الوحدة $10cm$) .

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة بـ : $u_0=0$ وَ من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) باستعمال المنحنى (C) للدّالة f عيّن على محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 .

✓ أعط تخمينا حول إتجاه و تقارب المتتالية (u_n) .

ب) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n\leq 1$.

ج) بيّن أنّ : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(1-u_n)(u_n+2)}{u_n+4}$ ، ثمّ إستنتج إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

د) هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ . برّر إجابتك .

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+2}$.

أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثمّ عبارة u_n بدلالة n .

ج) إستنتج نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثاني : ..... (06 نقاط)

يلعب طفل بـ 20 كريّة ، منها 13 كريّة حمراء وَ 7 كريّات خضراء . يضع 10 كريّات حمراء وَ 3 كريّات خضراء في العلبة A ، و يضع الباقي في العلبة B .

1) في أوّل لعبة يختار 3 كريّات عشوائيا و في آن واحد من العلبة A و ينظر كم كريّة حمراء ظهرت .
ليكن X المتغيّر العشوائي المتعلق بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .

✓ عيّن قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرّياضي $E(X)$.

2) و في ثاني لعبة ، يختار الطفل إحدى العلب و يسحب منها كرة واحدة .
أ) مثّل هذه الوضعية بشجرة الإحتمالات .

3as.ency-education.com

ب) أحسب إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء .

ج) علما أنّ الطفل سحب كرة حمراء ، ما إحتمال أن تكون من العلبة A ؟ .

التمرين الثالث : ..... (07,5 نقاط)

الجزء الأوّل : نعتبر الدّالة g المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\ln x+\dfrac{x-2}{x}$.

1) أحسب نهايات الدالة g عند 0 وَ $+\infty$.

2) أدرس تغيّرات الدالة g و شكل جدول تغيّراتها .

3) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا α حيث : $1,4<\alpha<1,5$.

✓ إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثّاني : f دالة معرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=1+(x-2)\ln x$.

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب نهاية الدّالة f عند 0 و عند $+\infty$ ، ثمّ فسّر النهاية عند 0 هندسيا .

2) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

3) بيّن أنّ : $f(\alpha)=1-\dfrac{(\alpha-2)^2}{\alpha}$ ، ثمّ أعط قيمة مقرّبة لـ $f(\alpha)$ من أجل $\alpha\approx 1,45$.

4) (T_{x_0}) هو المماس لـلمنحني (C_f) عند النقطة M_0 ذات الفاصلة x_0 :

أ) أكتب المعادلة الديكارتية للمماس (T_{x_0}) .

ب) عيّن x_0 إذا علمت أنّ المماس (T_{x_0}) يمر بالنقطة $A(2;0)$.

ج) إستنتج أنّ (C_f) يقبل مماسين يمرّان بالنقطة A ، ثمّ أكتب معادلة كل منهما .

5) أرسم كلاّ من المماسين و المنحني (C_f) .

الجزء الثالث : نعتبر المستقيم (d_m) الذي معادلته $y=mx-2m$ ، حيث m وسيط حقيقي .

أ) تحقّق أنّ (d_m) يمر بالنقطة A .

ب) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx-2m$.

بالتوفيق في بكالوريا 2018 ـــــــــــــــ أساتذة المادة

3as.ency-education.com

تصحيح الإختبار للفصل الثاني شعبة العلوم تجريبية

التمرين الأول :

لدينا الدالة f المعرفة على $[0;1]$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{3x+2}{x+4}$.

1) أ) دراسة تغيّرات الدالة f على $[0;1]$:

لدينا من أجل كل x من $[0;1]$: $f'(x)=\dfrac{10}{(x+4)^2}$ ، أي : $f'(x)>0$.

ومنه الدالة f متزايدة على المجال $[0;1]$.

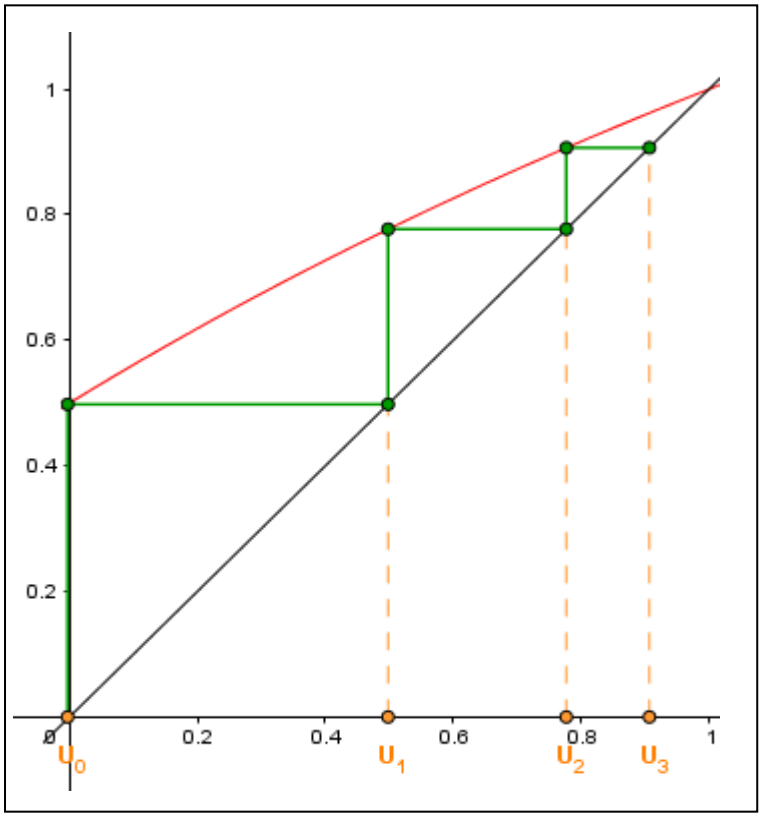
ب) لدينا $x\in[0;1]$ أي : $0\le x\le 1$ ، بما أن الدالة f متزايدة على $[0;1]$ فإن : $f(0)\le f(x)\le f(1)$ ، أي :

$\dfrac{1}{2}\le f(x)\le 1$ ، لكن : $0\le\dfrac{1}{2}\le f(x)\le 1$ ، ومنه : $0\le f(x)\le 1$ ، أي : $f(x)\in[0;1]$.

إذن : إذا كان $x\in[0;1]$ فإن $f(x)\in[0;1]$.

ج) **التمثيل البياني :**

أنظر الشكل المقابل .



2) لدينا من أجل كل عدد طبيعي n :

$$\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$$.

أ) تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 .

أنظر الشكل المقابل .

التخمين : نلاحظ أن المتتالية (u_n) متزايدة و تتقارب نحو فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C) و المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

ب) برهان أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le 1$: (**نستعمل البرهان بالتراجع**)

- ✓ التحقّق من أجل $n=0$ ، ($u_0=0$) ، أي : $0\le 0\le 1$ ، ومنه : $0\le u_0\le 1$ (**محققّة**) .
- ✓ نفرض صحة الخاصية من أجل n ، أي : $0\le u_n\le 1$.
- ✓ نثبت صحة الخاصية من أجل $n+1$ ، أي : $0\le u_{n+1}\le 1$.

لدينا فرضا : $0\le u_n\le 1$ ، و حسب السؤال الأوّل **(ب)** نستنتج أنّ : $0\le f(u_n)\le 1$ أي : $0\le u_{n+1}\le 1$.

3as.ency-education.com

الخاصية محققة من أجل $n+1$ يستلزم أنّها صحيحة من أجل n ، ومنه من أجل كل عدد طبيعي n :
$0 \leq u_n \leq 1$. وهو المطلوب .

ج) بيان أنّ : $u_{n+1}-u_n = \dfrac{(1-u_n)(u_n+2)}{u_n+4}$:

$u_{n+1}-u_n = \dfrac{3u_n+2}{u_n+4}-u_n$ ، أي : $u_{n+1}-u_n = \dfrac{3u_n+2-u_n^2-4u_n}{u_n+4}$ ، أي :

$u_{n+1}-u_n = \dfrac{-u_n^2-u_n+2}{u_n+4}$ ، ومنه : $u_{n+1}-u_n = \dfrac{(1-u_n)(u_n+2)}{u_n+4}$. وهو المطلوب .

✓ لدينا : $0 \leq u_n \leq 1$ ، ومنه : $1-u_n \geq 0$ ، وَ أيضا : $u_n+2>0$ ، وَ $u_n+4>0$.

إذن : $u_{n+1}-u_n \geq 0$ ، و منه المتتالية (u_n) متزايدة .

د) نعم المتتالية (u_n) متقاربة .

✓ بما أنّ المتتالية (u_n) متزايدة و محدودة من الأعلى بـ 1 $(0 \leq u_n \leq 1)$ إذن فهي متقاربة .

3) لدينا : (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \dfrac{u_n-1}{u_n+2}$.

أ) برهان أن المتتالية (v_n) هندسية :

نحسب v_{n+1} : $v_{n+1} = \dfrac{u_{n+1}-1}{u_{n+1}+2} = \dfrac{\frac{3u_n+2}{u_n+4}-1}{\frac{3u_n+2}{u_n+4}+2} = \dfrac{\frac{3u_n+2-u_n-4}{u_n+4}}{\frac{3u_n+2+2u_n+8}{u_n+4}} = \dfrac{2u_n-2}{5u_n+10}$ ، ومنه :

$v_{n+1} = \dfrac{2(u_n-1)}{5(u_n+2)}$ ، أي : $v_{n+1} = \dfrac{2}{5}v_n$ ، إذن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \dfrac{2}{5}$ وَ $v_0 = -\dfrac{1}{2}$.

ب) كتابة عبارة v_n بدلالة n ، ثمّ عبارة u_n بدلالة n :

✓ عبارة v_n : $v_n = v_0 \times q^n$ ، أي : $v_n = -\dfrac{1}{2}(\dfrac{2}{5})^n$.

✓ عبارة u_n : لدينا $v_n = \dfrac{u_n-1}{u_n+2}$ ، أي : $v_n u_n + 2v_n = u_n - 1$ ، أي : $v_n u_n - u_n = -2v_n - 1$ ،

ومنه : $(v_n-1)u_n = -2v_n-1$ ، أي : $u_n = \dfrac{-2v_n-1}{v_n-1}$ ، أي : $u_n = \dfrac{-2\times(-\frac{1}{2})(\frac{2}{5})^n-1}{(-\frac{1}{2})(\frac{2}{5})^n-1}$ ،

إذن : $u_n = \dfrac{(\frac{2}{5})^n-1}{(-\frac{1}{2})(\frac{2}{5})^n-1}$.

ج) إستنتاج نهاية المتتالية (u_n) :

نعلم أنّ : $\lim\limits_{n\to+\infty}(\frac{2}{5})^n = 0$ ، ومنه : $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n) = 1$.

3as.ency-education.com

التمرين الثاني :

1) اللّعبة الأولى :

أوّلا نعين قيم المتغيّر العشوائي X : بما أنّه يرفق بعدد الكرات الحمراء المسحوبة فتكون قيمه كالتالي :

$\mathbb{X} \in \{0;1;2;3\}$.

✓ تعيين قانون إحتمال المتغير العشوائي X :

عدد الحالات الممكنة للسحب من العلبة A هي : $C_{13}^{3} = \dfrac{13!}{3!(13-3)!} = 286$.

1) $p(X=0) = \dfrac{C_3^3}{286} = \dfrac{1}{286}$.

2) $p(X=1) = \dfrac{C_{10}^1 \times C_3^2}{286} = \dfrac{10 \times 3}{286} = \dfrac{30}{286}$.

3) $p(X=2) = \dfrac{C_{10}^2 \times C_3^1}{286} = \dfrac{45 \times 3}{286} = \dfrac{135}{268}$.

4) $p(X=3) = \dfrac{C_{10}^3}{286} = \dfrac{120}{286}$.

X_i	0	1	2	3
p_i	$\frac{1}{286}$	$\frac{30}{286}$	$\frac{135}{286}$	$\frac{120}{286}$

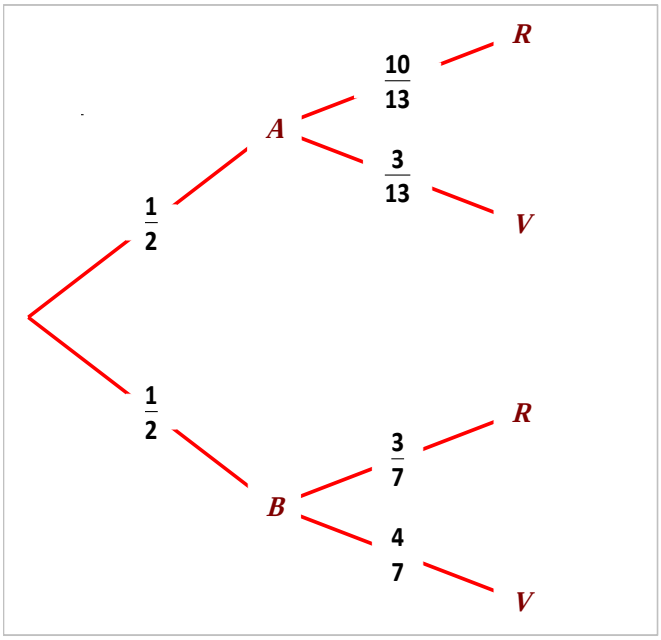
✓ حساب الأمل الرياضي $E(X)$:

$E(X) = \dfrac{0(1)+1(30)+2(135)+3(120)}{286} = \dfrac{30+270+360}{286} = \dfrac{660}{286} \approx 2,3$.

2) اللّعبة الثانية :

أ) تمثيل الوضعية بشجرة الإحتمالات :

أنظر الشكل المقابل .



ب) إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء هو :

$p(R) = p(A \cap R) + p(B \cap R)$.

$p(R) = (p(A) \times p_A(R)) + (p(B) \times p_B(R))$.

$p(R) = (\frac{1}{2} \times \frac{10}{13}) + (\frac{1}{2} \times \frac{3}{7})$ ، أي :

$p(R) = (\frac{5}{13}) + (\frac{3}{14}) = \dfrac{70+39}{182} = \dfrac{109}{182}$.

ج) حساب الإحتمال الشرطي : $p_R(A)$

$p_R(A) = \dfrac{p(A \cap R)}{p(R)} = \dfrac{\frac{5}{13}}{\frac{109}{182}} = \dfrac{5}{13} \times \dfrac{182}{109}$

ومنه : $p_R(A) = \dfrac{70}{109}$.

3as.ency-education.com

التمرين الثالث :

الجزء الأول : نعتبر الدّالة g المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\ln x+\dfrac{x-2}{x}$.

1) حساب النهايات :

✓ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)=-\infty$ ، لأنّ : $\begin{cases}\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \ln x=-\infty \\ \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \dfrac{x-2}{x}=-\infty \end{cases}$ (-2 : 0^+) .

✓ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ ، لأنّ : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x=+\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-2}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{x}=1 \end{cases}$.

2) دراسة تغيّرات الدالة g و تشكيل جدول تغيّراتها :

الدالة المشتقة :

الدالة g قابلة للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ،

و دالتها المشتقة هي : $g'(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}$.

نلاحظ أن : $g'(x)>0$ من أجل كل x من $]0;+\infty[$.

إذن الدالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

جدول التغيّرات :

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	
$g(x)$	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

3) بيان أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا α حيث : $1,4<\alpha<1,5$:

الدالة g مستمرة و رتيبة على $]0;+\infty[$ ، إذن هي مستمرة و رتيبة على المجال $[1,4;1,5]$.

و بما أنّ : $\begin{cases}g(1,4)=-0,09 \\ g(1,5)=0,07 \end{cases}$ أي : $g(1,4)\times g(1,5)<0$ ، إذن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α

حيث : $1,4<\alpha<1,5$.

✓ إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]0;+\infty[$: نلخّص الإشارة في الجدول التالي :

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

من أجل $x\geq\alpha$ يكون $g(x)\geq g(\alpha)$ ، أي : $g(x)\geq 0$.

من أجل $0<x<\alpha$ يكون $g(x)<g(\alpha)$ ، أي : $g(x)<0$.

3as.ency-education.com

الجزء الثاني : f دالة معرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=1+(x-2)\ln x$.

1) حساب النهايات :

✓ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0}\left[1+(x-2)\ln x\right]=+\infty$ ، لأن : $\begin{cases}\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0}(x-2)=-2\\ \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0}\ln x=-\infty\end{cases}$.

التفسير الهندسي : المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا عموديّا معادلته $x=0$.

✓ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[1+(x-2)\ln x\right]=+\infty$ ، لأنّ : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}(x-2)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty\end{cases}$.

2) دراسة إتجاه تغيّر الدالة f و تشكيل جدول تغيّراتها :

✓ **الدالة المشتقة :** الدالة f تقبل الإشتقاق على $]0;+\infty[$ ، و دالتها المشتقة هي :

$f'(x)=\ln x+\frac{1}{x}(x-2)$ ، أي : $f'(x)=\ln x+\frac{x-2}{x}$ ، ومنه : $f'(x)=g(x)$.

إذن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

✓ **جدول التغيّرات :**

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

3) بيّن أنّ : $f(\alpha)=1-\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ، ثمّ أعط قيمة مقرّبة لـ $f(\alpha)$ من أجل $\alpha\approx 1,45$.

نعلم أنّ : $g(\alpha)=0$ ، أي : $\ln\alpha+\frac{\alpha-2}{\alpha}=0$ ، ومنه : $\ln\alpha=-\frac{\alpha-2}{\alpha}$.

نحسب الآن $f(\alpha)$: $f(\alpha)=1+(\alpha-2)\ln\alpha$ ، أي : $f(\alpha)=1+(\alpha-2)(-\frac{\alpha-2}{\alpha})$ ، ومنه :

$f(\alpha)=1-\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ، و هو المطلوب .

✓ من أجل $\alpha\approx 1,45$ ، يكون : $f(\alpha)\approx 0,8$.

4) (T_{x_0}) هو المماس لـلمنحني (C_f) عند النقطة M_0 ذات الفاصلة x_0 :

أ) كتابة معادلة المماس (T_{x_0}) : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.

ب) بما أنّ (T_{x_0}) يشمل النقطة $A(2;0)$ فيكون لدينا : (إحداثياها يحقّقان معادلة المماس (T_{x_0})).

أي : $0=f'(x_0)(2-x_0)+f(x_0)$ ، أي : $0=\left[\ln x_0+\frac{x_0-2}{x_0}\right](2-x_0)+1+(x_0-2)\ln x_0$ ، ومنه :

3as.ency-education.com

$1+(x_0-2)\left[\ln x_0-(\ln x_0+\frac{x_0-2}{x_0})\right]=0$ ، أي : $(x_0-2)\left[-\frac{x_0-2}{x_0}\right]=-1$ ، ومنه :

$-\frac{(x_0-2)^2}{x_0}=-1$ ، أي : $-(x_0-2)^2=-x_0$ ، أي : $(x_0-2)^2=x_0$ ، أي : $x_0^2-4x_0+4-x_0=0$ ،

ومنه : $x_0^2-5x_0+4=0$ ، معناه أنّ : $x_0=1$ ، أو $x_0=4$.

ج) إذن المنحنى (C_f) يقبل مماسين يمران بالنقطة A :

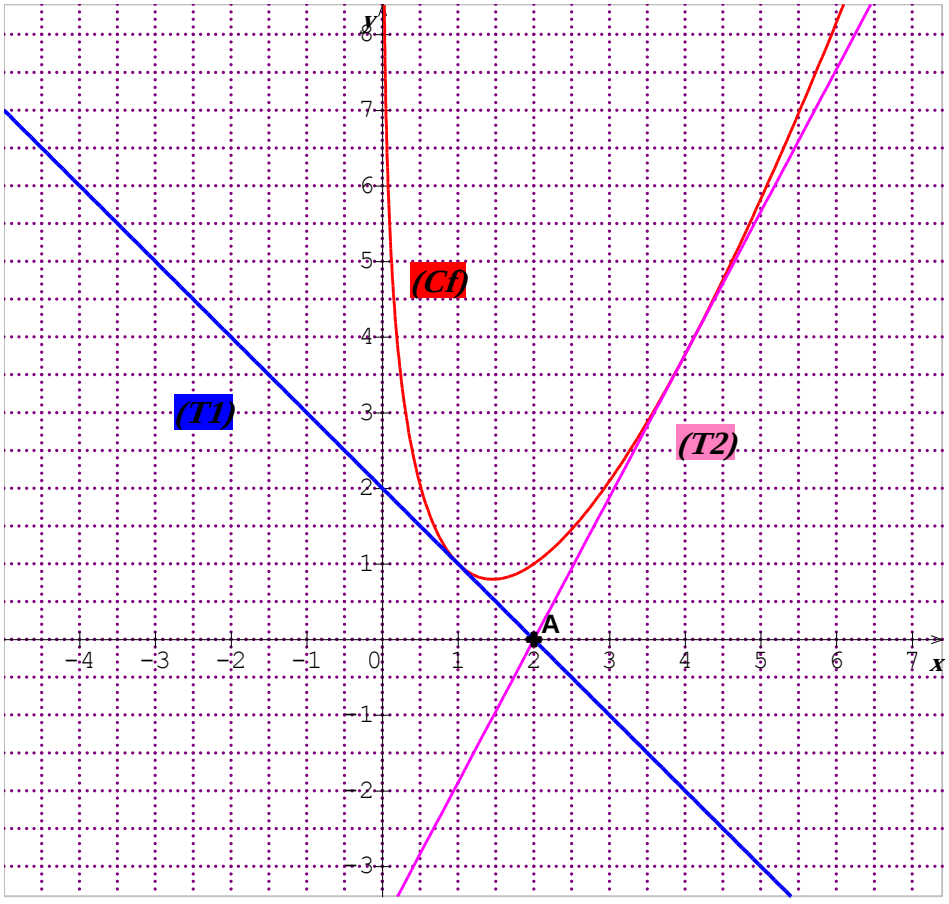
✓ المماس الأول يمسّ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

✓ المماس الثاني يمسّ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 4 .

1) معادلة المماس الأول : $(T_1): y=f'(1)(x-1)+f(1)$ ، ومنه : $(T_1): y=-x+2$.

2) معادلة المماس الثاني : $y=f'(4)(x-4)+f(4)$ ، ومنه : $(T_2): y=(\ln 4+\frac{1}{2})x-2\ln(4)-1$.

5) رسم المماسين و المنحنى (C_f) :



الجزء الثالث : $(d_m): y=mx-2m$.

أ) التحقق أنّ : (d_m) يمر بالنقطة A أي : نعوض إحداثيي النقطة A في معادلة المستقيم (d_m) :

$0=m(2)-2m$ ، إذن : (d_m) يشمل النقطة A .

ب) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة $f(x)=mx-2m$:

عدد حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (d_m) .

المستقيم (d_m) يتحرك حركة دورانية حول النقطة الثابتة A .

3as.ency-education.com

نعلم أنّ المماسين (T_1) و (T_2) يمرّان أيضا بالنقطة A .

لدينا : $\begin{cases}(d_m): y = mx - 2m \\ (T_1): y = -x + 2 \\ (T_2): y = (\ln 4 + \frac{1}{2})x - 2\ln(4) - 1\end{cases}$. ندرس ثلاث حالات :

✓ لما : $m < 0$ ، هناك ثلاث حالات :

1) $m < -1$ معناه أنّ : (d_m) يقع فوق (T_1) ، ومنه المعادلة تقبل حلّين متمايزين .

2) $m = -1$ معناه أنّ : (d_m) هو نفسه (T_1) ، ومنه المعادلة تقبل حل وحيد هو 1 .

3) $-1 < m < 0$ معناه أنّ : (d_m) يقع تحت (T_1) ، ومنه المعادلة لا تقبل حلول .

✓ لما : $m = 0$ معناه أنّ : $(d_m): y = 0$ ، ومنه المعادلة لا تقبل حلول .

✓ لما : $m > 0$ ، هناك ثلاث حالات :

1) $0 < m < \ln 4 + \frac{1}{2}$ معناه أنّ : (d_m) يقع تحت (T_2) ، ومنه المعادلة لا تقبل حلول .

2) $m = \ln 4 + \frac{1}{2}$ معناه أنّ : (d_m) هو نفسه (T_2) ، ومنه المعادلة تقبل حل وحيد هو 4 .

3) $m > \ln 4 + \frac{1}{2}$ معناه أنّ : (d_m) يقع فوق (T_2) ، ومنه المعادلة تقبل حلين متمايزين .

تمنياتنا للجميع بالنجاح الباهر في بكالوريا 2018 إن شاء الله

كتابة الأستاذ : بلقاسم عبدالرزاق

3as.ency-education.com

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول :☺☺☺ ----------(04 نقاط)

$\frac{3}{4}$ من مترشحي قسم 03 ع ت يعملون بجد خلال السنة الدراسية

احتمال نجاح مترشح يعمل بجد هو $\frac{9}{10}$ و احتمال نجاح مترشح لم يعمل بجد $\frac{2}{10}$

نقول عن مترشح أنه مفاجأة إذا عمل بجد و لم ينجح أو نجح ولم يعمل بجد

-نعتبر الحوادث التالية :

T المترشح يعمل بجد، A المترشح ناجح و S المترشح مفاجأة

نختار عشوائيا مترشح من هذا القسم

1)- انقل و أكمل شجرة الإحتمالات المقابلة

2)- أحسب احتمال الحوادث : $T \cap A$ ، $T \cap \overline{A}$ ، $\overline{T} \cap A$. 3)- ما هو إحتمال أن يكون المترشح ناجحا ؟

4)- علما أن المترشح ناجحا ما احتمال أن يكون عمل بجد . 5)- بين أن احتمال S هو 0.125 .

التمرين الثاني:☺☺☺ ----------(05 نقاط)

1)- ليكن في $\mathbb{C}$ كثير حدود $P(z)$ حيث : $P(z) = z^3 - 5z^2 + 8z - 6$

أ)- تحقق ان $z_0 = 3$ جدر لـ $P(z)$. بـ)- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 0$.

2)- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ ، الوحدة : $\|\vec{u}\| = 2cm$

3)- لتكن النقط : A ، B ، C و I لواحقها على الترتيب : $z_A = 1+i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 2z_B$ ، $z_I = 3$

أ)- أحسب $|z_A - z_I|$ ، $|z_B - z_I|$ و $|z_C - z_I|$ ، ثم إستنتج أن النقط A ، B ، C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

بـ)- أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_I}{z_A - z_I}$ على الشكل المثلثي، ثم إستنتج طبيعة المثلث IAC .

جـ)- أكتب z_A على الشكل الأسي ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $L = \left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ عددا تخيليا صرفا

التمرين الثالث :☺☺☺ ----------(05 نقاط)

- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=3-\frac{9}{4x}$. (C_f) هو تمثيلها البياني كما هو موضح في الوثيقة المرفقة .

1)- لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $U_0=3$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$.

أ)- مثل الحدود U_0 ، U_1 و U_2 على محور الفواصل مستعينا بالمنحنى (C_f) و المنصف الأول في الوثيقة المرفقة

بـ)- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها .

جـ)- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $\frac{3}{2}\prec U_n\leq 3$.

د)- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .

3)- نعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية (V_n) بـ : $V_n=\frac{2}{2U_n-3}$.

ا)- بين ان (V_n) متتالية حسابية أساسها $r=\frac{2}{3}$ ، ثم عين حدها الأول .

بـ)- عبر عن V_n بدلالة n ، ثم U_n بدلالة n ثم احسب : $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

التمرين الرابع :☺☺☺ ----------(06 نقاط)

الجزء الأول: g دالة للمتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1+(1-x)e^{-x+2}$.

1)- أدرس تغيرات الدالة g .

2)- استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)\geq 0$.

الجزء الثاني : f دالة للمتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-1+xe^{-x+2}$.

(C_f) منحنى الدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)- أ)- أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

بـ)- بين من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$. ثم استنتج إشارة $f'(x)$. جـ)- شكل جدول تغيرات الدالة f

2)- أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ ، ثم فسر هذه النتيجة بيانيا . – أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x-1$

3)- بين أن النقطة $I(2,3)$ هي نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f)

4)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) ، يطلب تعيين معادلته الديكارتية .

5)- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $0\prec\alpha\prec 0.2$.

6)- انشئ : (T) ، (Δ) و (Δ) .

انتـــهى المـــوضوع الأول

الموضوع الثاني

- **يحتوي كيس على 4 كرات حمراء مرقمة من 1 إلى 4 و 4 كرات بيضاء مرقمة من 5 إلى 8 و كرتين سوداويتين تحملان الرقمين 9 و 10**
- **نسحب من هذا الكيس كرتين على التوالي و بدون إرجاع** ، أحسب احتمال الحوادث التالية :

1)- الحادثة A ≪الحصول على كرتان تحملان رقمين فرديين ≫
2)- الحادثة B ≪ الحصول على كرتان من نفس اللون ≫
3)- هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟ علل إجابتك ؟
4)- الحادثة C ≪ الحصول على كرتان من لونين مختلفين ≫
5)- الحادثة D ≪الحصول على كرتان من لونين مختلفين و تحملان رقمين فرديين ≫.
6)- علما ان الكرتين من لونين مختلفين ، ما احتمال أن يحملان رقمين فرديين ؟

التمرين الثاني :☺☺☺ ----------(05 نقاط)

1. (u_n) متتالية حسابية متناقصة معرفة على ℕ بحدها الأول u_0 وأساسها r .

أ.عين u_0 و r علما أن: $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=24 \\ u_1^2+u_2^2+u_3^2=210 \end{cases}$

ب.اكتب u_n بدلالة n ثم احسب المجموع: $S'_n=u_0+u_1+\cdots\cdots u_n$

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: $v_n=e^{14-3n}$ حيث e أساس اللوغاريتم النبيري

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$. ماذا تستنتج ؟

ب. احسب المجموع: $S_n=v_0+v_1+\cdots\cdots v_n$ ثم احسب الجداء $p_n=v_0\times v_1\times\cdots\cdots v_n$

جـ. احسب u_{2018} ثم $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$

التمرين الثالث:☺☺☺ ----------(05 نقاط)

نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة ℂ المعادلة (1).....$(z-\sqrt{2}+7i\sqrt{2})(z^2-2\sqrt{2}z+4)=0$

1) حل في ℂ المعادلة (1) .

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$ نعتبر النقط A ; B ; C لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$; $z_B=\sqrt{2}-i\sqrt{2}$; $z_C=\sqrt{2}-7\sqrt{2}i$.

أ)- أكتب العدد المركب z_A على الشكل الاسي ، ثم استنتج الشكل الجبري للعدد المركب : $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2018}+\left(\frac{z_B}{2}\right)^{2018}$

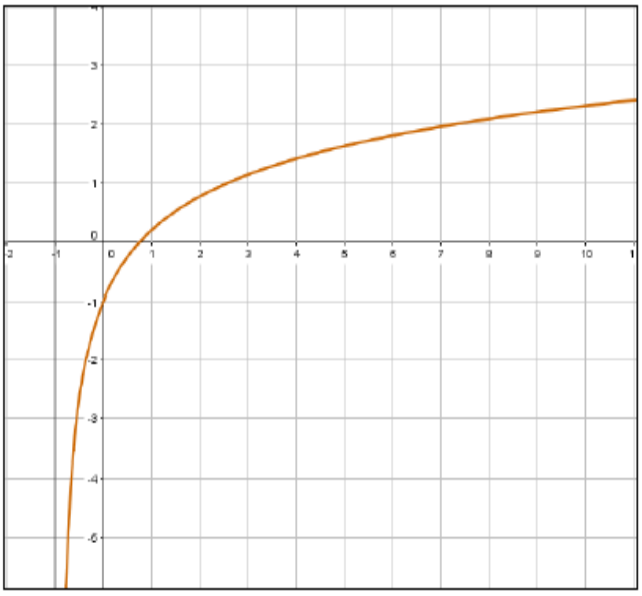
3)- أكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ **، ماذا نستنتج ؟**

4)- أوجد z_D لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $OADB$ مربع .

التمرين الرابع :☺☺☺ ----------(04 نقاط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=-\frac{1}{1+x}+\ln(1+x)$

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (الشكل المقابل).



1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات g .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α في المجال $]0,7;0,8[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي $f(x)=1-x+x.\ln(1+x)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-1^{+}} f(x)$ ؛ فسر النتيجة هندسيا . أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$,

2) أ-تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f

3) أ-أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب-أثبت أن $f(\alpha)=1-\frac{\alpha^2}{\alpha+1}$ ؛ أستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ ثم أنشئ (C_f) و (Δ).

4) ناقش حسب قيم العدد الحقيقي عدد و إشارة حلول المعادلة $1+x.\ln(1+x)-m=0$.

بالتوفيق في شهادة بكالوريا 2018

المــوضوع الأول

رقــم التمرين	عــناصر الإجــابة	العلامة
التمرين الأول 04 ن	1)- الشجرة	(05 ن)
		(0.5ن)
		(0.5ن)
		(0.5ن)
		(0.5ن)
	$P(T \cap A) = \frac{3}{4} \times \frac{9}{10} = \frac{27}{40} = 0.675$ -(2	
	$P(T \cap \overline{A}) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{40} = 0.075$	(01 ن)
	$P(\overline{T} \cap A) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{10} = \frac{2}{40} = 0.05$	(0.5ن)
	$P(A) = P(T \cap A) + P(\overline{T} \cap A) = \frac{27}{40} + \frac{2}{40} = \frac{29}{40} = 0.725$ -(3	
	$P_A(T) = \frac{P(T \cap A)}{P(A)} = \frac{27/40}{29/40} = \frac{27}{29} = 0.931$ -(4	
	$P(S) = P(\overline{T} \cap A) + P(T \cap \overline{A}) = \frac{3}{40} + \frac{2}{40} = \frac{1}{8} = 0.125$ -(5	
التمرين الثاني 05 ن	1)- أ)- $P(3) = 0$	(0.25)
	ب)- $P(z) = (z-3)(z^2-2z+2)$	(0.75)
	$P(z) = 0$ يكافئ : $z-3=0$ أو $z^2-2z+2=0$ $(\Delta = -4)$	(0.5)
	$S = \{3, 1-i, 1+i\}$	
	2)- $\lvert z_A - z_I \rvert = \lvert 1+i-3 \rvert = \lvert -2+i \rvert = \sqrt{5}$	(0.75)
	$\lvert z_B - z_I \rvert = \lvert 1-i-3 \rvert = \lvert -2-i \rvert = \sqrt{5}$	(0.5ن)
	$\lvert z_C - z_I \rvert = \lvert 2-2i-3 \rvert = \lvert -1-2i \rvert = \sqrt{5}$	

	ومنه النقاط : A، B، C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها I و نصف قطرها: $r=\sqrt{5}$	(0.5ن)
	بـ)- $\frac{z_C-z_I}{z_A-z_I}=i=\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}$	(0.75)
	ومنه المثلث IAC قائم في I و متساوي الساقين ($i=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $IC=IA$ ، $\overrightarrow{IC}\perp\overrightarrow{IA}$).....	(0.5ن)
	جـ)- $z_A=\sqrt{2}\cdot e^{i\frac{\pi}{4}}$	(0.5ن)
	$L=\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n=e^{i\frac{\pi n}{4}}$ ، L تخيليا صرفا يكافئ : $(k\in\mathbb{Z})$ $\frac{\pi n}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ، ومنه : $n=2+4k$ $(k\in\mathbb{Z})$	
التمرين الثالث 05 ن	1)- أ) –تمثيل الحدود	(0.5ن)
	بـ)- (U_n)متناقصة على $\mathbb{N}$ ، و (U_n) متقاربة	(0.5ن)
	جـ)- البرهان بالتراجع.....	(0.5ن)
	د)- من أجل كل nمن $\mathbb{N}$: $U_{n+1}-U_n=\frac{-(2U_n-3)^2}{4U_n}$	(0.5ن)
	و منه (U_n)متناقصة على $\mathbb{N}$.....	(0.5ن)
	– بما أن (U_n)متناقصة على $\mathbb{N}$، وحدودة من الأسفل بـ فهي متقاربة	(0.5ن)
	2)- أ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $V_{n+1}=\frac{4U_n}{6U_n-9}$	
	$V_{n+1}-V_n=\frac{4U_n}{6U_n-9}-\frac{2}{2U_n-3}=\frac{4U_n-6}{6U_n-9}=\frac{2(2U_n-3)}{3(2U_n-3)}=\frac{2}{3}$	(0.5ن)
	و منه (V_n)متتالية حسابية أساسها $r=\frac{2}{3}$ و حدها الأول $V_0=\frac{2}{3}$.....	(01ن)
	بـ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $V_n=\frac{2}{3}n+\frac{2}{3}$ ، $U_n=\frac{3n+6}{2n+2}$	(0.5ن)
	$\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3n}{2n}=\frac{3}{2}$	
التمرين الرابع 06 ن	**الجزء الأول** 1)- $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$	(0.5ن)
	- قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $g'(x)=(x-2)e^{-x+2}$	(0.5ن)
	gمتزايدة على المجال $]-\infty,2]$ ، g متناقصة على المجال $[2,+\infty[$	(0.5ن)
	$g(2)=0$ (قيمة حدية صغرى) و منه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)\geq 0$	(0.25)
	الجزء الثاني :	
	1)- أ)- $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	(0.5ن)
	بـ)- f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ومنه : إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$	(0.75)
	جدول تغيرات الدالة f :	(0.5ن)

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(0.5ن)

2)- $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]=0$ ، ومنه (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته :

(0.5ن) $y=x-1$ بجوار $+\infty$ .....

- من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)-y=xe^{-x+2}$

(0.5ن) - وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) : $(C_f)\cap(\Delta)=\{A(0,-1)\}$ .....

(0.75) لما : $x\in]-\infty,2[$ (C_f) تحت (Δ) ، لما : $x\in]2,+\infty[$ (C_f) فوق (Δ)

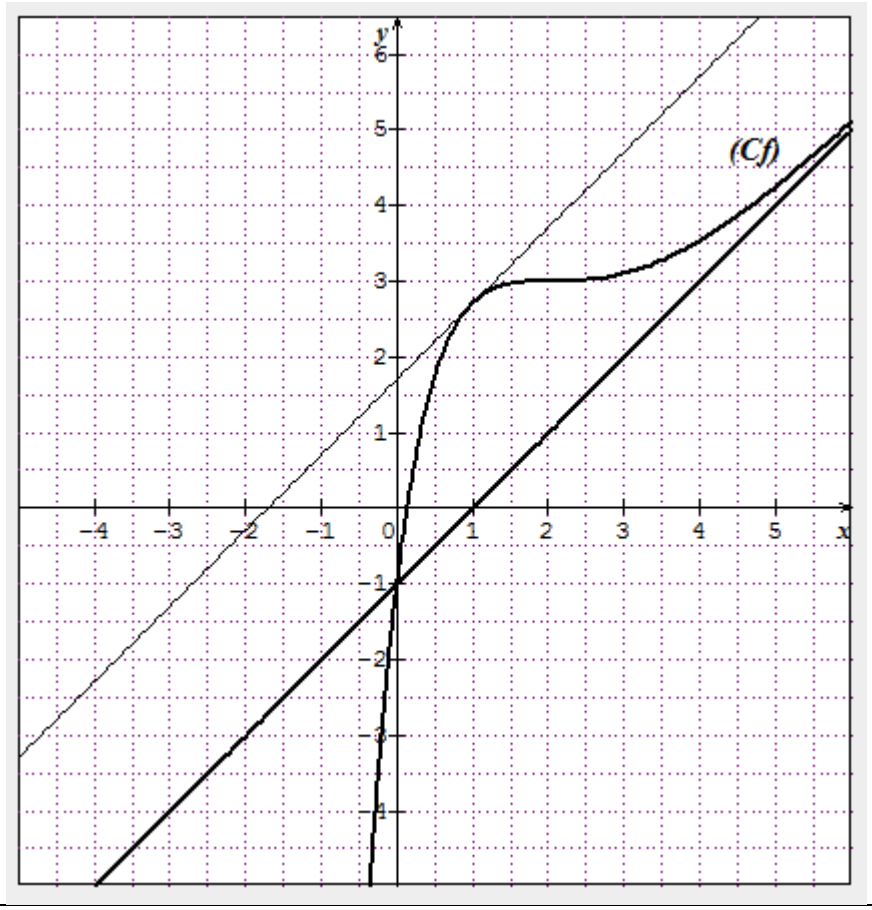
(0.25) 3)- من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f''(x)=g'(x)$ ، $f''(x)=0$ يكافئ : $x=2$

- f'' انعدمت عند $x=2$ و غيرت إشارتها : و منه النقطة : I هي نقطة إنعطاف.....

(0.5ن) 4)- $f'(x)=1$ و منه : $x=1$ ، $(T):y=x+e-1$ .....

5)- مبرهنة القيم المتوسطة .....

6)- إنشاء (C_f) : .....



الـــموضوع الثـــانـي

التمرين	1)- $P(A)=\frac{20}{90}=$	(0.5ن)

3as.ency-education.com

التمرين الأول **04 ن**	$P(B)=\frac{A_4^2+A_4^2+A_2^2}{90}=\frac{26}{90}$	(0.5ن)
	$P(A\cap B)=\frac{A_2^2+A_2^2}{90}=\frac{4}{90}$ ، $P(A\cap B)\neq P(A)\times P(B)$	(01ن)
	$P(C)=1-P(B)=1-\frac{26}{90}=\frac{64}{90}$	(0.5ن)
	$P(D)=P(C\cap A)=\frac{2\left(A_2^1\times A_2^1+A_2^1\times A_1^1+A_2^1\times A_1^1\right)}{90}=\frac{16}{90}$	(0.5ن)
	$P_C(A)=\frac{P(C\cap A)}{P(A)}=\frac{16/90}{64/90}=\frac{16}{64}$	(0.5ن)
التمرين الثاني **05 ن**	1)- أ)- باستعمال المعادلة الأولى نتحصل على : $U_2=8$ (الوسط الحسابي)	
	بتعويض U_2 بما تساويه في المعادلة الثانية نجد: $(8-r)^2+8^2+(8+r)^2=210$ و منه :	(01ن)
	$r=-3$ أو $r=3$ (مرفوضة) و $U_0=14$	(0.5ن)
	بـ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $U_n=14-3n$	(0.5ن)
	- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $S'_n=\frac{(n+1)}{2}(14+14-3n)=\frac{-3n^2+25n+28}{2}$	(0.25)
	2)- أ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $V_{n+1}=e^{14-3n-3}=e^{-3}V_n$ و منه : م هـ أساسها :	(0.5ن)
	$q=e^{-3}$ و حدها الأول : $V_0=e^{14}$	(0.5ن)
	$\lim_{n\to+\infty}V_n=0$ نستنتج أن المتتالية (V_n) متقاربة	(0.5ن)
	بـ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $S_n=\frac{e^{14}}{e^{-3}-1}\left(e^{-3n-3}-1\right)$	(0.75)
	$P_n=e^{U_0}\times e^{U_1}\times.....\times e^{U_n}=e^{U_0+U_1+.....+U_n}=e^{S'_n}$	
	جـ)- $U_{2018}=14-3(2018)=-6040$ ، $\lim_{n\to+\infty}S_n=\frac{e^{14}}{1-e^{-3}}$ ، $\lim_{n\to+\infty}P_n=0$	
التمرين الثالث **05 ن**	1)- (1) يكافئ : $z-\sqrt{2}+7i\sqrt{2}=0$ أو $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$ $(\Delta=-8)$ و منه :	(1.5ن)
	$S=\left\{\sqrt{2}-7i\sqrt{2},\sqrt{2}-i\sqrt{2},\sqrt{2}+i\sqrt{2}\right\}$	(0.5ن)
	2)- أ)- $z_A=2e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2018}=e^{i\frac{2018\pi}{4}}=e^{i\frac{\pi}{2}}=i$	(01ن)
	$\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2018}+\left(\frac{z_B}{2}\right)^{2018}=i-i=0$ و منه : $\left(\frac{z_B}{2}\right)^{2018}=e^{-i\frac{2018\pi}{4}}=e^{-i\frac{\pi}{2}}=-i$	(01ن)
	3)- $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=-3\in\Re$ و منه : النقاط A ، B ، C على استقامة واحدة	(01ن)
	4)- لدينا $\frac{z_B}{z_A}=i$ ومنه المثلث : قائم في O ومتساوي الساقين .	
	$OADB$ مربع معناه : $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{BD}$ ، $z_A=z_D-z_B$ ومنه : $z_D=2\sqrt{2}$	
التمرين الرابع **06 ن**	I)- 1)- جدول تغيرات الدالة g :	(0.5ن)

3as.ency-education.com

- الموضوع الثاني :

التمرين الأول : (03 نقاط)

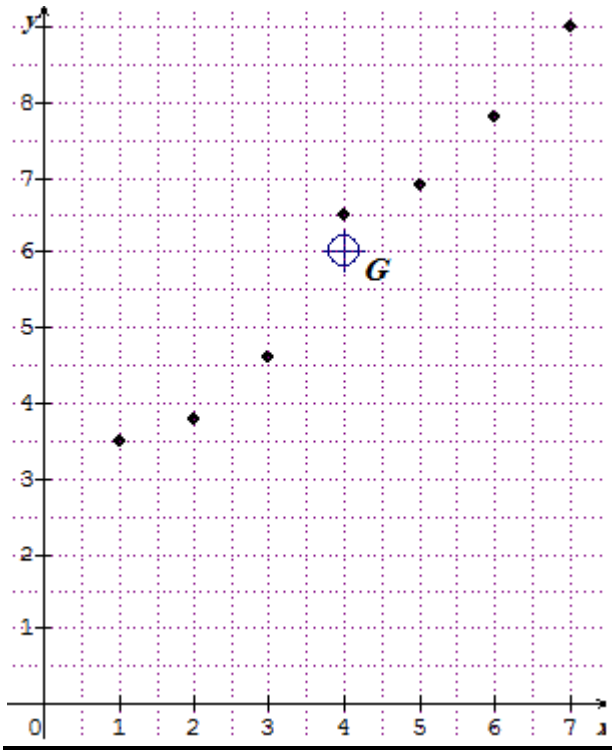
1)- $\Delta = 121$ ، $S = \{-7,4\}$ ..... (01)

2)- $D =]0,+\infty[$ ، نضع : $t = \ln x$ ، و منه : $S = \{e^{4}, e^{-7}\}$ ..... (01)

3)- $D =]0,+\infty[$ ، نضع : $t = \log x$ ، و منه : $S = \{10^{4}, 10^{-7}\}$ ..... (01)

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1)- تمثيل سحابة النقط : $M_i(x_i, y_i)$ ..... (01)



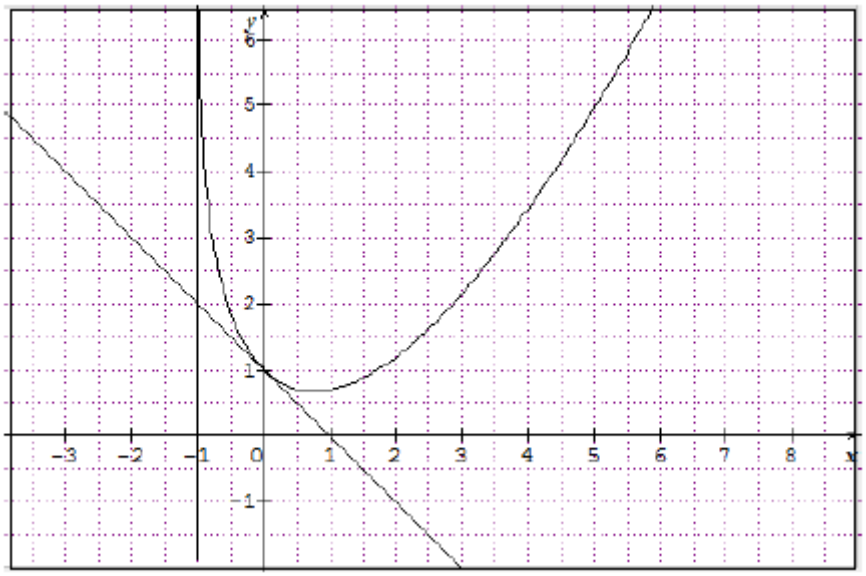
x_i	y_i	$x_i.y_i$	$(x_i - \overline{x})^2$	$\overline{x} = \frac{28}{7} = 4$ $\overline{y} = \frac{42.1}{7} = 6.014$
1	3.5	3.5	9	
2	3.8	7.6	4	
3	4.6	13.8	1	
4	6.5	26	0	
5	6.9	34.5	1	
6	7.8	46.8	4	
7	9	63	9	
28	42.1	195.2	28	المجموع :

2)- $G(4;6.014)$ ..... (0.5)

3)- $\text{cov}(x,y) = 3.830$ ، $V(x) = 4$ ، $a = 0.958$ ، $b = \overline{y} - a\overline{x} = 2.182$

- معادة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي : $y = 0.958x + 2.182$ ..... (02)

4)- رتبة السنة 2010 هي : 11 و منه : $y = 12.72$ ..... (01)



-(4

لدينا : $1+x\ln(1+x)=m$ معناه $1-x+x\ln(1+x)=-x+m$ أي $f(x)=-x+m$.

- $m\in]-\infty,1[$: المعادلة لا تقبل حلولا . .....

$m=1$: للمعادلة حلا وحيدا معدوما .

$m\in]1,+\infty[$ للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية أدرار — ثانويـــات مقاطعة تيميمون

الشعبة : علـــوم تجريبية — دورة فيفري 2018

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات — المدة : ثلاث ساعات

التمرين الأول :(05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = 1 + \sqrt{u_n - 1} \quad : \ n \in IN \end{cases}$$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n $1 < u_n < 2$.

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n{}^2 + 3u_n - 2}{\sqrt{u_n - 1} + u_n - 1}$ ثم استنتج أن (u_n) متزايدة تماما.

ـ بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي: $v_n = \ln(u_n - 1)$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول v_0.

ب) أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ، ثم احسب بطريقة اخرى $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$

4) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $w_n = u_n - 1$

أحسب بدلالة n الجداء P حيث : $P = w_0 \times w_1 \times \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \times w_n$.

التمرين الثاني :(04 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة كثير الحدود $P(z) = z^3 - 8$.

1) تحقق أن: $P(z) = (z-2)(z^2 + 2z + 4)$. ثم حل في C المعادلة $P(z) = 0$.

نعتبر في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ ، النقط A B و C ذات اللواحق

$z_A = -1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_c = 2$ على الترتيب.

2) أكتب z_A , z_B و z_C على الشكل الأسي.

- استنتج أن النقط A, B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

3) بين أن $z_A^{2017} = 2^{2016} z_A$. ثم استنتج نتيجة ما يلي: $\left(z_A^{2017} + z_B^{2017} + z_c^{2017}\right)$.

4) أكتب العدد المركب $L = \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ على الشكل الجبري ثم الأسي.

- أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة للعدد المركب L و استنتج طبيعة المثلث ABC .

3as.ency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي كيس على ست كرات حمراء، أربعة منها تحمل الرقم 1 و اثنتان تحملان الرقم 2. وثمان كرات خضراء، خمسة منها تحمل الرقم 1 وثلاثة تحمل الرقم 2. لا يمكن التمييز بينها عند اللمس.

نسحب كرتين من الكيس في آن واحد.

ليكن الحدثان: A "سحب كرتين من نفس اللون" و B "سحب كرتين تحملان نفس الرقم".

1) بين أن: $P(A) = \frac{43}{91}$.
2) أحسب $P(B)$.
3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون، ما هو احتمال أن تحملا نفس الرقم.
4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ- حدد قيم المتغير العشوائي X .

ب- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

جـ- أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: لتكن الدالة h المعرفة على $]-1\ ;\ +\infty[$ كما يلي: $h(x) = \frac{x}{x+1} - 2ln(x+1)$

1- أحسب $\lim_{x\to+\infty} h(x)$ ثم أحسب $\lim_{x\to-1} h(x)$ -إرشـاد- نذكر بأن: $\lim_{X\to0}[X.lnX] = 0$

2- أدرس اتجاه تغير الدالة h. ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أحسب $h(0)$ ثم بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلين أحدهما α حيث: $-0.72 \leq \alpha \leq -0.71$

4- استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]-1\ ;\ +\infty[$.

الجزء الثاني: لتكن الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbf{I} =]-1\ ;0[\cup]0\ ;\ +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{ln(x+1)}{x^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. الوحدة $\|\vec{\imath}\| = 2cm$

1- أحسب $\lim_{x\to-1} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. فسر النتيجتين هندسياً.

- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجموعة $\boldsymbol{I}$. فإن: $\lim_{x\to0} \frac{ln(x+1)}{x} = 1$
- استنتج: $\lim_{x\to0} f(x)$ و $\lim_{x\to0} f(x)$. فسر النتيجتين بيانياً.

2- بين أنه من أجل كل عدد x من المجموعة I فإن: $f'(x) = \frac{h(x)}{x^3}$

- استنتج اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ ، نأخذ $\alpha \approx -0715$. أعط قيمة مقربة للعدد $f(\alpha)$ بالتدوير 10^{-2} .

4- أنشئ المنحى (C_f).

بالتوفيق للجميع – أساتذة المادة-

3as.ency-education.com

اختبار في مادة الرياضيات

المـدة: ساعتان و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين01:

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$متتالية هندسية حدودها موجبة حيث:$U_0=1$ و $\ln U_1+\ln U_2=-3\pi$

أ)عين أساس هذه المتتالية ، وأحسب U_n بدلالة n .

ب) نسمي P_{n+1} المجموع : $U_0+U_1+.....+U_n$. أحسب P_{n+1} بدلالة n ، ثم جد $\lim\limits_{n\to+\infty}(P_{n+1})$

2) $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$المتتالية العددية المعرفة كمايلي: $V_n=\ln(U_n)$

أ) بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها .

ب) نسمي S_{n+1}المجموع : $V_0+V_1+.....+V_n$. أحسب S_{n+1}بدلالة n، ثم بين أن $\sin(S_{n+1})=0$

3- أ) نسمي π_{n+1}الجداء : $U_0\times U_1\times.....\times U_n$ ، أحسب π_{n+1}بدلالة n

ب) عين الحد U_p بحيث يكون : $\pi_{p+1}=e^{-6\pi}$

التمرين02:

1) تذكير: إذا كان n و p عددين طبيعيين حيث $p\le n$ فإن $C_n^p=\dfrac{n!}{p!(n-p)!}$.

• بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ومن أجل كل عدد طبيعي p :

حيث $1\le p\le n$ لدينا : $C_n^p=C_{n-1}^{p-1}+C_{n-1}^p$

2) كيس يحتوي على 10 قريصات لا نفرق بينها عند اللمس ، 7 منها بيضاء مرقمة من 1 إلى 7 و3منها سوداء مرقمة من1 إلى3. نسحب من هذا الكيس قريصتين في آن واحد.

أ) ♣ نسمي A الحادثة " الحصول على قريصتين بيضاويين"

♣ نسمي B الحادثة " الحصول على قريصتين تحملان رقمين فرديين".

بين أن احتمال A يساوي $\dfrac{7}{15}$. ثم احسب احتمال B.

♣ هل الحادثتان Aو Bمستقلتان.

ب) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد القريصات البيضاء.

♣ عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

♣ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

إعداد الأستاذ بالعبيدي محمد العربي

3as.ency-education.com

التمرين03:

الجزء الأول:

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة كمايلي : $f(x)=2\ln(e^x-2\sqrt{e^x}+2)$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1-أ-تحقق أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $e^x-2\sqrt{e^x}+2=(\sqrt{e^x}-1)^2+1$ ثم استنتج أن f معرفة على $\mathbb{R}$.

ب-بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x : $1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x}\succ 0$

2- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ وبيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\ln 4$ وفسر النتيجة الثانية هندسيا.

3- أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{2\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x}-1)}{(\sqrt{e^x}-1)^2+1}$ ثم تحقق أن: $f'(0)=0$

ب-أدرس إشارة $(\sqrt{e^x}-1)$ على $\mathbb{R}$ واستنتج أن f متزايدة على $[0;+\infty[$ و متناقصة على $]-\infty;0]$

4-أ-تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=2x+2\ln(1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x})$.

ب-بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

5-أ-تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x-3\sqrt{e^x}+2=(\sqrt{e^x}-1)(\sqrt{e^x}-2)$.

ب-أدرس أشاره $(\sqrt{e^x}-2)$ و $(\sqrt{e^x}-1)(\sqrt{e^x}-2)$ على $\mathbb{R}$.

جـ-استنتج أنه من أجل كل x من $[0;\ln 4]$، $e^x-2\sqrt{e^x}+2\leq\sqrt{e^x}$.

د- بيّن أنه من أجل كل x من $[0;\ln 4]$، $f(x)\leq x$.

6-إنشئ المنحنى (C).

الجزء الثاني:

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

1-بين أنه ومن اجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n\leq\ln 4$.

2-بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة.

3-استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم حدد نهايتها.

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين01:

1) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;6[$ كما يأتي : $f(x)=\frac{9}{6-x}$ و C_f منحنى f

ادرس تغيرات الدالة f ، ثم ارسم C_f

2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=-3$ و $n\in\mathbb{N}$ ولدينا : $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ- باستخدام C_f و المستقيم ذي المعادلة $y=x$ ، مثل u_0 و u_1 و u_2 على حامل محور الفواصل

ب- خمن اتجاه تغير وتقارب المتتالية (u_n) .

3 -أ-بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n<3$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ب- استنتج أن (u_n) متقاربة و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{1}{u_n-3}$.

أ- أثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب- أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج من جديد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين02:

نعتبر نرد على شكل رباعي وجوه منتظم يحمل الأرقام التالية : 1 ، 1 ، 3 ، 5 .

I- نرمي هذا النرد مرتين ، ونعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل رميتين مجموع الرقمين المسجلين على الوجه الأسفل خلال الرميتين.

1)عين مجموعة قيم X .

2) احسب الأمل الرياضي E(X).

II-نرمي هذا النرد عدة مرات متتالية ونعتبر كل رمية مستقلة عن الأخرى.

ليكن u_n احتمال الحادثة التالية : " ظهور رقم 3 لأول مرة على الوجه الأسفل في الرمية ذات الرتبة n" حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

1) احسب u_1 ، u_2 و u_3. ثم عبارة u_n بدلالة n.

2)•احسب بدلالة n الاحتمال S_n للحادثة التالية : " لا يظهر الرقم 3 على الوجه الأسفل في الرمية ذات الرتبة n+1 "

- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ ، ما يمكن القول عن هذه الحادثة عندما يؤول ن إلى $+\infty$.

3as.ency-education.com

التمرين03:

الجزء الأول : نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ حيث $f(x)=\frac{x+2}{x+1}+\ln|x+1|$ و (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

احسب : $\lim\limits_{x\to-1^{>}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-1^{<}} f(x)$ و فسّر النتيجة بيانيا .

1- ادرس تغيرات الدالة f .

2- بيّن أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيينها .

3- اكتب معادلتي المماسين للمنحني عند النقطة التي فاصلتها -2 و عند النقطة I .

4- أ) (Γ) المنحني الممثل للدالة h المعرفة على $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=1+\ln(x+1)$

- احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-h(x)]$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .

ب) بيّن أنه يمكن استنتاج رسم المنحني (Γ) انطلاقا من دالة مرجعية بانسحاب يطلب تعيينه

6- بيّن أن المنحني (C_f) يقطع المستقيم ذي المعادلة : $y=3$ في نقطة فاصلتها x_0 من المجال $]-9;-10[$ ونقطة فاصلتها x_1 من المجال $]5;6[$

7- أرسم المماسين و المنحني (Γ) ثم المنحني (C_f) في المجالين $]-10;-1]$ و $]-1;+\infty[$.

الجزء الثاني : نعتبر g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ حيث :

$$\begin{cases} g(x)=e^{(x+2)\ln|x+1|} & x\neq-1 \\ g(-1)=0 \end{cases}$$

1- أ) بيّن أنه لكل عدد حقيقي x يختلف عن -1 فإن : $g(x)=|x+1|e^{(x+1)\ln|x+1|}$

ب) بيّن أن الدالة g مستمرة عند القيمة -1

جـ) ادرس قابلية اشتقاق الدالة g عند القيمة -1 ثم فسّر النتائج هندسيا

د) اكتب معادلتي نصفي المماسين (t_1) و (t_2) عند النقطة التي فاصلتها -1

1- أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1\}$: $g'(x)=f(x)e^{(x+2)\ln|x+1|}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة g

جـ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا

د) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

3- ارسم (t_1) و (t_2) ثم المنحني (C_g) في المجال $]-\infty;1]$.

4- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $m^{\frac{1}{x+2}}=|x+1|$

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية معنصر أونيس / عين كرشة — السنة الدراسية **2018 / 2017**

المستوى: 3 علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: **02** سا

التمرين الأول :

كيس به 12 كرية متماثلة لا نميز بينها عند اللمس ، منها 3 بيضاء و 4 سوداء و 5 حمراء .

1) نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في ان واحد .

أ- أحسب احتمال الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون .

ب- أحسب احتمال الحصول على الأقل على كرية بيضاء .

جـ- أحسب احتمال الحصول على ثلاث كريات مختلفة اللون مثنى مثنى .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المتحصل عليها .

- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X، واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني :

المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير على كل سؤال مما يلي :

1) نعتبر النقطة A لاحقتها 3 والنقطة B لاحقتها $4i$. ان مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق $|z-3|=|3-4i|$ هي : الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 5 .

2) ان مرافق العدد المركب $z=(2\mathrm{i}+7)(\mathrm{i}+1)$ هو العدد المركب : $\bar{z}=(2\mathrm{i}-7)(\mathrm{i}-1)$.

3) ليكن k عدد حقيقي سالب تماما ، ان عمدة العدد المركب $ke^{-i\frac{\pi}{2}}$ تساوي $\frac{\pi}{2}$.

4) لتكن النقط A ، B ، C و D لواحقها على الترتيب : $z_A=1$ ، $z_B=i$ ، $z_C=-1$ و $z_D=-i$.

ان مجموعة النقط ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z+i}{z+1}$ حقيقيا هي : المستقيم (CD) باستثناء النقطة C .

5) لتكن النقطتين B و C لاحقتاهما على الترتيب b و c بحيث : $\frac{c}{b}=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

ان المثلث OBC قائم في O ومتساوي الساقين .

اقلب الصفحة

3as.ency-education.com

التمرين الثالث :

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\dfrac{x+1}{2x+1}-\ln x$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,8;1,9[$ ثم استنتج إشارة على $]0,+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2\ln x}{x^2+x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب نهاية f عند 0 وعند $+\infty$ ، فسر النتيجتين بيانيا .

2) بين ان: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{2(2x+1)}{\left(x^2+x\right)^2}\times g(x)$.

ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3) بين أن : $f(\alpha)=\dfrac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) أرسم بعناية المنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha)\approx 0.23$) .

انتهى الموضوع

3as.ency-education.com

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0=\frac{11}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=3u_n-4$.

1) أحسب u_1 و u_2.

2) أ)برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_n>2$.

ب) أدرس رتابة المتتالية (u_n) . هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟

3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على المجموعة $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=4u_n+\alpha$ حيث α عدد حيقي.

أ) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب)باستعمال قيمة α المحصل عليها سابقا ، اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) هل المتتالية (u_n) محدودة.

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=\frac{u_0}{4^0}+\frac{u_1}{4^1}+\frac{u_2}{4^2}+...+\frac{u_n}{4^n}$

- بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $\frac{u_n}{4^n}=\frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^n+2\left(\frac{1}{4}\right)^n$ ثم استنتج بدلالة n المجموع S_n .

التمرين الثاني : (06 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء مرقمة بـ : 1،1،1 ، 0، -1 وخمس كرات سوداء مرقمة بـ : 1،1، 0،0،-1 لانميز بينها باللمس . نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الصندوق .

I. نعتبر الأحداث التالية :

A:" الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط "

B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل "

C : " الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون "

D : " الحصول على اللونين الأبيض و الأسود "

F : " مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 0 "

1) أحسب إحتمال الأحداث A ، B و C .

2) بيّن أنّ : $P(D)=\frac{5}{6}$ ، $P(F)=\frac{31}{120}$ و $P(C\cap F)=\frac{7}{120}$.

3) إذا كان مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 0 ما هو إحتمال أن تكون الكرات الثلاث من نفس اللون ؟

II. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة .

1) عين قيم المتغير العشوائي X .

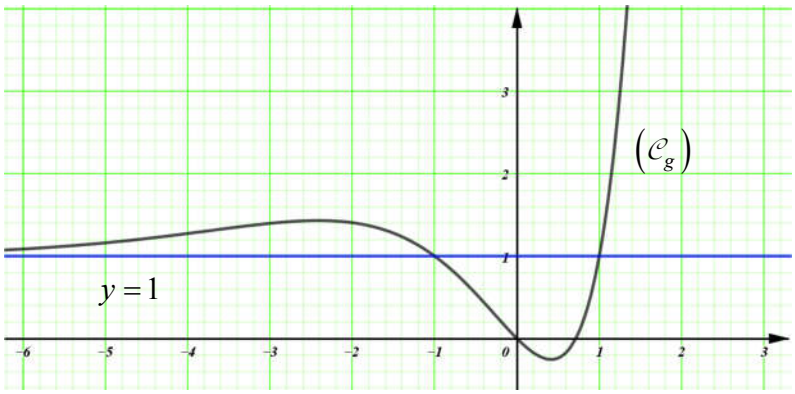
2) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثمّ أحسب أمله الرياضياتي .

أقلب الصفحة

3as.ency-education.com

التمرين الثالث :(08 نقاط)

الجزء الأول :



لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$g(x)=(x^2-1)e^x+1$

$(\mathcal{C}_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $g(0)$ يعطى جدول القيم التالي:

x	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8
$g(x)$	-0.17	-0.11	-0.03	0.07	0.2

بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0.7<\alpha<0.75$.

2) إستنتج إشارة $g(x)$ عندما يتغير x في $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+(x-1)^2e^x$

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

ب) بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ $f'(x)=g(x)$ ثمّ إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2) تحقق من أنّ : $f(\alpha)=\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha+1}$ ثمّ عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

3) أ) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة $A(1;1)$.

ج) بين أنّ المماس (T) هو مستقيم مقارب مائل للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $-\infty$ ثمّ أدرس الوضع النسبي للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المماس (T).

د) بين المنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا (T') يوازي (T) في نقطة B يطلب تعيين فاصلتها ثمّ أكتب معادلة للمماس (T').

4) أرسم كلا من (T')، (T) و $(\mathcal{C}_f)$

5) نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول الحقيقي x والوسيط الحقيقي m المعادلة التالية : $(E):(x-1)^2e^x-m-1=0$

عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة ثلاثة حلول .

✌ بالتوفيق ☺ والنجاح بإمتياز ☺ في البكالوريا 2018 ❀❀

أساتذة المادة

3as.ency-education.com

ثانوية أول نوفمبر 54
الأغواط

المدة: 02سا
التاريخ: 2018/03/05

3
علوم تجريبية

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: التوقيت (25 دقيقـــــــــــــة)

05 نقاط

(u_n) المتتالية المعرفة على N بـ $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = 3 - \frac{9}{4u_n}$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in N$: $\frac{3}{2} \leq u_n \leq 3$

2) أدرس أتجاه تغير (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

3) (v_n) المتتالية المعرفة على N بـ $v_n = \frac{2}{2u_n - 3}$.

- ✓ بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها حدها الأول
- ✓ اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n ثم احسب نهاية (u_n) .

4) أحسب ، بدلالة n ، المجوع : $S_n = u_0.v_0 + u_1.v_1 + \ldots\ldots\ldots + u_n.v_n$

التمرين الثاني التوقيت (30 دقيقـــــــــــــة)

يحتوي صندوق على 12 كرية متجانسة ومرقمة من 1 إلى 12 نسحب ثلاث كريات بطريقة عشوائية وفي آن واحد

1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

07 نقاط

- ✓ الأرقام التي تحملها هذه الكريات تقبل القسمة على 3
- ✓ كرة واحدة تحمل رقم يقبل القسمة على 3
- ✓ الكرات تحمل أعداد مرتبة تشكل متتالية حسابية أساسها $r = 3$
- ✓ الكرات تحمل أعداد مرتبة تشكل متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات التي أرقامها تقبل القسمة على 3

أ/ عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

ب/ أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي ثم أحسب أمله الرياضياتي

جـ/ أحسب الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X

إقلب الصفحة

3as.ency-education.com

التمرين الثالث — التوقيت (50 دقيقـــــــــــــة)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z^2+3)(z^2-6z+21)=0$

2. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$, نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب: $Z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$, $Z_B=\overline{Z_A}$, $Z_C=3+2i\sqrt{3}$ ، $Z_D=\overline{Z_C}$

أ/ بيّن أنّ النقط A، B، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي مركزها النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=3$ يطلب تعيين نصف قطرها

ب/ بيّن أنّ: $\left(\frac{Z_D-1}{4}\right)^{1439}+\left(\frac{Z_C-1}{4}\right)^{2018}=Z_A$

08 نقاط

3. لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى المبدا O

أ/ بيّن أنّ : $\frac{Z_C-Z_B}{Z_E-Z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث BEC

ب/ بيّن أنّه يوجد دوران $\mathcal{R}$ مركزه النقطة B ويحوّل النقطة E إلى النقطة C يطلب تعيين زاويته

4. نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث :

$$Z'=\left(1-i\sqrt{3}\right)Z+\sqrt{3}$$

أ/ عيّن طبيعة التحويل S وعناصره المميزة

ب/ عيّن طبيعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $|iZ-3i|=\left|-3+i\sqrt{3}\right|$

ج/ عيّن طبيعة المجموعة (E') صورة (E) بالتحويل S و عناصرها الهندسية

5. عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z الغير معدومة بحيث: $\arg\left(\frac{Z}{\overline{Z}}\right)=2k\pi$

حيث $k\epsilon\mathbb{Z}$ (العدد $\overline{Z}$ هو مرافق Z)

..... *** انتهـــــــــى ***

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح

3as.ency-education.com

المؤسسة: ثانوية – عبد الحفيظ بوالصوف -
المستوى: 3 علوم تجريبية

السنة الدراسية: 2017- 2018.
المدة الزمنية:2 سا.

اختبار الثلاثي الثاني في مـــادة الرياضيـــــــات

التمرين الأول:

1. حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الاعداد المركبة, المعادلة : $z^2 - 2z + 2 = 0$.
2. في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$, نعتبر النقط A B, C, D لاحقاتها على الترتيب :

$$z_A = 1+i \ , \ z_B = -1+i \ , \ z_C = -1-i \ , \ z_D = \bar{z}_A$$

ا. تحقق ان A, B, C, D من نفس الدائرة التي يطلب تحديد عناصرها.

ب. اكتب على الشكلين الجبري والاسي العدد المركب $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_A}$ ثم بين ان الرباعي ABCD مربع .

ج. (E) مجموعة النقط M دات اللاحقة z غير المعدومة التي تحقق : $\arg(i\bar{z}^2) = \frac{-\pi}{2} + 2k\pi \ /k\epsilon\mathbb{Z}$

- برهن ان النقطة ω .دات اللاحقة $z_\omega = i\sqrt{2} - 2i$ من (E).
- حدد طبيعة المجموعة (E) .

د. T التحويل النقطي الدي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث $z' - z + i\sqrt{2} = 1$

- حدد نوع T وعناصره المميزة ثم استنتج صورة المجموعة (E) بواسطته.

التمرين الثاني:

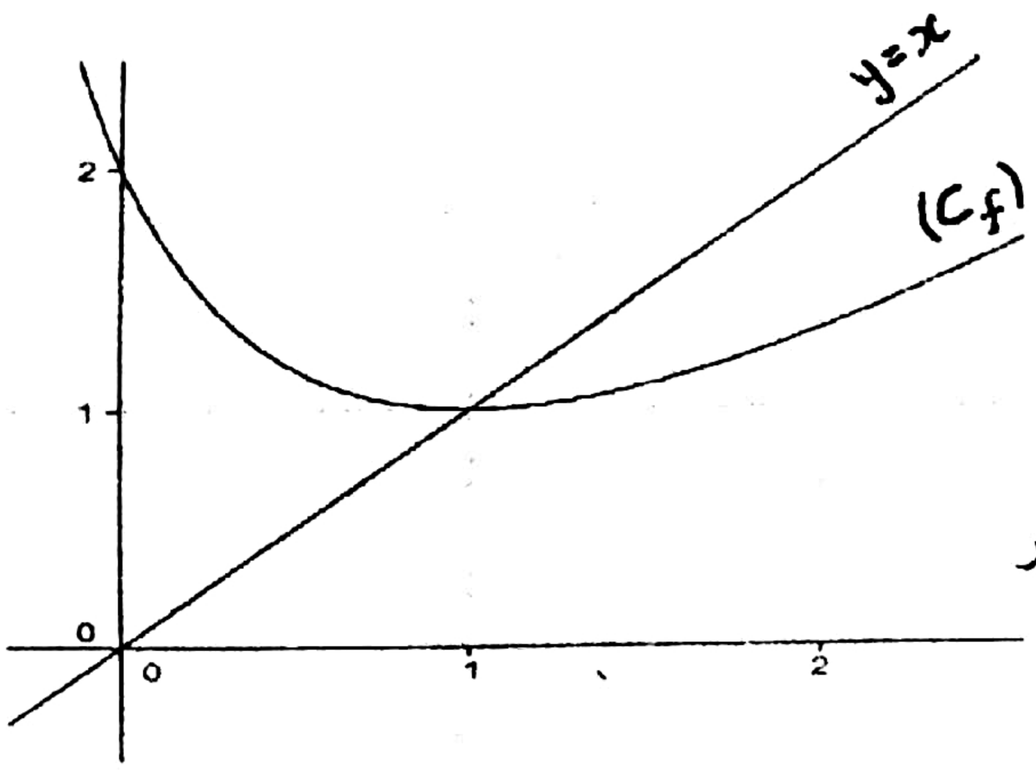
نعتبر الدالة f المعرفة على $[0,2]$ بـ: $f(x) = \frac{x^2-x+2}{x+1}$

1. ادرس اتجاه تغير f على المجال $[0.2]$.

- استنتج انه اذا كان $x\epsilon[1,2]$ فان $f(x)\epsilon[1,2]$.

2. (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب :

$u_0 = 2$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$



- انقل الشكل المقابل على ورقة اجابتك , ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0 , u_1, u_2 مبرزا خطوط الرسم.
- ضع تخمينا حول اتجاه تغير وتقارب (u_n)

3. برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq 2$.

- بين ان (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.
- استنتج ان (u_n) متقاربة , ثم احسب نهايتها.

4. برهن انه من اجل كل n من N : $0 < \frac{u_n - 1}{u_n + 1} \leq \frac{1}{3}$,ثم تحقق ان $0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$

- استنتج انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 < u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ثم اوجد مرة أخرى $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
- نضع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ برهن انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$:

$$n < S_n \leq n + \frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$$

ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{S_n}{n}$

اقلب الصفحة

3as.ency-education.com

اختر احد التمرينين الثالث او الرابع للإجابة

التمرين الثالث

في مسابقة للتوظيف ,وضعت مجموعة اوراق اسئلة لا نفرق بينها باللمس ,في صندوق ,منها 3اوراق لمادة الرياضيات , 2 ورقة للفيزياء , 2 ورقة للأدب العربي و 1 ورقة للعلوم الطبيعية.

يختار كل مترشح 3 أوراق في ان واحد .

1. احسب احتمال كل حادثة مما يلي :
   - A : جميع الأوراق المسحوبة لنفس المادة.
   - B : سحب ورقة على الأقل لمادة الرياضيات .
   - C : سحب سؤال واحد في كل مادة ماعدا الرياضيات
2. نعرف متغير عشوائي X الدي يرفق بكل عملية سحب عدد أوراق أسئلة مادة الرياضيات
   - عرف قانون احتمال P للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي.
   - احسب $P(|X| \leq 2)$ و $P(X^2 - 2X + 1 > 0)$.
   - استنتج الامل الرياضياتي لهده التجربة اذا سحبنا ورقة سؤال لكل مادة من الصندوق.

التمرين الرابع

يحتوي صندوق على 7 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء , كلها متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.

نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق ونسجل لونها ,ثم نعيدها الى الصندوق ونسحب منه كرية أخرى ونسجل لونها , وتنهي التجربة.

1. احسب احتمال كل من الحادثتين التاليين :
   - A : الحصول على كريتين بيضاويتين .
   - B : الحصول على كريتين من نفس اللون.
2. نعرف لعبة الحظ تمنح لكل كرية بيضاء مسحوبة العلامة α ولكل كرية سوداء مسحوبة العلامة $(-\alpha)$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$ وليكن X المتغير العشوائي الدي يرفق بكل سحب مجموع النقطتين المحصل عليهما .
   - عين قانون احتمال للمتغير العشوائي X واحسب املة الرياضياتي.
   - عين قيم العدد الحقيقي α حتى تكون اللعبة مربحة.
3. نضيف $(n - 3)$ كرية سوداء الى الصندوق ونعيد عملية السحب المعرفة أعلاه.
   - ما هو عدد الكريات السوداء التي أضيفت الى الصندوق علما ان احتمال الحادثة A هو $\frac{1}{4}$

انتهى و بالتوفيق للجميع

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: أفلح بن عبد الوهاب /تيارت/ — السنة الدراسية: 2017 – 2018

المستوى: الثالثة ثانوي — الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 ساعـــات

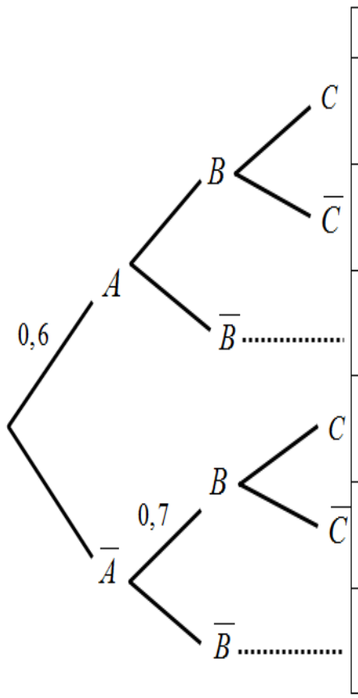
على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

الجزء I : إليك شجرة الإحتمالات التالية:

➢ انقل الشجرة ثم أتممها.



المتغير العشوائي X	الاحتمال P
3	.....
2	0,108
0	0,42
2	0,1344
3	.....
0	.....

الجزء II : بالإعتماد على الشجرة إختر جوابا صحيحا من بين الإقتراحات التالية مع تعليل جوابك.

❶ الإحتمال $P(A \cap B \cap C)$ هو:

أ) 1,3 ب) 0,4 ج) 0,072

❷ الإحتمال $P(C)$ هو:

أ) 0,1344 ب) 0,2064 ج) 0,072

❸ الإحتمال $P(\overline{B})$ هو:

أ) 0,54 ب) 0,42 ج) 0,072

❹ الإحتمال $P_{A\cap B}(\overline{C})$ هو:

أ) 0,2536 ب) 0,6 ج) 0,88

❺ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X هو:

أ) $E(X)=1,1376$ ب) $E(X)=1$ ج) $E(X)=3,1020$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N بـ: $u_0=9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-3$.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n=u_n+6$

التمرين الثالث: (09 نقاط)

g دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-1+\ln x$

❶ ادرس إتجاه تغير الدالة g.

❷ احسب $g(1)$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء II : f دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

❶ بين أن $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

❷ بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

❸ استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

❹ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) ثمّ ادرس وضعيتهما النسبية.

❺ بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

❻ ارسم كل من (Δ) و (C_f).

❼ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $x^2-mx-\ln x=0$.

الجزء III : نعتبر الدالة h المعرفة على IR بـ: $h(x)=f(e^x)$.

❶ بين أنه من أجل كل x من IR لدينا: $h(x)=\frac{e^{2x}-x}{e^x}$.

❷ استنتج جدول تغيرات الدالة h.

3as.ency-education.com

❶ أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

احسب S_n بدلالة n، ثم إستنتج S'_n بدلالة n.

❷ نعرف المتتالية (w_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $w_n = \ln(v_n)$ (حيث: ln اللوغاريتم النيبيري).

أ) بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) احسب بدلالة n المجموع: $S''_n = w_0 + w_1 + ... + w_n$، إستنتج النهاية $\lim\limits_{x \to +\infty} S''_n$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

g و f دالتان معرفتان على IR كما يلي: $g(x) = 1 - x\,e^x$ و $f(x) = \dfrac{e^x + x + 2}{e^x + 1}$.

(C_f) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

❶ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثمّ شكل جدول تغيراتها.

❷ أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,5 \prec \alpha \prec 0,6$.

ب) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

❸ ادرس تغيرات الدالة f ثمّ شكل جدول تغيراتها.

❹ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ثمّ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

❺ بيّن أنّ: $f(\alpha) = \alpha + 1$ ثمّ أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

❻ انشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

❼ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $m e^x + e^x - x + m = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعرّف متتالية (u_n) على المجموعة N بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد n، $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n - n - \dfrac{3}{2}$.

❶ أ) احسب الحدين u_1 و u_2 ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n).

ب) برهن أنه من أجل كل عدد n: $u_n = 2^{-n} - 2n + 1$

❷ (v_n) متتالية معرفة على N بـ: $v_n = u_n + \alpha n - 1$

أ) عين قيم العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) متباعدة.

ب) بين أنه من أجل كل عدد n: $v_{n+1} = \dfrac{1}{2}v_n + \dfrac{1}{2}(\alpha - 2)(n + 2)$

ج) استنتج قيمة العدد α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها q وحدّها الأول v_0.

د) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

❸ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس نعتبر النقط A ; B ; C و G حيث:

$4\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} + \lambda\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ مع λ عدد حقيقي.

➢ عيّن λ حتى تكون النقطة G مرجحا للنقط A ; B و C المرفقة بالمعاملات S_0 ; S_1 و S_2 على الترتيب.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

يحتوي صندوق على 6 كرات بيضاء تحمل الأعداد: 0 ; 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 وكرتين سوداوين تحملان العددين 0 ; 1 (الكرات لا نفرق بينها عند اللمس).

التجربة هي سحب كرتين في آن واحد

❶ احسب إحتمال كل من الحوادث التالية:

A: " للكرتين المسحوبتين نفس اللون "

B: " الكرتان المسحوبتان تحملان عددين جداؤهما معدوم "

C: " الكرتان المسحوبتان تحملان عددين مجموعهما عدد فردي "

❷ X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة ممكنة مجموع عددي الكرتين المسحوبتين

أعط قانون احتمال المتغير العشوائي ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

3as.ency-education.com