الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان الثلاثي الثاني — يوم: 21 مارس 2022

الشعبة: علوم تجريبية + تقني رياضي — المستوى: السنة الثالثة

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ثلاث ساعات

التمرين الأول: 08 نقاط

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(3-x)e^{x}+3$.

1. ادرس تغيرات الدالة g.
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $3,1<\alpha<3,2$، ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=\dfrac{x^{3}}{e^{x}+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. أ. بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$ فإن: $f'(x)=\dfrac{x^{2}g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

   ب. بين أن $f(\alpha)=\alpha^{2}(\alpha-3)$ ثم اعط حصرا لـ $f(\alpha)$.
3. أ. اكتب معادلة للمماس (Δ) لـ (C_f) في النقطة $O(0;0)$.

   ب. ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) ثم فسر النتيجة هندسيا.
4. ليكن (Γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto x^{3}$ في المستوي السابق.

   ✓ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-x^{3}$ ثم فسر النتيجة هندسيا و ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Γ).
5. مثل بيانيا (C_h) ثم (C_f).
6. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=-\dfrac{|x|^{3}}{e^{|x|}+1}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المستوي السابق.

   أ. بين أن الدالة h دالة زوجية، ثم فسر النتيجة هندسيا.

   ب. احسب $h(x)+f(x)$ من أجل $x\in[0;+\infty[$، ثم استنتج طريقة لرسم (C_h) انطلاقا من (C_f) وارسمه.

التمرين الثاني: 05 نقاط

أ. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=e$ ومن أجل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\dfrac{eu_n}{u_n+e}$.

في الوثيقة المرفقة (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{ex}{x+e}$ و (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y=x$.

3as.ency-education.com

1. باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2، u_3 و u_4 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

2. أ) تحقق أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = e - \dfrac{e^2}{u_n + e}$ ثم برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_n > 0$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على N ثم استنتج أنها متقاربة واحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

II. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{e}{u_n}$.

1. بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2. اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n. ثم استنتج مرة أخرى $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

3. احسب بدلالة n المجموع S_n بحيث: $S_n = e^{v_0} + e^{v_1} + \ldots\ldots + e^{v_n}$.

التمرين الثالث: 7نقاط

الجزء الأول: الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g المعرفة على المجال $I =]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^3 - 1 - 3\ln(x)$.

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(1)$	↗	$+\infty$

✓ احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: الدالة f معرفة على المجال $I =]0;+\infty[$ بـ:

$f(x) = x + \dfrac{5 + 6\ln x}{4x^2}$، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) احسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x \in I$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

2. بين أنه من أجل $x \in I$: $f''(x) = \dfrac{9\ln(x)}{x^4}$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها.

3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

ب) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) معادلة له $y = x + \dfrac{3}{4}e^{\frac{2}{3}}$.

4. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $0,4 < \alpha < 0,42$.

5. أ) أنشئ كلا من (Δ) و (T) ثم مثل بيانيا (C_f).

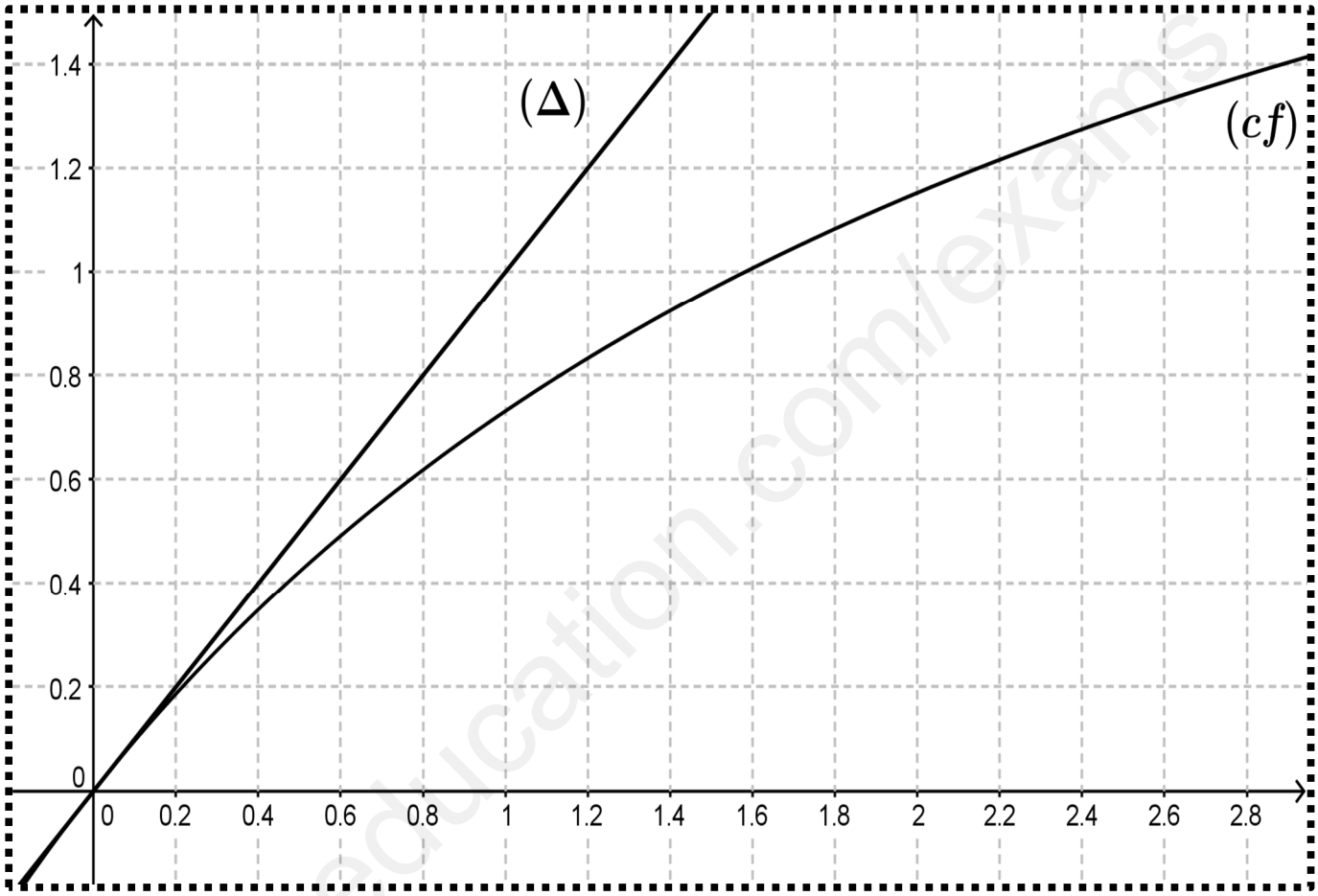
ب) عين بيانيا مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها يكون للمعادلة $f(x) = x + \dfrac{3}{4}m$ حلان متمايزان.

6. أ) بين أن الدالة F المعرفة على المجال I بـ: $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{11 + 6\ln x}{4x}$ دالة أصلية للدالة f على I.

ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و بالمستقيمات التي معادلاتها $x = 1$، $x = 2$ و $y = 0$.

3as.ency-education.com

الوثيقة المرفقة	
الاسم:	اللقب:



ency-education.com/exams

ثانوية الصديق عبدالله بئرخادم **العام الدراسي 2022/2021**

الأقسام : 3 تقني رياضي ه م+ه ك **اختبار فصل الثاني في مادة الرياضيات** **المدة : ساعتان**

التمرين الأول :

I) الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=1-\frac{x}{2}-\frac{2}{e^x+1}$.

$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$ ، استنتج أن f دالة فردية .

ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول التغيرات للدالة f .

ثم استنتج أنه من أجل $x\in[0;+\infty[$ فإن : $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{x}{2}$

3) أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-1+\frac{x}{2}\right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب (Δ') عند $(-\infty)$.

4) أنشئ $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيمات المقاربة .

5) العدد الحقيقي λ موجب تماما . أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$

و المستقيمات : $x=\lambda$, $x=0$, $y=1-\frac{x}{2}$. (لاحظ: $\left(\frac{1}{1+e^x}=\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}\right)$)

ثم أحسب النهاية التالية : $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

II) المتتالية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $u_0=1$ و $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$.

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}\le\frac{1}{2}u_n$.

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثاني:

1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على 10.

ب- ما هو باقي قسمة العدد A_n على 10 بحيث: $A_n=3^{16n+6}-2\times109^{2n+3}-13$ ؟

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(3n+4)\times9^n+7^{2n+1}\equiv3^{2n}(3n+1)[10]$.

ب- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد الطبيعي $(3n+4)\times9^n+7^{2n+1}$ مضاعفا للعدد 10.

3) أ)احسب بدلالة n المجموع $S_n=1+3+3^2+....+3^n$

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد الطبيعي S_n قابلا القسمة على 10

بالتوفيق والسداد

ثانوية الصديق عبدالله بئرخادم **العام الدراسي 2022/2021**

الأقسام : 3 رياضي **اختبار فصل الثاني في مادة الرياضيات** **المدة : ساعتان**

التمرين الأول:

نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n=1^2+3^2+5^2+....+(2n-1)^2$.

1/ أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد غير معدوم n : $S_n=\frac{1}{3}n(2n+1)(2n-1)$.

ب- أحسب المجموع : $S=11^2+13^2+15^2+....+31^2$.

ency-education.com/exams

2/ نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $A_n = n(2n-1)(2n+1)$.

أ- عين قيم n التي من أجلها يكون العدد A_n مضاعفا للعدد 6.

ب- أثبت أن $A_n \equiv 0[5]$ تكافئ $n(n^2-4) \equiv 0[5]$

ج- عين قيم n التي تحقق: $A_n \equiv 0[5]$. ثم استنتج قيم n التي تحقق: $A_n \equiv 0[30]$.

التمرين الثاني

الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - e + \ln\left(1+2e^{-2(x-e)}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln\left(2+e^{2(x-e)}\right)$

ب / احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ج/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتاهما: $y = x - e$

و $y = -x + \ln 2 + e$ عند $+\infty$ و عند $-\infty$ على الترتيب.

ب/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D').

ج/ بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلة له : $x = \frac{1}{2}\ln 2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f).

3) أرسم (Δ) ، (D) ، (D') و (C_f)

4) المستقيم (D_m) الذي معادلة له : $y = mx - m\left(e+\frac{\ln 2}{2}\right)+\frac{\ln 2}{2}$ بحيث m عدد حقيقي.

أ/ بين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2}+e\ ;\ \frac{\ln 2}{2}\right)$.

ب/ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f) .

5) نضع: $I = \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} \left[f(x) - (x-e)\right]dx$ ، $I_n = \int_0^1 \ln\left(1+X^n\right)dx$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ/ فسر هندسيا العدد I واحسب العدد I_1.

ب/ بين أن: $0 \le I_n \le \ln 2$ **ج/** عين اتجـاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

6) باستعمال : $\ln(1+x) \le x$ ،من أجل كل $x \in]0;+\infty[$

أ/ استنتج أن : $0 \le I + I_1 \le \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}\,dx$ $-1+\ln 4$ **ب/** أعط حصرا للعدد $I + I_1$

ency-education.com/exams

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المستوى: ثالثة "تقني رياضي ، علوم تجريبيّة" المدّة: ساعتان

التّمرين الأوّل:

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \dfrac{8u_n - 6}{u_n + 1} \end{cases}$ حيث α عدد حقيقي يختلف عن 1 .

1) أ) برهن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n \neq 1$.

ب) عيّن قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

2) نفرض في كل مايلي $u_0 = 8$.

أ) تحقق أن: $u_{n+1} = 8 - \dfrac{14}{u_n + 1}$. ثم برهن بالتراجع أن : $6 \leq u_n \leq 8$.

ب) أثبت أن (u_n) متتالية متناقصة تماما .

ج) إستنتج أن (u_n) متتالية متقاربة نحو عدد l يحقق : $l^2 - 7l + 6 = 0$ ثم عيّن نهايتها .

3) نعتبر الدّالة f المعرفة على $[1;8]$ كمايلي : $f(x) = \dfrac{8x - 6}{x + 1}$.

أ) عيّن إتجاه تغير الدّالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

ب)أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x$ ثم أنشئ تمثيليهما البيانيين في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

ج) مثل على حامل محور الفواصل u_0 ، u_1 و u_2 .

د) برهن بالتراجع أنه من أجل n من $\mathbb{N}$: $u_n = 1 - \dfrac{5}{\left(\dfrac{2}{7}\right)^{n+1} - 1}$.

4) نعرف المتتالية (L_n) من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $L_n = \dfrac{u_n - 6}{u_n - 1}$.

أ) برهن أن (L_n) متتالية هندسية يطلب إعطاء عبارة حدها العام .

ب) أحسب بدلالة n مايلي : $S_n = L_0 + L_1 + \ldots + L_n$

$$S_n' = \frac{1}{u_0 - 1} + \frac{1}{u_1 - 1} + \ldots + \frac{1}{u_n - 1}$$

$$P_n = L_0^{2022} \times L_1^{2022} \times \ldots \times L_n^{2022}$$

ency-education.com/exams

التّمرين الثاني:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. وحدة الطول $(2cm)$

I. لتكن الدّالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}-\ln(e^x+1)$

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$. ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ وفسر النتيجة بيانيا .

2) بيّن أن الدّالة g متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدّالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{-x}.\ln(e^x+1)$

1) أحسب $f'(x)$ وأكتبها بدلالة $g(x)$. مستنتجا إتجاه تغير الدّالة f .

2) بيّن أن المستقيمين $y=1$ و $y=0$ مقاربين أفقيين للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ و $+\infty$ على الترتيب

3) شكل جدول تغيرات الدّالة f .

4) أنشئ التمثيل البياني للدّالة f . ثم ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد إشارةحلول المعادلة :

$$\ln\left(1+\frac{1}{e^x}\right)=-x+e^{x+m}$$

III. لتكن الدّالة K المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $K(x)=f(\ln x)$ و (C_K) تمثيلها البياني

1) بيّن أنه من أجل $x>0$: $K'(x)=\dfrac{1}{x^2}g(\ln x)$.

2) أدرس إشارة $K'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها .

التّمرين الثالث:

f دالة معرفة على $]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x-1}{x-2}+\ln\left(\dfrac{x-1}{x-2}\right)$

1) α عدد حقيقي .بيّن أن الدّالة : $x\to(x-\alpha)\ln(x-\alpha)-x$ هي دالة أصلية للدّالة : $\ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha;+\infty[$.

2) تحقق أن : $\dfrac{x-1}{x-2}=1+\dfrac{1}{x-2}$. ثم عيّن دالة أصلية للدّالة f على المجال $]2;+\infty[$.

ency-education.com/exams

ثانوية الكفيف احمد مفتاح **مارس 2022**

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات **المستوى : 3 تقني رياضي**

المدة :2 ســـــــاعة

التمرين الأول :

نعتبر الدالة f المعرفة على $I=]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x+1+\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ ، $\left(\left\|\vec{i}\right\|=2cm\ ,\left\|\vec{j}\right\|=1cm\right)$

I) g هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-\left[2\left(x\sqrt{x}-1\right)+\ln x\right]$

1) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ في الحالتين $0<x<1$ و $x>1$.

2) احسب نهايتي الدالة f عند 0 ,$+\infty$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحني (C_f) .

3) احسب $f'(x)$ واستنتج أن إشارتها من نفس إشارة الدالة g

4) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

5) أرسم (C_f) والمستقيمين المقاربين

II) 1. باستعمال تكامل التجزئة ، عين دالة أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

1) احسب $S(\alpha)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها :

$x=\alpha\ ,x=1\ ,\ y=-x+1$

بحيث $0<\alpha<1$

2) احسب نهاية $S(\alpha)$ لما يؤول α إلى الصفر ، أعط تفسيرا بيانيا لهذه النهاية

III) (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول u_0 حيث : $u_0\in[1;2]$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1}=\dfrac{\ln u_n}{\sqrt{u_n}}+1$

1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;2]$ لدينا : $0\le\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}\le 1$

2) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n\in[1;2]$

3) بملاحظة أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1}=f(u_n)+u_n$ ، عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

4) برهن أن المتتالية (u_n) متقاربة ، نسمي العدد l نهايتها

5) احسب بدقة قيمة l .

اقلب الورقة

3as.ency-education.com

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$.

- ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = u_n + 6$.

1- بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

2- أكتب v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n.

3- نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

أحسب S_n بدلالة n ، ثم إستنتج S'_n بدلالة n.

- نعرف المتتالية (w_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $w_n = \ln(v_n)$ (حيث: $\ln$ اللوغاريتم النيبيري).

بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

أحسب بدلالة n المجموع: $S''_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$ ، إستنتج النهاية $\lim\limits_{n \to +\infty} S''_n$.

بالتوفيق

ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مدرية التربية لولاية تيبازة — **ثانوية تركية محمود بوا سماعيل**

المستوى والشعبة : 3تقني رياضي — **اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات** — **17مارس2022**

التمرين الأول : (06 نقط) أسئلة مستقلة عن بعضها :

1- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-4}$

أ- بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=1+\dfrac{a}{x-2}+\dfrac{b}{x+2}$ حيث a,b اعداد حقيقة يطلب تعينهما .

ب- استنتج مجموعة الدوال الأصلية للدالة f .

2- أ-أنشر العبارة $(x-2)(y-3)$ ثم عين كل الثنائيات (x,y) من الاعداد الصحيحة التي تحقق : $xy=3x+2y$.

ب- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10 .

ت- بين أنه من أجل كل عدد طبعي n : $9\times 2022^{16n+2}-2\times 109^{8n+1}-11\equiv 0[10]$.

ث- عين الأعداد الطبيعة n حيث : $7\times 3^{n+1}-1\equiv 0[10]$ و $10<n\leq 25$.

التمرين الثاني : (06 نقاط) نعتبر الدالة f المعرفة والمتزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{3x}{x+1}$

ونسمّي (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

I. (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_{n+1}=\dfrac{3u_n}{u_n+1} \\ u_0=1 \end{cases}$

1) – على الوثيقة المرفقة مثّل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) (دون حسابها و موضحا خطوط الإنشاء) .

2) – ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها .

3) – برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n<2$.

4) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها . ثم عيين $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

II. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على n بـ : $v_n=1-\dfrac{2}{u_n}$.

أ- اثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .

ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n . تحقق من نهاية المتتالية (u_n) .

ت- اكتب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\dfrac{u_0}{u_0-2}+\dfrac{u_1}{u_1-2}+\cdots+\dfrac{u_n}{u_n-2}$

التمرين الثالث :(08 نقاط)

3as.ency-education.com

I. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $f(x)=\ln x+1-\frac{1}{x}$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2- احسب $f(1)$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $]0;+\infty[$.

3- لتكن الدالة F المعرفة على $]0;+\infty[$ حيث : $F(x)=x\ln x-\ln x$

أ- بين أن F دالة اصلية لـ : f على المجال $]0;+\infty[$.

ب- استنتج أن دالة F متزايدة تماما على $]1;+\infty[$.

ت- بين ان المعادلة $F(x)=1-e^{-1}$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1.90;1.96[$.

II. نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على $]0;+\infty[$ حيث : $g(x)=\frac{1}{x}$ و $h(x)=\ln x+1$

حيث (C_g) و (C_h) منحنيهما البيانين في مستوى منسوب الى معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- استنتج الوضع النسبي لـ (C_h) بالنسبة لي (C_g) .

2- بين كيف يتم إنشاء (C_h) انطلاقا من لتمثيل البياني لدالة اللوغاريتم النبيري ثم أنشئ (C_h) و (C_g).

3- نضع A مساحة الحيز المحدد بالمنحنيين (C_h) , (C_g) و المستقيمين ذو المعادلتين $x=1$, $x=e^{-1}$.

أ- عبر عن A بدلالة $f(x)$.

ب- بين أن $A=1-e^{-1}$.

انتهـــــى الموضوع

ency-education.com/3ams

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية.

ثانوية: الشهيد باهي الطاهر بالعقلة — السنة الدراسية: 2022/2021

الشعبة: علوم تجريبية + تقني رياضي — المدة: 2 ساعة

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (06 نقاط)

1- (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3}$.

أ) بين من أجل كل عدد طبيعي n أن: $u_{n+1} = 1 - \dfrac{4}{u_n + 3}$ ، ثم برهن بالتراجع أن: $-1 < u_n \leq 0$

ب) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة.

2- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{1}{u_n + 1}$

أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) احسب v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n.

3- احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 \times v_0 + u_1 \times v_1 + u_2 \times v_2 + \ldots\ldots + u_n \times v_n$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ و $g(x) = \dfrac{x^3}{1+x^2}$ ونعتبر $I_1 = \int_0^1 f(x)dx$ و $I_2 = \int_0^1 g(x)dx$

اختر الإجابة الوحيدة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث مع التعليل

1- أ) $I_1 = \ln 2$ ب) $I_1 = \dfrac{1}{2}\ln 2$ جـ) $I_1 = \ln 3$

2- أ) $I_1 + I_2 = \int_0^1 xdx$ ب) $I_1 + I_2 = \dfrac{1}{2}\int_0^1 xdx$ جـ) $I_1 + I_2 = 2\int_0^1 xdx$

3- أ) $I_2 = 1 - \ln 2$ ب) $I_2 = 1 - \dfrac{1}{2}\ln 2$ جـ) $I_2 = \dfrac{1}{2}(1 - \ln 2)$

التمرين الثالث: (8 نقاط)

f دالة معرفة على $D =]1, +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 + 2\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$)

1- أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا، ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

ب) حدد اتجاه تغير الدالة f على D، واستنتج جدول تغيراتها.

2- أثبت أن المستقيم (Δ) معادلته: $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) محددًا الوضع النسبي بينهما.

3- تحقق أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة فاصلتها 2 معادلته: $y = 3 + \ln 4$

4- أنشئ (C_f)، (Δ) و (T)

5- m وسيط حقيقي

أ) تحقق أن النقطة $A(2; 3 + \ln 4)$ نقطة ثابتة من المستقيم معادلته: $y = mx - 2m + 3 + \ln 4$

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x) = mx - 2m + 3 + \ln 4$

3as.ency-education.com

ثانوية مليكة قايد 2022 - 2021	اختبار الفصل الثاني في الرياضيات	السنة الثالثة تقني رياضي المدة : 02 ساعة

التمرين الأول (8ن):

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=ln\left(1+e^{-2x}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=-2x+ln\left(1+e^{2x}\right)$ ثم احسب نهايتي f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

2) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب كتابة معادلة لكل منهما .

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم ذا المعادلة : $y=-x$ يطلب كتابة معادلة له

5) ارسم (T) و (C_f)

6) a عدد حقيقي موجب تماما ، M و N نقطتان من (C_f) فاصلتاهما على الترتيب a و $-a$
بين أن المستقيم (MN) له منحى ثابت يطلب تعيينه .

7) أ- بين أنه لكل x من $[0;1]$: $ln\left(1+e^{-2}\right)\le\int_0^1 f(x)dx\le ln\,2$

ب- استنتج حصرا لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=0$ و $x=1$

التمرين الثاني(6ن):

I) (U_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $U_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\dfrac{7U_n-5}{U_n+1}$

1) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=7-\dfrac{12}{U_n+1}$ ، ثم برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le U_n\le 5$

2) تحقق أن من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}-U_n=\dfrac{-U_n^2+6U_n-5}{U_n+1}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير (U_n)

II) (V_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n=\dfrac{U_n-5}{U_n-\alpha}$ حيث α عدد حقيقي

1) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n : $V_{n+1}=\dfrac{2}{7-\alpha}\times\dfrac{U_n-5}{U_n-\left(\dfrac{5+\alpha}{7-\alpha}\right)}$

2) عين قيمة α حتى تكون (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها

3) نضع : $\alpha=1$

أ) اكتب V_n بدلالة n .

ب) تحقق أن : $V_n=1-\dfrac{4}{U_n-1}$.

ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\left(\dfrac{1}{U_0-1}\right)^2+\left(\dfrac{1}{U_1-1}\right)^2+.....+\left(\dfrac{1}{U_n-1}\right)^2$

التمرين الثالث (6ن):

1) n عدد صحيح يختلف عن 1 . نضع : $a=3n+5$ و $b=n-1$.

أ) تحقق أن : $a=3b+8$.

ب) جد قيم العدد الصحيح n التي يكون من أجلها $\dfrac{a}{b}$ عددا صحيحا .

2) نفرض أن n عدد طبيعي .

أ) نضع $PGCD(a;b)=d$
استنتج كل القيم الممكنة لـ $PGCD(a;b)$

ب) عين الثنائيات $(a;b)$ بحيث يكون $PGCD(a;b)=8$.

ج)ناقش حسب قيم n القيم الممكنة لِـ$PGCD(a;b)$.

بالتوفيق

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

تصحيح الاختبار الثاني في الرياضيات 3 ت ر

التمرين الأول (08 ن)

$f(x) = \ln(1+e^{-2x})$

$D =]-\infty, +\infty[$

① من أجل كل x من $\mathbb{R}$

$f(x) = \ln(e^{-2x}(e^{2x}+1))$

$= \ln e^{-2x} + \ln(e^{2x}+1)$

$= -2x + \ln(1+e^{2x})$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \ln(1+e^{-2x})$

$= +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \ln(1+e^{-2x})$

$= 0$

② لدينا $y=0$ معادلة مستقيم مقارب بجوار $+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)+2x = \lim\limits_{x\to-\infty} \ln(1+e^{+2x})$

$= 0$

$y=-2x$ معادلة (Δ) مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$

③ من أجل كل x من $\mathbb{R}$

$f'(x) = \dfrac{-2e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$

$f'(x) < 0$ و f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0

④ رسم (T) يوازي (Δ) والمماس الذي معامل توجيهه -1

$f'(x) = -1$ يعني $\dfrac{-2e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = -1$

يعني $-2e^{-2x} = -e^{-2x} - 1$

يعني $-e^{-2x} = -1$

يعني $e^{-2x} = 1$

يعني $-2x = 0$

يعني $x = 0$

معادلة (T) مماس (C) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$

$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$y = -1(x) + \ln 2$

$(T): y = -x + \ln 2$

⑤ الوضع النسبي لـ (C) و (T)

⑥ $a > 0$

$M(a, f(a))$ و $N(-a, f(-a))$ نقطتان من (C)

(MN) مستقيم

$\alpha = \dfrac{f(-a)-f(a)}{-a-a}$

$f(-a)-f(a) = \ln(1+e^{2a}) - \ln(1+e^{-2a})$

$= \ln(1+e^{2a}) - [-2a + \ln(1+e^{2a})]$

$= 2a$

$\alpha = \dfrac{2a}{-2a} = -1$

-1 معامل (MN)

المستقيم الموازي للمستقيم (MN) والمار من O معادلته $y = -x$

وهذا ما يثبت الخاصية

⑦ أ) من أجل كل x من $[0,1]$

لدينا f متناقصة تماما

ومنه $0 \le x \le 1$

$f(1) \le f(x) \le f(0)$

أي $\ln(1+e^{-2}) \le f(x) \le \ln 2$

ب) نستنتج أن

$\ln(1+e^{-2}) \le \dfrac{1}{1-0}\int_0^1 f(x)\,dx \le \ln 2$

ومنه $\int_0^1 \ln(1+e^{-2})\,dx \le \int_0^1 f(x)\,dx \le \int_0^1 \ln 2\,dx$

أي $A = \int_0^1 f(x)\,dx$

ج) $\ln(1+e^{-2}) \le A \le \ln 2$

التمرين الثاني (06 ن)

$u_{n+1} = \dfrac{7u_n - 5}{u_n + 1}$ $\quad u_0 = 2$

① نبين أن: $u_{n+1} = \dfrac{7u_n + 7 + 12}{u_n + 1}$

$= 7\left(\dfrac{u_n+1}{u_n+1}\right) - \dfrac{12}{u_n+1} = 7 - \dfrac{12}{u_n+1}$

البرهان بالتراجع أن: $1 \le u_n \le 5$

من أجل كل n من $\mathbb{N}$

$n=0$ $\quad 1 \le u_0 = 2 \le 5$ محققة

نفرض $P(n)$ صحيحة ونبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة

$P(n)$ صحيحة، $1 \le u_n \le 5$

$P(n+1)$ صحيحة؟ $1 \le u_{n+1} \le 5$

لدينا $1 \le u_n \le 5$

بالتالي $2 \le u_n + 1 \le 6$

بالتالي $\dfrac{1}{6} \le \dfrac{1}{u_n+1} \le \dfrac{1}{2}$

بالتالي $-6 \le \dfrac{-12}{u_n+1} \le -2$

أي $1 \le 7 - \dfrac{12}{u_n+1} \le 5$

$1 \le u_{n+1} \le 5$

من أجل كل عدد طبيعي n: $1 \le u_n \le 5$

ومنه (u_n) محدودة.

② من أجل كل عدد طبيعي n:

$u_{n+1} - u_n \le \dfrac{7u_n - 5}{u_n + 1} - u_n$

$= \dfrac{-u_n^2 + 6u_n - 5}{u_n + 1}$

$-u_n^2 + 6u_n - 5 = -(u_n - 1)(u_n - 5)$

$\Delta = 16$

$x_1 = 5$ $\quad x_2 = 1$ $\quad 1 \le u_n \le 5$

$0 \le u_n - 1 \le 4$ (موجب)

$-4 \le u_n - 5 \le 0$ (سالب)

ومنه $u_{n+1} - u_n \le 0$

و (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$

3as.ency-education.com

$$S_n = \frac{1}{16}\left[n+1+9\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) + \frac{81}{8}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)\right]$$

(ع6) ③ التمرين 1

$b = n-1$ $\quad a = 3n+5$

$3b+8 = 3(n-1)+8$ (ب

$= 3n+5$

$= a$

$a = 3b+8$ ومنه

$\frac{a}{b} = \frac{3b+8}{b}$ (ج

$= 3 + \frac{8}{b}$

a مضاعف لـ b يعني $\frac{a}{b}$ عدد صحيح

ومنه $b \in \{-8,-4,-2,-1,1,2,4,8\}$

ومنه $n-1 \in \{-8,-4,-2,-1,1,2,4,8\}$

$n \in \{-7,-3,-1,0,2,3,5,9\}$

القيم الممكنة لـ n ②

$PGCD(a,b) = d$ (ب

$d \mid a-3b$ ومنه $\begin{cases} d \mid a \\ d \mid b \end{cases}$

$d \mid 8$ أي

$d \in D_8$ ومنه

$d \in \{1,2,4,8\}$

$PGCD(a,b) = 8$ استنتاج (ج

$8 \mid (a-2b)$ يعني $\begin{cases} 8 \mid a \\ 8 \mid b \end{cases}$

$8 \mid 3n+5-2n+2$ يعني

$8 \mid n+7$ يعني

$n = 8k-7$ ومنه $n+7 = 8k$ يعني

$k \in \mathbb{N}^*$

$\begin{cases} a = 3(8k-7)+5 = 24k-16 \\ b = 8k-7-1 = 8k-8 \end{cases}$; $k \in \mathbb{N}^*$

$(a,b) = (24k-16, 8k-8)$; $k \in \mathbb{N}^*$

(ب) ① الحد العام

$V_n = V_0 q^n = -3\left(\frac{1}{3}\right)^n$

ب) التحقق من العلاقة

$V_n = \frac{u_n-5}{u_n-1} = 1 - \frac{4}{u_n-1}$

ج) حساب المجموع

$S_n = \left(\frac{1}{u_0-1}\right)^2 + \left(\frac{1}{u_1-1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{u_n-1}\right)^2$

$V_n - 1 = \frac{-4}{u_n-1}$ أي $V_n = 1 - \frac{4}{u_n-1}$

ومنه $\frac{V_n-1}{-4} = \frac{1}{u_n-1}$

$\frac{1}{u_n-1} = \frac{1-V_n}{4} = \frac{1}{4}(1-V_n)$ أي

$S_n = \left[\frac{1}{4}(1-V_0)\right]^2 + \left[\frac{1}{4}(1-V_1)\right]^2 + \dots$

$\dots + \left[\frac{1}{4}(1-V_n)\right]^2$

$= \frac{1}{16}\left[(1-V_0)^2 + (1-V_1)^2 + \dots + (1-V_n)^2\right]$

$= \frac{1}{16}\left[\underbrace{1-2V_0+V_0^2}_{} + \underbrace{1-2V_1+V_1^2}_{} + \dots\right.$

$\left. \dots + \underbrace{(1-2V_n+V_n^2)}_{}\right]$

$= \frac{1}{16}\left[\underbrace{(1+1+\dots+1)}_{\text{فيه } n+1} - 2(V_0+V_1+\dots+V_n)\right.$

$\left. + (V_0^2+V_1^2+\dots+V_n^2)\right]$

$= \frac{1}{16}\left[n+1-2\left(V_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right) + V_0^2\left(\frac{1-(q^2)^{n+1}}{1-q^2}\right)\right]$

$= \frac{1}{16}\left[n+1-2\left(-3\times\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}\right) + 9\left(\frac{1-\left(\frac{1}{9}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{9}}\right)\right]$

$= \frac{1}{16}\left[n+1-2\left(-\frac{9}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)\right) + 9\left(\frac{9}{8}\right)\left(1-\left(\frac{1}{9}\right)^{n+1}\right)\right]$

(III) ① $V_n = \frac{u_n-5}{u_n-q}$

$V_{n+1} = \frac{u_{n+1}-5}{u_{n+1}-q}$

$= \frac{\frac{7u_n-5}{u_n+1} - 5}{\frac{7u_n-5}{u_n+1} - q}$

$= \frac{2u_n-10}{7u_n-qu_n-5-q}$

$= \frac{2(u_n-5)}{(7-q)u_n-(5+q)}$

$= \frac{2(u_n-5)}{(7-q)\left[u_n-\frac{5+q}{7-q}\right]}$

$= \frac{2}{7-q} \times \frac{u_n-5}{u_n-\left(\frac{5+q}{7-q}\right)}$

② تعيين q حتى تكون (V_n) متتالية هندسية

لدينا $V_{n+1} = q \times V_n$

$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{2}{7-q} \times \frac{u_n-5}{u_n-\left(\frac{5+q}{7-q}\right)}$ ،

$V_n = \frac{u_n-5}{u_n-q}$

بالمطابقة نجد $q = \frac{2}{7-q}$

$\frac{5+q}{7-q} = q$ ،

$5+q = 7q-q^2$ أي

$q^2-6q+5 = 0$

$q_2 = 5$ $\quad q_1 = 1$ $\quad \Delta = 16$

من أجل $q = 5$ نجد $q = \frac{2}{7-5} = 1$

متناقضة مع السؤال

من أجل $q = 1$ نجد $q = \frac{2}{7-1} = \frac{1}{3}$

و $q \neq 1$ ومنه $q = \frac{1}{3}$ ③

$V_n = \frac{u_n-5}{u_n-1}$

من أجل $q = \frac{1}{3}$ لدينا (V_n)

$V_0 = \frac{u_0-5}{u_0-1} = -3$ أول حد

3as.ency-education.com

ج) مناقشة حسب قيم العدد الطبيعي n

$PGCD(a,b)=d$ لتكن

حسب خوارزمية أقليدس

$PGCD(a,b)=PGCD(b,r)$

$$\begin{array}{r|l} 3n+5 & n-1 \\ -3n+3 & 3 \\ \hline 8 & \end{array}$$

$3n+5=3(n-1)+8$

$a=3b+8$

$PGCD(a,b)=PGCD(b,8)$

$=PGCD(n-1,8)$

بما أن $n-1$ لا يقسم 8 فإن

$n-1=8k+r$, $0<r<8$

$PGCD(n-1,8)=PGCD(8,r)$

$d=PGCD(n-1,8)=PGCD(8,r)$

إذا كان $r=1$ أو $r=3$ أو $r=5$ أو $r=7$ فإن $d=1$

ومنه $n-1=8k+r$

$n=8k+1+r$ أي

$\begin{cases} n=8k+2 \\ n=8k+4 \text{ أو} \\ n=8k+6 \text{ أو} \\ n=8k+8=8(k+1) \text{ أو} \end{cases}$

$n=8k$ نفس

إذا كان $r=2$ أو $r=6$ فإن $d=2$

أي $\begin{cases} n=8k+3 \\ n=8k+7 \text{ أو} \end{cases}$

إذا كان $r=4$ فإن $d=4$

$n=8k+5$

$r=0$ فإن $d=8$

$n=8k+1$

ط) $d=8$ ①

$PGCD(a,b)=8$ أي

$n-1\equiv 0[8]$ أي $b\equiv 0[8]$ لأن

أي $n\equiv 1[8]$

$k\in\mathbb{N}$ $n=8k+1$

$PGCD(a,b)=4$ ②

b يقسم 8 و 8 يقسم b

أي 4 يقسم b و b يقسم 8 و b يقسم 8 ← $\begin{cases} b\equiv 0[4] \\ n\not\equiv 1[8] \end{cases}$ أي

أي $\begin{cases} n-1\equiv 0[4] \\ n\not\equiv 1[8] \end{cases}$ أي

$n=4q+1$ أي $\begin{cases} n\equiv 1[4] \\ n\not\equiv 1[8] \end{cases}$

$4q+1\not\equiv 1[8]$ ،

$4q\not\equiv 0[8]$ أي

$q\equiv 0[2]$ أي

$q\neq 2k$ أي

$(k\in\mathbb{N})$ $q=2k+1$ أي

$n=4q+1$ أي

$q=2k+1$ ،

$n=4(2k+1)+1$ أي

$n=8k+5$; $k\in\mathbb{N}$

$PGCD(a,b)=2$ ③

b يقسم 2 ولكن

أي $\begin{cases} b \text{ يقسم } 4 \text{ و } 8 \\ \text{و} \end{cases}$

$\begin{cases} n-1\equiv 0[2] \\ n-1\not\equiv 0[4] \\ n-1\not\equiv 0[8] \end{cases}$ أي $\begin{cases} b\equiv 0[2] \\ b\not\equiv 0[4] \\ b\not\equiv 0[8] \end{cases}$

$\begin{cases} n=2l+1 \\ 2l+1\not\equiv 1[4] \\ 2l+1\not\equiv 1[8] \end{cases}$ أي $\begin{cases} n\equiv 1[2] \\ n\not\equiv 1[4] \\ n\not\equiv 1[8] \end{cases}$

أي $\begin{cases} n=2l+1 \\ l\not\equiv 0[2] \\ l\not\equiv 0[4] \end{cases}$

$\begin{cases} n=2l+1 \\ l=4k+1 \\ l=4k+3 \end{cases}$ أو

$n=2(4k+1)+1$ أي

$n=8k+3$

$n=2(4k+3)+1$

$n=8k+7$ $(k\in\mathbb{N})$

$PGCD(a,b)=1$

b لا يقسم 8 و 4 و 2 معا

أي a و b ليس كلاهما

أي n و n

$n=8k+p$ $(k\in\mathbb{N})$

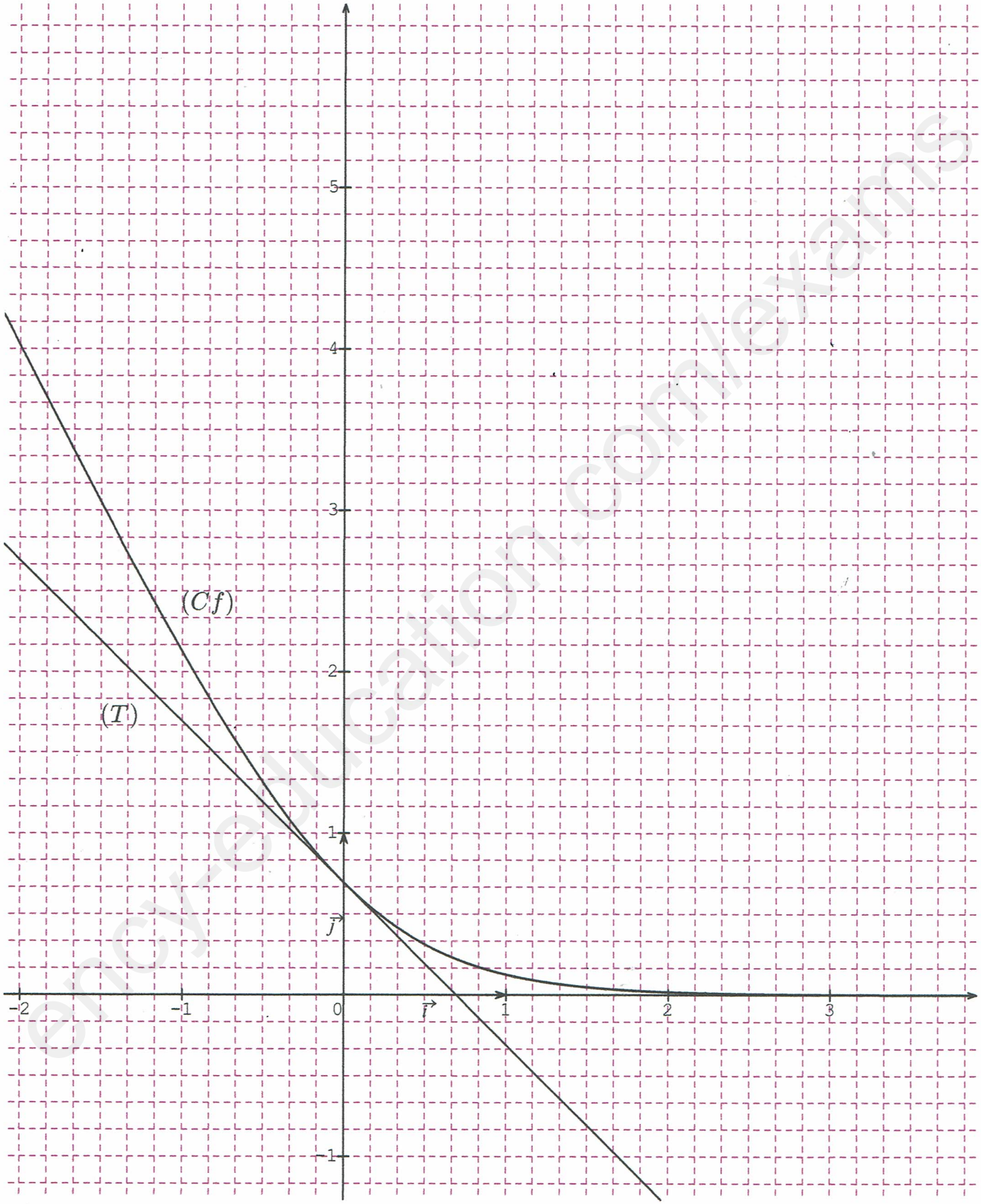
حيث $p\in\{0,2,4,6\}$

أو $8k$

n	$PGCD(a,b)$
$8k$	1
$8k+1$	8
$8k+2$	1
$8k+3$	2
$8k+4$	1
$8k+5$	4
$8k+6$	1
$8k+7$	2

3as.ency-education.com

التمرين الأول:



ency-education.com/exams