



اختبار الثاني في مادة الرياضيات



الرياضيات

تمرين 01 : (06 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب : $f(x) = \frac{3x+1}{x+3}$ و (C)

تمثيلها البياني في المستوي المنسوب المتعامد والمتجانس .

وليكن (D) المستقيم ذا المعادلة $y = x$

(1) بين أن f دالة متزيدة تماما على المجال $[0; +\infty[$.

(2) (u_n) متتالية معرفة ب $u_0 = 5$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3u_n+1}{u_n+3}$.

(أ) أنقل الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ؛ u_1 ؛ u_2 و u_3

(دون حساب الحدود) .

(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

(3) (أ) برهن بالتراجع أن : من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 < u_n \leq 5$.

(ب) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(4) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{u_n+1}{u_n-1}$.

(أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

(ب) عبر بدلالة n عن v_n و u_n ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_1(v_1-1) + u_2(v_2-1) + \dots + u_n(v_n-1)$.

تمرين 02 : (10 نقاط)

I - 1/ نعتبر الدالة العددية g المعرفة على R كما يلي : $g(x) = (x+2)e^{x-1} - 1$

(أ) أدرس تغيرات الدالة g .

(ب) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,20 < \alpha < 0,21$

(ج) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x) = 0$.

2/ لتكن الدالة العددية f المعرفة على R ب : $f(x) = x^2 e^{x-1} - \frac{x^2}{2}$

(أ) أحسب المشتقة f' للدالة f ثم أكتبها بدلالة $g(x)$

(ب) استنتج تغيرات الدالة f .

II - نرسم ب (C) الى المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة $4cm$.

1/ عين نقط تقاطع (C) مع محور الفواصل ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة لمحور الفواصل .

2/ أثبت $f(\alpha) = \frac{-\alpha^3}{2(\alpha+2)}$ ثم استنتج حصر ل $f(\alpha)$.

أن :

3/ أنشئ (C) .

4/ أثبت ان الدالة F المعرفة ب : $F(x) = (x^2 - 2x + 2)e^{x-1} - \frac{x^3}{6}$ هي دالة أصلية للدالة f على R .

5/ احسب ب cm^2 المساحة للحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C) و محور الفواصل و محور الترتيب و المستقيم الذي معادلته $x = 1 - \ln 2$.

تمرين 03 : (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 09 كريات منها 4 بيضاء ، 3 سوداء و كرتين حمراوين لا نفرق بينهما عند اللمس نسحب عشوائيا و في أن واحد ثلاث كريات من هذا الصندوق

1/ (أ) ما احتمال الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون ؟

(ب) ما احتمال الحصول على ثلاث كريات من الألوان الثلاث؟

(ج) استنتج احتمال الحصول على 3 كريات من لونين ؟

2/ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كريات بعدد الألوان المحصل عليها

(أ) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

(ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$