



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (4 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور عدد المشتركين في مجلة تعليمية خلال 6 سنوات (العدد بالآلاف)

السنة	2001	2002	2003	2004	2005	2006
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد المشتركين y_i	20	30	43	63	92	135

1. مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم مبدؤه $O(1; 20)$, (1سم لكل 1 سنة على محور الفواصل و 1سم لكل 10 آلاف مشترك على محور الترتيب)
2. هل يمكن القيام بتسوية خطية؟ برر إجابتك.

نضع $z_i = \ln(y_i)$ أكمل الجدول التالي (النتائج تعطى مدورة إلى 10^{-2})

رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln(y_i)$						

1. مثل سحابة النقط $M_i(x_i; z_i)$
2. أحسب احداثيتي النقطة المتوسطة $G(\bar{x}; \bar{z})$ لهذه السحابة ثم علمها
3. بين أن معادلة مستقيم الانحدار هي $z = 0,38x + b$ حيث b عدد حقيقي يطلب تعيينه
4. أثبت أن عدد المشتركين يمثل بالعلاقة $y = Ke^{0,38x}$ (يعطى K مدورا الى الوحدة)
5. بفرض أن عدد المشتركين يتزايد بنفس الوتيرة، ماهي السنة التي يبلغ فيها عدد المشتركين مليون مشترك.

التمرين الثاني: (4 نقاط)

لاحظ رئيس جمعية رياضية انه في كل سنة تحتفظ الجمعية بـ 75% من منخرطيهما وتكتسب 800 منخرط جديد

علما أنه في سنة 2015 كان عدد المنخرطين 1600

يرمز u_n إلى عدد المنخرطين سنة 2015+n أي أن $u_0 = 1600$

1. (أ) أحسب كلا من $u_1; u_2; u_3$
(ب) هل المتتالية (u_n) هندسية؟ هل هي حسابية؟ برر إجابتك
(ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 800$
2. (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 3200$

(ب) بين أن (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أن (u_n) متقاربة.

1. نضع من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n = 3200 - v_n$

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية، حدد أساسها وحدها الأول

ب. أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n

ت. كم سيكون عدد المنخرطين سنة 2023

التمرين الثالث (4 نقاط):

في كل حالة من الحالات التالية توجد ثلاث اقتراحات من بينها واحد فقط صحيح، حدد الاقتراح الصحيح في كل حالة مع التبرير:

1. مجموعة حلول المعادلة $e^x + e^{-x} - 2 = 0$ في المجموعة $\mathbb{R}$ هي:

(ج) $S = \{0\}$

(ب) $S = \{-1; 2\}$

(أ) $S = \{1; -2\}$

2. مجموعة حلول المتراجحة $e^{-2016x} + 1437 < 0$ في المجموعة $\mathbb{R}$ هي:

(ج) $S =]-\infty; 0]$

(ب) $S = \emptyset$

(أ) $S = [0; +\infty[$

3. الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ ، الدالة الأصلية H للدالة h على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم من أجل القيمة $x = 0$

(ج) $H(x) = \ln(2e^x + 2)$

(ب) $H(x) = \ln\left(\frac{e^x - 1}{2}\right)$

(أ) معرفة كما يلي: $H(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{2}\right)$

التمرين الرابع (8 نقاط):

I. 1. الدالة المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي: $g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2 - \ln x}{x^2}$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,72 < \alpha < 1,71$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II. 1. الدالة المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي: $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1 + \ln x}{x}$

(c_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1$

1. (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

2. (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (c_f)

(ب) أدرس وضعية المنحنى (c_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

3. نقبل أن $f(\alpha) \approx 0,87$ و $f(\beta) = 0$ حيث $0,78 < \gamma < 0,76$ و $4,19 < \alpha < 4,22$

✓ أنشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) والمنحنى (c_f)

4. ليكن λ عدد حقيقي حيث $1 < \lambda \leq e$ ، نرمز بـ $A(\lambda)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (c_f)

والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = \lambda$ و $x = 1$

(أ) أحسب $A(\lambda)$ بدلالة λ

(ب) عين قيمة λ حيث $A(\lambda) = \frac{1}{2} \text{ cm}^2$

التمرين الأول (4 نقاط):

يمثل الجدول التالي نسبة تطور الناجحين في البكالوريا ، شعبة تسيير واقتصاد بين السنوات 2012 و 2019.

السنة	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
رتبة	0	1	2	3	4	5	6	7
السنة x_i								
النسبة $y_i \%$	25,5	28,6	30	33,1	36,8	41	41,1	44,1

- (1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد
- (2) تعطى معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا y بدلالة x كالآتي : $y = 2,73x + 25,47$
 ا- باستعمال هذا التعديل ما هو تقديرك لنسبة الناجحين في البكالوريا سنة 2023
- (3) بوضع $z_i = \ln(y_i)$ من اجل $i = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ (تدور النتائج الى 10^{-2})
 ا- انقل الجدول على ورقة الإجابة ثم اكمله

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(y_i)$								

ب- عين $(\bar{x}; \bar{z})$ اجدائي النقطة المتوسطة للسلسلة الإحصائية $(x_i; z_i)$

- (4) ا- بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا z بدلالة x هي $z = 0,08x + b$ حيث b عدد حقيقي يطلب تعيينه
 ثم استنتج ان $y = \alpha e^{\beta x}$ حيث $\alpha; \beta$ عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما (تدور النتائج الى 10^{-2})

ب- ابتداء من أي سنة ستتعدى نسبة النجاح 50%

ج- قدر نسبة الناجحين في البكالوريا سنة 2023

التمرين الثاني (4 نقاط):

f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 100 + \frac{57600}{x+1}$$

- (1) احسب نهايتي f عند 1- بقيم اكبر وعند $+\infty$

$$(2) \text{ ا- بين انه من اجل كل } x \text{ من المجال }]-1; +\infty[: f'(x) = \frac{(x^2 + x - 240)(x^2 + x + 240)}{(x+1)^2}$$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

ج- جد الدالة الأصلية H للدالة $h: x \rightarrow \frac{1}{x+1}$ على المجال $]-1; +\infty[$ والتي تنعدم من اجل $x = 0$

- (3) تنتج احدى شركات تركيب آلات الغسيل خلال أسبوع 5 آلات على الأقل و 200 آلة على الأكثر تنمذج الكلفة الهامشية C_m لانتاج x آلة إضافية للشركة على المجال $[5; 200]$ بالدالة f أي ان من اجل كل x من المجال $[5; 200]$ ،
 $C_m(x) = f(x)$

ا- ما هو عدد الآلات التي يجب ان تنتجها الشركة خلال أسبوع لكي تكون الكلفة الهامشية اقل ما يمكن ؟

ب- نرمز بالرمز $C(x)$ للكلفة الاجمالية لانتاج x آلة ونذكر أن $C'(x) = C_m(x)$

- جد عبارة الكلفة الإجمالية $C(x)$ علما ان الكلفة الاجمالية لانتاج 5 آلات الأولى هي

40000DA، ثم استنتج قيمة الكلفة الاجمالية ل 15 آلة أولى

التمرين الثالث(4نقاط):

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = 0$

ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$

(1) احسب الحدين u_1 و u_2

(2) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 2$

(3) اثبت أن المتتالية (u_n) مزايدة تماما و استنتج انها متقاربة

(4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 2$

ا- بين أن المتتالية (v_n) هندسية حدد أساسها وحدها الأول

ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(5) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الرابع(8نقاط):

g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (x + 2)e^x - 2$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(3) احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

(i) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = 2x + 3 - (x + 1)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) ا- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x) = -g(x)$

ب- استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ، ثم ادرس وضعية

(C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(4) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $0,92 < \alpha < 0,93$ و $-1,5 < \beta < -1,56$

(5) انشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

بالتوفيق للجميع في شهادة البكالوريا