التمرين الأول:

1- أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 448 و 63.

2- بيّن أنّ: $\sqrt{\frac{448}{63}} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{64}}{5}$

3- لدينا: $A = 4\sqrt{63} - \frac{1}{2}\sqrt{448} - 8\sqrt{7}$ و $B = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$

أ- بيّن أنّ: $A = 0$.

ب- أكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

4- حل المعادلة التالية ذات المجهول x بحيث: $4(x^2 - 3x) = -12x + 3$

التمرين الثّاني :

1- هل العددان 1070 و 435 أوليّان فيما بينهما ؟ برر بدون حساب ؟

2- لتكن $A\,;B\,;C$ أعداد حقيقية بحيث : $A = 3\sqrt{54} - 2\sqrt{216} + \sqrt{36} + \sqrt{24}$

$B = (\sqrt{6} - 2)(2\sqrt{6} + 3)$ $C = \frac{2\sqrt{3} - 6}{2\sqrt{3}}$

أ- أثبت أنّ : $A = B$

ب - بيّن أنّ : $C = 1 - \sqrt{3}$

3- حل المعادلات التالية ذات المجهول x بحيث: $x^2 + 2 = 30$; $x^2 = 36$

$x^2 - 12 = -12$; $x^2 + 5 = -4$

التمرين الثالث:

يمتلك فريد حديقة مستطيلة الشكل طولها 539 m وعرضها 396 m.

-يريد فريد إحاطتها بسياج حديدي ومن أجل ذلك سيقوم بتثبيت أعمدة تتباعد عن بعضها البعض بنفس المسافة (عدد طبيعي) مع وضع عمود في كل ركن من أركان الحديقة.

1- فريد يريد تثبيت أقل عدد ممكن من الأعمدة, فبما تنصحه ؟ علل ؟

2- ما هو عدد الأعمدة التي سيثبتها عندئذ ؟

حل التمرين الأول:

1- حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 448 و63:

نحسب: $PGCD(448,63)$

$448 = 63\times7+7$ ومنه

$63 =7\times9+0$ ومنه

و عليه: $\boxed{PGCD(448,63) =7}$

2- تبيّان أنّ: $\sqrt{\frac{448}{63}} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{64}}{5}$

أولا نختزل الكسر $\frac{448}{63}$

نقسمه على PGCD فنحصل على كسر غير قابل للاختزال

$$\frac{448 \div 7}{63 \div 7} = \frac{64}{9}$$

$$\sqrt{\frac{64}{9}} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{64}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{9}} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{8}{5}$$

$$\frac{8}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{8}{5}$$

وهو المطلوب $\boxed{\frac{16}{15} = \frac{16}{15}}$

3-أ- تبيّان أنّ $A = 0$ بحيث $A =4\sqrt{63} -\frac{1}{2}\sqrt{448} -8\sqrt{7}$

$$A =4\sqrt{7\times9} -\frac{1}{2}\sqrt{7\times64} -8\sqrt{7}$$

$$A =4\times3\sqrt{7} -\frac{1}{2}\times8\sqrt{7} -8\sqrt{7}$$

$$A =12\sqrt{7} -4\sqrt{7} -8\sqrt{7}$$

$$A=(12-4-8)\sqrt{7}$$

$$\boxed{A=0}$$

ب- كتابة العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق:

$$B=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$$

$$B=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$

$$\boxed{B=\frac{3-\sqrt{3}}{3}}$$

4- حل المعادلة التالية ذات المجهول x بحيث:

$$4(x^2-3x)=-12x+3$$

$$4x^2-12x=-12x+3$$

$$4x^2=+12x-12x+3$$

$$4x^2=3$$

$$x^2=\frac{3}{4}$$

إما

$$x=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

أو

$$x=-\sqrt{\frac{3}{4}}=-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

المعادلة تقبل حلان وهما: $\{\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\}$

حل التمرين الثّاني:

1- العددان 1070 و435 غير أوليّان فيما بينهما

التعليل: لأنَهما يقبلان القسمة على 5. لأنَ رقم آحادهما 0 و5.

2- أ- إثبات أنَ: $A = B$

$$A = 3\sqrt{54} - 2\sqrt{216} + \sqrt{36} + \sqrt{24}$$

$$A = 3\sqrt{6 \times 9} - 2\sqrt{6 \times 36} + \sqrt{6 \times 6} + \sqrt{6 \times 4}$$

$$A = 3 \times 3\sqrt{6} - 2 \times 6\sqrt{6} + 6 + 2\sqrt{6}$$

$$A = 9\sqrt{6} - 12\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + 6$$

$$A = (9 - 12 + 2)\sqrt{6} + 6$$

$$A = -\sqrt{6} + 6 \qquad \boxed{A = 6 - \sqrt{6}}$$

$$B = (\sqrt{6} - 2)(2\sqrt{6} + 3)$$

$$B = \sqrt{6} \times 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 2 \times 2\sqrt{6} - 2 \times 3$$

$$B = 6 \times 2 + 3\sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 6$$

$$B = 12 - 6 + (3 - 4)\sqrt{6}$$

$$\boxed{B = 6 - \sqrt{6}}$$

ومنه : A=B

ب - تبيّان أنّ: $C = 1 - \sqrt{3}$

$$C = \frac{2\sqrt{3} - 6}{2\sqrt{3}} \quad = \frac{2\sqrt{3} - 6}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \quad = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 6\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$C = \frac{2 \times 3 - 6\sqrt{3}}{2 \times 3} \quad = \frac{6 - 6\sqrt{3}}{6} \quad = \frac{6(1 - \sqrt{3})}{6}$$

بعد الاختزال نجد: $\boxed{C = 1 - \sqrt{3}}$

3- حل المعادلات التالية ذات المجهول x :

$$x^2 = 36$$

إما

$$x = \sqrt{36} = 6$$

أو

$$x = -\sqrt{36} = -6$$

المعادلة تقبل حلان وهما: $\{6, -6\}$

$$x^2 + 2 =$$

$$x^2 = 30 -$$

$$x^2 = 28$$

إما

$$x = \sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} = 2\sqrt{7}$$

أو

$$x = -\sqrt{28} = -\sqrt{4 \times 7} = -2\sqrt{7}$$

المعادلة تقبل حلان وهما: $\{2\sqrt{7} \ , -2\sqrt{7}\}$

$$x^2 + 5 = -4$$

$$x^2 = -4 - 5$$

$$x^2 = -9$$

المعادلة ليس لها حلول في مجموعة الأعداد الحقيقية لأنَ: $x^2 < 0$

$$x^2 - 12 = -12$$

$$x^2 = -12 + 12$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

المعادلة تقبل حلا واحدا وهو: {0}

حل التمرين الثالث:

1- أنصح فريد إذا أراد تثبيت أقل عدد ممكن من الأعمدة فعليه أن يترك أكبر مسافة بين كل عمودين.

وعليه نحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 539 و396

$$PGCD\ (539,396)$$

$$539 = 396 \times 1 + 143$$

$$396 = 143 \times 2 + 110$$

$$143 = 110 \times 1 + 33$$

$$110 = 33 \times 3 + 11$$

$$33 = 11 \times 3 + 0$$

ومنه: $PGCD\ (539,396) = 11$

إذن المسافة التي يتركها بين كل عمودين هي: $11\ m$

2 - عدد الأعمدة التي سيثبتها:

$$(539 + 396) \times 2 \div 11 = 170$$

إذن عدد الأعمدة هو 170عمود.

حل التمارين في قناتي على اليوتيوب حكيمة للرياضيات إليكم الرابط

www.youtube.com/@ProfMath-H