التمرين الأول: [بكالوريا 2013]

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=2x-1+\dfrac{1}{e^x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i};\vec{j}\right)$

1) أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{> \\ x\to 0}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{< \\ x\to 0}} f(x)$. فسر النتيجتين هندسيا .

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x-1$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، فإن : $f(x)=2x-2+\dfrac{e^x}{e^x-1}$ ، ثم استنتج أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=2x-2$ ، مقارب للمنحنى (C_f) .

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، فإن : $f'(x)=\dfrac{2e^{2x}-5e^x+2}{\left(e^x-1\right)^2}$.

استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4) مثل بيانيا كلا من (Δ) و (Δ') و (C_f) .

5) أحسب العدد : $\int_1^2 f(x)\,dx$ ، ثم فسره هندسيا .

التمرين الثاني: [بكالوريا 2015]

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}-3$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x)=\dfrac{4}{e^x+1}-3$

ب- أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا .

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ- جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل .

ب- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $\Omega(0;-1)$.

جـ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(-x)+f(x)=-2$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر .

د- أرسم المماس (T) و المنحنى (C_f) في نفس المعلم .

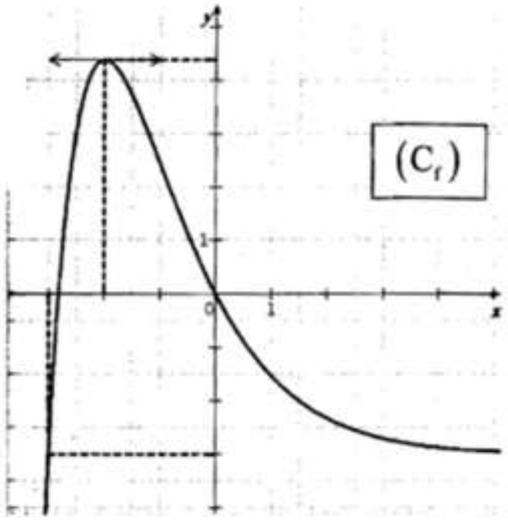
4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=0$ ، $x=-\ln 3$ و $y=0$.

5) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f\left(|x|\right)$ ، و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

أ- بين أن h دالة زوجية .

ب- إعتمادا على المنحنى (C_f) ، إشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) ثم أرسمه في نفس المعلم السابق .

التمرين الثالث: [بكالوريا 2009]



f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=(x+a)e^{-x}+b$

حيث a و b عددان حقيقيان و ليكن (C_f) تمثيلها البياني

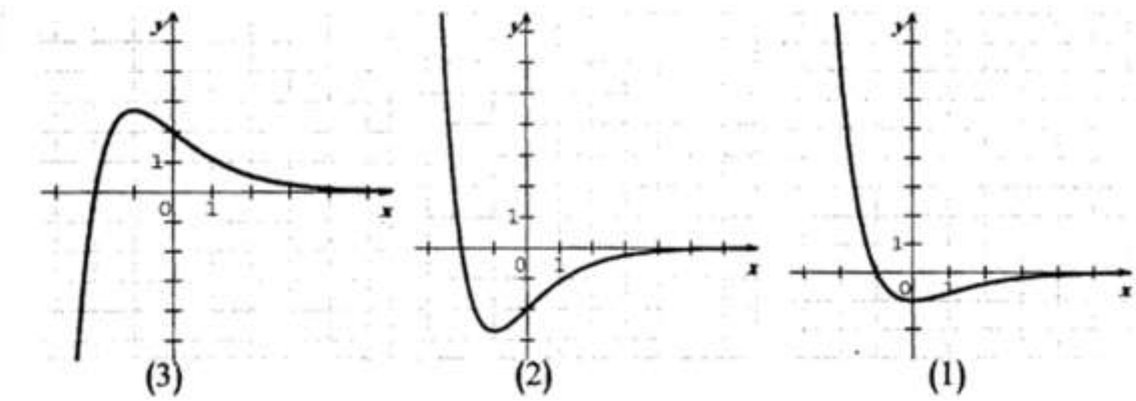
في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بقراءة بيانية للمنحنى (C_f):

أ- عيّن $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$.

بـ- عيّن حسب قيم x إشارة $f'(x)$.

جـ- من بين المنحنيات الثلاثة (1) ، (2) ، (3) عيّن ، مع التبرير ، المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .



2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=(x+3)e^{-x}-3$

بـ- شكّل جدول تغيرات الدالة f.

جـ- بيّن أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له .

د- بيّن أن المعادلة $f(x)=-2$ تقبل في المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا α محصورا بين 1,50 و 1,52 .

3) نعتبر الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $F(x)=(-x-4)e^{-x}$ و ليكن العدد الحقيقي I حيث : $I=\int_{-2}^{0}f(x)dx$

أ- أحسب $F'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

بـ- أعط تفسيرا بيانيا للعدد I مبررا الحصر التالي $4,5<I<5$ باعتبارات بيانية محضة .

جـ- أحسب العدد I .

التمرين الرابع: [بكالوريا 2011]

1) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=e^{2x}-e^{x}-x-2$

أ- أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$. (نقبل أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{2x}}=0$)

بـ- بيّن أن الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن دالتها المشتقة f' تحقق : $f'(x)=(e^{x}-1)(2e^{x}+1)$.

جـ- أدرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكّل جدول تغيراتها .

2) (C) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ على المجال $]-\infty;1]$.

أ- بيّن أن المستقيم (d) الذي معادلته $y=-x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) و المستقيم (d) .

بـ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $-2,11<\alpha<-2,10$ و $0,81<\beta<0,82$ و فسّر النتيجة هندسيا .

جـ- أرسم المستقيم (d) و المنحنى (C) .

3) عيّن دالة أصلية F للدالة f على المجال $]-\infty;1]$.

التمرين الخامس: [بكالوريا 2014]

الدالة العددية f معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=6(1-2x)e^{-x}+5$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I) 1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا . (يعطى : $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x}=0$)

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أنشئ (C_f).

4) أ- بين أن المعادلة $f(x)=3,5$ تقبل في $[0;7]$ حلين مختلفين α ، β حيث $0,7<\alpha<0,8$ و $2,9<\beta<3$.

ب- حل بيانيا في المجال $[0;7]$ المتراجحة : $f(x)\le 3,5$.

5) أ- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة g المعرفة على $[0;7]$ بـ : $g(x)=(ax+b)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة h المعرفة على $[0;7]$ بـ : $h(x)=6(1-2x)e^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $[0;7]$.

II) الكلفة الهامشية C_M لصناعة كمية x (مقدرة بالطن) من منتوج ، حيث x ينتمي إلى المجال $[0;7]$.

تنمذج بالدالة f أي : $C_M(x)=f(x)$ (الكلفة مقدرة بملايين الدنانير) .

1) حدد كمية المنتوج بحيث تكون الكلفة الهامشية أقل ما يمكن ، و ما هي قيمة هذه الكلفة ؟ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

2) ما هي كميات المنتوج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية $3,5$ مليون دينار؟

3) نذكر أن دالة الكلفة الإجمالية دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية .

أ- بين أن الكلفة الإجمالية C_T معرفة بـ : $C_T(x)=(12x+6)e^{-x}+5x+k$ حيث k عدد حقيقي .

ب- حدد k إذا علمت أن المصاريف الثابتة 2 مليون دينار (أي $C_T(0)=2$).

التمرين السادس: [بكالوريا 2017]

نعتبر الدالة f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{1}{2}e^{x}-\dfrac{1}{e^{x}-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

1) أ- أحسب النهايات : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ و فسر بيانيا النتائج المحصل عليها .

ب- أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، فإن : $f'(x)=\dfrac{1}{2}e^{x}+\dfrac{e^{x}}{(e^{x}-1)^{2}}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

1) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=1$.

2) عين معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\ln 3$.

3) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=f(x)-\dfrac{9}{4}(x-\ln 3)-1$.

الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g .

x	0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

أ- أحسب $g(\ln 3)$ و استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

ب- أدرس على المجال $]0;+\infty[$ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المماس (T) ، ثم فسر ذلك بيانيا .

4) أحسب $f(\ln 2)$ ثم أرسم (T) و (C_f) على المجال $]-\infty;0[\cup]0;3]$.

التمرين السابع: [بكالوريا 2012]

x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$0 \nearrow$	e	$\searrow 0$

جدول التغيرات المقابل هو للدالة f المعرّفة على المجال $[-1;+\infty[$ بـ :
$f(x)=(x+1)e^{1-x}$
ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بيّن أن معادلة (Δ) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي: $y=-x+3$.

2) g هي الدالة المعرّفة على المجال $[-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=-xe^{1-x}+1$.

أـ أدرس اتجاه تغير الدالة g .

بــ أحسب $g(1)$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[-1;+\infty[$.

3) h هي الدالة المعرّفة على المجال $[-1;+\infty[$ بـ: $h(x)=(x+1)e^{1-x}+x-3$.

أـ لاحظ أنه من أجل كل x من المجال $[-1;+\infty[$، $h(x)=f(x)+x-3$، ثم استنتج أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$.

بــ بيّن أنه من أجل كل x من المجال $[-1;+\infty[$، $h'(x)=g(x)$، ثم استنتج جدول تغيرات الدالة h .

جــ تحقق أن المعادلة: $h(x)=0$ تقبلا حلا وحيدا α في المجال $[-1;+\infty[$ يطلب تعيينه .

دـ حدد إشارة $h(x)$، ثم استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

هـ أنشئ كلا من المماس (Δ) و المنحنى (C_f) .

التمرين الثامن: [بكالوريا 2018]

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=1+(1-x)e^{-x+1}$

أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم بيّن أنه من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $g(x)>0$. (لا يطلب حساب النهايات)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+xe^{-x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أـ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. ثم بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) .

بـ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2) بيّن أنه من أجل x من المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$، ثم شكل جدول التغيرات للدالة f .

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=4$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $3{,}75<\alpha<3{,}77$.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم أرسم (T)، (Δ) و (C_f) .

5) نعتبر الدالة العددية F المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $F(x)=\dfrac{1}{2}x^2-(x+1)e^{-x+1}$.

أـ بيّن أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

بـ أوجد القيمة المضبوطة للعدد $\int_1^4 f(x)dx$ ، ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذا العدد .

6) تنمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج كمية q (مقدرة بآلاف الوحدات) حيث $0\le q\le 7$ بالدالة f المعرّفة سابقا أي :
$C_m(q)=f(q)$ حيث: $q\in[0;7]$. (الكلفة الهامشية مقدرة بملايين الدنانير)

أـ ما هي كمية المنتوج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 4 ملايين دينار ؟

بـ نذكر أن دالة الكلفة الإجمالية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية . أحسب القيمة المتوسطة للكلفة الإجمالية عندما تنتج الشركة ما بين 1000 وحدة و 4000 وحدة .

لا تنسونا بصالح دعائكم