تمرين1(من تأليف الأستاذ: بك علي)

f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ $D_f=]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ 1)أثبت أن f فردية.

2) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أستنتج $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ 3)أدرس تغيرات f

4) بين أن المستقيم (Δ)ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$

5) أدرس وضعية (C_f) و (Δ) 6) أنشئ (Δ) و (C_f) في م . م .م.

تمرين2(من تأليف الأستاذ: بك علي)

f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ $D_f=]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ 1)أثبت أن f زوجية.

2) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أستنتج $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

تمرين3(من تأليف الأستاذ: بك علي)

f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$ $D_f=]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$

أحسب نهايات الدالة f على أطراف D_f ، (يمكن وضع $t=\frac{1}{x}$)

تمرين4(من تأليف الأستاذ: بك علي)

I) g دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}$ $D_g=]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$

1) أدرس تغيرات g 2) حدد إشارة $g(x)$

II) f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ بـ $f(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ $D_f=]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ 1)أحسب نهايات f على أطراف D_f

(يمكن وضع $t=\frac{1}{x}$) 2)أدرس تغيرات f ثم أنشئ (C_f) في م.م.م.

تمرين5 (من تأليف الأستاذ: بك علي)

f دالة معرفة على $]0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln x+\frac{1}{\ln x}$ $D_f=]0;1[\cup]1;+\infty[$

1) أحسب نهايات الدالة f على أطراف D_f

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) ليكن (C_f)التمثيل البياني للدالة f و (Γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto\ln x$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

أ) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Γ)

ب) أحسب: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا

ت) أنشئ (C_f) و (Γ) **ثم ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي λ عدد حلول كل من المعادلتين:**

($\lambda\in\mathbb{R}^*_+$ مع $f(x)=\ln\lambda$) و ($\lambda\in\mathbb{R}$ مع $f(x)=e^{\lambda}$)

تمرين6(بكالوريا أجنبية)

الجزء1 **1**. ادرس تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(t)=e^t-t-1$

- ما هي القيمة الحدية الصغرى للدالة g على $\mathbb{R}$

2. استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي t، $e^t \geq t+1$ و $e^t > t$

الجزء2: f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x^2-2\ln(e^x-x)$

1. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x^2-2x-2\ln(1-xe^{-x})$

ب- بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x}=0$ ، احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. أ-اشرح لماذا f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x

$$f'(x)=\frac{2(x-1)(e^x-x-1)}{e^x-x}$$

ب- بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$. جـ- شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. في معلم متعامد ومتجانس (الوحدة: $3cm$)، نعتبر القطع المكافئ P الذي معادلته $y=x^2-2x$ و (C) المنحني الممثل للدالة f.

أ- بين أن $f(x)-(x^2-2x)$ تؤول إلى 0 عندما يؤول x إلى $+\infty$.

ثم فسر النتيجة بيانيا

ب- ادرس الوضعية النسبية لمنحنيين P و (C).

4. عين معادلة لكل من المماسين D و D' على الترتيب للمنحيين P و (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5. ارسم في نفس المعلم ، المنحنيين P و (C) و المماسين D و D'.

6. <u>سؤال إضافي</u> : ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m الموجب تماما عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$\ln\left[\left(e^x-x\right)\sqrt{m}\right]^2=x^2$$

تمرين7(بكالوريا أجنبية)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=]-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+x\ln(x+2)$

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أحسب $f'(x)$ و $f''(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x من I.

ب) عين اشارة $f''(x)$ ثمّ أستنتج وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $]-0.6;-0.5[$ حيث $f'(\alpha)=0$.

2) أدرس تغيرات الدالة f.

3) بيّن أنّ $f(\alpha)=\frac{\alpha+2-\alpha^2}{\alpha+2}$ ثمّ استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4) M_0 نقطة من $(\mathcal{C}_f)$ فاصلتها x_0 و (T_{x_0}) المماس للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة M_0.

أ) بين أن (T_{x_0}) يمر من المبدأ O إذا وفقط إذا كان $f(x_0)=x_0\times f'(x_0)$.

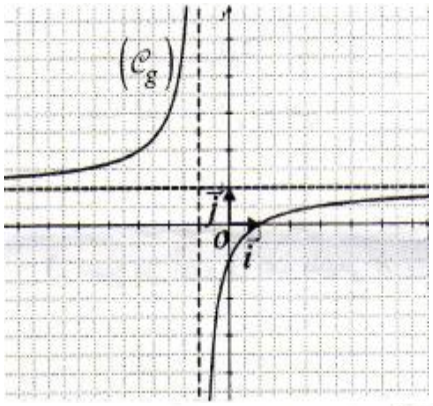
ب) استنتج وجود مماسين (T_a) و (T_b) يمرّان من المبدأ O . عيّن a و b.

ج) أرسم المماسين (T_a) و (T_b) ثمّ المنحني $(\mathcal{C}_f)$.

هـ) <u>سؤال إضافي</u> : ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x+2=e^{\frac{-m}{x}}$

الأستاذ : بك علي

تمرين8(بكالوريا2011 ع ت)



I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$

و $(\mathcal{C}_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الشكل المقابل) ، **بقراءة بيانية:**

أ - شكل جدول تغيرات الدالة g.

ب - حل بيانيا المتراجحة $g(x)>0$.

جـ - عيّن بيانيا قيم x التي يكون من أجلها $0<g(x)<1$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}+\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$

و $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين هندسيا.

2. أ - بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}$.

ب - احسب $f'(x)$ و ادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أ - باستعمال الجزء **I)** السؤال جـ - ، عيّن إشارة العبارة $\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1;+\infty[$.

تمرين9(الإمتحان التجريبي في مادة الرياضيات / مدرسة أشبال الأمة)

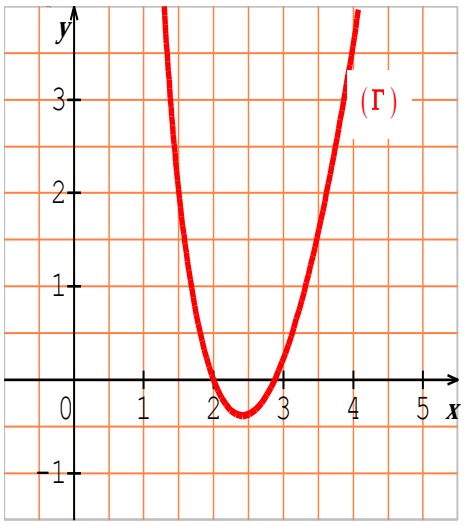
I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث : $g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$ (حيث $\ln$: اللوغاريتم النيبيري)

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل .

1) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ، عيّن عدد حلول المعادلة : $g(x)=0$.

2) أحسب $g(2)$ ، ثم بين أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث : $2,87<\alpha<2,88$.

3) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1,+\infty[$.



II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث : $f(x)=x-3+\dfrac{4\ln(x-1)}{x-1}+\dfrac{5}{x-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيًا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x-3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]1,+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f). (نأخذ : $f(\alpha)=3,9$)

تمرين10(بكالوريا أجنبية)

I نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]1;+\infty[$ كما يلي :

$g(x)=x-1-2\ln(x-1)$.

1) ادرس تغيرات الدالة h

2) احسب $h(3)$ ثم استنتج إشارة $h(x)$ لكل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1-(\ln(x-1))^2$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ – احسب $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا .

ب - بيّن أن : $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{(\ln u)^2}{u}=0$ (يمكن وضع $t=\sqrt{u}$)

جـ - استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) أثبت أن : $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x-1}$ لكل x من المجال $]1;+\infty[$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) برهن أن المستقيم (T) الذي معادلته : $y=x-1$ مماس للمنحني (C_f) يطلب تعيين نقطة التماس

4) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\dfrac{e+1}{e};\dfrac{3}{2}\right[$.

5) احسب $f(e+1)$ ، ثم أنشئ المماس (T) و المنحني (C_f) في المجال $]1;e+1]$.

تمرين11(بكالوريا أجنبية)

I لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$g(x)=-1+x+2\ln x$

1 - ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2 - احسب $g(1)$ ، ثم عين إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

3–استنتج أن: إذا كان $0<x<1$ فإن $g\left(\dfrac{1}{x}\right)>0$ و إذا كان $x>1$ فإن $g\left(\dfrac{1}{x}\right)<0$

II f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي

$$\begin{cases} f(x)=x-x^2.\ln x & ;x\in]0;+\infty[\\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1 -تحقق أن الدالة f مستمرة على اليمين عند0

2 -احسب : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ ، ماذا تستنتج ؟

3– احسب $f'(x)$ و تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $f'(x)=x\,g\left(\dfrac{1}{x}\right)$

4– - شكل جدول تغيرات f

5– بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا α حيث $\dfrac{7}{4}<\alpha<2$

6– ا– عيّن معادلة نصف المماس Δ للمنحني (C_f) عند النقطة o .

ب– ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ Δ. جـ – ارسم Δ و (C_f).

تمرين12(بكالوريا أجنبية + إضافات)

I g دالة عددية للمتغير الحقيقي x معرفة على المجال $]-1;+\infty[$

كما يلي : $g(x)=\dfrac{x}{x+1}-2\ln(x+1)$

1. احسب الدالة g' ثم ادرس اتجاه تغيرات الدالة g.

2. احسب نهاية الدالة g لما $x \longrightarrow -1$ و $x \to +\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g.

3. احسب $g(0)$ ثم بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين على المجال $]-1;+\infty[$ احدهما نرمز له بـــ α ينتمي إلى المجال $]-0.72;-0.71[$

4. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

II f الدالة المعرفة على المجموعة : $]-1;0[\cup]0;+\infty[$ بـــ : $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x^2}$

نرمز بـــ (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .

2. أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من مجموعة التعريف : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. بيّن أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ ثم استنتج حصرا لـــ $f(\alpha)$.

4. أنشئ المنحني (C_f) الوحدة : $2cm$

سؤال إضافي :ـ نعتبر الدالة K المعرفة على $]-\infty;2[\cup]2;3[$ بـ: $D_K=$

$K(x)=\dfrac{4x^2-16x+16-\ln(3-x)}{(x-2)^2}$ تحقق أن : $K(x)+f(2-x)=4$ ، ثم أستنتج أن (C_K) هوصورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تحديده.

5 . نعتبر الدالة h المعرفة على $D_h=\mathbb{R}-\{-2;0\}$ بـ:

$$h(x)=\frac{\ln|x+1|}{\left(|x+1|-1\right)^2}$$

أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_h يكون لدينا : $h(-2-x)=h(x)$

ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C_h) الممثل للدالة h ؟

ب) استنتج طريقة رسم المنحني (C_h) انطلاقا من المنحني (C_f) ثم ارسم (C_f) .

6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$\ln(x+1)^2=m\left(|x+1|-1\right)^2$$

تمرين13(بكالوريا أجنبية)

1 – لتكن φ الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـــ:

$$\varphi(x)=x^2-4x+3+6\ln|x-2|$$

أ- احسب $\varphi(1)$ و $\varphi(3)$

ب- ادرس تغيرات الدالة φ و استنتج إشارة $\varphi(x)$

2- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ كما يلي : $f(x)=x+2-\frac{5}{x-2}-\frac{6\ln|x-2|}{x-2}$

أ- بيّن أن : $f'(x)=\frac{\varphi(x)}{(x-2)^2}$ ب- استنتج تغيرات الدالة f

ليكن (Γ) المنحنى البياني للدالة f في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

جـــ- تحقق ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+2$ مقارب مائل للمنحنى (Γ).

د- عيّن احداثيات نقط تقاطع المنحنى (Γ) مع المستقيم (Δ).

هـــ- احسب $f(-1)$ ، $f(0)$ ، $f(4)$ ، $f(-4)$ بالتقريب إلى $\frac{1}{10}$.

3- تحقق أن النقطة $\omega(2;4)$ مركز تناظر للمنحنى (Γ) ثم ارسم المنحنى (Γ).

تمرين16

f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ

$f(x)=x+1+\ln\left(\frac{3x^2}{3x^2-x+4}\right)$

1)أثبت أن $(\Delta):y=x+1$ مقارب مائل لـ (C_f)

عند $-\infty$ وعند $+\infty$

2)أدرس وضعية (C_f) و (Δ)

تمرين14(بكالوريا أجنبية)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$ بـــ: $f(x)=x+\ln|e^x-2|$

وليكن (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1/ ادرس تغيرات الدالة f.

2/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من مجموعة تعريف الدالة f ، يمكن كتـــــــابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=2x+\ln|1-2e^{-x}|$

3/ بيّن أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتهما على التوالي :

$y=x+\ln 2$ ، $y=2x$

4/ عيّن احداثيات نقاط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.

5/ ارسم (Δ) و (Δ') ثم المنحني (C_f).

تمرين15(بكالوريا أجنبية)

لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $g(x)=-\frac{x}{2}+\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$ $D_g=\mathbb{R}-\{0;1\}$

وليكن (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$. (حيث : $\|\vec{i}\|=2cm$)

2) أدرس تغيرات الدالة g .

3) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=-\frac{x}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C_g) ، ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_g) والمستقيم (D)

4) بين أن النقطة $I\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$ مركز تماثل للمنحنى (C_g) .

5) أعط معادلة ديكارتية للمماس (T_I) للمنحنى (C_g) في النقطة I .

6) أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا x_0 حيث : $\frac{2}{5}<x_0<\frac{9}{20}$.

(نعطي : $\ln(2)\approx 0,693$ و $\ln(3)\approx 1,099$ و $\ln(11)\approx 2,398$)

ب) أنشئ (C_g) .

7)نعتبر الدالة K_m المعرفة على $D_{K_m}=\mathbb{R}-\{0;1\}$ بـ $K_m(x)=(2-m)x-3m+(x-1)\ln|x-1|-x\ln|x|$

أ) أحسب $K'_m(x)$ حيث m وسيط حقيقي ب) ناقش حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $K'_m(x)=0$