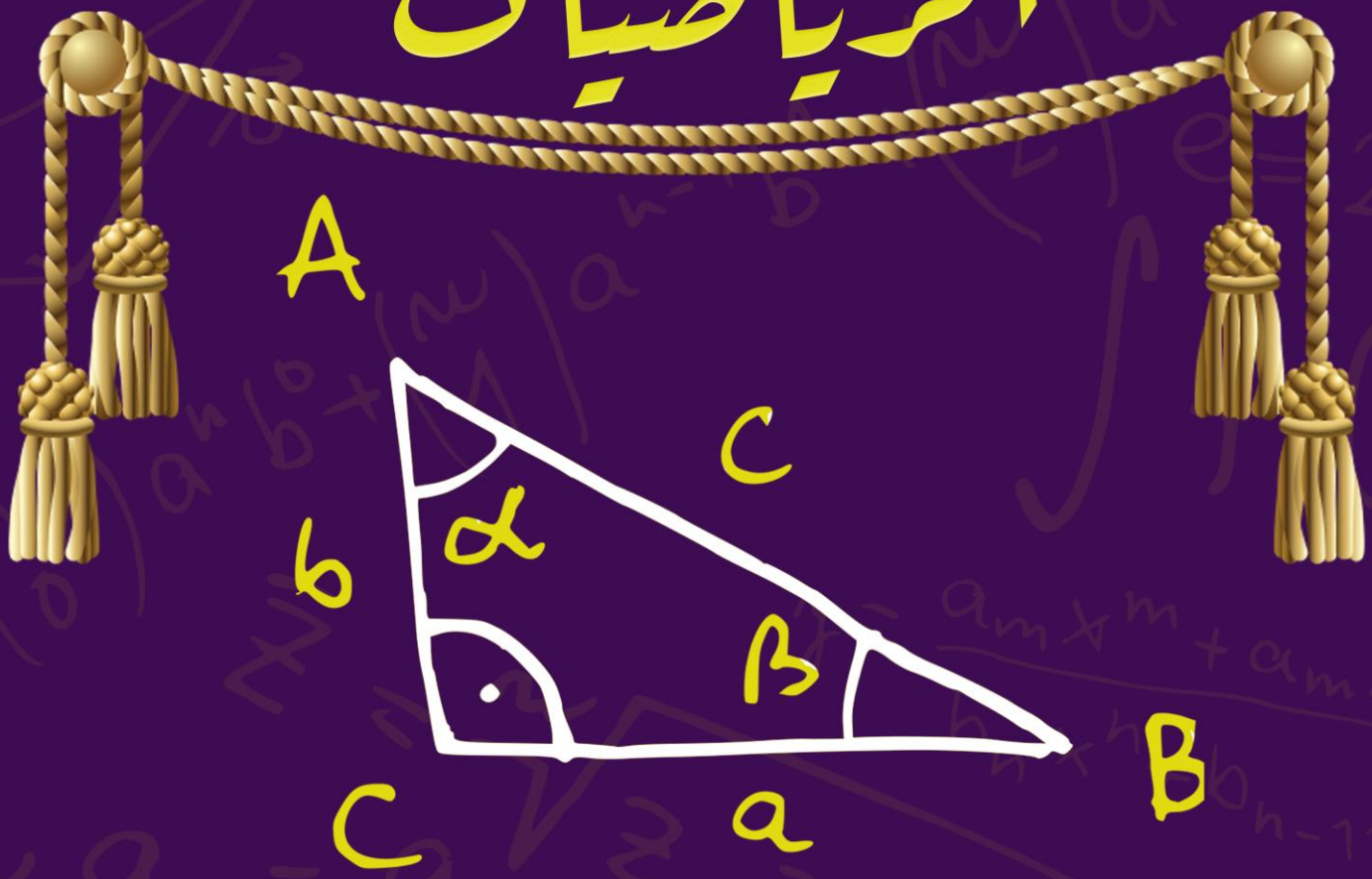
Am 4 متوسط

الملوك في الرياضيات



فور بروف التعليمية
@foorproofdz 4 PROF

إعداد: بقة الحاج

تقديم

أعزائي الطلاب لقد كلفتني هذه المادة أن أقدم لكم رسالتها والتي جاء في نصها :

السلام عليكم، وبعد

أعلم أن أغلبكم لا يحبني ولا يحب أن يتعامل بي أو معي، ليس لسوئي ولكن ربما بفعل أستاذ لم يقدرني وجعلني طعما مشوها بين أيديكم حتى تلوثت أفكاركم من ناحيتي أعلم أن منكم من يخاف عندما يرى رموزي ومنكم من يرتعب فقط لرؤية تربيعي أو تكعيبي وحتى جذوري وباقي الرموز لم تسلم.

أيها الطالب يجب أن تعلم أنني احزن كثيرا يوم تتلقى ورقة الامتحان بعلامات لا ترضي، و يؤسفني جدا عندما تدرسني من اجل العلامة فقط وهذا إن كان يؤذيني، أعذرك لظروف عيشك ومجتمعك الرائع! الذي تعيش فيه. رغم أن هذا الفعل يريني أنك لم تتمتع يوما بما احتوي من جميل ..

وكنت دائما أريد أن اخبر الجميع أنني مادة سهلة ومتاحة لكل من أحبني بصدق فأنا لا أستطيع أن أقابل من تضيق نفسه بي أو يفكر كيف يتخلص مني بأسرع وقت! أحبك لما تكون متريثا جدا و أحتويك

وكل ما أتمناه :

أن نعقد صفقة فيها محبتك لي ولا تترك مجالا للجبن أن يفرقنا ولا لأستاذ يقف بيننا فلا شيئ من رموزي يخيف واعدك أن تتعلم كيف تملأ أوقات فراغك بي وأرحب بك حتى في ذروة ما تعانيه لأريح نفسك وأخفف عنك.

هذه بوابتي أدخلها ومرحبا بك بين ملوك الرياضيات

أهدي هذا العمل

إلى والدي أولا وأخيرا ودائما

إلى عائلتي..

إلى كل سند

أهدي هذا العمل إلى

رشاد زراع الميلادي

فاطمة حفظي

معلماي الأوائل في لوحتهم العجيبة ومن ختم فضل التدريس في ..

إلى الأستاذة الطيبة

زياني وردة

مقولتها ' اختر لنفسك علامة امنحها لك وكن مرتاحا في إجابتك يوم الامتحان'

من علمتنا كيف نجيب دون خوف وكيف نبدع..

وفي الأخير

إلى أصحاب الضمائر الحية والأساتذة **الحقيقين** ..

القاسم المشترك الأكبر لعددين PGCD

ما يجب أن تعرف : القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين b و a يرمز لهما بالرمز : $PGCD(a,b)$.

مثال: احسب القاسم المشترك الأكبر للأعداد التالية: 12 و 18 ، 91 و 117 ، 1938 و 836 .

لحساب القاسم المشترك الأكبر لدينا ثلاثة طرق:

طرق حساب القاسم المشترك الأكبر لعددين PGCD:

الطريقة الأولى:

بالاعتماد على قواسم عدد:

قواسم 18 هي :{1،2،3،6،9،18}

قواسم 12هي :{1،2،3،4،6،12}

أكبر قاسم مشترك بين 18 و 12 هو 6

إذن نقول أن:

PGCD(18,12)=6

الطريقة الثانية:

بالاعتماد على الطرح المتتالي:

117–91=26

91–26=65

65–26=39

39 – 26 = 13

26-13=13

13-13=0

القاسم المشترك الأكبر هو آخر ناتج غير معدوم أي أخر ناتج لا يساوي الصفر.

وعليه :

PGCD(117,91)=13

الطريقة الثالثة:

بالاعتماد على القسمة الإقليدية:

1938=836x2+266

836=266x3+38

266=38x7+0

القاسم المشترك الأكبر هو آخر باقي غير معدوم أي أخر باقـــــي لا يساوي الصفر.

وعليه :

PGCD(1938,836)=38

العددان الاوليان فيما بينهما

العددان الأوليان فيما بينهما هما عددان قاسمهما المشترك الأكبر يساوي 01 : PGCD(a,b)=01

الكسر الغير قابل للإختزال

لنصل إلى كسر غير قابل للاختزال نحسب القاسم المشترك الأكبر لكل من البسط والمقام ثم نقسمهما عليه مثال:

$$PGCD(117,91)=13 \Rightarrow \frac{117}{13}=9 \Rightarrow \frac{91}{13}=7 \Rightarrow \frac{9}{7}$$

كسر غير قابل للاختزال

التمرين 01

إليك الكسور التالية $\frac{30766}{9477}$ ، $\frac{136}{20}$ ، $\frac{277}{225}$ ، $\frac{365}{12}$ ، $\frac{25}{14}$

أكتبها على شكل غير قابل للاختزال موضحا الخطوات.

التمرين 02

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 133 و 126

في متوسطة تربوية عدد التلاميذ سنة الرابعة متوسط هو 126 تلميذا و 133 تلميذة موزعين على عدد معين من الأقسام بحيث تكون الأقسام متماثلة من حيث عدد التلاميذ الذكور والإناث وبأكبر عدد ممكن من الأقسام.

2) ما هو عدد هذه الأقسام؟
3) ما هو عدد التلاميذ الذكور في كل قسم؟
4) ما هو عدد التلاميذ الإناث في كل قسم؟
5) ما هو عدد التلاميذ في كل قسم؟

التمرين 03

أنجزت سامية في مطبخها 84 من البسكويت و 147 قطعة من الحلوى، وقررت اقتسامها مع صديقاتها بالتساوي لكل من الحلوى والبسكويت وكل واحدة منهن تأخذ نفس العدد

1) ما هو اكبر عدد من الأشخاص الذين يمكنهم الاستفادة مما أنجزت سامية؟
2) أحسب نصيب كل شخص من البسكويت وقطع الحلوى.

التمرين 04

قرر فلاح غرس أشجار على محيط قطعة أرض مستطيلة الشكل بعداها 112m و 98m على أن توجد شجرة في كل ركن من القطعة وأن تكون المسافة التي تفصل الأشجار متساوية وأكبر ما يمكن.

- ما هو عدد الأشجار التي يمكن غرسها ؟

التمرين 05

رواية من الروايات القديمة تتكون من جزأين الجزء الأول به 2848صفحة والجزء الثاني به 1792 صفحة

كل جزء من هذه الرواية متكون من مجموعة على شكل كراريس صفحاتها متساوية تتراوح بين 28 و36

1) ما هو عدد الصفحات في الكراس الواحد ؟
2) ما هو عدد الكراريس في كل جزء من هذه الرواية ؟

التمرين 06

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1560 و 1080

قاعة مسجد مستطيلة الشكل بعداها 15.6م و 10.8م نريد أن نفرشها بزرابي مربعة الشكل ومتماثلة في التقطيع

2) ما هو أكبر بعد ممكن للزرابي المستعملة ؟
3) أحسب عدد الزرابي اللازمة لتفريش قاعة المسجد ؟

التمرين 07

1) أحسب ما يلي: $A=\frac{7}{3}-\frac{2}{3}\div\frac{7}{8}$ ، $B=\frac{\frac{-8}{3}+3}{\frac{23}{9}-3}$ ، $C=\frac{7}{2}\times\left(\frac{-4}{7}+\frac{11}{14}\right)$

2) أحسب العبارة K وأكتب الناتج كتابة علمية :

$$K=\frac{0.28\times10^{-9}\times8.1\times10^{-3}}{126\times\left(10^{3}\right)^{4}}$$

التمرين 08

لدينا : $A=\frac{1}{3}+\frac{14}{3}\div\frac{35}{12}$ ، $B=\frac{81\times10^{-5}\times14\times\left(10^{2}\right)^{3}}{7\times10^{4}}$ ، $C=\frac{462}{65}$

1) أحسب العدد A وأكتبه على شكل كسر غير قابل للاختزال
2) أحسب العدد B وأعط كتابته العلمية ثم كتابته العشرية
3) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 462 و 65
- ماذا تستنتج بالنسبة للكسر C ؟

التمرين 09

- هل العددان 700 و 1025 أوليان في ما بينهما ؟ علل اجابتك
- أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين
- أكتب الكسر $\frac{700}{1025}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

التمرين 10

- أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 945 و 1215
- أكتب الكسر $\frac{945}{1215}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

التمرين 11

- أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 682 و 496
- هل العددان أوليان فيما بينهما؟ علل؟
- اختزل $\frac{682}{496}$

التمرين 12

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220
2) صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها 1.4م و 2.2م جزئت إلى مربعات متساوية بأكبر ضلع دون ضياع
   - ما هو طول ضلع كل مربع ؟
   - ما هو عدد المربعات الناتجة ؟

التمرين 13

- أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406
- أكتب الكسر $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
- أحسب العدد S حيث: $S = \frac{696}{406} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2}$.

التمرين 14

- أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832
- أكتب الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين 15

يملك فلاح قطعتين من الارض مساحتهما $441m^2$ و $210m^2$

يريد تقسيمها بحيث يتحصل على أكبر عدد من الأجزاء لها نفس المساحة

1) كيف يمكنه إجراء هذا التقسيم ؟
2) ما مساحة كل جزء ؟ و ما هو عدد الأجزاء التي يتحصل عليها ؟
3) أحسب القاسم المشترك الأكبر للجزء المتحصل عليه ثم قسم مساحته الى اجزاء متساوية دون ضياع.

التمرين 16

لدى لحام قطع حديدية طول كل واحدة منها 110 وعرضها 88 يريد تقسيم كل قطعة الى قطع صغيرة على شكل مربعات متساوية

1) ما هو طول ضلع كل مربع من المربعات ؟
2) ما هو عدد المربعات المتحصل عليها من كل قطعة؟

التمرين 17

هل العددان682 و 352 أوليان فيما بينهما ؟ علل؟

احسب $PGCD(682,352)$

اجعل الكسر $\frac{682}{352}$ على شكل غير قابل للاختزال

التمرين 18

احسب $PGCD(806,682)$

اكتب الكسر على شكل كسر غير قابل للاختزال

مستطيل طوله 8.06 وعرضه 4.96 قسمناه الى مربعات متساوية وباكبر مساحة ممكنة دون ضياع

احسب طول ضلع المربع بالسنتمتر.

كم عدد هذه المربعات ؟

التمرين 19

ليكن العددان A و B حيث :

$$A=\frac{2}{3}+\frac{7}{3}\times\frac{1}{5} \quad \text{و} \quad B=\frac{7}{2}-\frac{5}{6}\times\frac{1}{4}$$

1) أكتب كلا من العددان A و B على شكل عدد ناطق ؟

2) اكتب $\frac{A}{B}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين 20

عند بائع أزهار 105 قرنفلة و 60 ياسمين

يريد تكوين باقات متماثلة كل باقة بها نفس العدد من القرنفل ونفس العدد من الياسمين

1) ما هو اكبر عدد من الباقات التي يمكنه تكوينها ؟
2) ما هو عدد القرنفل وعدد الياسمين في كل باقة ؟

الحساب على الجذور

ما يجب أن تعرف :

$$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}\rightarrow\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{3\times 2}=\sqrt{6}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(b\neq 0)\rightarrow\sqrt{\frac{8}{2}}=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{4}=2$$

$$\left(\sqrt{a}\right)^2=\sqrt{a^2}=a\rightarrow\left(\sqrt{5}\right)^2=\sqrt{5^2}=5$$

$$\sqrt{a^2\times b}=a\sqrt{b}\rightarrow\sqrt{2^2\times 3}=2\sqrt{3}$$

$$a\sqrt{b}+c\sqrt{b}=(a+c)\sqrt{b}\rightarrow 3\sqrt{2}+5\sqrt{2}=8\sqrt{2}$$

$$\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

المعادلة من الشكل: $x^2=a$:

- إذا كان $a\rangle 0$ فإن المعادلة $x^2=a$ تقلب حلين هما: $-\sqrt{a}$ و $+\sqrt{a}$
- إذا كان $a=0$ فإن المعادلة $x^2=0$ تقلب حلا واحدا وهو : 0
- إذا كان $a\langle 0$ فإن المعادلة لا تقبل حلول حقيقية لأن: $x^2\geq 0$

أمثلة:

$$x^2=16\Rightarrow\begin{cases}x=+\sqrt{16}\\x=-\sqrt{16}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=+4\\x=-4\end{cases}.$$

نلاحظ وجود حلين

$$x^2=0\Rightarrow x=0$$

نلاحظ وجود حل معدوم

$$x^2=-4$$

نلاحظ عدم وجود حل ونقول: لا حلول لها

التمرين 01

إليك الأعداد C, B, A حيث :

$$A = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{4} \quad , \quad B = \frac{1,2\times10^{-2}\times7}{12,5\times10^{3}} \quad , \quad c = \sqrt{175} - \sqrt{112} + 6\sqrt{7}$$

1) احسب A ثم اكتبه على الشكل العشري.
2) أعط الكتابة العلمية للعدد B .
3) اكتب C على الشكل $a\sqrt{b}$.

التمرين 02

ليكن : $A = \sqrt{98} + 3\sqrt{32} - \sqrt{128}$ و $B = \frac{3}{2} + \frac{5}{4} \times \frac{2}{3}$

1) أكتب A على شكل $a\sqrt{2}$ حيث a عدد طبيعي.
2) بسط العدد B ثم بين أن $\frac{A^2}{33} - 3B = \frac{1}{3}$.

التمرين 03

A و B عددان حيث: $A = 3 - 3 \div \frac{3}{7}$, $B = 5\sqrt{27} - 2\sqrt{12} + \sqrt{3}$

1). أحسب العدد A .
2) اكتب B على الشكل $a\sqrt{3}$.
3) أجعل مقام النسبة $\frac{A}{B}$ عددا ناطقا .

التمرين 04

1) اكتب المجموع A على الشكل a$\sqrt{5}$ (a عدد طبيعي) حيث: $A = \sqrt{125} + \sqrt{45} - \sqrt{20}$
2) احسب $A \times \frac{\sqrt{5}}{30}$ مبينا مراحل الحساب .

التمرين 05

ليكن العدد الحقيقي A حيث: $A = \sqrt{3}(\sqrt{3}-1) + \sqrt{27}+1$

1) بيّن أن : $A = 4 + 2\sqrt{3}$
2) ليكن العدد الحقيقي B حيث : $B = 4 - 2\sqrt{3}$
بيّن أن : $A \times B$ عدد طبيعي

التمرين 06

A وB عددان حقيقيان حيث: $B = \sqrt{162} - \sqrt{72} + \sqrt{18}$ ، $A = \sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$

1) أكتب كلا من العددين B,A على الشكلين : $x\sqrt{2}$ و$y\sqrt{2}$ حيث :y,x عددان طبيعيان يطلب تعيينهما.
2) أحسب القيمة المضبوطة لكل من العددين: $\frac{A+B}{2}$ و $\frac{A-B}{2}$

التمرين 07

لتكن الأعداد C, B,A حيث : $C = \sqrt{5}+1$, $B = 2\sqrt{45}$, $A = \sqrt{80}$,

1) اكتب $A + B$ على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي .
2) بيّن أن $A \times B$ هو عدد طبيعي .
3) اكتب $\frac{C^2}{\sqrt{5}}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

التمرين 08

a ، b ، c ، kأعـداد حقيقيـــة حيـث :

$a = \sqrt{3\sqrt{100}+6}$ ، $b = \sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$ ، $c = (5\sqrt{2}+7)(5\sqrt{2}-7)$ ، $k = \frac{18+7\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$.

1) بســـط الأعـــداد : a ، b ، c .
2) حول النسبـــة k إلـى نسبـة مقامها عـــدد ناطـق .
3) بـرهـــن أن : $a + b + c = k$.

التمرين 09

A، B، C أعداد حقيقية حيث :

$A = \sqrt{18} - \sqrt{20}$, $B = \sqrt{50} - \sqrt{5}$, $C = -4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$

1) أكتب على أبسط شكل ممكن كلا من : A و B .

2) احسب المجموع S حيث : $S = A + B - C$

التمرين 10

a و b عددان حقيقيان حيث : $a = \sqrt{112} + \sqrt{63}$ و $b = \frac{\sqrt{2}+5}{3\sqrt{2}}$

1) بسط العدد a .

2) أكتب العدد b على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

3) أحسب الجداء $a \times b$.

التمرين 11

x , y عددان حقيقيان حيث : $x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ و $y = \frac{\sqrt{5}}{2}$

1) اجعل مقام العدد x عددا ناطقا .

2) أحسب العدد Z حيث : $Z = 2y - 5x$ ثم أعط القيمة المقربة للعدد Z بتقريب 10^{-2} بالنقصان ,(يمكن استعمال الحاسبة) .

التمرين 12

1) بسط العدد A حيث $A = \sqrt{12} + \sqrt{60}$

2) اكتب العدد B حيث $B = \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ على شكل كسر مقامه عدد ناطق.

3) بين أن $\frac{1}{2}A = 3B$.

التمرين 13

a ، b عددان حيث: $a = \frac{\left(\sqrt{7} - \sqrt{2}\right)}{\sqrt{7}}$ ، $b = \frac{\left(\sqrt{7} + \sqrt{2}\right)}{\sqrt{7}}$

1) اكتب كلا من العددين a و b على شكل كسر مقامه عدد ناطق.

2) احسب مساحة ومحيط المستطيل الذي بعداه a و b (وحدة الطول هي السنتيمتر).

التمرين 14

1) اكتب على الشكل $p\sqrt{3}$ حيث p عدد صحيح نسبي كلاّ من العددين الآتيين:

$A = \sqrt{27} + 7\sqrt{75} + \sqrt{300}$ و $B = \left(6 + 2\sqrt{3}\right)^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2$

2) تحقق من أنّ $\frac{A}{B}$ هو عدد طبيعي.

التمرين 15

قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $2400m^2$ وعرضها يساوي ثلثي طولها.

- أحسب عرض وطول هذه القطعة .

الحساب الحرفي

ما يجب أن تعرف :

المتطابقات الشهيرة :

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$
$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$
$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

أمثلة:

$$(2x+3)^2 = (2x)^2 + (3)^2 + 2(2x \times 3) \Rightarrow 4x^2 + 9 + 12x$$
$$(2x-3)^2 = (2x)^2 + (3)^2 - 2(2x \times 3) \Rightarrow 4x^2 + 9 - 12x$$
$$(2x-3)(2x+3) = (2x)^2 - (3)^2 \Rightarrow 4x^2 - 9$$

الخاصية التوزيعية:

$$K(a+b) = ka + kb$$
$$K(a-b) = ka - kb$$
$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

أمثلة:

$$2(3x+1) = 2(3x) + 2(1) \Rightarrow 6x + 2$$
$$2(3x-1) = 2(3x) - 2(1) \Rightarrow 6x - 2$$
$$(2x+3)(5x+1) = 2x(5x) + 2x(1) + 3(5x) + 3(1) \Rightarrow 10x^2 + 17x + 3$$

نشر وتبسيط ← تحليل

تذكر :

من اليسار إلى اليمين يسمى نشر أو تبسيط ومن اليمين إلى اليسار يسمى تحليل

التمرين 01

لتكن العبارة A حيث : $A=(x+4)^2-16$

1) أنشر ثم بسط العبارة A

2) حلّل العبارة A إلى جداء عاملين.

3) حل المعادلة: $A=0$

التمرين 02

لتكن العبارة E حيث : $E=(5x-4)^2-(2x+3)^2$

1) أنشر وبسط العبارة E .

2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين كل منهما من الشكل $(ax+b)$.

3) حل المعادلة : $(3x-7)(7x-1)=0$

التمرين 03

لتكن العبارة A حيث : $A=(2x-3)^2-(4x+7)(2x-3)$

1) أنشر وبسط العبارة A .

2) حلّل العبارة A إلى جداء عاملين.

3) حل المعادلة: $(2x-3)(-2x-10)=0$

التمرين 04

لتكن العبارة F حيث : $F=36-(2x+1)^2$

1) أنشر وبسط العبارة F .

2) حلّل العبارة F إلى جداء عاملين.

3) حل المعادلة : $(5-2x)(7+2x)=0$

التمرين 05

1) أحسب الجداء الآتي : $(4x-5)(x+2)$

2) حلّل العبارة A إلى جداء عاملين حيث : $A=5(4x^2+3x-10)-(3x+2)(x+2)$

التمرين 06

لتكن العبارة التالية : $E=(x-3)^2+(x-3)(x+3)$

1) انشر وبسط العبارة E

2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين .

3) احسب E من اجل $x=5$

4) حل المعادلة $2x(x-3)=0$

التمرين 07

1) تحقّق من صحة المساواة التالية : $2(3x+1)^2=18x^2+12x+2$

2) حلّل العبارة M حيث : $M=18x^2+12x+2-(x-2)(3x+1)$

3) احسب العبارة M من أجل $x=\sqrt{3}$

4) حل المعادلة $(5x+4)(3x+1)=0$

التمرين 08

لتكن العبارة التالية : $E=4x^2-9+(2x+3)(x-2)$

1) انشر وبسط العبارة E

2) حلّل $4x^2-9$ إلى جداء عاملين ثم استنتج تحليلا للعبارة E

3) حل المعادلة $(2x+3)(3x-5)=0$

التمرين 09

1) لتكن العبارة : $A = 3x - 5$ حيث x عدد حقيقي .
أ- احسب القيمة المقربة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من اجل $x = \sqrt{2}$.
ب- حل المتراجحة : $A \geq 0$ ثم مثّل مجموعة حلولها بيانيا .
2) أ- انشر ثم بسط العبارة B حيث : $B = (3x - 5)^2 + 9x^2 - 25$
ت- استنتج أن : $B = 6x(3x - 5)$
ج- حل المعادلة $B=0$

التمرين 10

1) تحقق بالنشر أن : $(2x - 1)(x - 3) = 2x^2 - 7x + 3$
2) لتكن العبارة A حيث : $A = 2x^2 - 7x + 3 + (2x - 1)(3x + 2)$
- حلّل A إلى جداء عامين من الدرجة الأولى .
3) حل المعادلة : $(2x - 1)(4x - 1) = 0$

التمرين 11

تعطى العبارة : $F = (2x - 3)^2 - 16$
1) تحقق بالنشر أن $F = 4x^2 - 12x - 7$
2) حلّل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
3) حل المعادلة : $(2x - 7)(2x + 1) = 0$
4) احسب F من اجل : $x = 1 + \sqrt{2}$ واكتب النتيجة على الشكل $a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان نسبيان.

التمرين 12

لتكن العبارة E حيث $E = (4x - 1)^2 - (3x + 2)(4x - 1)$
1) انشر وبسط العبارة E .
2) حلّل E إلى جداء عاملين .
3) حل المعادلة : $(4x - 1)(x - 3) = 0$
4) حل المتراجحة $4x^2 - 13x + 3 \leq 4x^2 + 29$

التمرين 13

لتكن العبارة E حيث : $E = 2x - 10 - (x - 5)^2$

1) انشر ثم بسط العبارة E.
2) حلّل العبارة E .
3) حل المعادلة : $(x - 5)(7 - x) = 0$

التمرين 14

لتكن العبارة E حيث : $E = (2x + 5)^2 - 36$

1) تحقق بالنشر أن: $E = 4x^2 + 20x - 11$
2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين .
3) حل المعادلة : $(2x + 11)(2x - 1) = 0$

التمرين 15

1) تحقق من صحة المساواة التالية : $5(2x + 1)(2x - 1) = 20x^2 - 5$
2) حلّل العبارة A بحيث : $A = (2x + 1)(3x - 7) - (20x^2 - 5)$
3) حل المتراجحة : $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$
ـ مثّل حلولها بيانيا

التمرين 16

لتكن العبارة الجبرية التالية: $H = (2x - 1)^2 + (4x^2 - 1)$

1) انشر ثم بسط العبارة الجبرية H .
2) حلّل العبارة H إلى جداء عاملين .
3) حل المعادلة: $4x(2x - 1) = 0$

الدوال الخطية والتآلفية

ما يجب أن تعرف :

عبارة الدالة الخطية تكون: $f(x)=ax$ ، x **السابقة ،** $f(x)$ **أو** ax **صورة** x **بالدالة** f ، a **معامل الدالة.**

مثال: دالة خطية معرفة كالآتي: $f(x)=2x$

$f(0)=2\times 0=0$ ، $f(1)=2(1)=2$ ، **أخذنا النقاط : 0 و 1 .**

التمثيل البياني للدالة هو مستقيم يشمل مبدأ المعلم ونقطة أخرى لاحظ الجدول ثم الرسم:

	O	A
x	0	1
$f(x)$	0	2

هذا جدول مساعد .

عبارة الدالة التآلفية تكون: $g(x)=ax+b$ ، x **السابقة ،** $g(x)$ **أو** $ax+b$ **صورة** x **بالدالة** f ، a **معامل الدالة.**

مثال: دالة خطية معرفة كالآتي: $g(x)=2x+3$

$g(0)=2\times 0++3=3$ ، $g(-1)=2(-1)+3=-2+3=1$ ، **أخذنا النقاط : 0 و -1 .**

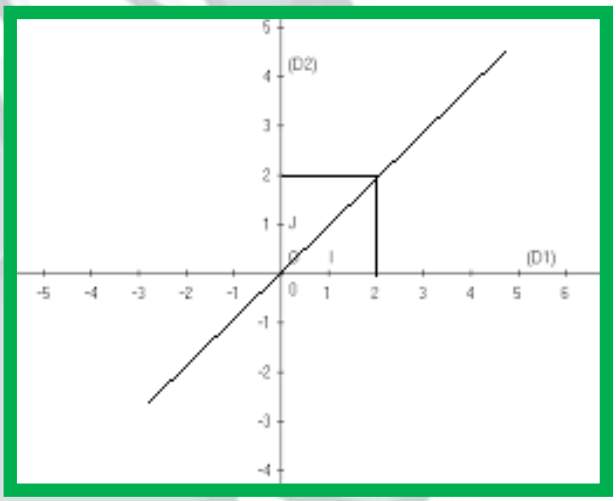
التمثيل البياني للدالة هو مستقيم يشمل مبدأ المعلم ونقطة أخرى لاحظ الجدول ثم الرسم:

	B	C
x	0	-1
$g(x)$	3	1

هذا جدول مساعد .

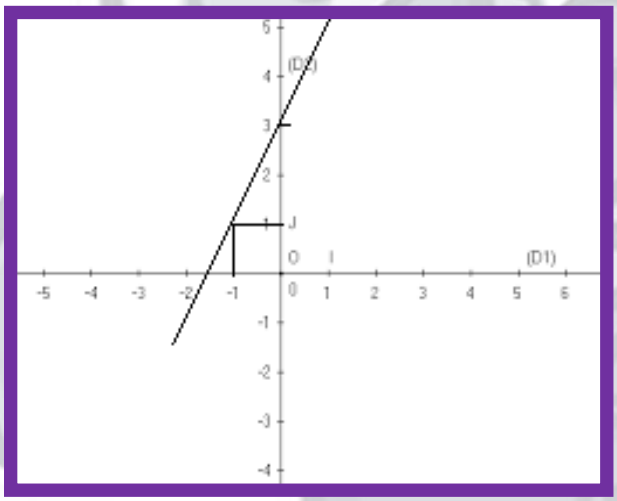
كل النقاط المستعملة نحن اخترناها ويمكن للطالب أن يختار النقاط التي تساعده

في الدالة الخطية الصور متناسبة مع السوابق أي $a=\frac{f(x)}{x}$



خطية

تآلفية



لاحظ : الدالة الخطية دائما "تمر من المبدأ" و التآلفية دائما "لا تمر من المبدأ".

ما يجب أن تعرف :

لحساب معامل الدالة التآلفية : $a=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ ،

تطبيقات التناسبية:

1. **زيادة** x **بـ** $P\%$ **هو حساب** y **حيث:** $y=\left(1+\frac{p}{100}\right)x$

مثال:

تقدر منحة البطالة بـ $1500DA$ **، ازدادت نسبة المنحة بعد ستة اشهر بـ** 30% .

احسب منحة البطالة بعد الزيادة.

$$\left(1+\frac{30}{100}\right)\times 1500=\left(\frac{100+30}{100}\right)\times 1500=1950DA$$

2. **انخفاض** x **بـ** $P\%$ **هو حساب** y **حيث:** $y=\left(1-\frac{p}{100}\right)x$

مثال:

يمثل راتب الشهري للموظف البسيط $40000DA$ **، بعد انخفاض القدرة الشرائية بنسبة** 35%

احسب حقيقة الراتب بعد انخفاض القدرة الشرائية.

$$\left(1-\frac{35}{100}\right)\times 30000=\left(\frac{100-35}{100}\right)\times 40000=26000DA$$

المسألة 01

تقترح شركة لسيارات الاجرة التسعيرتين التاليتين :

- التسعيرة الاولى :$15DA$ للكيلومتر الواحد لغير المنخرطين

- التسعيرة الثانية :$12DA$ للكيلومتر الواحد مع مشاركة شهرية قدرها $900DA$.

1- انقل الجدول على ورقة الاجابة ثم اكمله :

المسـافة (Km)	60		
التسعيرة الاولى (DA)			5100
التسعيرة الثانية (DA)		3060	

2- ليكن : x هو عدد الكيلومترات للمسافة المقطوعة

y_1 هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى

y_2 هو المبلغ حسب التسعيرة الثانية

أ- عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x

ب- حل المتراجحة : $15x > 12x + 900$

3- في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$

ا- مثّل بيانيا الدالتين f, g حيث : $f(x) = 15x$

$g(x) = 12x+900$

($1cm$ على محور الفواصل يمثل $50km$, $1cm$ على محور التراتيب $500DA$)

ب – استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح .

المسألة 02

تقترح وكالة تجارية للاتصالات الهاتفية للتسديد الشهري الصيغ الثلاث الآتية : الصيغة(أ) : دفع 11 دينارا للدقيقة .

الصيغة(ب) : دفع 600 دينار اشتراكاً و 5 دنانير للدقيقة .

الصيغة(ج) : دفع 1200 دينار اشتراكاً و 3 دنانير للدقيقة

1- احسب تكلفة المكالمات التي مدّتها 100 دقيقة في كلّ من الصيغ الثلاث .

2- y يمثل الكلفة بالدنانير , x يمثل المدة بالدقائق .

اكتب y بدلالة x في كلّ من الصيغ الثلاث . وفي نفس المعلم , مثل بيانيا الصيغ الثلاث واستنتج الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصيغة (ب) أقل تكلفة .

(يمكنك اختيار المعلم بحيث $1cm$ تمثل 50 دقيقة على محور الفواصل و $1cm$ تمثل $200DA$ على محور التراتيب)

المسألة 03

يقترح مدير صحيفة يومية على زبائنه صيغيتين لاقتناء الجريدة .

- الصيغة الأولى : ثمن الجريدة $10DA$.

- الصيغة الثانية : ثمن الجريدة $8DA$. مع اشتراك سنوي قدره $500DA$

1) انقل وأتمم الجدول :

عدد الجرائد المشتراة	50		
مبلغ الصيغة الاولى بـ DA		1000	
مبلغ الصيغة الثانية بـ DA			3300

2) ليكن x عدد الجرائد المشتراة

نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الاولى و $g(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الثانية

- عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

3) مثّل بيانيا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ حيث :

$2cm$ على محور الفواصل يمثل 50 جريدة و $2cm$ على محور التراتيب يمثل $500DA$.

4) حل المعادلة : $f(x) = g(x)$ وماذا يمثل الحل ؟

5) ماهي الصيغة الأفضل في الحالتين التاليتين :

- عند اقتناء 150 جريدة

- عند اقتناء 270 جريدة

المسألة 04

لإقامة حفل زفاف قرّرت عائلة كراء سيارة فاخرة فاتّصل الأب محمد بثلاث وكالات فقدموا له عروضا حسب المعطيات المقابلة:

المعطيات :

- عرض الوكالة الأولى :
  دفع مبلغ $4000DA$ لليوم الواحد
- عرض الوكالة الثانية :
  دفع مبلغ $3000DA$ لليوم الواحد يضاف إليه ضمان غير مسترجع قدره $1000DA$
- عرض الوكالة الثالثة :
  دفع مبلغ $16000DA$ لمدة لاتتعدى أسبوعـــا واحدا .

فاستنجد الأب محمد بإبنه سمير الذي يدْرس في السنة الرابعة متوسط لمساعدته في اختيار العرض الأنسب والأقل تكلفة .

لو كنت في مكان الابن سمير ساعد الأب محمد في :

1) اختيار العرض الأنسب والأقل تكلفة لكراء سيارة لمدة 7 أيام .

2) x عدد الأيام التي يستغل فيها الأب محمد السيارة .

أ- عبّر بدلالة x , عن العرض الأول بالدالة $f(x)$ وعن العرض الثاني بالدالة $g(x)$ وعن العرض الثالث بالدالة $h(x)$

ب- مثّل بيانيا في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ الدوال $h\,,g\,,f$

(حيث كل $2cm$ من محور الفواصل يمثل يوما واحدا وكل $1cm$ من محور التراتيب يمثل $2000DA$) .

3) اعتمادا على البيان املأ الجدول الآتي :

الروض /الايام	اليوم الأول	اليوم الرابع	اليوم الخامس
العرض1			
العرض2			
العرض3			

4) أ- حل المعادلات الآتية لإيجاد x عدد الأيام المستغلة من طرف الأب محمد :

$$f(x)=g(x)\quad,\quad f(x)=h(x)\,,\quad g(x)=h(x)$$

ب- ماذا يمثّل حل كل معادلـــــــــــــــة ؟

المسألة 05

بمناسبة عيد الأضحى قدمت مؤسسة للهاتف النقّال عرضين لمدة أسبوع للتواصل وتبادل التهاني بواسطة الرّسائل القصيرة(SMS) .

العرض الأول : 3DA للرسالة الواحدة .

العرض الثاني : 1,5DA للرسالة الواحدة مع اقتطاع مبلغ جزافي قدره30DA من الرصيد

1) انقل وأكمل الجدول :

عدد الرسائل (SMS)	10		
المبلغ حسب العرض الاول بـــــ DA		45	
المبلغ حسب العرض الثاني بـــــ DA			90

2) x يعبّر عن عدد الرسائل المرسلة

y_1 هو المبلغ حسب العرض الأول و y_2 هو المبلغ حسب العرض الثاني .

- عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

3) f و g دالتان حيث : $f(x) = 3x$ و $g(x) = 1,5x + 30$

مثّل بيانيا الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد والمتجانس حيث

(حيث كل $1cm$ على محور الفواصل يمثل 5 رسائل(SMS) و $1cm$

على محور التراتيب يمثل 10DA) .

4) يريد الأخوان زينب وكريم استغلال هذين العرضين لهذه المناسبة

في رصيد كريم 120DA ويريد تهنئة أكبر عدد ممكن من الاشخاص

أمّا زينب تريد تهنئة زميلاتها في الدّراسة وعددهن 15 .

- بقراءة بيانية

ماهو العرض المناسب لكل منهما ؟(مع الشرح)

المسألة 06

الشكل المقابل يمثل قطعتي أرض مهيأتين

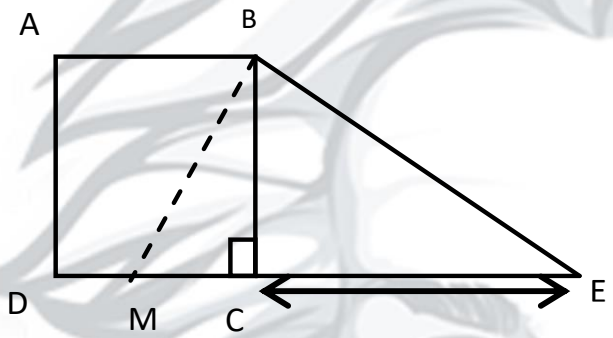
للبناء القطعة $ABCD$ مربعة الشكل

اشترها علي بسعر 4000000 دينار جزائري

حيث يبلغ سعر المتر المربع 10000 دينار جزائري

واشترى عمر القطعة المثلثة الشكل

BCE بسعر 12000 دينار للمتر المربع الواحد.



1) احسب مساحة القطعة المربعة.
2) أوجد طول الضلع $[DC]$.
3) احسب مساحة القطعة التي اشتراها عمر.
4) ما هو المبلغ الذي دفعه عمر؟

عجز علي عن دفع المبلغ المستحق لشراء القطعة المربعة لذلك تنازل عن الجزء BCM.

نضع $CM = x$.

أ) عبر بدلالة x عن المساحة $f(x)$ للرباعي $ABMD$.

ب) عبر بدلالة x عن المساحة $g(x)$ للمثلث BME.

جـ) احسب قيمة x حتى تكون مساحة الرباعي $ABMD$ والمثلث BME متساويتين.

المسألة 07

يمثل الجدول التالي المسافات (بالكيلومترات) عن طريق البرّ بين بعض المدن الجزائرية.

	الجزائر	قسنطينة	الشلف	غرداية	وهران
الجزائر		421	213	600	434
قسنطينة	421		549	848	770
الشلف	213	549		659	221
غرداية	600	848	659		740
وهران	434	770	221	740	

يريد السيد علاّم، ممثل لمؤسسة توزيع أدوات اليكترونية، الانتقال من الجزائر إلى غرداية.لهذا، عليه أن يختار بين:

أن يستعمل سيارته الخاصة التي تستهلك 10 لترات من البنزين في كلّ 100 كيلومتر، أو يستعمل سيارة أجرة، حيث يكون ثمن الكيلومتر الواحد هو 1,50 دينارا مع إضافة مبلغ ثابت قدره 200 دينار للأمتعة.

1- ساعد السيد علاّم على اختيار وسيلة النقل الأقل تكلفة علما أن سعر اللتر الواحد من البنزين هو 20 دينارا.

2- نسمي x المسافة التي يقطعها السيد علاّم و y كلفة تنقله.

اكتب y بدلالة x في كل من الاختيارين السابقين.

3- نسمي f الدالة التي ترفق المسافة x للتنقل بكلفة التنقل y في الاختيار الأول و g الدالة التي ترفق المسافة x بالكلفة y في الاختيار الثاني.

أ) مثل بيانيا كلا من الدالتين f و g . يؤخذ $1cm$ على محور الفواصل لتمثيل $100km$ و $1cm$ على محور التراتيب لتمثيل *100* دينار.

ب) ما هي المسافة التي تكون من أجلها كلفة تنقل السيد علاّم هي نفسها، سواء استعمل سيارته الخاصة أو سيارة أجرة؟

المسألة 08

وضع صاحب مكتبة صيغتين لاستعارة الكتب:

الصيغة الأولى: 8DA على كل كتاب

الصيغة الثانية: 30DA كدفعة أولى و 3DA للكتاب الواحد سنويا

استعار تلميذ 9 كتب خلال سنة

1/ ماهي كلفته حسب كل صيغة

2/باستعمال الصيغة الثانية كانت كلفة التلميذ 51DA سنويا

ما هو عدد الكتب التي استعارها

3/ ليكن x عدد الكتب المستعارة سنويا . عبر بدلالة x عن التكلفة حسب كل صيغة.

II - المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1cm على محور الفواصل يمثل كتابا واحدا.

1cm على محور التراتيب يمثل 5 دنانير.

1/ ارسم المستقيمين :

$(D_1) : y = 3x+30$ ، $(D_2) : y = 8x$

2/ عين الصيغة الرابحة للتلميذ حسب عدد الكتب المستعارة بطريقة حسابية

المسألة 09

يتلقى عامل في مصنع للمحافظ أجرة أسبوعية قدرها 400DA زائد علاوة قدرها 50DA عن كل محفظة ينجزها.

A) نرمز بـ x لعدد المحافظ المنجزة خلال الأسبوع و بالرمز y للأجرة الأسبوعية.

1 - أنقل وأكمل الجدول التالي :

x	0	2	8	15
y				

2- عبر عن y بدلالة x

3 - مثل بيانيا التطبيق التآلفي F المعرف ب: $F(x)=50x+400$

نأخذ 1cm من أجل 2 وحدات على محور الفواصل و 1cm من أجل 100 وحدة على محور التراتيب.

4 - إذا أراد هذا العامل أن تكون أجرته الأسبوعية 1200DA ما هو عدد المحافظ التي يجب إنجازها في هذا الأسبوع ؟

B) عادة هذا العامل أجرته الأسبوعية تقدر ب 1200DA . لكن في أحد الأسابيع وقع له عائق فلم ينجز إلا 75% من عدد المحافظ المعتادة .

1 - ما هو عدد المحافظ التي أنجزها في هذا الأسبوع ؟

2 - ما هي أجرته في هذا الأسبوع ؟

المسألة 10

يتلقى عامل في مصنع للمحافظ أجرة أسبوعية قدرها 400DA زائد علاوة قدرها 50DA عن كل محفظة ينجزها.

A) نرمز ب x لعدد المحافظ المنجزة خلال الأسبوع و بالرمز y للأجرة الأسبوعية.

1 - أنقل وأكمل الجدول التالي :

x	0	2	8	15
y				

2- عبر عن y بدلالة x

3 - مثل بيانيا التطبيق التآلفي F المعرف ب: $F(x)=50x+400$

نأخذ 1cm من أجل 2 وحدات على محور الفواصل و 1cm من أجل 100 وحدة على محور التراتيب.

4 - إذا أراد هذا العامل أن تكون أجرته الأسبوعية 1200DA ما هو عدد المحافظ التي يجب إنجازها في هذا الأسبوع ؟

B) عادة هذا العامل أجرته الأسبوعية تقدر ب 1200DA . لكن في أحد الأسابيع وقع له عائق فلم ينجز إلا 75% من عدد المحافظ المعتادة .

1 - ما هو عدد المحافظ التي أنجزها في هذا الأسبوع ؟

2 - ما هي أجرته في هذا الأسبوع ؟

جملة معادلتين

ما يجب أن تعرف :

لإيجاد الحل الجبري لجملة معادلتين من الدرجة الاولى بمجهولين، نختار إحدى الطريقتين:

1. **طريقة الحل بالتعويض: تتم باستخراج احد المجهولين من احدى المعادلتين ثم التعويض في الاخرى.**
2. **طريقة الحل بالجم: تتم هذه الطريقة بجعل معاملي او متعاكسين ثم جمع طرف مع طرف**

مثال: حل الجملة الآتية: $\begin{cases} 3x+2y=-1.....(1) \\ 4x+y=2.....(2) \end{cases}$.

الحل بطريقة التعويض:

المعادلة رقم 2، تسمح بكتابة : $y=2-4x$ **نعوض هذه القيمة في المعادلة رقم 1 فنجد:**

$$3x+2(2-4x)=-1 \Rightarrow 3x+4-8x=-1 \Rightarrow -5x+4=-1$$

$$\Rightarrow -5x=-4-1 \Rightarrow -5x=-5 \Rightarrow x=\frac{-5}{-5}=1$$

لإيجاد قيمة x **، نتبع مراحل حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد، فنتحصل على:**

$$x=1$$

نعوض $x=1$ **في** $y=2-4x$ **فنجد:**

$$y=-2$$

ومنه ثنائية الحل للجملة هي: $(1;-2)$

الحل بطريقة الجمع:

نضرب طرفي المعادلة في رقم 2 في العدد -2 ، فنتحصل على: $\begin{cases} 3x+2y=-1 \\ -8x-2y=-4 \end{cases}$

نجمع المعادلتين طرف مع طرف، فنجد : $3x+2y-8x-2y=-1-4$

نقوم بنفس الطريقة بجعل هذه المرة معاملي متعاكسين نضرب طرفي المعادلة رقم 1

في العدد -4 وطرفي المعادلة رقم 2 في العدد +3 فنتحصل على $\begin{cases} -12x-8y=4 \\ 12x+3y=6 \end{cases}$

نجمع المعادلتين طرف مع طرف، فنجد : $y=-2$

ثم نعوض -2 في إحدى المعادلتين لإيجاد x

التمرين 01

حل جبريا المعادلات الآتية :

$\begin{cases} 3x+y=2 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$ ، $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ x+2y=0 \end{cases}$ ، $\begin{cases} x-2y=1 \\ 2x-6y-2=5 \end{cases}$ ، $\begin{cases} -5x-7y=-4 \\ 5x+3y=10 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 5x+6y=14 \end{cases}$ ، $\begin{cases} 2x+y=11 \\ x+3y=18 \end{cases}$ ، $\begin{cases} 2x+y=-7 \\ x+2y=1 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{x-1}{2}=\frac{x+1}{3} \\ 3x-2y-5=0 \end{cases}$ ، $\begin{cases} 2x+y=-1 \\ -x-y=-1 \end{cases}$ ، $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x-2y=-5 \end{cases}$

التمرين 02

يتوفر شاب على مبلغ من المال قدره 60DA , يتكوّن من قطع نقدية من فئة 5DA و من فئة 10 DA ما مجموعه 9 قطع نقدية

- ما هو عدد القطع النقدية من فئة 5DA وعدد القطع النقدية من فئة10DA

التمرين 03

اشترى تلميذ 8 كتب و 4 دفاتر بـ 1080 DA واشترى أخوه 5 كتب و7 دفاتر بـ 810 DA من نفس النوع

- اوجد ثمن الدفتر الواحد وثمن الكتاب الواحد

التمرين 04

سئل فلاح عن عدد الدجاج والماعز التي يملكها فأجاب : عندي ما مجموعه 30 رأسا . ما هو عدد الدجاج وعدد الماعز لدى الفلاح ؟

- إذا علمت أن مجموع عدد أرجل الدجاج والماعز هو 82

التمرين 05

1- حل الجملة :

$$\begin{cases} 4x + 5y = 105 \\ 6x + 4y = 112 \end{cases}$$

2- اشترى رضوان من مكتبة أربعة كراريس وخمسة أقلام بمبلغ 105DA واشترت مريم ثلاثة كراريس وقلمين بمبلغ 56 DA .

اوجد ثمن الكراس الواحد وثمن القلم الواحد .

التمرين 06

في مطعم دفعت عائلة عمر 2240 دج مقابل (3) ثلاث وجبات للكبار ووجبة (1) واحدة للصغار , أمّا عائلة علي فقد دفعت 1880 دج مقابل وجبتين (2) للكبار و وجبتين (2) للأطفال .

نرمز بـ x لثمن وجبة الكبار الواحدة و بالرمز y ثمن وجبة الأطفال الواحدة .

1- اكتب جملة المعادلتين التي تمكننا من حساب ثمن كل من وجبة الكبار وثمن وجبة الصغار .

2- حل هذه الجملة .

3- أعط ثمن وجبة الكبار وثمن وجبة الصغار

التمرين 07

سارة تريد أن تهدي باقة أزهار لأمها , عرض عليها بائع الزهور ما يلي:

- باقة مشكلة من 8 أزهار سوسن و5 ورود بثمن إجمالي 142 دج
- باقة مشكلة من 5 أزهار سوسن و 7 ورود بثمن إجمالي 153 دج

- احسب ثمن زهرة السوسن الواحدة وثمن الوردة الواحدة .

التمرين 08

يحضر صانع حلوى نوعين من العلب تحوي شكولاطة ونوع آخر من الحلوى .

في النوع الأول من العلب , الذي يبيعه بـ 102,50 DA , يضع 25 قطعة شكولاطة و 10 حبات من الحلوى .

وفي النوع الثاني من العلب , الذي يبيعه بـ82,50 DA, يضع 15 قطعة شكولاطة و 20 حبة حلوى .

- احسب ثمن قطعة الشكولاطة وثمن حبة الحلوى

التمرين 09

1- حل الجملة التالية : $\begin{cases} x + y = 14 \\ x + 4y = 32 \end{cases}$

2- أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 500 و 125 .

3- ملأ تاجر 4000 g من الشاي في علب من صنف 125 g وصنف 500 g , إذا علمت أن العدد الكلي هو 14 ' أوجد عدد العلب لكل صنف . (لاحظ أن : $4000 = 125 \times 32$)

التمرين 10

محيط مستطيل هو 84 cm .

إذا ضاعفنا عرضه وضربنا طوله في 3 يصبح محيطه يساوي 124 cm .

- احسب طول وعرض هذا المستطيل .

التمرين 11

ABC مثلث حيث BC=5 cm .

1- اوجد الطولين AB و AC إذا علمت أن مجموع هاذين الطولين هو 70 mm وفرقهما هو 10 mm .

2- أنشئ المثلث ABC .

التمرين 12

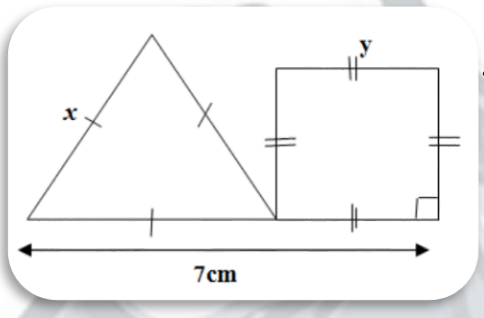
1- حل الجملة التالية : $\begin{cases} 5x + 3y = 180 \\ x + y = 40 \end{cases}$

2- يوجد عند صاحب مكتبة 40 كتابا وهي نوعان : سمك البعض منهم هو 5 cm و سمك البعض الآخر هو 3 cm , إذا وضعهم صاحب المكتبة متراصين في نفس الرف فتكون هذا الكتب صفا طوله 1,80 m .

- ما هو عدد الكتب من كل نوع من النوعين ؟

التمرين 13

في الشكل المقابل المربع والمثلث المتقايس الأضلاع لهما نفس المحيط .



- احسب طول ضلع المثلث وطول ضلع المربع .

التمرين 14

- أوجد عددين مجموعهما 151 وفرقهما 37.

نظرية طالس

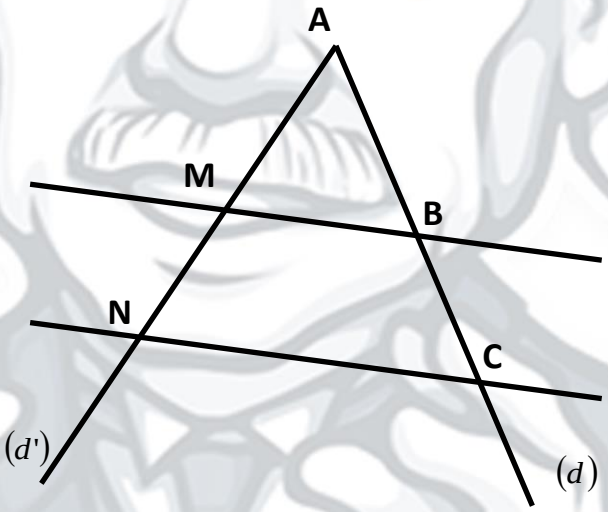
ما يجب أن تعرف :

خاصية طالس:

(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A . و B ، C نقطتان من (d) تختلفان عن A

M ، N نقطتان من (d') تختلفان عن A

إذا كان (BM) و (CN) متوازيان فإن: $\frac{AM}{AN}=\frac{AB}{AC}=\frac{MB}{CN}$ أو $\frac{AN}{AM}=\frac{AC}{AB}=\frac{CN}{MB}$ لاحظ إما الأطوال الصغيرة على الكبيرة أو العكس .



خاصية طالس العكسية:

(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A . و B ، C نقطتان من (d) تختلفان عن A

M ، N نقطتان من (d') تختلفان عن A

إذا كان $\frac{AN}{AM}=\frac{AC}{AB}$ و A ، B ، C و A ، M ، N لها نفس الترتيب

فإن (MB) و (CN) متوازيان.

التمرين 01

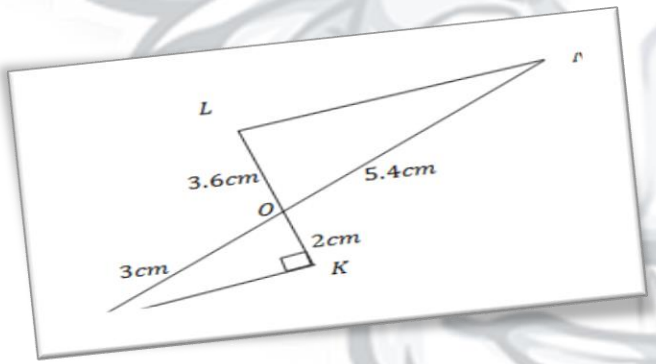
ABC مثلث قائم في A

H نقطة من[AB] , Eنقطة من[BC], (HE) عمودي على (AB)

حيث: AB= 4cm ; BE = 3 cm ; AC = 3 cm

- أحسب الطول BC ثم بيّن أن : (AC)//(HE)
- أحسب كلا من الطولين : EH و BH

التمرين 02



لاحظ الشكل جيدا

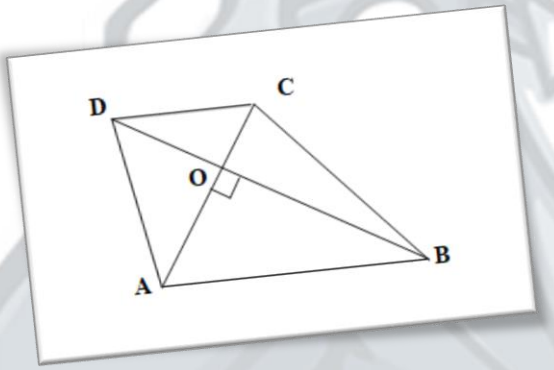
1) بين أن المستقيمين(HK)و(LN) متوازيان.
2) أحسب الطول LN

التمرين 03

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية

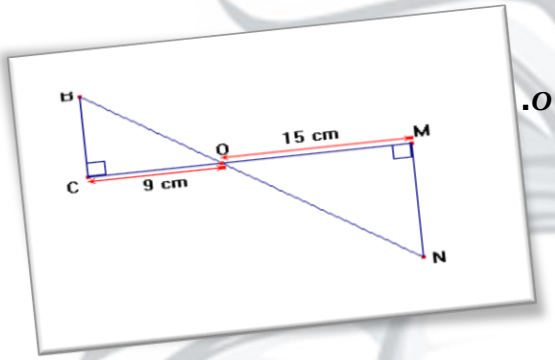
ABCD رباعي قطراه متعامدان ومتقاطعان في O حيث :

OB = 18cm ;OA = 12 cm; OC= 5cm;OD =7,5cm



1) برهـن أن المستقيمين (AB) و(CD) متوازيان.
2) أحسب الطول AB

التمرين 04



في الشكل المقابل، المستقيمان (BN) ؛ (CM) متقاطعان في النقطة O.

1) برهن أن: (BC) // (MN).

2) بين أن : $\frac{OB}{ON} = 0,6$.

3) احسب الطول OB إذا علمت أن : $ON = 17,5cm$

التمرين 05

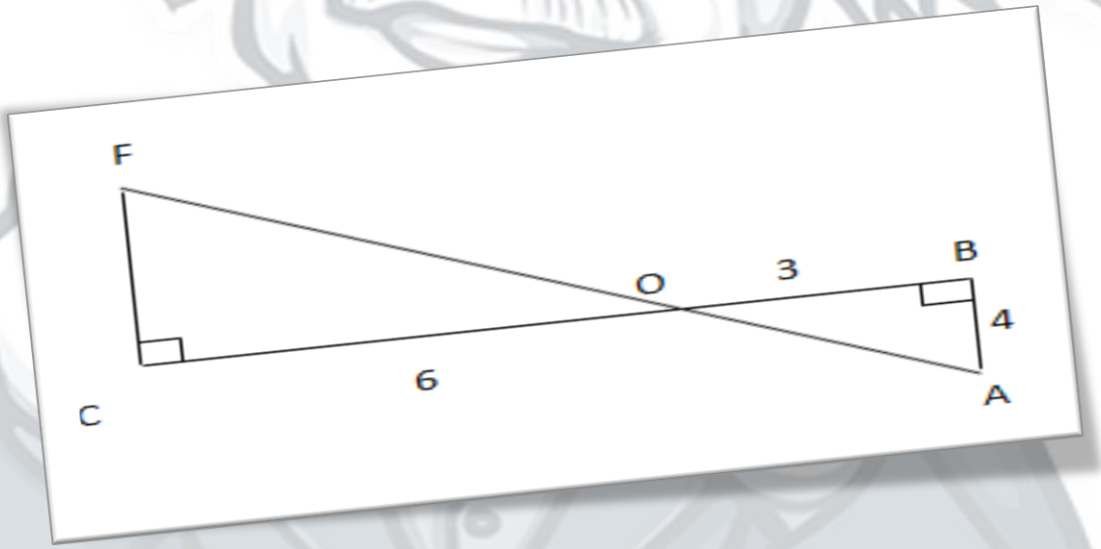
الشكل المجاور ليس حسب القياسات الحقيقية إليك : OC= 6cm ,OB= 3cm , AB= 4cm

المستقيمان (BC) و (AF) يتقاطعان في النقطة O.

1) اشرح لماذا (BA) و(FC) متوازيان.

2) بيّن أن :OA= 5cm .

3) أحسب : OF و CF



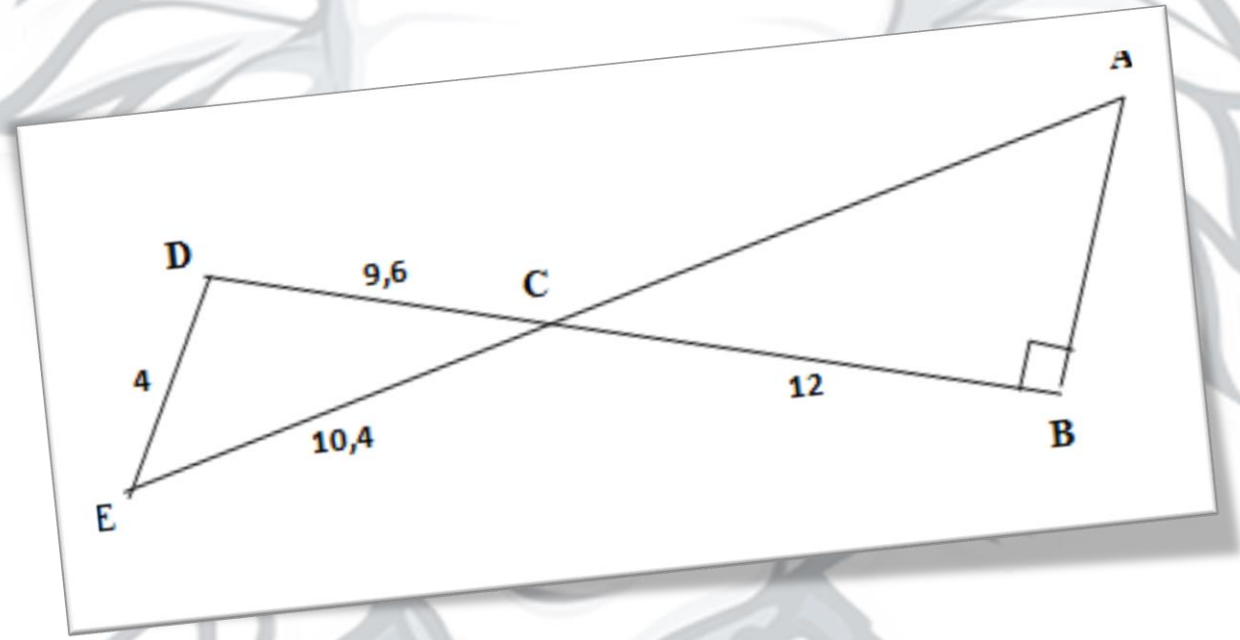
التمرين 06

في الشكل المقابل، المستقيمان (BN) ; (CM)متقاطعان في النقطة O.

3) برهن أن: $(MN)//(BC)$.

4) بين أن : $\frac{OB}{ON}=0,6$.

3) احسب الطول OBإذا علمت أن : $ON=17,5cm$

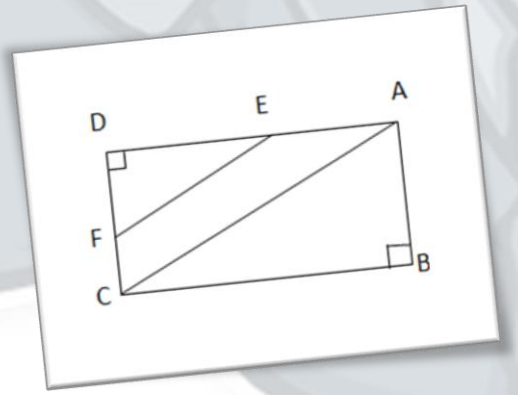


التمرين 07

لشخص قطعة أرض مستطيلة الشكل أبعادها 30m و 72

قسمها إلى ثلاث قطع كما هو موضح في الشكل حيث: FD=20m و (FE)//(AC)

1. اوجد الطول AC .
2. احسب محيط كل قطعة.
3. احسب مساحة كل قطعة



التمرين 08

ABC مثلث حيث :
$AC = 5,5cm$, $AB = 4cm$ و M نقطة من [AB] حيث $AM = 2,2cm$
المستقيم الذي يشمل M ويوازي (BC) يقطع (AC) في النقطة N .

1) أحسب الطول AN .
2) أحسب النسبة $\frac{MN}{BC}$ (تعطى النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال)

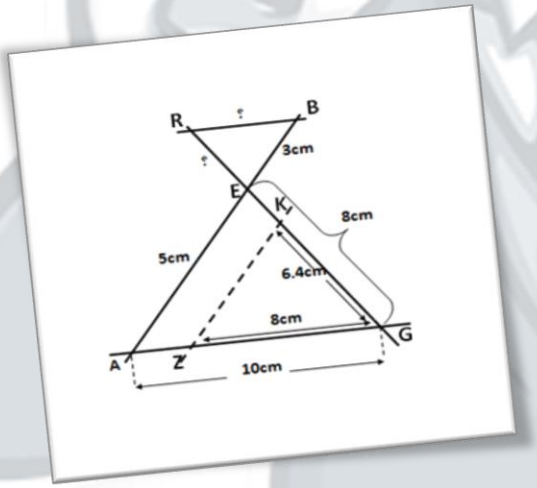
التمرين 09

في الشكل الموالي المستقيمان(AD) و(BE) متوازيان
والأبعاد معطاة كما يلي : $CB = 3,5\ cm$; $CE = 2,8\ cm$

$DF = 10,5\ cm$; $ED = 4,2\ cm$

1) احسب BA .
2) المستقيمان (BD) و(AF) هل هما متوازيان ؟

التمرين 10



تمعن في الشّكل المقابل حيث وحدة الطّول هي السّنتيمتر,
و المستقيمان (AG) و (RB) متوازيان. لتكن الأطوال :
$EG = 8$, $AG = 10$, $AE = 5$,$BE = 3$
1 ـ أحسب الطّولين : RB و RE .
2 ـ نعطي : $GK = 6.4$; $GZ = 8$ ،
أثبت أنّ المستقيمين (KZ) و (AE) متوازيان.

النسب المثلثية لمثلث القائم

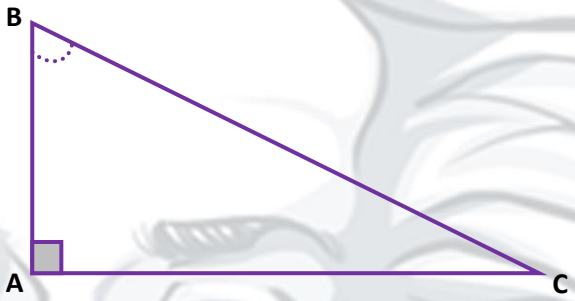
ما يجب أن تعرف :

خصائص: ABC مثلث قائم في A

$$Cos\widehat{B} = \frac{AB}{BC}$$

$$Sin\widehat{B} = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan\widehat{B} = \frac{AC}{AB}$$



Cosa و *Sina* لزاوية حادة هما عددان محصوران تماما بين العددين 0 و 1 .

$\tan a$ لزاوية حادة هو عدد موجب تماما .

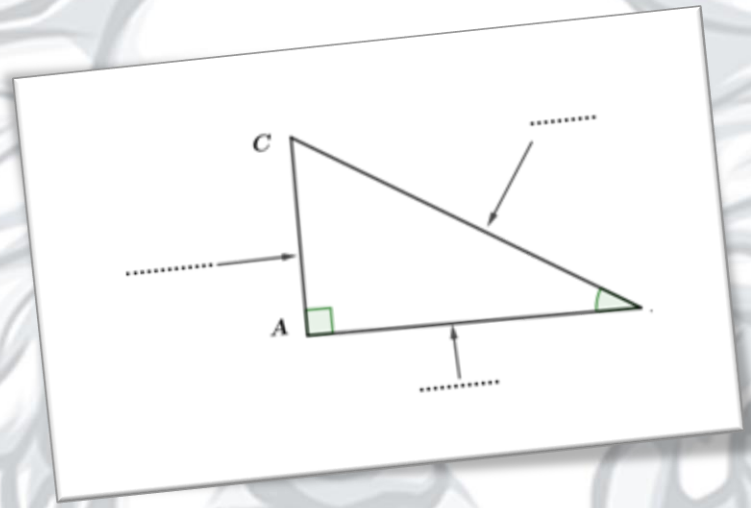
جدول بعض الزوايا الخاصة:

قيس الزاوية	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
Sina	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cosa	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan a$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\sqrt{3}$	غير موجود

التمرين 01

يمثل الشكل المقابل مثلثا ABC قائما في A .

حدد الضلع المجاور والضلع المقابل الخاصين بالزاوية $\widehat{C}$ ووتر المثلث ABC



1- أكمل الفراغ بما يناسب :

$$\cos\widehat{B} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots}{\text{طول الوتر}} = \frac{AB}{\dots\dots\dots}$$

$$\sin\widehat{B} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

$$\tan\widehat{B} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

التمرين 02

أكمل الجدول بقيم تقريبية بالزيادة إلى 0.1 :

x	15^0	....	....	....
$\cos x$	....	0.5	....	....
$\sin x$	....	....	0.7	....
$\tan x$	....	....	....	2.3

التمرين 03

2- أنشئ مثلثا ABC حيث :

$AB = 4.8cm$ و $BC = 8cm$ و $AC = 6.4cm$.

3- برهن أن المثلث ABC قائم في A .

4- أحسب قيس الزاوية $\widehat{ACB}$ بالتدوير الى الوحدة .

التمرين 04

1- أنشئ مثلثا ABC حيث :

$AB = 4.8cm$ و $BC = 8cm$ و $AC = 6.4cm$.

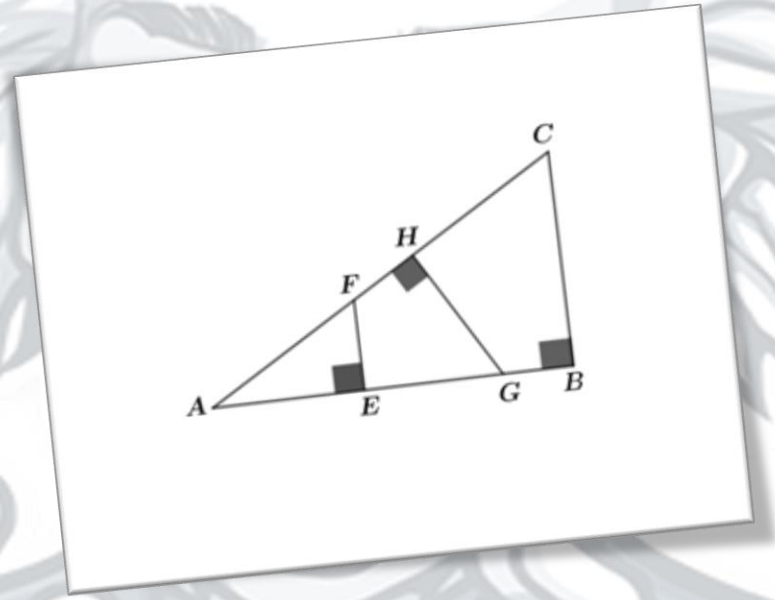
1- برهن أن المثلث ABC قائم في A .

2- أحسب قيس الزاوية $\widehat{ACB}$ بالتدوير الى الوحدة .

التمرين 05

لاحظ الشكل ثم أكمل الجدول :

المثلث القائم	الزاوية الحادة	الضلع المقابل	الضلع المجاور
AEF	$\hat{EAF}$	....	....
....	....	....	$[CB]$
AHG	$\hat{HAG}$	....	....



التمرين 06

ليكن SRT مثلث قائم في R حيث $SR = 5cm$ و $\widehat{STR} = 60^0$.

- أحسب الطول RT بالتدوير الى الوحدة .

التمرين 07

ليكن EFG مثلث قائم في E بحيث $FG = 7cm$

و $\widehat{EGF} = 40^0$.

أحسب الطول EG بالتدوير الى 0.1 .

التمرين 08

ليكن MNO مثلث قائم في O بحيث $OM = 6cm$

و $\widehat{MNO} = 70^0$.

أحسب الطول MN

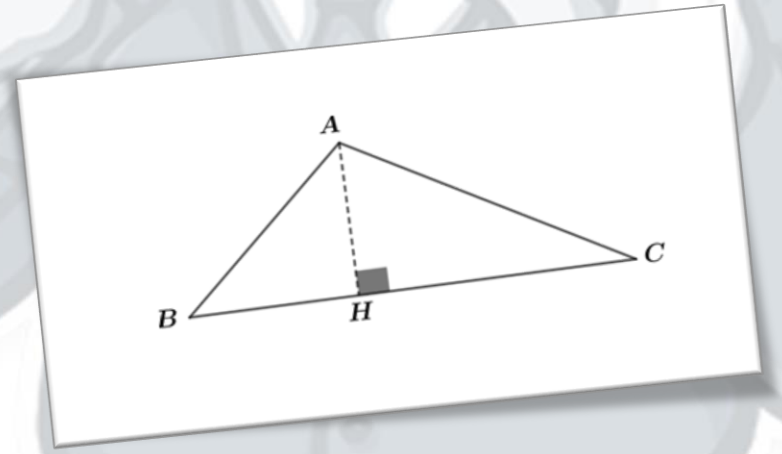
التمرين 09

في المثلث ABC، H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) ، كما هو مبين في الشكل أدناه :

$AC = 4cm$ ، $BH = 1.5cm$ ، $\widehat{ACB} = 30^0$

1- أحسب الطول AH .

2- أحسب قيس الزاوية $\widehat{ABC}$ بالتدور الى الوحدة



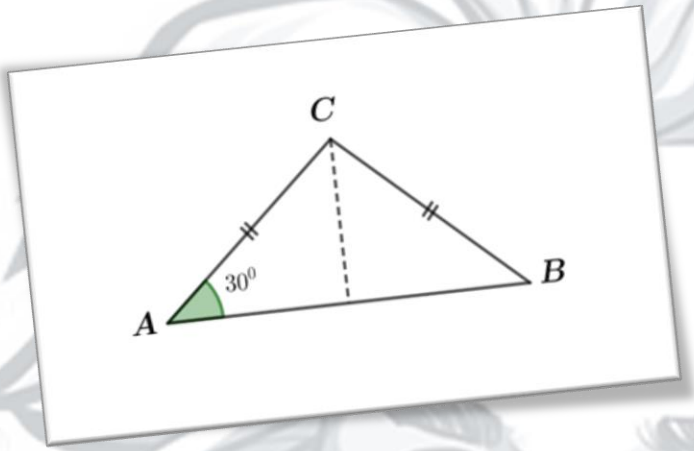
التمرين 10

إليك الشكل المقابل :

أحسب الارتفاع CD

بالتدوير الى الوحدة ، علما أن :

$AB = 6cm$ ، $\widehat{CAD} = 35^0$.



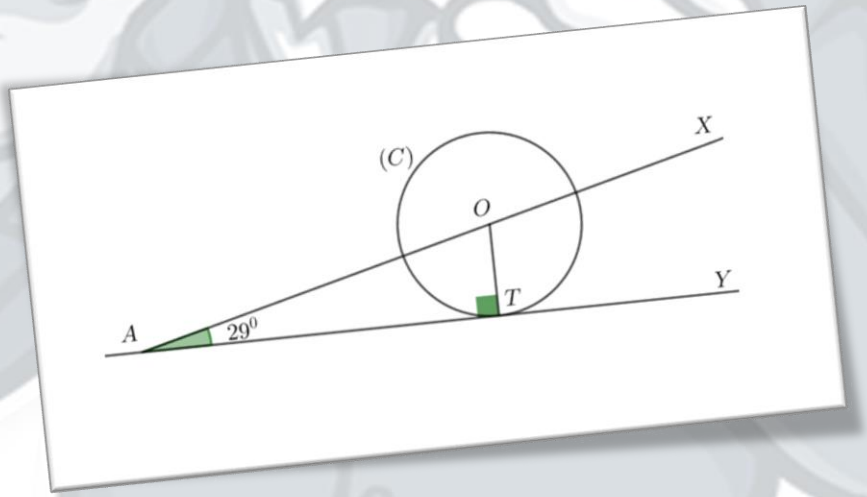
التمرين 11

الشكل مرسوم بأبعاد غير حقيقية .

يمثل الشكل دائرة (C) مركزها O من نصف المستقيم $[AY]$ ونصف المستقيم $[AX]$ مماس للدائرة (C) في T ،

نأخذ $AT = 9cm$.

- أحسب نصف قطر الدائرة (C) بالتدوير الى 0.1 .



الأشعة والانسحاب والمعالم

ما يجب أن تعرف :

مفهوم الشعاع

A و B نقطتان مختلفتان من المستوي.

الانسحاب الذي يحول A الى B يعرف شعاعا نرمز له بالرمز $\vec{V_1}$ مثلا ونكتب:

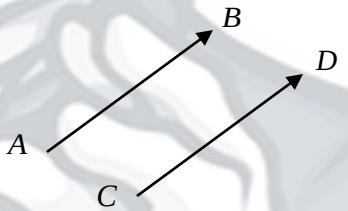
الاتجاه من A الى B هو اتجاه الشعاع $\vec{V_1}$.

- منحنى المستقيم هو منحى الشعاع $\vec{V_1}$.
- طول القطعة هو طول الشعاع $\vec{V_1}$.

تساوي شعاعين:

الشعاعان المتساويان هما شعاعان لهما نفس المنحى ونفس الاتجاه ونفس الطول.

ونكتب $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{C\ D}$



خاصية1:

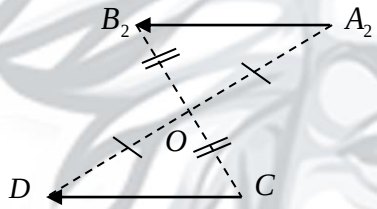
A_1 ، B_1 ، C_1 ، D_1 أربع نقاط من المستوي حيث A_1 و A_1 لا ينتميان إلى المستقيم (A_1B_1)

$A_1B_1C_1D_1$ معناه الرباعي $\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{C_1D_1}$ متوازي الأضلاع.

خاصية 2:

A_2 ، B_2 ، C_2 ، D_2 أربع نقاط من المستوي.

$\overrightarrow{A_2B_2} = \overrightarrow{C\ D}$ معناه للقطعتين $[A_2D]$ و $[B_2D]$ نفس المنتصف.



خاصية3:

A و B نقطتان مختلفتان.

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ معناه M منتصف $[AB]$.

مجموع شعاعين:

A ، B و C ثلاث نقاط من المستوي.

تركيب الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ متبوعا بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ هو الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$

العلاقة: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ تسمى علاقة "شال"

الشعاعان المتعاكسان:

إذا كانت A و B نقطتان حيث :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ فإن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ شعاعان متعاكسان ونكتب $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ نسمى $\vec{0}$ الشعاع المعدوم.

التمرين 01

ABC مثلث قائم في B حيث: cm3=AB وcm4=BC.
النقطتان Dو E صورتي B و A على الترتيب بالانسحاب الذي يحول C إلى B.
1/أنشئ الشكل بدقة.
2/أحسب الطول AC.
3/ماهي صورة المثلث ABC بهذا الانسحاب؟برّر ذلك؟
4/برهن أن الرباعي ABDE متوازي أضلاع.

التمرين 02

ABC مثلث بحيث AB = 3 cm و AC = 4 cm و BC = 5 cm.

1) بين أن المثلث ABC قائم
لتكن M منتصف [BC].
2) أنشئ النقطة N صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.
3) ما نوع الرباعي AMNB؟ استنتج الطول BN.
4) أكمل ما يلي:

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MA} = \cdots$$
$$\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{BA} = \cdots$$

5) أثبت أن: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MN} = \vec{0}$

التمرين 03

ABC مثلث متساوي الساقين قاعدته $[BC]$

1) أنشئ النقطة M بحيث $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
2) برهن أن الرباعي ABMC معيّن.
3) عيّن النقطة D بحيث : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}$, ما نوع المثلث AMD .
4) اثبت أن: $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

التمرين 04

ABCD متوازي أضلاع .

1) أنشئ النقطة E صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BD}$.

2) أنشئ النقطة F حيث : $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CD}$

3) بيّن أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FE}$, ثمّ استنتج نوع الرباعي ABEF

4) أكمل ما يلي :

$$\begin{cases} \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \cdots \\ \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FE} = \cdots \\ \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB} = \cdots \end{cases}$$

التمرين 05

ABC مثلث قائم في Bحيث :

1) احسب الطول AB .

2) عيّن النقطة M صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $-\overrightarrow{AB}$.

- ما نوع الرباعي ABCM ؟

3) عيّن النقطة D بحيث: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$.

- بيّـن أن: $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

التمرين 06

ABCD متوازي أضلاع .

1) أنشئ النقطتين EF, حيث : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BF}$ و $\overrightarrow{DE} = -\overrightarrow{DA}$

2) اتمم ما يلي : $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{ED} + \cdots$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \cdots$

3) بين أن: $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CF}$

التمرين 07

ارسم مثلث ABC متقايس الأضلاع طول ضلعه 4cm

1) عيّن النقطة D حيث : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

2) ما نوع الرباعي ABCD ؟ علّل ؟

3) عيّن النقطة E حيث C منتصف $[EB]$

4) بيّن أن : $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EC} = \vec{0}$

التمرين 08

ABC مثلث متساوي الساقين قاعدته $[BC]$

1) أنشئ النقطة E صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$

2) أنشئ النقطة D بحيث : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

3) اثبت أن النقطة C منتصف $[DE]$

التمرين 09

RST مثلّث حيث :

RT= 3cm;RS= 4cm;ST= 5 cm

1) بيّـن أن المثلث RST قائم في R .

عيّـن النقطة N منتصف الوتر ثمّ أنشئ النقطة H صورة N بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{TR}$.

2) ما نوع الرباعي HNTR ؟

3) أكمل ما يلي : $\overrightarrow{RH} + \overrightarrow{HN} = \overrightarrow{\ldots}; \overrightarrow{RH} + \overrightarrow{RT} = \overrightarrow{\ldots}$

التمرين 10

1) أنشئ مربع ABCD مركزه O وطول ضلعه 3cm .

2) عيّن النقطة E حيث : $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$

3) عيّن النقطة F نظيرة O بالنسبة إلى C .

4) عيّن النقطة G حيث: $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{BO}$.

5) بيّـن أن النقط G , F, O تنتمي إلى نفس الدائرة التي يطلب تحديد مركزها ونصف قطرها .

6) اثبت أن المثلث OFG قائم في G .

التمرين 11

1) علم في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ النقاط $A(2;1)$ ، $B(4;4)$ ، $C(5;4)$ ، $D(3;1)$.

2) احسب مركبتي الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$.

3) استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

التمرين 12

في مستو مزود بمعلم للمستوي $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقط $A(1;1)$ ، $B(3;4)$ ، $C(2;-1)$.

1) عين إحداثيتي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع .

2) عين إحداثيتي مركز تناظر متوازي الأضلاع $ABCD$.

التمرين 13

A ، B ، C ، D نقط من مستو مزود بمعلم متعامد و متجانس حيث:

$A(2;3)$ ، $B(0;1)$ ، $C(2;-1)$ ، $D(4;1)$.

1) احسب الأطوال AB ، AD ، BD.

2) بين أن الرباعي $ABCD$ مربع .

التمرين 14

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم متعامد و متجانس للمستوي . A ، B ، C نقط منه بحيث : $A(-3;1)$ ، $B(1;3)$ ، $C(-2;0)$.

1) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في C .

2) احسب إحداثيتي النقطة I مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC.

3) هل النقطة O تنتمي إلى الدائرة (C) ؟ برر إجابتك .

التمرين 15

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم متعامد و متجانس للمستوي . $A(-2;-1)$ ، $B(2;1)$ ، $C(0;2)$ نقاط من المستوي .

1) بين أن النقطة O منتصف $[AB]$

2) عين إحداثيتي النقطة D نظيرة النقطة B بالنسبة إلى C .

3) احسب الأطوال AB ، AC ، AD ، BD .

التمرين 16

لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\frac{1}{2}x+1$ و ليكن (D) التمثيل البياني لها في معلم متعامد و متجانس.

1) بين أن النقطتين $A(2;2)$ و $B(-2;0)$ تنتميان إلى المستقيم (D)، ثم أنشئ (D).

2) احسب طول القطعة المستقيمة $[AB]$.و بين أن منتصفها ينتمي إلى محور التراتيب .

3) عين إحداثيتي النقطة C صورة النقطة O بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$. ما طبيعة الرباعي $ABOC$ ؟

التمرين 17

علم في معلم متعامد ومتجانس النقط $A(1;2)$ ، $B(-3;-1)$ $C(4;-2)$.

1) بين أن الدائرة (C) التي مركزها A و المارة بالنقطة B تمر أيضا بالنقطة C .

2) احسب إحداثيتي النقطة M منتصف $[BC]$.

التمرين 18

1) أنشئ في معلم للمستوي ثلاثة أشعة ممثلة للشعاع $\vec{U}(-1;2)$.

2) عين العددين x و y حتى يكون الشعاع $\vec{V}(3x-4;y+1)$ مساويا للشعاع $\vec{U}$.

التمرين 19

1) علم في معلم للمستوي النقطة $K(1;2)$.

2) أنشئ النقاط P ، M ، N بحيث : $\overrightarrow{KP}(2;-1)$ ، $\overrightarrow{KM}(-3;1)$ ، $\overrightarrow{KN}(-2;-2)$.

التمرين 20

D ، E ، F نقاط من المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ بحيث: $D(4;3)$ ، $E(2;1)$ ، $F(7;0)$

1) احسب الأطوال DE ، DF ، EF .

2) استنتج نوع المثلث DEF .

3) عين إحداثيتي النقطة H حتى يكون الرباعي $DFHE$ مستطيلا.

التمرين 21

$A(2;1)$ ، $B(0;-2)$ ، $C(1;3)$ نقاط من المستوي المزود بالمعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) عين إحداثيتي النقطة C' صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

2) ما طبيعة الرباعي $ABC'C$ ؟

التمرين 21

في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقاط

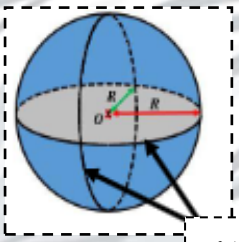
$A(2;3)$ ، $B(2;-1)$ ، $M(-3;1)$.

1) احسب d المسافة بين النقطة M و المستقيم (AB) .

2) قارن بين d و MA و MB .

الهندسة في الفضاء

ما يجب أن تعرف :



الدوائر الكبرى

الكرة والجلة:

الكرة التي مركزها O ونصف قطرها R هي مجموعة من النقطة M من الفضاء بحيث: $OM \leq R$

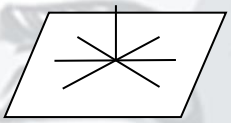
مساحة الكرة، حجم الجلة:

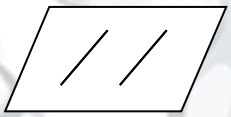
مساحة كرة نصف قطرها R : $S = 4\pi R^2$

حجم جلة نصف قطرها R : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

تذكر: وحدة المساحة cm^2 ووحدة الحجم cm^3

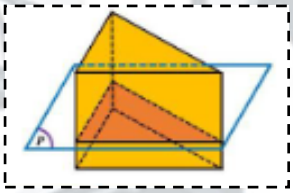
المقاطع المستوية:





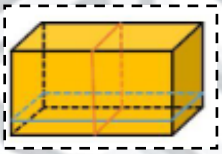
- تقاطع مستو بجسم يسمى مقطعا مستويا لهذا الجسم
- المستقيم المعامد لمستو، يعامد كل المستقيمات المحتواة في هذا المستوي.
- نقول عن مستقيمين أنهما متوازيان في الفضاء، اذا كانا محتويين في نفس المستوي، ولا يلتقيان

مقطع موشور قائم بمستو:

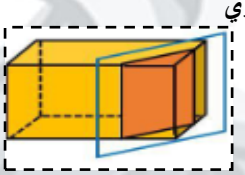


المقطع المستوي، الموازي لقاعدة موشور قائم، هو سطح له نفس طبيعة القاعدة ونفس بعديها

مقطع متوازي المستطيلات بمستوى

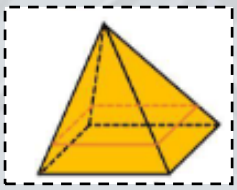


- مقطع متوازي مستطيلات بمستو يوازي أحد أوجهه هو مستطيل له نفس بعدي الوجه الموازي له.



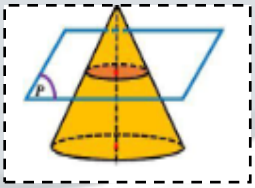
- مقطع متوازي المستطيلات بمستو يوازي أحد أحرفه هو مستطيل طوله أو عرضه يساوي طول ذلك الحرف

مقطع هرم بمستو:



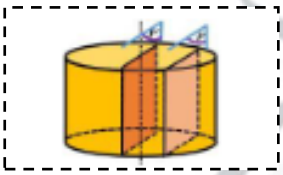
مقطع هرم بمستو موازي لقاعدته هو سطح له نفس طبيعة القاعدة وبأبعاد مصغرة

مقطع مخروط بمستو:

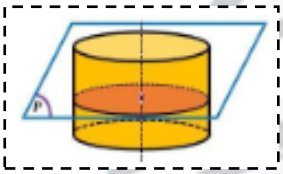


مقطع مخروط دوراني بمستو موازي لقاعدته هو قرص مصغر لقاعدته

مقطع اسطوانة بمستو:

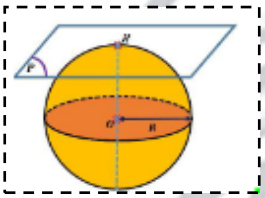


- مقطع اسطوانة بمستو موازي لمحورها هو مستطيل، طوله أو عرضه يساوي ارتفاع الاسطوانة.



- مقطع اسطوانة بمستو موازي لقاعدتها هو قرص مطابق لقاعدتها.

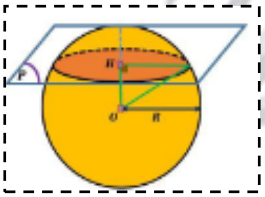
مقطع كرة بمستو:



الحالة الأولى: $OH = R$

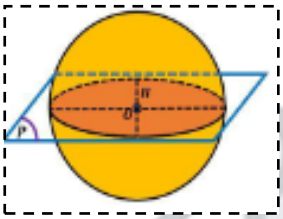
مقطع الكرة بالمستوي (P) هو النقطة H

نسمي المستو (P) مستويا مماسا للكرة، ونسمي النقطة H : نقطة تماس الكرة بالمستوي (P)



الحالة الثانية: $0 \langle OH \langle R$

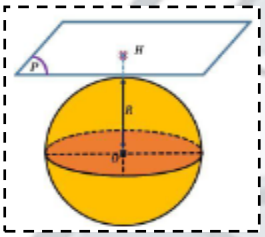
مقطع الكرة بالمستوي (P) هو دائرة نصف قطرها : $\sqrt{R^2 - OH^2}$



الحالة الثالثة: $OH = 0$

أي أن و متطابقان، وهذا يعني أن المستوي (P) يمر من مركز الكرة.

مقطع كرة بمستو يمر بمركزها هو دائرة كبرى



الحالة الرابعة: $OH \rangle R$

في هذه الحالة، المستوي (P) لا يقطع الكرة.

التكبير والتصغير:

إذا ضربنا كل ابعاد مجسم بعدد موجب k نكون قد قمنا بتكبيره إذا كان $k \rangle 1$ وبتصغيره اذا كان $0 \langle k \langle 1$ يسمى العدد k معامل أو سلم تكبير/تصغير

- التكبير والتصغير لا يغيران طبيعة المجسمات
- التكبير والتصغير يحافظان على الزوايا
- إذا كبرنا أو صغرنا مجسما بالسلم، فإن :
  - أبعاده تضرب في العدد k.
  - مساحته تضرب في العدد k^2.
  - حجمه يضرب في العدد k^3.

التمرين 01

تقطع كرة مركزها O ونصف قطرها $13cm$ بمستو يمر على بعد $5cm$ عن المركز: $OA = 5cm$

1. أ.ما طبيعة المقطع الناتج؟

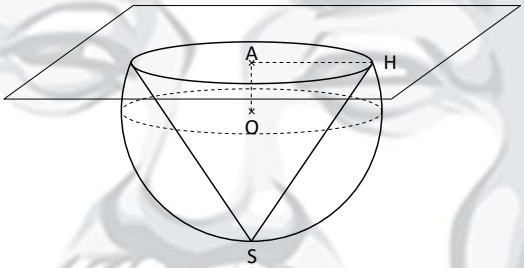
ب.احسب الطول AH ثم استنتج مساحة المقطع الناتج.

2. ننشئ مخروط دوراني قاعدته المقطع السابق في السؤال رأسه S نقطة تقاطع الكرة والمستقيم (OA).

أ. احسب حجم المخروط (أعط القيمة المضبوطة ثم القيمة الأقرب إلى الوحدة).

ب.احسب قيس الزاوية $A\hat{S}H$ بالتدوير إلى $0{,}1^0$

ج. استنتج الطول SH بالتدوير إلى $0{,}1cm$



التمرين 02

علبة من الكرتون شكلها موضح في الرسم أدناه:

ABCDA'B'C'D مكعب طول حرفه $6cm$.

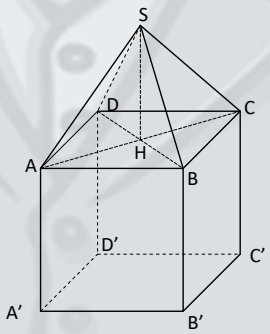
SABCD هرم منتظم أوجهه الأربعة مثلثات كل منها متساوي الساقين.

1) احسب الطول AC .

2) بين أن المثلث SAC قائم.

3) احسب SH إرتفاع الهرم SABCD.بين أن SH يكتب على الشكل $3\sqrt{2}$

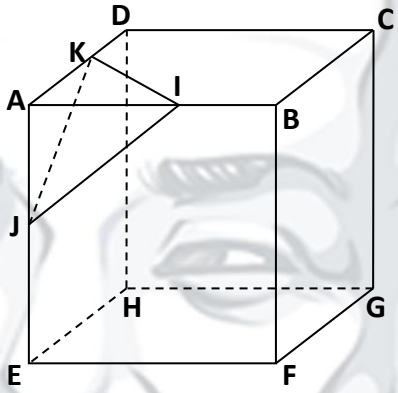
4) احسب حجم العلبة بالتقريب إلى الوحدة



التمرين 03

ABCDEFGH مكعب طول حرفه $AB = 12\ cm$.
النقاط K,J,I منتصفات الأحرف [AB],[AE],[AD].

1. احسب مساحة المثلث AKI.
2. ماهو حجم الهرم JAIK الذي قاعدته AIK؟.
3. ما هو الكسر الذي يمثل نسبة حجم الهرم JAIK الذي قاعدته AIK إلى حجم المكعب ؟ أكتب الكسر على شكل غير قابل للإختزال.

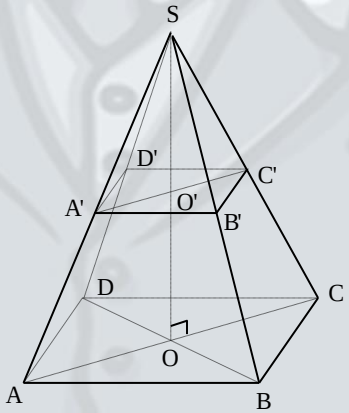


التمرين04

نعتبر الهرم المنتظم الذي قاعدته المربع $ABCD$ ورأسه النقطة S .نعتبر $AB = 20cm$ والإرتفاع $SO = 25cm$.
كماهو موضح في الشكل.

1. احسب الحجم V للهرم.
2. نقطع الهرم بمستو موازلقاعدته $ABCD$ بحيث: $\frac{SA'}{SA} = \frac{2}{3}$.

أ. احسب SO' و $A'B'$.
ب.احسب الحجم V' للهرم $SA'B'C'D'$.



التمرين05

جلة ذات المركز O ونصف القطر $4cm$ وضعت في قعر علبة شكلها متوازي المستطيلات القائم ارتفاعه $4cm$
نقطع الجلة بمستو يوازي الوجه العلوي للعلبة
ما هو المقطع المحصل عليه؟

التمرين06

كرة مركزها النقطة O ونصف قطرها $5.5cm$ نقطعها بمستو يبعد ب $4cm$ عن المركز O والمقطع هو دائرة (C) مركزها H

1. اعط شكلا لهذه الوضعية ثم علم النقطة عن الدائرة
2. احسب نصف قطر الدائرة

التمرين07

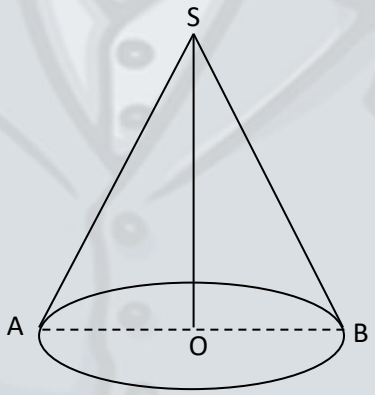
$ABCD$ هرم قاعدته مثلث قائم في B حيث $AB=3cm$ و $BC=3cm$
يقطع هذا الهرم بمستو يوازي القاعدة في ربع الارتفاع انطلاقا من O

- ارسم شكلا توضح فيه المعطى ثم احسب مساحة المقطع المحصل عليه

التمرين08

مخروط دوراني رأسه النقطة S وقاعدته قرص مركزه O ونصف قطره $4cm$ وارتفاعه $[SO]$ حيث $SO=2.8cm$

- عين قيس الزاوية $AB=3cm$ مدورة الى الدرجة
- احسب حجم هذا المخروط (النتيجة مدورة الى الوحدة)



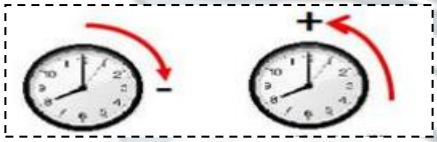
الدوران و المضلعات المنتظمة و الزوايا

ما يجب أن تعرف :

الدوران:

تحويل شكل بالدوران الذي مركزه O هو إدارته حول النقطة O . بالحفاظ على نفس المسافة بين الشكل والنقطة O ، في اتجاه معين وبزاوية محددة .

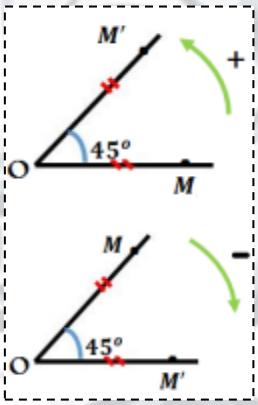
- نميز الدوران بمركز وزاوية واتجاه.
- الاتجاه الموجب هو الاتجاه المعاكس لحركة عقارب الساعة.
- الاتجاه السالب هو الاتجاه الموافق لحركة عقارب الساعة.



ملاحظة:

نأخذ دائما الاتجاه الموجب كاتجاه للدوارن، مالم يذكر عكس ذلك نقول إن M هي صورة M' بالدوران الذي مركزه O وزاويته a

إذا كان: $\hat{MOM} = a$ و $OM = OM'$



مثال 01:

النقطة M' هي صورة M بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 45^0 ، واتجاهه هو الاتجاه الموجب.

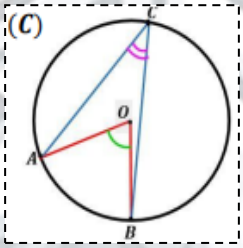
$\hat{MOM'} = 45^0$ و $OM = OM'$

مثال 02:

النقطة M' هي صورة M بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 45^0 ، واتجاهه هو الاتجاه السالب.

$\hat{MOM'} = 45^0$ و $OM = OM'$

الزاوية المركزية والزاوية المحيطة في دائرة:



لتكن (C) الدائرة ذات المركز

نقول عن الزاوية أنها زاوية محيطة في الدائرة (C) إذا كان رأسها C ينتمي إلى الدائرة (C) و $[CB]$ و $[CA]$ وتران لهذه الدائرة

نقول عن الزاوية أنها مركزية في الدائرة (C) ، إذا كان رأسها هو مركز هذه الدائرة

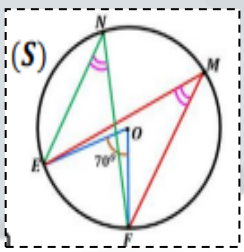
خاصية 01

قيس زاوية محيطة في دائرة (C) هو نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر نفس القوس معها $\hat{ACB} = \frac{1}{2}\hat{AOB}$

خاصية 02

كل الزوايا المحيطة في دائرة التي تحصر نفس القوس متقايسة

مثال :



الزاويتان و محيطتان تحصران نفس القوس ، أما الزاوية مركزية فإن:

$\hat{ENF} = \frac{\hat{EOF}}{2} = \frac{70^0}{2} = 35^0$

المضلعات المنتظمة:

نقول عن مضلع انه منتظم، إذا كانت كل زواياه متقايسة وكل أضلاعه لها نفس الطول.

خاصية 01:

توجد دائرة تشمل كل رؤوس المضلع.

- نقول عن هذه الدائرة أنها دائرة محيطة بالمضلع المنتظم.
- مركز هذه الدائرة هو مركز المضلع المنتظم.

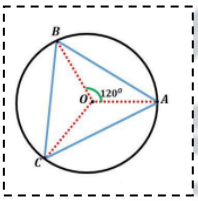
خاصية 02:

يبقى المضلع المنتظم ثابتا، بالدوران الذي مركزه مركز المضلع، والذي زاويته (في أي اتجاه كان)، حيث و هما رأسان متتاليان للمضلع المنتظم .

خاصية 03:

الزوايا المركزية في مضلع منتظم متقايسة وقيس كل واحدة منها حي هو عدد أضلاع هذا المضلع المنتظم.

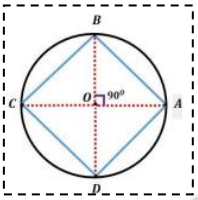
مثال 01:



المثلث متقايس الأضلاع:

$\hat{AOB} = \hat{BOC} = \hat{COA} = \frac{360^0}{3} = 120^0$

مثال 02:



المربع

$\hat{AOB} = \hat{BOC} = \hat{COD} = \hat{DOA} = \frac{360^0}{4} = 90^0$

التمرين 01

المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i}\ ;\ \vec{j})$

1) علّم النقط : A (-1; 2) , B (2;3) , M (-1;+1)

2) بيّن أن B هي صورة A بالدوران الذي مركزه M وزاويته $\widehat{AMB}$

التمرين 02

1) علّم في المستوي المزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\ \overrightarrow{OI}\ ;\ \overrightarrow{Oj})$ النقط : (الوحدة هي 1cm)

A (2 ;-1) , B (3 ;4) , C (0 ; 3)

2) بيّن أن النقطة C هي صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\widehat{BAC}$.

3) عيّن على الرسم النقطة N منتصف $[BC]$.

حدّد بالتدوير إلى الدرجة قيس الزاوية $\widehat{A}$ إذا علمت أن AN= 4

التمرين 03

1) علم في معلم للمستوي النقاط $A(-1;-3)$ ، $B(-2;4)$ ، $C(2;1)$.

2) احسب الأطوال AB ، AC ، BC و استنتج نوع المثلث ABC

3) استنتج الدوران الذي يحول النقطة B إلى النقطة A .

التمرين 04

المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\ \overrightarrow{OI}\ ;\ \overrightarrow{Oj})$.

1) علّم النقط التالية : A (1 ; 3) , B (-1-1 ;) , C (3 ; -3).

2) علما أن: $AC = 2\sqrt{10}$, $AB = 2\sqrt{5}$, بيّن أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين .

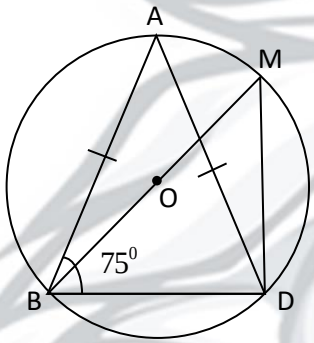
أ – احسب احداثيي النقطة Iمركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

ب- أنشئ النقطة D صورة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته 90^{o} في الاتجاه الموجب .

التمرين 05

معطيات التمرين موضحة على الشكل المقابل :

1. ما هي طبيعة المثلث BMD؟
برر إجابتك؟
2. أ/ أحسب قيس الزاوية $\widehat{BAD}$
ب/ بين أن قيس الزاوية $\widehat{BMD}$ هو $30°$.
3. علما أن BD= 5,6cm ،BM= 11,2 cm
أحسب الطول DM



التمرين 06

A وB نقطتان من المستوي .

1) أنشئ النقطة M صورة النقطة B بالدوران الذي مركزهA و زاويته 30^oو اتجاهه سالب .

2) أنشئ النقطة Nصورة النقطة B بالدوران الذي مركزه Aو زاويته 60^oو اتجاهه موجب .– ما طبيعة المثلثAMN ؟

التمرين 07

ABCD معين طولي قطريه$[AC]$ و$[BD]$هما 8cm و 4cm على الترتيب .

O نقطة تقاطع $[AC]$ و$[BD]$.

1) عين الزاوية و الاتجاه للدوران الذي مركزه Oو الذي يحول المثلث ABC إلى المثلث ADC .

2) أنشئ صورة المعين ABCD بالدوران الذي مركزه O و زاويته 90^o و اتجاهه سالب.

التمرين 08

ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 6cm .

1) أنشئ النقطة D صورة النقطة C بالدوران R الذي مركزه Aو زاويته 60^o واتجاهه موجب.

2) استنتج صورة المثلث ABCبالدوران R .

3) ما طبيعة الرباعيABCD

ما يجب أن تعرف :

الاحصاء هو دراسة ظاهرة أو معطيات بطريقة علمية، يقوم بترجمتها وتفسيرها . وهو لغة ضرورية للتعامل مع هذا المفهوم كما هو لغة يتمثل في معرفة بعض التعابير والمفردات الأساسية .

مثال: يأتي الى المؤسسة

- 209 تلميذ يستعملون النقل العمومي.
- 284 تلميذ يأتون على أقدامهم.
- 92 تلميذ يأتون في سيارات أوليائهم.

نسمي مجتمعا إحصائيا مجموع الأفراد الذين تخصهم الدراسة الإحصائية.

في المثال السابق يشكل تلاميذ المؤسسة المجتمع الاحصائي أفراده تلاميذ المؤسسة والدراسة الإحصائية تتمثل في كيفية التحاق تلاميذ المتوسطة.

تسمى التكرار الكلي للسلسلة عدد عناصر هذه السلسلة.

التكرار الكلي: $209 + 284 + 92 = 585$

585 عناصر هذا المجتمع والذي يتمثل في تلاميذ المؤسسة.

نسمي متغيرا إحصائيا أو ميزة إحصائية الشيء الذي تخصه الدراسة الإحصائية والذي يشمل عدة أنواع مختلفة، حيث يأخذ كل فرد من الجمتمع المدروس نوعا واحد فقط منها .

بالنسبة للمثال السابق المتغير الإحصائي هو طبيعة النقل

نسمي التكرار المرفق بنوع معين للمتغير الإحصائي عدد مرات ظهور هذا النوع

تكرار التلاميذ الذين يستعملون النقل العمومي هو 209

تسمى التواتر او التكرار النسبي المرفق بنوع معين للمتغير الإحصائي: حاصل قسمة تكرار هذا النوع على التكرار الكلي

تواتر التلاميذ الذين يستعملون النقل العمومي هو: $\frac{209}{585}$

ويعبر هذ هذه النتيجة بعدد عشري أو نسبة مئوية

نقول عن ميزة انها كمية عندما تكون ممثلة بعدد، ونقول عن ميزة غير كمية أنها نوعية : الجنس، اللون فهذا طبع إحصائي نوعي.

مثال: العمر، المسافة، المدة، العلامة هي ميزات كمية

التكرار المجمع الصاعد: لقيمة أو لفئة هو مجموع تكرار هذه القيمة او الفئة وتكرارات القيم او الفئات

التكرار المجمع النازل: لقيمة او فئة هو مجموع تكرار هذه القيمة او الفئة وتكرارات القيم او الفئات

مثال: لدينا سلسلة إحصائية تتعلق بأوال الأنهار، لنعين التكرار المجمع الصاعد والنازل

الأطوال	80الى100	100الى120	120الى140	140الى160	المجموع
التكرار	12	10	12	6	40
التكرار المجمع الصاعد	12	22	34	40	
التكرار المجمع النازل	40	28	18	06	

التواتر المجمع الصاعد: لقيمة او فئة هو مجموع تواتر هذه القيمة او الفئة وتواترات القيم او الفئات

التواتر المجمع النازل: لقيمة او لفئة هو مجموع تواتر لهذه القيمة او الفئة وتواتر القيم او الفئات

مثال : نبقى مع المثال السابق

الأطوال	80 ;100	100;120	120;140	140;160	المجموع
التكرار	12	10	12	6	40
التواتر	$\frac{12}{40}$	$\frac{10}{40}$	$\frac{12}{40}$	$\frac{06}{40}$	
التكرار المجمع الصاعد	$\frac{12}{40}$	$\frac{22}{40}$	$\frac{34}{40}$	$\frac{40}{40}$	
التكرار المجمع النازل	$\frac{40}{40}$	$\frac{28}{40}$	$\frac{18}{40}$	$\frac{06}{40}$	

ملاحظات

عندما يكون عدد القيم كبيرا نلجأ إلى حصرها ضمن مجالات تدعى فئات كما ورد في المثال السابق

مركز الفئة: هو العدد

طول الفئة: هو العدد الموجب

نسمي الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية حاصل قسمة مجموع قيم السلسلة المتوازنة بالتكرارات الموافقة لها على الترتيب التكرار الكلي.

مثال01: حساب وسط حسابي لسلسلة علامات التلاميذ في فرض الرياضيات

العلامات	7	8	9	10	11	المجموع
التكرارات	6	3	5	1	2	17

الوسط الحسابي لهذا الطبع الاحصائي المتقطع هو:

$$m = \frac{6\times 7 + 3\times 8 + 5\times 9 + 1\times 10 + 2\times 11}{17}$$

$$m \approx 8.41$$

مثال02: إذا بوبنا العلامات في فئات نحصل على السلسلة الإحصائية الآتية:

العلامات	10;7	13;10	19;13	المجموع
التكرارات	14	5	6	25
مركز الفئة	8.5	11.5	14.5	

$$m = \frac{14\times 8.5 + 5\times 11.5 + 6\times 14.5}{25}$$

$$m = 10.54$$

عندما يتطلب الأمر بطع إحصائي مستمر، نحسب الوسط الحسابي بتعويض كل فئة $[a;b]$ بحساب مركز فئتهم ثم نحسب الوسط الحسابي.

سبب الإنتقال من الوسط إلى الوسيط لسلسلة احصائية لأن بعض حالات سلاسل إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا وأن الوسط الحسابي لا يقسم السلسلة إلى جزئية لهما نفس عدد العناصر وهذا الأمر يمكن تحقيقه بحساب الوسيط

عندما تكون سلسلة إحصائية مرتبة، الوسيط هي القيمة التي تجزئ هذه السلسلة إلى جزئين لهما نفس التكرار.
عدد القيم الأصغر من الوسيط يساوي عدد القيم الأكبر منه ونرمز لوسيط السلسلة الإحصائية بالرمز: Med
لحساب الوسيط لسلسلة إحصائية نرتبها ترتيبا تصاعديا أو تنازليا إذ لم تكن مرتبة ثم نراعي فردية أو زوجية التكرار الكلي،

إذا كان N التكرار الكلي فرديا فإن قيمة رتبة $\frac{N+1}{2}$

تمثل الوسيط Medinae ،

إذا كان N التكرار الكلي زوجيا، فإن نصف مجموع قمتي رتبتين $\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2}+1$ تمثل الوسيط Medinae

مثال 01: عين وسيط السلسلة: 3،10،8،7،6،6،5،4،4

التكرار الكلي للسلسلة هو عدد فردي ويساوي 9 نرتب السلسلة ترتيبا تصاعديا:

3،4،4،5،6،6،7،8،10

ومنه رتبة الوسيط هي: $\frac{9+1}{2}=5$

أي ان : $Med = 6$

مثال 02: عين وسيط السلسلة 9،3،4،7،8،7،5،2

التكرار الكلي للسلسلة هو عدد زوجي ويساوي 8

نرتب السلسلة ترتيبا تنازليا:

9،8،7،7،5،4،3،2

ومنه وسيط هو نصف مجموع القيم التي رتبتها: $\left(\frac{8}{2};\frac{8}{2}+1\right)$

أي أن $Med = \frac{7+5}{2} = 6$

التمرين 01

تحصل تلميذ على العلامات التالية في 11 مادة:

11 ،11 ، 9 ، 14 ، 14، 9 ، 7 ، 10 ، 7 ، 11 ، 11 .

- شكل جدولا تكراريا لهذه السلسلة يضم التكرار المطلق ، التكرار المجمع المتزايد ، التكرار المجمع المتناقص و التواتر.

التمرين 02

قمنا بدراسة رواتب **30** عاملا لمؤسسة وطنية فكانت النتائج كالآتي

(يرمز للأجر بـ S)

فئات الرواتب (DA)	$1200 \leq S < 1250$	$1250 \leq S < 1300$	$1300 \leq S < 1350$	$1350 \leq S < 1400$
عدد العمال	12	8	7	3

1) شكل جدولا تكراريا لهذه السلسلة يضم التكرار المطلق ، التكرار المجمع المتزايد و المتناقص .

2) ما هو عدد العمال الذين يتقاضون أجرا أكبر من أو يساوي $1300DA$ ؟

3) احسب الوسط الحسابي المتوازن لهذا التوزيع التكراري.

التمرين 03

إليك التوزيع التكراري الآتي :

القيم	5	6	7	8	9
التكرار	3	8	10	9	5

1) أوجد الوسط الحسابي المتوازن لهذا التوزيع التكراري .

2) احسب الوسيط لهذه السلسلة . هل الوسيط ينتمي إلى السلسلة ؟

3) احسب المنوال.

التمرين 04

الجدول التالي يعطيك نقاط اختبار التربية الإسلامية لقسم من أقسام السنة الرابعة

متوسط (النقطة n على 20)

النقطة n	$0 \leq n < 5$	$5 \leq n < 10$	$10 \leq n < 15$	$15 \leq n < 20$
التكرار	4	7	9	7

1) عين مراكز الفئات ثم استنتج الوسط الحسابي المتوازن لهذه السلسلة .

2) عين الفئة التي ينتمي إليها الوسيط (الفئة الوسيطية) وعين رتبة الوسيط فيها

(مع الشرح) .

التمرين 05

إليك علامات تلميذ في المواد التي أمتحن فيها في الثلاثي الأول :

15 ،16 ،12 ،10 ،14 ،13 ،11 .

1)احسب $\overline{x}$ معدل هذا التلميذ.

2) في الثلاثي الثاني أجتهد التلميذ أكثر و حسن علاماته حيث ازدادت كلها بـ 20% .

- احسب $\overline{y}$ معدل التلميذ في الثلاثي الثاني . – قارن بين $\overline{x}$ و $\overline{y}$.

التمرين 06

في نهاية ديسمبر 2006 ، أحصينا عدد تلاميذ متوسطة الأمير عبد القادر فوجدنا 500 تلميذا تتوزع أعمارهم حسب الجدول التالي: (يرمز للعمر بـ A)

فئات العمر (بالسنة)	$10 \leq A < 13$	$13 \leq A < 16$	$16 \leq A < 19$
النسبة المئوية	40%	50%	10%

1) ما هو معدل عمر التلاميذ في سنة 2006 ؟

2)ما هي النسبة المئوية التي تمثل التلاميذ الذين سنهم أقل من 16 سنة؟ و ما هو عددهم؟

شهادة التعليم المتوسط 2010

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (03 نقاط)

لحساب المعدل الفصلي m لمادة التربية المدنية نطبق القانون التالي: $m=\frac{2a+3b}{5}$ ، حيث a هي علامة التقويم المستمر و b علامة الاختبار.

أوجد علامة التقويم المستمر a إذا علمت أن علامة الاختبار $b=12$ والمعدل الفصلي $m=14$.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين **140** و **220**

صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها $1.40m$ و $2.20m$ جزئت إلى مربعات متساوية بأكبر ضلع دون ضياع.

2. ماهو أطول ضلع كل مربع؟.
3. ماهو عدد المربعات الناتجة ؟

التمرين الثالث: (03 نقاط)

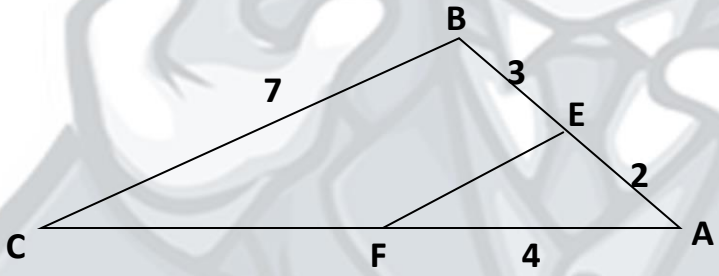
$(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي.

1. علم النقط : $A(0;2)$ ، $B(1;0)$ ، $C(-1;0)$.
2. مانوع المثلث ABC ؟ علل.
3. عين إحداثيا النقطة D صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه O وزاويته 180^0 ثم استنتج نوع الرباعي $ABCD$

التمرين الرابع: (03 نقاط)

في الشكل المقابل $(EF)//(BC)$

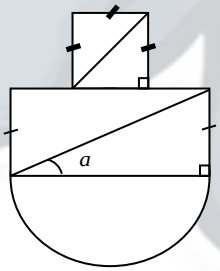
1. احسب الطولين FC ، EF



المسألة: (08 نقاط)

يمثل الشكل المقابل أرضية قاعة حفلات مكونة من مربع ومستطيل ونصف قرص. طول قطر المستطيل يزيد عن طول قطر المربع ب $2m$ ومجموع طوليهما $28m$.

يريد صاحبها تبليطها ببلاط سعر المتر المربع الواحد **800** دينار .



1. احسب طول وعرض المستطيل

علما ان : $\cos a=0.8$

2. احسب السعر الاجمالي للبلاط

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (03 نقاط)

1. تحقق بالنشر من أن: $(2x-1)(x-3)=2x^2-7x+3$
2. لتكن العبارة A حيث: $A=2x^2-7x+3+(2x-1)(3x+2)$
   - حلل A الى جداء عاملين من الدرجة الاولى .
3. حلل المعادلة: $(2x-1)(4x-1)=0$

التمرين الثاني: (03 نقاط)

1. اكتب المجموع A على الشكل $a\sqrt{5}$ (a عدد طبيعي) حيث:

$$A=\sqrt{125}+\sqrt{45}-\sqrt{20}$$

احسب $A\times\frac{\sqrt{5}}{30}$ مبينا مراحل الحساب .

التمرين الثالث: (03 نقاط)

ABC مثلث قائم الزاوية في A. $[AH]$ الارتفاع المتعلق بالوتر $[BC]$.

- بين ان: $AB^2=BH\times BC$ (يمكنك الاعتماد على $\cos ABC$ في كل من المثلثين ABC و ABH)

التمرين الرابع: (03 نقاط)

المستوى مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{OI};\vec{OJ})$.

1. علم النقط: $A(-1;2)$ ، $B(3;2)$ ، $M(+1;-1)$

بين أن B هي صورة A بالدوران الذي مركزه M وزاويته AMB

الجزء الثاني: (08 نقاط)

المسألة:

تقترح وكالة تجارية للاتصالات الهاتفية للتسديد الشهري الصيغ الثلاث الآتية:

الصيغة أ: دفع 11 دينارا للدقيقة.

الصيغة ب: دفع 600 دينار اشتراكا و5دنانير للدقيقة.

الصيغة ج: دفع 1200 دينار اشتراكا و 3 دنانير للدقيقة.

1. احسب تكلفة المكالمات التي مدتها 100 دقيقة في كل من الصيغ الثلاث.
2. y يمثل الكلفة بالدنانير، x يمثل المدة بالدقائق.

اكتب بدلالة في كل من الصيغ الثلاث. وفي نفس المعلم، مثل بيانيا الصيغ الثلاث واستنتج الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصيغة ب اقل تكلفة.

(يمكنك اختيار المعلم بحيث تمثل 50 دقيقة على محور الفواصل و تمثل على محور التراتيب).

شهادة التعليم المتوسط 2012

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (03 نقاط)

ليكن العددان الحقيقيان m و n حيث:

$m=\sqrt{112}-3\sqrt{28}+3\sqrt{7}-\sqrt{25}$ ، $n=(\sqrt{7}+3)(4-\sqrt{7})$

1. اكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{7}+b$ بحيث a و b عددان نسبيان
2. بين ان الجداء $m\times n$ عدد ناطق
3. اجعل مقام النسبة $\dfrac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة E حيث : $E=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)$

1. انشر وبسط العبارة E
2. حلل العبارة E الى جداء عاملين
3. حل المعادلة: $(4x-1)(x-3)=0$
4. حل المتراجحة: $4x^2-13x+3\leq 4x^2+29$

التمرين الثالث: (03 نقاط)

(T) دائرة مركزها O وقطرها $AB=8cm$ ، C نقطة من الدائرة حيث: $BC=3cm$

1. احسب بالتدوير الى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية BAC ثم استنتج قيس الزاوية BOC .

F هي صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$ ، المستقيم الذي يشمل F ويوازي (BC) يقطع (AC) في D

2. احسب DF .

التمرين الرابع: (03 نقاط)

$(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي.

1. علم النقط $A(2;-1)$ ، $B(-2;3)$ ، $C(-4;-3)$ ،
2. احسب الطول AC واستنتج نوع المثلث ABC علما أن $BC=2\sqrt{10}$
3. احسب احداثيي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BD}$
4. بين ان : $(AB)\perp(CD)$

المسألة: (08 نقاط)

يقترح مدير صحيفة يومية على زبائنه صيغتين لاقتناء الجريدة.

الصيغة الاولى: ثمن الجريدة $10DA$

الصيغة الثانية: ثمن الجريدة $8DA$ مع اشترك سنوي قدره $500DA$

1. انقل واتمم الجدول :

عدد الجرائد المشتراة	50		
مبلغ الصيغة الأولى بـ		1000	
مبلغ الصيغة الثانية بـ			3300

2. ليكن x عدد الجرائد المشتراة .

نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الأولى و $g(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الثانية

عبر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x

3. مثل بيانيا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في معلم متعامد ومتجانس حيث:

2سم على محور الفواصل يمثل 50 جريدة و 2سم على محور التراتيب يمثل 500دج

4. حل المعادلة $f(x)=g(x)$ وماذا يمثل الحل؟
5. ماهي الصيغة الأفضل في الاحالتين التاليتين:

- عند اقتناء 150 جريدة.
- عند اقتناء 270 جريدة.

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (03 نقاط)

ليكن العدد الحقيقي A حيث: $A=\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)+\sqrt{27}+1$

1. بين أن: $A=4+2\sqrt{3}$
2. ليكن العدد الحقيقي B حيث: $B=4-2\sqrt{3}$
   بين أن: $A\times B$ عدد طبيعي

التمرين الثاني: (03.5 نقاط)

1. لتكن العبارة: $A=3x-5$ حيث x عدد حقيقي.
   أ- احسب القيمة المقربة الى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من اجل $x=\sqrt{2}$
   ب- حل المتراجحة: $A\geq 0$ ثم مثل مجموعة حلولها بيانيا.
2. أ- انشر ثم بسط العبارة B حيث: $B=(3x-5)^2+9x^2-25$
   ب- استنتج أن: $B=6x(3x-5)$
   ج- حل المعادلة: $B=0$

التمرين الثالث: (02 نقاط)

ABC مثلث قائم في B حيث: $AB=4cm$ و $CB=8cm$

لتكن M نقطة من $[BC]$ حيث $BM=\frac{BC}{4}$ ، المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة M يقطع $[AC]$ في النقطة H

1. احسب الطول MH
2. احسب $\tan AMB$ واستنتج قيس الزاوية AMB بالتدوير إلى الدرجة

التمرين الرابع: (03.5 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1. علم النقط: $A(2;0)$ ، $B(-4;3)$ ، $C(5;3)$
2. احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثم الطول AB
3. عين النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثم احسب احداثيتي النقطة D .
4. اوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC).

المسألة: (08 نقاط)

لإقامة حفل زفاف قررت عائلة كراء سيارة فاخرة فاتصل الاب محمد بثلاث وكالات فقدموا له عروضا حسب المعطيات المقابلة:

- عرض الوكالة الأولى: دفع مبلغ 4000دج لليوم الواحد.
- عرض الوكالة الثانية: دفع مبلغ 3000دج لليوم الواحد يضاف إليه ضمان غير مسترجع قدره 1000دج
- عرض الوكالة الثالثة: دفع مبلغ 16000دج لمدة لا تتعدى أسبوعا واحدا

فاستنجد الاب محمد بابنه سمير الذي يدرس في السنة الرابعة متوسط لمساعدته في اختيار العرض الأنسب والأقل تكلفة.

لو كنت في مكان الابن سمير ساعد الاب محمد في:

1. اختيار العرض الأنسب والأقل تكلفة لكراء سيارة لمدة 7أيام.
2. x عدد الأيام التي يستغل فيها الاب محمد السيارة.
   أ- عبر بدلالة x ، عن العرض الأول بالدالة $f(x)$ وعن العرض الثاني بالدالة $g(x)$ وعن العرض الثالث بالدالة $h(x)$
   مثل بيانيا في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ الدوال f ، g و h
   (حيث كل 2سم من محور الفواصل يمثل يوما واحدة وكل 1سم من محور التراتيب يمثل 2000دج)
3. اعتمدا على البيان املا الجدول الاتي:

العروض /الايام	اليوم الاول	اليوم الرابع	اليوم الخامس
العرض الأول			
العرض الثاني			
العرض الثالث			

4. أ- حل المعادلات الآتية لإيجاد x عدد الأيام المستغلة من طرف الأب محمد:
   $f(x)=g(x)$ ، $f(x)=h(x)$ ، $g(x)=h(x)$
   ب- ماذا يمثل حل كل معادلة ؟.

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (03 نقاط)

إليك الأعداد A ، B ، C حيث:

$$A=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{7}{4} \quad ، \quad B=\frac{1.2\times10^{-2}\times7}{12.5\times10^{3}} \quad ، \quad C=\sqrt{175}-\sqrt{112}+6\sqrt{7}$$

1. أحسب A ثم اكتبه على الشكل العشري
2. اعط الكتابة العلمية للعدد B
3. اكتب C على ابسط شكل ممكن.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

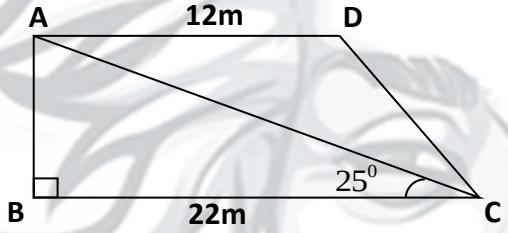
لتكن العبارة E حيث : $E=(2x+5)^2-36$

تحقق بالنشر أن: $E=4x^2+20x-11$

حلل العبارة E الى جداء عاملين.

حلل المعادلة: $(2x+11)(2x-1)=0$

التمرين الثالث: (03 نقاط)



الشكل $ABCD$ شبه منحرف قائم في B ، فيه : $A\hat{C}B=25^0$

احسب الطول AB بالتدوير الى الوحدة.

(استعن بـ: $\tan ABC$)

احسب مساحة كل من شبه المنحرف $ABCD$

والمثلث ABC . ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى: مساحة شبه المنحرف = (القاعدة الكبرى + القاعة الصغرى) x الارتفاع / 2

التمرين الرابع: (03 نقاط)

المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. علم النقط: $A(-2;-3)$ ، $B(4;1)$ ، $C(2;4)$
2. أ – أعط القيمة المضبوطة للطول AB

   ب- علما ان: $AC=\sqrt{65}$ و $BC=\sqrt{13}$ ، بين ان المثلث ABC قائم
3. أنشئ النقطة E صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$. أثبت أن $ABCE$ مستطيل.

المسألة: (08 نقاط)

بمناسبة عيد الأضحى قدمت مؤسسة للهاتف النقال عرضين لمدة أسبوع للتواصل وتبادل التهاني بواسطة الرسائل القصيرة (SMS).

العرض الاول : $3DA$ للرسالة الواحدة

العرض الثاني: $1.5DA$ للرسالة الواحدة مع اقتطاع مبلغ جزافي قدره $30DA$ من الرصيد

1. انقل واكمل الجدول:

عدد الرسائل (SMS)	10		
المبلغ حسب العرض الاول بـ DA		45	
المبلغ حسب العرض الثاني بـ DA			90

2. x يعبر عن عدد الرسائل المرسلة.

   y_1 هو المبلغ حسب العرض الأول و y_2 هو المبلغ حسب العرض الثاني.

   عبر عن y_1 و y_2 بدلالة x .
3. f و g دالتان حيث: $f(x)=3x$ و $g(x)=1.5x+30$

   مثل بيانيا الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد والمتجانس حيث:

   (1سم على محور الفواصل يمثل 5رسائل SMS و 1سم على محور التراتيب يمثل 10دج)
4. يريد الاخوان زينب وكريم استغلال هذين العرضين لهذه المناسبة، في رصيد كريم 120دج ويريد تهنئة اكبر عدد ممكن من الاشخاص، اما زينب تريد تهنئة زميلتها في الدراسة وعددهن 15 .

   - بقراءة بيانية، ما هو العرض المناسب لكل منهما؟ (مع الشرح).

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (03 نقاط)

احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين **696** و **406** مع كتابة مراحل الحساب

اكتب $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

احسب العدد P حيث $P=\frac{696}{406}-\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}$

التمرين الثاني: (03 نقاط)

تعطى العبارة: $F=(2x-3)^2-16$

تحقق بالنشر أن: $F=4x^2-12x-7$

حلل F الى جداء عاملين من الدرجة الاولى

حل المعادلة: $(2x-7)(2x+1)=0$

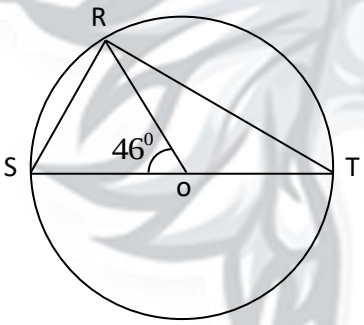
احسب F من اجل $x-1+\sqrt{2}$ واكتب النتيجة على الشكل $a+b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان نسبيان.

التمرين الثالث: (03 نقاط)

في الشكل المقابل الاطوال واقياس الزوايا غير حقيقية

(C) دائرة مركزها O وقطرها $ST=9cm$

R نقطة من هذه الدائرة حيث $\widehat{SOR}=46^o$



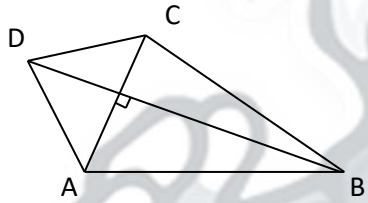
1. بين أن: $\widehat{STR}=23^o$
2. المثلث SRT قائم في R ، علل.
3. احسب الطول RS بالتدوير الى 0.01.

التمرين الرابع: (03 نقاط)

الشكل المقابل مرسوم باطوال غير حقيقية.

رباعي قطراه متعامدان ومتقاطعان في حيث:

$OA=12cm$ ، $OB=18cm$ ، $OC=5cm$ ، $OD=7.5cm$



1. برهن ان المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان.
2. احسب الطول AB.

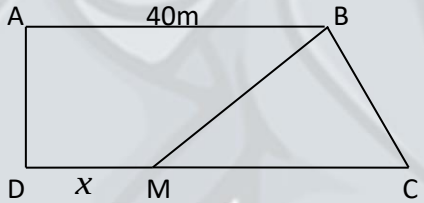
المسألة: (08 نقاط)

لعمي احمد قطعة ارض مستطيلة الشكل مساحتها $1000m^2$، عرضها خمسي $\left(\frac{2}{5}\right)$ وطولها

- اوجد بعدي هذه القطعة .

تنازل عمي احمد لاخيه عن جزء من هذه القطعة مساحته $100m^2$ وخصص الجزء الباقي منها لاستغلاله مشتلة الورود والاشجار

لهذا الغرض قسم هذا الجزء عشوائيا الى قطعتين كما هو موضح في الشكل:



نضع: $DM=x$ (M نقطة من $[DC]$ مع $0\le x\le 50$.

عبر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

ساعد عمي احمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس

مثل بيانيا الدالتين: $f(x)=500-10x$ ، $g(x)=10x+400$

نأخذ: $1cm$ على محور الفواصل يمثل $2m$

$1cm$ على محور التراتيب يمثل $50m^2$

فسر بيانيا مساعدتك السابقة لعمي أحمد، مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة.

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (03 نقاط)

احسب القاسم المشترك الاكبر للعددين **1053** و **832** .

اكتب الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

اكتب العدد $A=\sqrt{1053}+2\sqrt{832}-8\sqrt{117}$ على شكل $a\sqrt{13}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

تحقق من صحة المساواة التالية: $5(2x+1)(2x-1)=20x^2-5$

حلل العبارة A بحيث: $A=(2x+1)(3x-7)-(20x^2-5)$

حل المتراجحة: $-14x^2-11x-2 < 2(10-7x^2)$

- مثل حلولها بيانيا.

التمرين الثالث: (2.5 نقاط)

دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ يشمل النقطتين $A(2;5)$ و $B(-1;-4)$

1. بين أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي: $f(x)=3x-1$
2. لتكن النقطة $C(4;11)$ من المستوي ، هل النقط A ، B ، C على استقامة واحدة ؟
3. اوجد العدد الذي صورته 29 بالدالة f .

التمرين الرابع: (3.5 نقاط)

1. أنشئ المثلث EFG القائم في F حيث: $EF=FG=4cm$
2. أنشئ النقطتين: D صورة النقطة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$.
   C صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$.
3. بين أن الرباعي $EGDC$ مربع.
   احسب مساحته
4. ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث: $\vec{U}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{FG}$ ، بين أن: $\vec{U}=\overrightarrow{ED}$

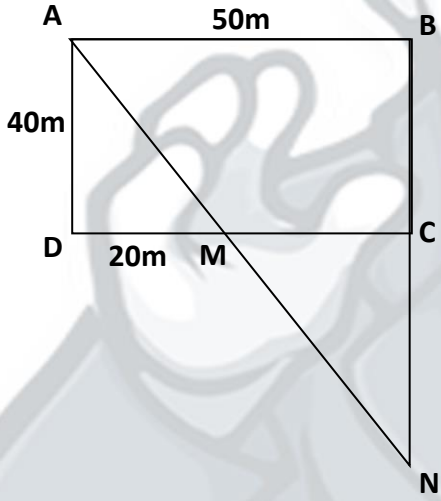
المسألة: (08 نقاط)

لجدك قطعة أرض لها الشكل المقابل حيث:

$ABCD$ مستطيل أبعاده $50m$ و $40m$

M نقطة من $[DC]$ حيث : $DM=20m$

N نقطة تقاطع (BC) و (AM)



الجزء الأول:

1. بين ان: $\frac{MA}{MN}=\frac{2}{3}$
2. احسب الطول BN
3. احسب بالتدوير الى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية $\widehat{MAD}$

الجزء الثاني:

وهب جدك لأبيك وعمك القطعة MCN ليقسمانها بينهما بالعدل

1. اقترح عمك ان تكون النقطة E صورة النقطة M بالدوران الذي مركزه C وزاويته 90^0 في الاتجاه الموجب هي بداية الخط الفاصل $[EM]$ بين النقطتين MNE و MCE الناتجتين عن هذه القسمة.

اثبت انه كان محقا في اختياره.

2. تحصل ابوك على مبلغ $5.4\times10^6\,DA$ من عملية بيع قطعته الأرضية MNE بعد دفعه ضريبة نسبتها 20% على المبلغ الاجمالي للقطعة

- حدد سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة واكتبه كتابة علمية.

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (03 نقاط)

A ، B عددان حقيقيان حيث: $A=\sqrt{108}-\sqrt{12}$ ، $B=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}$

1. اكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي.
2. اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق
3. بين أن C هو عدد طبيعي حيث: $C=(A+1)(8B-1)$

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة P حيث: $P=(1-3x)(3x+3)-2(3x+3)$

1. انشر وبسط العبارة P
2. حلل العبارة P الى جداء عاملين من الدرجة الأولى
3. حل المعادلة: $(3x+3)(-1-3x)=0$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

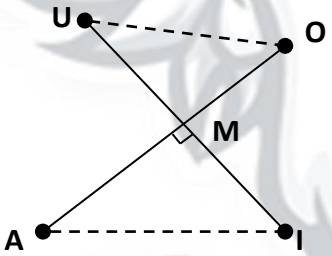
المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. علم النقط: $A(0;4)$ ، $B(-3;1)$ ، $C(5;-1)$
2. احسب احداثيتي النقطة E منتصف القطعة $[BC]$
3. أنشئ النقطة D صورة A بالدوران الذي مركزه E وزاويته 180^0 ثم استنتج إحداثيتي D
4. بين أن الرباعي $ABDC$ مستطيل

التمرين الرابع: (2 نقاط)

الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية (وحدة الطول هي الميليمتر)

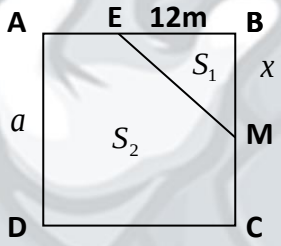
$MA=27$ ، $MO=21$ ، $MI=36$ ، $MU=28$



1. بين ان المستقيمين (AI) و (OU) متوازيان
2. احسب قيس الزاوية $\hat{AIM}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)

المسألة: (08 نقاط)

$ABCD$ قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها $324m^2$ ملك للأخوين أحمد وفاطمة ومجزأة حسب المخطط المقابل.



الجزء الاول:

1. احسب a طول ضلع كل قطعة.
2. M نقطة متحركة على الضلع $[BC]$ حيث: $BM=x$
   E نقطة من $[BA]$ حيث: $BE=12m$.

الجزء EBM تملكه فاطمة والجزء $AEMCD$ يملكه احمد.

أ- ليكن S_1 مساحة الجزء EBM و S_2 مساحة الجزء $AEMCD$

- اكتب بدلالة x كلا من المساحتين S_1 و S_2

ب- ساعد الأخوين على تحديد موضع النقطة M بحيث تكون مساحة قطعة أحمد ضعف مساحة قطعة فاطمة.

الجزء الثاني:

المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. مثل بيانيا الدالتين f و g حيث:

$f(x)=12x$ ، $g(x)=-6x+324$

(ناخذ: $1cm$ على محور الفواصل يمثل $2m$ و $1cm$ على محور التراتيب يمثل $36m^2$)

2. بقراءة بيانية فسر مساعدتك السابقة للأخوين حول تحديد موضع النقطة M مع إيجاد مساحة كل من القطعتين

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (03 نقاط)

A ، B عددان حقيقيان حيث: $A=3\sqrt{8}\times\sqrt{2}$ ، $B=2\sqrt{27}-2\sqrt{3}+\sqrt{12}$

1. بين أن A عدد طبيعي.
2. اكتب العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي
3. بين أن $\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

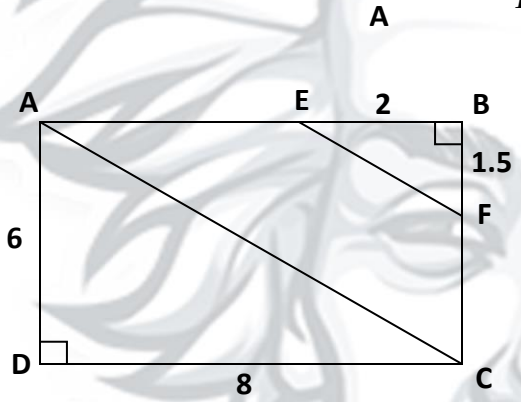
التمرين الثاني: (03 نقاط)

1. تحقق من المساواة الآتية: $(3x+1)(x-4)=3x^2-11x-4$
2. حلل الى جداء عاملين العبارة: $E=3x^2-11x-4+(3x+1)^2$
3. حل المتراجحة: $(3x+1)(x-4)\le 3x^2+7$

التمرين الثالث: (3 نقاط) (وحدة الطول هي سنتيمتر)

$ABCD$ مستطيل حيث: $AD=6$ و $DC=8$

1. احسب الطول AC
2. E و F نقطتان من الضلعين $[AB]$ و $[BC]$ على الترتيب



حيث : $BF=1.5$ و $BE=2$

- بين أن: (AC) يوازي (EF)

3. احسب قيس الزاوية $B\hat{E}F$ بالتدوير إلى الوحدة.

التمرين الرابع: (3 نقاط)

TIC مثلث فيه: $CI=13$ ، $TI=5$ ، $TC=12$

1. بين ان المثلث TIC قائم ثم احسب مساحته
2. لتكن H المسقط العمودي للنقطة T على الضلع $[CI]$

- احسب الطول TH بالتدوير إلى 0.1

المسألة: (08 نقاط)

عبد الله ومحمد عاملان في مؤسسة لصناعة ألعاب الأطفال، راتبهما الشهري على النحو التالي:

- عبد الله راتبه $20000DA$ إضافة إلى $200DA$ لكل لعبة يتم صنعها.
- محمد راتبه $30000DA$ إضافة إلى $100DA$ لكل لعبة يتم صنعها.

الجزء الأول:

ماهو الراتب الشهري الذي يتقاضاه كل منهما إذا تم صنع 120 لعبة؟

ليكن x عدد اللعب المصنوعة في مدة شهر.

- عبر بدلالة x عن y_1 راتب عبد الله وعن y_2 راتب محمد.

الجزء الثاني:

1. في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس

ارسم المستقيمين (D_1) و (D_2) ممثلا الدالتين g و h حيث:

$g(x)=200x+20000$ و $h(x)=100x+30000$

(نأخذ: 1سم على محور الفواصل يمثل 50 لعبة، 1سم على محور التراتيب يمثل 5000دج)

2. حل جملة المعادلتين التالية:

$$\begin{cases} y=200x+20000 \\ y=100x+30000 \end{cases}$$

- ثم أعط تفسيرا بيانيا لهذا الحل.
- بقراءة بيانية متى يكون راتب عبد الله أكبر من راتب محمد؟

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (2.5 نقاط)

ليكن العددان الحقيقيان A ، B حيث:

$$A=\frac{9}{7}\times\left(\frac{10}{3}-1\right) \quad ، \quad B=5\sqrt{3}+3\sqrt{12}-\sqrt{48}$$

1. بين أن A عدد طبيعي.
2. اكتب العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي
3. أكتب $\frac{A}{B}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة E حيث: $E=(x+1)^2-(x+1)(2x-3)$

1. انشر وبسط العبارة E
2. حلل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى
3. حل المتراجحة: $3x+4\geq 6x-2$

التمرين الثالث: (3 نقاط)

RST مثلث قائم في R حيث: $\sin\widehat{RTS}=0.8$ و $RS=8cm$

احسب الطولين ST و TR .

لتكن M نقطة من $[TR]$ حيث: $TM=4cm$ ، المستقيم (Δ) العمودي على (TR) في النقطة M يقطع (TS) في النقطة N .

احسب الطول MN بالتدوير الى الوحدة من السنتمتر.

التمرين الرابع: (3.5 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. علم النقط: $A(-1;5)$ ، $B(2;2)$ ، $C(-1;-1)$
2. احسب الطولين AB و BC
3. F منتصف $[AC]$ ، عين النقطة D صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه F وزاويته 180^0

   استنتج من الشكل احداثيتي النقطة D
4. بين طبيعة الرباعي $ABDC$

المسألة: (08 نقاط)

يقترح مدير المسبح البلدي على السباحين التسعيرتين الآتيتين:

- التسعيرة الأولى: $100DA$ للحصة الواحدة لغير المنخرطين
- التسعيرة الثانية: $80DA$ للحصة الواحدة مع اشتراك شهري قدره $400DA$.

5. ماهو عدد الحصص التي يمكنك الحصول عليها في كل تسعيرة إذا دفعت $2800DA$ ؟
6. باعتبار: x عدد الحصص في الشهر وبالاستعانة بتمثيل بياني، أعط أفضل التسعيرتين حسب عدد الحصص خلال شهر واحد.

يمكنك أخذ: ($1cm$ على محور الفواصل يمثل 4حصص، $1cm$ على محور التراتيب يمثل $400DA$)

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (02 نقاط)

إليك العددين A و B حيث: $A=\frac{2}{3}+\frac{7}{3}\times\frac{5}{14}$ و $B=2\sqrt{112}-3\sqrt{28}+3\sqrt{7}$

1. أكتب A على شكل كسر غير قابل للاختزال.
2. اكتب B على الشكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد صحيح.

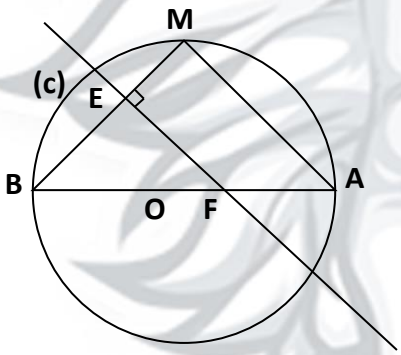
التمرين الثاني: (03 نقاط)

E عبارة جبرية حيث: $E=(3x+1)^2-(x-2)^2$

1. انشر وبسط العبارة E
2. حلل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى
3. حل المعادلة: $(4x-1)(2x+3)=0$

التمرين الثالث: (3 نقاط)

الشكل المقابل غير مرسوم بالأبعاد الحقيقية.



(C) دائرة مركزها النقطة O وقطرها $[AB]$ حيث: $AB=10cm$

M نقطة من (C) حيث: $BM=6cm$

1. بين نوع المثلث MBA ثم احسب الطول AM
2. احسب قيس الزاوية $\hat{MBA}$ ثم اعط مدور النتيجة إلى الوحدة بالدرجة
3. نقطة من $[BM]$ حيث $BE=4.2cm$. المستقيم الذي يشمل E و يعامد (BM) يقطع $[AB]$ في النقطة F . احسب الطول .

التمرين الرابع: (4 نقاط)

المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. علم النقط $A(1;2)$ ، $B(5;-2)$ و $C(-1;-3)$
2. احسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{BC}$ ثم استنتج الطول BC .
3. احسب احداثيتي النقطة M منتصف القطعة $[AC]$.
4. أجد احداثيتي النقطة D حيث يكون $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MD}$ ثم استنتج نوع الرباعي $ABCD$.

المسألة: (08 نقاط)

يريد عمي محمود إحاطة قطعة أرض مستطيلة الشكل بعداها $60m$ و $42m$ بأشجار من نفس النوع بحيث تكون المسافة متساوية وأكبر ما يمكن بين كل شجرتين متتاليتين، على أن يغرس في كل ركن شجرة.

- المشتلة التي قصدها عمي محمود تعرض شجيرات مختلفة، أثمانها من $200DA$ إلى $1000DA$ حسب نوعيتها. (كلما كانت الشجيرة أفضل كان ثمنها أكبر)
- تكلفة غرس كل شجيرة يمثل 125% من ثمنها المعروض
- مصاريف النقل $1400DA$ مهما كان عدد الشجيرات
- مع عمي محمود $32000DA$.

أعط القيمة التي لا يمكن أن يتجاوزها ثمن الشجيرة حتى يتسنى لعمي محمود إحاطة هذه القطعة حسب الشروط المذكورة

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (03 نقاط)

1. احسب القاسم المشترك الاكبر للعددين 567 و 448
2. اكتب على شكل $a+b\sqrt{7}$ كلا من العددين: $A=\sqrt{2}\times\sqrt{8}+\sqrt{448}-\sqrt{567}$ و $B=\sqrt{63}-\sqrt{28}+4$
3. x عدد حقيقي غير معدوم، اوجد قيم x بحيث: $\dfrac{x}{4+\sqrt{7}}=\dfrac{4-\sqrt{7}}{x}$

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة E حيث: $E=(x-3)(x-10)+3(x-3)$

1. انشر وبسط العبارة E
2. حلل الى جداء عاملين العبارة E
3. حل المعادلة: $(x-3)(x-7)=0$
4. احسب E من اجل $x=50$

التمرين الثالث: (3 نقاط)

وحدة الطول هي السنتيمتر، BEM مثلث قائم في B حيث $\tan\hat{M}=\dfrac{4}{3}$

1. احسب الطولين: BM و ME
2. K نقطة من القطعة $[EM]$ بحيث $EK=2$ و L نقطة من القطعة $[BE]$ بحيث $EL=1.6$
   اثبت ان المستقيمين (BM) و (KL) متوازيان

التمرين الرابع: (3 نقاط)

K ، L و M نقط من المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس حيث: $K(-1;4)$ ، $L(-5;1)$ و $M(1;-3)$

1. احسب مكربتي الشعاع $\overrightarrow{LK}$ ثم الطول LK
2. احسب احداثيتي النقطة E منتصف القطعة $[LM]$
3. اوجد احداثيتي النقطة N بحيث يكون الرباعي $KLMN$ متوازي الاضلاع

المسألة: (08 نقاط)

يريد عزيز طلاء جدران غرفة الاستقبال (شكلها متوازي المستطيلات) في منزله، عرضها $5m$ وطولها $8m$ وارتفاعها $3m$

- يوجد بغرفة الاستقبال ثلاث فتحات كل منها مستطيل باب المدخل بعداه $2.2m$ و $1.5m$، باب الشرفة بعداه $2m$ و $0.8m$ ونافذة بعداها $3m$ و $1.7m$.
- اثمان الدهن المخصص لطلاء الجدران تتراوح بين $800DA$ و $2100DA$ للدلو
- كل دلو كاف لطلاء $2.5m^2$ من الجدار ، أجرة العامل $350DA$ للمتر المربع الواحد.
- خصص عزيز مبلغ $63000DA$ لطلاء الغرفة

أعط اكبر ثمن ممكن لدلو الدهن حتى لا تفوق تكلفة الطلاء المبلغ المخصص لها.

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (03 نقاط)

A ، B عددان حقيقيان حيث: $A=\sqrt{80}+2\sqrt{125}-3\sqrt{20}$ ، $B=\dfrac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

1. اكتب العدد A على شكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي .
2. اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.
3. بين أن $B\times\left(\sqrt{2}-1\right)$ عدد طبيعي.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

1. انشر وبسط العبارة E حيث: $E=(2x-3)(x-2)$.
2. حلل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى : $F=2x^2-7x+6-(2x-3)(2x-1)$
3. حل المعادلة: $(2x-3)(-x-1)=0$

التمرين الثالث: (3 نقاط)

1. لتكن الثنائيتان $(10;20)$ و $(20;10)$ ، أيهما حل لهذه الجملة: $\begin{cases}x+y=30\\ x+\dfrac{5}{2}y=45\end{cases}$

2. حل الجملة التالية: $\begin{cases}x+y=30.....(1)\\ 2x+5y=90.....(2)\end{cases}$

التمرين الرابع: (3 نقاط)

المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث: $OI=OJ=1cm$

لتكن النقط: $A(3;2)$، $B(1;-2)$ و $C(-3;0)$

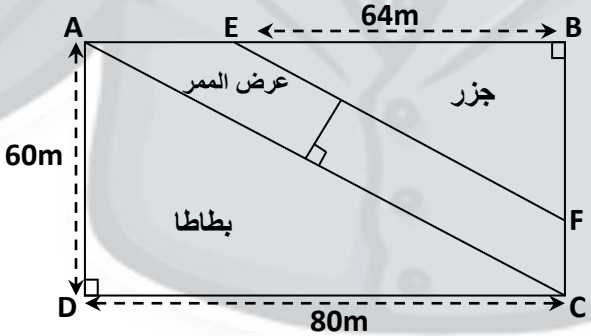
1. إذا كان: $AC=2\sqrt{10}$ و $BC=2\sqrt{5}$ مانوع المثلث ABC ؟
2. جد إحداثيتي النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$
3. بين ان الرباعي $ABCD$ مربع

المسألة: (08 نقاط)

خصص فلاح قطعة أرض لإنتاج البطاطا والجزر، فكان المحصول: **1188** صندوق من البطاطا و **528** صندوقا من الجزر

1. قصد مساعدة دور العجزة ومراكز الايتام وذوي الاحتياجات الخاصة، يريد هذا الفلاح ان يجمع الصناديق في تشكيلات متماثلة من حيث النوع والعدد (أي كل تشكيلة تحتوي على نفس عدد الصناديق من البطاطا و نفس عدد الصناديق من الجزر)
   - أ- ماهو أكبر عدد من التشكيلات التي يمكن تكوينها ؟
   - ب- ماهو عدد صناديق البطاطا وعدد صناديق الجزر في كل تشكيلة؟
2. استخدم هذا الفلاح شاحنات لنقل المحصول إلى مستودع أرضيته مستطيلة الشكل، حيث فصل بين البطاطا والجزر بممر قبل توزيع التشكيلات (كما هو موضح في الشكل المرفق)
   - ماهو عرض الممر الذي حدده الفلاح والذي من خلاله اختار الشاحنات المناسبة لنقل المحصول؟

ملاحظة: (تعطى النتائج مدورة الى الوحدة).



$(AC)//(EF)$

الجزء الاول (12 نقطة)

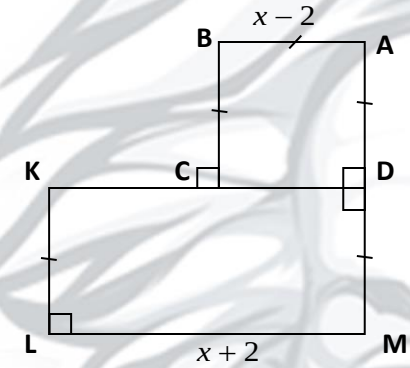
التمرين الاول: (03 نقاط)

لتكن الأعداد A ، B ، C حيث: $A=\frac{756}{216}$ و $B=\sqrt{117}+3\sqrt{52}-\sqrt{637}$ ، $C=\frac{3\sqrt{13}}{\sqrt{3}}$

1. أكتب العدد A على شكل كسر غير قابل للاختزال.
2. بين أن العدد B يكتب على الشكل $a\sqrt{13}$ حيث a عدد صحيح.
3. تحقق أن: $B\times C=26\sqrt{3}$

التمرين الثاني: (03 نقاط) (لا يطلب إعادة رسم الشكل على ورقة الإجابة)

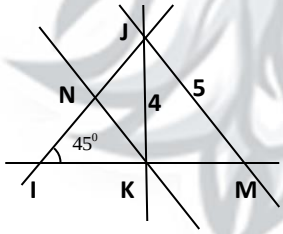
تمعن في الشكل المقابل حيث: $x\rangle 2$.(وحدة الطول هي cm)



1. عبر عن مساحة كل من المربع والمستطيل بدلالة x .
2. لتكن العبارتان E و F حيث:
$E=(x-2)^2$ ، $F=(x+2)(x-2)$
3. عين قيم x التي يكون من اجلها محيط الشكل يساوي على الأقل $20cm$

التمرين الثالث: (3 نقاط) (لا يطلب إعادة رسم الشكل على ورقة الإجابة)

إليك الشكل المقابل، حيث وحدة الطول هي cm .



1. بين ان المستقيمين (JK) و (IM) متعامدان.
2. احسب الطول IK .
3. المستقيم الموازي لـ (JM) والذي يشمل K يقطع $[IJ]$ في N .
   - احسب الطول NK .

التمرين الرابع: (3 نقاط)

المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

المستقيم (d) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة بالعبارة N .

1. $A(x_A;1)$ ، $B(2;y_B)$ نقطتان من (d) ، احسب كلا من x_A و y_B .
2. لتكن النقطتان $C(1;2)$ ، $D(-1;-2)$ ، بين ان النقط C ، O و D في استقامة.
3. أنشئ التمثيل البياني للدالة f .

المسألة: (08 نقاط)

قررت إحدى البلديات تهيئة كل من فناء وقاعة استقبال لروضة أطفال عمومية قصد حمايتهم من حوادث السقوط، فخصصت مبلغا قدره $1500000DA$ لإنجاز هذا المشروع .

كلفت البلدية أحد المقاولين بإنجاز التهيئة مع شراء عشب اصطناعي لتغطية أرضية الفناء وبساط لفرش قاعة الاستقبال.

إذا علمت:

- أن مساحة أرضية الفناء هي $840m^2$ ، وأن أرضية قاعة الاستقبال على شكل مثلث قائم طولا ضلعيه القائمين $6m$ و $8m$.
- وأن :

ثمن $3m^2$ من العشب الاصطناعي و $1m^2$ من البساط معا يقدر بـ $3500DA$

ثمن $1m^2$ من العشب الاصطناعي و $2m^2$ من البساط معا يقدر بـ $3000DA$

1. جد سعر المتر المربع الواحد من العشب الاصطناعي وسعر المتر المربع الواحد من البساط.
2. إذا علمت أن مصاريف الإنجاز (النقل وأجرة العمال) قدرت بـ 20% من المبلغ المخصص لهذا المشروع، ما هو مقدار ربح أو خسارة المقاول؟ مع التبرير.

شهادة التعليم المتوسط 2024

الجزء الاول (12 نقطة)

التمرين الاول: (03 نقاط)

تعطى العبارة : $E = 49x^2 - 16 + (x+3)(7x-4)$.

1. تحقق بالنشر والتبسيط أن: $E = 56x^2 + 17x - 28$
2. حلل العبارة $49x^2 - 16$ إلى جداء عاملين ثم استنتج تحليل العبارة E
3. حل المعادلة: $(8x+7)(7x-4) = 0$

التمرين الثاني: (03 نقاط)

يملك خياط قطعة قماش مستطيلة الشكل عرضها $270cm$ و طولها $378cm$ ، يريد تجزئة هذه القطعة الى مربعات متقايسة دون ضياع.

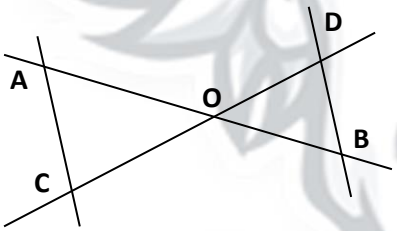
1. هل يمكن أن يكون طول ضلع كل مربع $10cm$ ؟ $18cm$ ؟ برر إجابتك.
2. اوجد عدد المربعات التي يمكن للخياط تشكيلها حيث يكون طول ضلع كل مربع أكبر ما يمكن.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

1. علم النقط: $R(5;6)$ ، $S(1;-2)$ و $T(-5;1)$ في مستوى المزود بمعلم متعامد ومتجانس.
2. بين أن: $TR = 5\sqrt{5}$ و $TS = 3\sqrt{5}$
3. احسب قيس الزاوية $\widehat{TRS}$ بالتدوير الى الدرجة علما أن المثلث RST قائم في S .

التمرين الرابع: (2 نقاط)

1. حل الجملة التالية: $\begin{cases} x + y = 90 \\ x - 1.5y = 0 \end{cases}$
2. الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية (لا يطلب إعادة رسمه).



المستقيمان (AB) و (CD) متقاطعان في النقطة O

والمستقيمان (AC) و(BD) متوازيان.

تعطى الاطوال: $AB = 90mm$ ، $OD = 44mm$ و $OC = 66mm$

اوجد $OA + OB$ و $\frac{OA}{OB}$ ثم استنتج الطولين OA و OB (يمكنك الاستعانة بالسؤال 1)

المسألة: (08 نقاط)

يقترح صاحب مكتبة على زبائنه ثلاثة عروض لاستئجار الكتب خلال سنة واحدة.

العرض1: دفع $45DA$ لاستئجار كتاب واحد.

العرض2: دفع $15DA$ لاستئجار كتاب واحد مع شراء بطاقة انخراط بـ: $600DA$

العرض 3: دفع مبلغ جزافي $1350DA$ مهما كان عدد الكتب المستأجرة.

1. انقل واتمم الجدول التالي:

عدد الكتب المستأجرة خلال سنة	20		
المبلغ المدفوع حسب العرض 1 بـ DA		1260	
المبلغ المدفوع حسب العرض 2 بـ DA			1350
المبلغ المدفوع حسب العرض 3 بـ DA	1350		

2. ليكن x عدد الكتب المستأجرة خلال سنة واحدة.

أ- عبر بدلالة x عن المبالغ $f(x)$ ، $g(x)$ و $h(x)$ المدفوعة حسب العروض 1 ، 2 و 3 على الترتيب.

ب- مثل بيانيا الدوال f ، g و h في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس.

نختار على محور الفواصل كل $1cm$ يمثل 4 كتب وعلى محور التراتيب كل $1cm$ يمثل $150DA$

ج- اوجد بيانيا عدد الكتب المستأجرة خلال سنة حتى يكون العرض 2 هو الأفضل للزبون من بين العروض الثلاثة.

ملاحظة:اترك آثار الإجابة على التمثيلات البيانية.

حلول الكتاب تجدونها في الرابط

فوربروف التعليمية