سلسلة حول الدوال العددية

التمرين الاول:

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]3;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{x^2-2x-3}$

وليكن (c_f) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1/ أ أحسب نهايات الدالة f على الأطراف المفتوحة لمجال تعريفها

ب حدد اتجاه تغير الدالة f على مجال تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها

2/ أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=1$: محور تناظر لـ (c_f) :

3/ أوجد نقط تقاطع (c_f) مع حامل محور الفواصل

4/ أنشئ (c_f)

5/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m-1)x^2-2(m-1)x-3m=0$

6/ باستعمال (c_f) اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنيات : $(c_L);(c_K);\ (c_H);(c_g)$ للدوال : $L;K;H;g$ ثم أنشئها

حيث : $g(x)=\dfrac{x^2-2|x|}{x^2-2|x|-3}$ و $H(x)=\dfrac{|x^2-2x|}{x^2-2x-3}$ و $K(x)=\dfrac{x^2-2x}{|x^2-2x-3|}$ و $L(x)=|f(x)|$

في نفس المعلم السابق .

التمرين الثاني:

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-x^3+6x^2-13x+8$

1/ أدرس تغيرات الدالة g ثم أستنتج إشارة $g(x)$ ، لاحظ أن $g(1)=0$

2/ لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=-x+1+\dfrac{x-1}{(x-2)^2}$ وليكن (c_f) المنحنى البياني للدالة f

في معلم متعامد $(o,\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=2cm;\|\vec{j}\|=3cm$

أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-2)^3}$

ب أستنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3/ بين أن (c_f) يقبل مستقيمين مقاربين احدهما مستقيم مقارب مائل

4/أدرس وضعية (c_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

5/ أكتب معادلة لـ (T) مماس (c_f) في النقطة ذات الفاصلة 3

6/أرسم المستقيمات المقاربة و (c_f) و المماس (T)

التمرين الثالث:

لتكن الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x)=\dfrac{1-\cos x}{\sin x}$ إذا كان: $x\in]-\pi;0[\cup]0;\pi[$ و $f(0)=0$

(1 أثبت أن الدالة f مستمرة عند القيمة 0

(2 أثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند القيمة 0

(3 بين أن الدالة f فردية ثم أدرس تغيراتها

(4 نسمي (Γ) منحنى الدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

أثبت أن المبدأ 0 نقطة انعطاف للمنحنى (Γ)

5) عين إحداثيتا النقطة A التي يكون فيها المماس لـ (Γ) موازيا للمستقيم ذو المعادلة $y=x$

6) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;\pi[$ بـ : $g(x)=f(x)-x$

أثبت أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا واحدا α حيث : $\frac{5\pi}{6}>\alpha>\frac{3\pi}{4}$ ثم فسر النتيجة هندسيا

7) أرسم المنحنى (Γ) مستعملا النتائج السابقة

التمرين الرابع:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$$\begin{cases} f(x)=\frac{1}{3}x^2-x+\frac{2}{3} & . \quad x<2 \\ f(x)=\frac{x^2}{x+1} & . \quad x\geq 2 \end{cases}$$

نسمي (γ) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1/ أدرس استمرارية الدالة f عند القيمة $x_0=2$

2/ أحسب : $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند القيمة : $x_0=2$ ؟ فسر النتيجة بيانيا

3/ أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول التغيرات

4/ بين أن المستقيم ذو المعادلة : $y=x-1$ مقارب مائل لـ (γ) عند $(+\infty)$

5/ أنشئ (γ).

التمرين الرابع:

لتكن f الدالة المعرفة على : $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=|x-2|+\frac{1}{x-1}$

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1/ أكتب عبارة الدالة f دون رمز القيمة المطلقة

2/ أدرس استمرارية الدالة f عند القيمة $x_0=2$

3/ أحسب : $\lim\limits_{h \xrightarrow{<} 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ و $\lim\limits_{h \xrightarrow{>} 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ ، ماذا تستنتج؟ ثم فسر النتيجة بيانيا

4/ اكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) لـ (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2

5/ أدرس تغيرات الدالة f

6/ أثبت أن المنحنى (c_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\alpha\in\left]0;\frac{1}{2}\right[$

7/ أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+(x-2)]$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-2)]$ ماذا تستنتج؟

8/ أرسم (Δ_1) و (Δ_2) والمستقيمات المقاربة والمنحنى (c_f)

9/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $|x-2|+\frac{1-m(x-1)}{(x-1)}=0$

أستنتج مماسبق عدد حلول المعادلة ذات المجهول θ : $|\cos\theta-2|+\frac{1-m(\cos\theta-1)}{(\cos\theta-1)}=0$