الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

القسم:3 ر+3 ت ر **المدة:1ساعة**

نص التمرين:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـ : $f(x)=1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ و (γ) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1 / أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم ضع جدول التغيرات

2 / أثبت أن النقطة $A(0,1)$ نقطة انعطاف للمنحني (γ)

3 / أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (γ)

4 / لتكن h الدالة المعرفة بـ : $h(x)=f(x)-x$

أ) بين أنه يوجد عدد حقيقي α وحيد ينتمي الى المجال $[1,2]$ يحقق أن: $h(\alpha)=0$

ب)استنتج مما سبق عدد نقط تقاطع المنحني (γ) ومنصف الربع الأول

5 / أرسم المنحني (γ) والمماس (Δ)

6 / لتكن الدالة g المعرفة بـ : $g(x)=f(|x|)$ ، بين أن الدالة g زوجية

* بين كيف يمكن رسم المنحني (C_g) انطلاقا من (γ) ، ثم أرسمه في نفس المعلم

بالتوفيق

الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

القسم:3 ر+3 ت ر **المدة:1ساعة**

نص التمرين:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـ : $f(x)=1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ و (γ) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1 / أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم ضع جدول التغيرات

2 / أثبت أن النقطة $A(0,1)$ نقطة انعطاف للمنحني (γ)

3 / أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (γ)

4 / لتكن h الدالة المعرفة بـ : $h(x)=f(x)-x$

أ) بين أنه يوجد عدد حقيقي α وحيد ينتمي الى المجال $[1,2]$ يحقق أن: $h(\alpha)=0$

ب)استنتج مما سبق عدد نقط تقاطع المنحني (γ) ومنصف الربع الأول

5 / أرسم المنحني (γ) والمماس (Δ)

6 / لتكن الدالة g المعرفة بـ : $g(x)=f(|x|)$ ، بين أن الدالة g زوجية

* بين كيف يمكن رسم المنحني (C_g) انطلاقا من (γ) ، ثم أرسمه في نفس المعلم

بالتوفيق

ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

$$f(x)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

1) دراسة اتجاه تغير الدالة f :

$$f'(x)=\frac{1\times\sqrt{x^2+1}-\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}\times x}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2}=\frac{\sqrt{x^2+1}-\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\frac{\frac{\sqrt{x^2+1}\times\sqrt{x^2+1}-x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}$$

$$=\frac{x^2+1-x^2}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}=\frac{1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}\succ 0$$

أي نستنتج ان الدالة f متزايدة تماما على مجموعة تعريفها.

حساب النهايات: $D_f=IR=]-\infty;+\infty[$

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)=1+\frac{-\infty}{+\infty}=\frac{-\infty}{+\infty}$ وهي حالة عدم التعيين.

إزالة حالة عدم التعيين:

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(1-\frac{-x}{\sqrt{x^2+1}}\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(1-\frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{x^2+1}}\right)$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\left(1-\sqrt{\frac{x^2}{x^2+1}}\right)=1-\sqrt{1}=1-1=0$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{x^2+1}}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\sqrt{\frac{x^2}{x^2+1}}\right)=1+1=2$$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	0	↗	2

2) اثبات ان النقطة $A(0;1)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (γ) :

ency-education.com/exams

A نقطة انعطاف للمنحنى (γ) معناه ان الدالة المشتقة الثانية للدالة f تنعدم عند فاصلة هذه النقطة وتغير اشارتها

لنا $f'(x)=\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{1}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2\times\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{1}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3}$ ومنه

$$f''(x)=\left(\frac{1}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3}\right)'=\frac{-3\left(\sqrt{x^2+1}\right)'}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^4}=\frac{-3\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-3x}{\left(x^2+1\right)^2\sqrt{x^2+1}}$$

من خلال عبارة الدالة المشتقة نلاحظ ان مقامها موجب تماما وبالتالي فان اشارتها من نفس إشارة البسط أي من نفس إشارة $-3x$: إشارة $f''(x)$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$-3x$	+	0	-
$f''(x)$	+	0	-

من خلال جدول إشارة $f''(x)$ يتضح لنا انها فعلا تنعدم عند 0 وتغير اشارتها أي ان النقطة $A(0;f(0))$ أي $A(0;1)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (γ) .

3) كتابة معادلة المماس (Δ) عند النقطة $A(0;1)$: وهي $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ ومنه $y=x+1$.

4) دراسة وضعية (γ) بالنسبة لـ (Δ) ولدراسة ذلك ندرس إشارة الفرق $f(x)-y$:

$$f(x)-y=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-(x+1)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-x-1=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-x$$

$$=\frac{x-x\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\left(x-x\sqrt{x^2+1}\right).$$

واشارة الفرق هي من إشارة العبارة $x-x\sqrt{x^2+1}$:

$$x-x\sqrt{x^2+1}=x\left(1-\sqrt{x^2+1}\right)=x\left(\frac{\left(1-\sqrt{x^2+1}\right)\left(1+\sqrt{x^2+1}\right)}{1+\sqrt{x^2+1}}\right)$$

$$=x\left(\frac{1-x^2-1}{1+\sqrt{x^2+1}}\right)=x\left(\frac{-x^2}{1+\sqrt{x^2+1}}\right)=\left(\frac{x^2}{1+\sqrt{x^2+1}}\right)(-x)$$

ونستنتج ان إشارة العبارة المعطاة هي من إشارة $-x$ ومنه فان إشارة الفرق $f(x)-y$ هي من إشارة $-x$ وعليه تكون الوضعية المبينة في الجدول التالي:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
إشارة $-x$	+	0	-
إشارة الفرق $f(x)-y$	+	0	-
الوضعية	(γ) فوق (Δ)	يقطعه	(γ) تحت (Δ)

5) h الدالة المعرفة بـ : $h(x)=f(x)-x$

أ) تبيين انه يوجد عدد حقيقي α وحيد ينتمي الى المجال $[1;2]$ بحيث $h(\alpha)=0$

لنا الدالة f مستمرة على IR وبالتالي فهي مستمرة على $[1;2]$ وأيضا الدالة $x\to -x$ مستمرة على هذا المجال وعليه فان الدالة h مستمرة على هذا المجال لانها مجموع دالتين مستمرتين وبالتالي فحسب مبرهنة القيم

3as.ency-education.com

المتوسطة فانه اذا كان $h(1)\times h(2)\prec 0$ فانه يوجد على الاقل عدد حقيقي α من المجال $[1;2]$ يحقق $h(\alpha)=0$

$$h(1)=f(1)-1=1+\frac{1}{\sqrt{2}}-1=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\succ 0$$ و

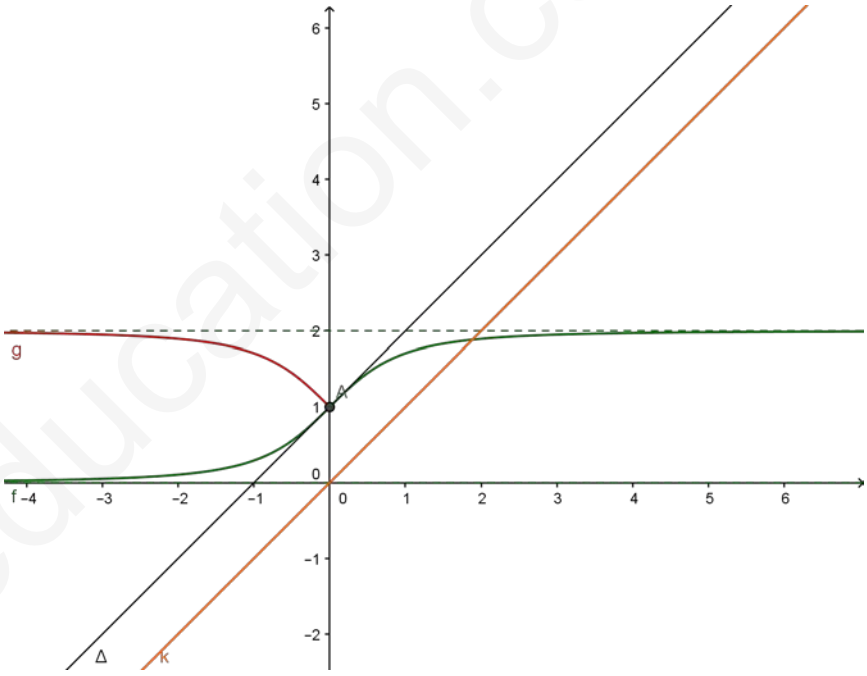
$$h(2)=f(2)-2=1+\frac{2}{\sqrt{5}}-2=\frac{2}{\sqrt{5}}-1=\frac{2-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\left(2-\sqrt{5}\right)\left(2+\sqrt{5}\right)}{\sqrt{5}\left(2+\sqrt{5}\right)}=\frac{-1}{\sqrt{5}\left(2+\sqrt{5}\right)}\prec 0$$

ومنه نستنتج انه فعلا $h(1)\times h(2)\prec 0$ ومنه فانه يوجد على الاقل عدد حقيقي α من المجال $[1;2]$ يحقق $h(\alpha)=0$.

وحدانية α : من جدول التغيرات نلاحظ ان الدالة f رتيبة تماما على المجال $[1;2]$ والدالة $x\to -x$ أيضا رتيبة على هذا المجال و نحن نعلم ان مجموع دالتين رتيبتين على مجال هو دالة رتيبة على هذا المجال اذن العدد α وحيد.

ب) استنتاج عدد نقاط تقاطع المنحني (γ) مع المنصف الأول : ان عدد نقاط تقاطع (γ) مع المنصف الأول هو عدد حلول المعادلة $f(x)-x=0$ أي هو عدد حلول المعادلة $h(x)=0$ ولها حل وحيد α اذن هناك نقطة واحدة يتقاطع فيها المنحني (γ) مع المنصف الأول وهي $(\alpha;f(\alpha))$ حيث $\alpha\in[1;2]$.

6) رسم المنحني (γ) والمماس (Δ) :



7) $g(x)=f\left(|x|\right)$:

الدالة g معرفة على IR اذن مجموعة تعريفها متناظرة بالنسبة لـ 0

$g(-x)=f\left(|-x|\right)=f\left(|x|\right)=g(x)$ ومنه الدالة g زوجية.

$g(x)=\begin{cases}f(x):x\geq 0\\ f(-x):x\prec 0\end{cases}$ ومنه نستنتج ان منحنى الدالة g هو نفسه منحنى الدالة f في المجال الموجب اما في المجال السالب فنحصل عليه بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لان g زوجية

الرسم cg مرفق مع الرسم السابق.

ency-education.com/exams

الفرض الأول للثلاثي الأول

تمرين:

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ و(c_f) المنحنى الممثل للدالة f في هذا المستوي.

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $f(x)=\frac{x^3-x^2+3x-1}{x^2}$

1. أكتب $f(x)$ على الشكل: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x}+\frac{d}{x^2}$ حيث $a;b;c;d$ أعداد حقيقية
2. أحسب الدالة المشتقة f' للدالة f,ثم بين أن $f'(1)=0$,ماذا تستنتج
   - أدرس اشارة f'
3. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.ثم شكل جدول تغيراتها.
4. أوجد معادلات المستقيمات المقاربة ثم أدرس وضعية (c_f) بالنسبة الى المستقيم المقارب المائل وليكن (Δ)
   - عين نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين.
5. عين معادلة المماس(k)للمنحنى (c_f) في النقطة $A(1;2)$
6. أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا αعلى المجال$]0,3;0,4[$ ثم استنتج اشارة الدالة f على مجموعة تعريفها.
   - بين أن (c_f) يقبل مماسا (D) موازيا للمستقيم (Δ),ثم أكتب معادلة له.
7. أنشئ (c_f) والمستقيمات المقاربة والمماسات بدقة.
8. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود نقط تقاطع (c_f)مع المستقيم (Δ_m) الذي معادلته $x-y+m=0$.
9. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ حيث: $h(x)=\left|\frac{x^3-x^2+3x-1}{x^2}\right|$
   - أكتب h دون رمز القيمة المطلقة
   - أنشئ (c_h) انطلاقا من (c_f).

بالتوفيق-عن أستاذة المادة-

شاعو

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية قسنطينة — الثانوية : توفيق خزندار

المادة : رياضيات — المستوى : ثالثة ثانوي

الشعبة : تقني رياضي — المعامل : 6

الفرض الأول — المدة: 1 سا

التمرين الأول(3ن): برهن أن كل كثير حدود درجته فردية ينعدم على الأقل مرة واحدة في $\mathbb{R}$.

المسألة (17ن): نعتبر الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-2;1\}$ بـ: $f(x)=a+\frac{b}{x^2+x-2}$ حيث: $a;b\in\mathbb{R}$.

تمثيلها البياني (C_f) موضح في الشكل المقابل ، يُعطى: $f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{25}{9}$.

1) أ- عيّن إشارة كل من $f(x)$ وَ $f'(x)$. **(1.25ن+0.75ن).**

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة f. **(1ن).**

2) أ- أوجد بيانياً كل من $f(0)$ ، $f(2)$ وَ $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$. **(0.25ن+0.25ن+0.25ن).**

ب- إستنتج قيمة كل من العددين a وَ b. **(0.5ن+0.5ن+0.5ن).**

3) أثبت أنّ المستقيم ذو المعادلة : $x=-\frac{1}{2}$ محور تناظر لـ (C_f). **(0.5ن+0.5ن).**

4) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي k عدد وَ إشارة حلول المعادلة: $f(x)=k$. **(3ن).**

5) نعتبر الدالة g المعرّفة كما يلي: $g(x)=\sqrt{\frac{x^2+x-6}{x^2+x-2}}$. **(0.25ن).**

أ- عيّن مجموعة تعريف الدالة g. **(1.5ن).**

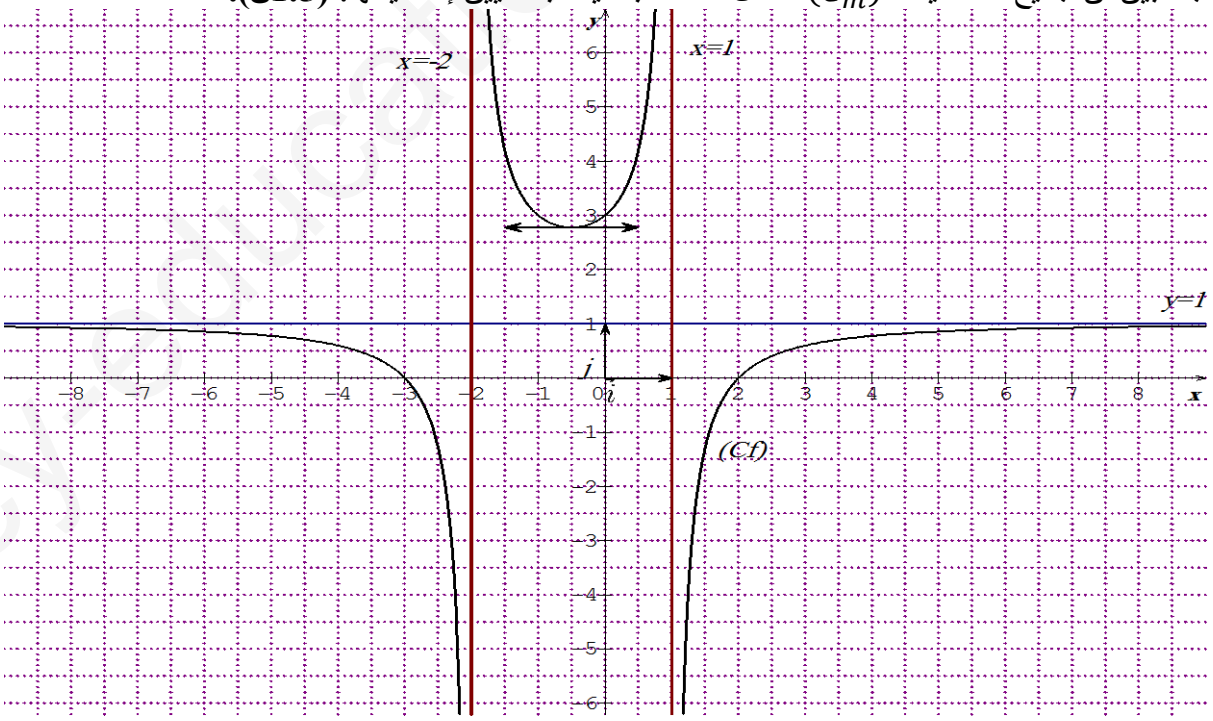
ب- أحسب $g'(x)$ بدلالة $f'(x)$ وَ $f(x)$ ثُم إستنتج إتجاه تغيّر الدالة g. **(0.5ن+0.5ن+0.25ن+0.25ن).**

6) نعتبر من أجل كل عدد حقيقي m الدالة f_m حيث: $f_m(x)=\frac{x^2+mx-6}{x^2+mx-2}$ وَ (C_m) تمثيلها البياني.

أ- عيّن مجموعة تعريف الدالة f_m. **(1ن).**

ب- أحسب $f'_m(x)$ ثُمّ إستنتج إتجاه تغيّر الدالة f_m. **(0.5ن+0.5ن+1ن).**

جـ- بيّن أنّ جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة يُطلب تعيين إحداثياتها. **(1.5ن).**



ملاحظات هامة جداً:

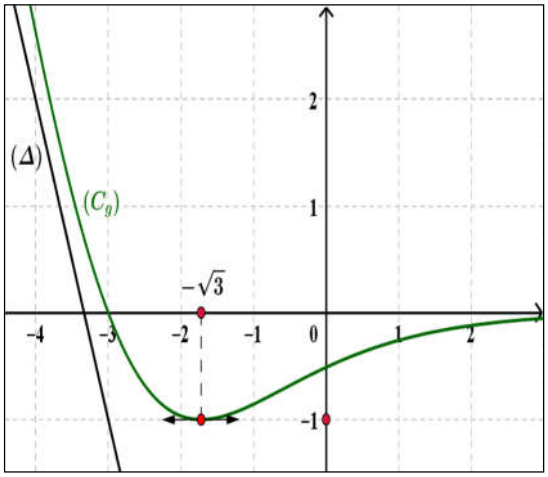
1) يُمنع منعاً باتاً التشطيب وَ الكتابة تكون إما بالأزرق أوْ الأسود .
2) لا تكتب وَ لا تُلطخ هذه الورقة لأنّك ستُرجعها مع ورقة الإجابة .
3) يُمنع إستعمال الآلة الحاسبة ذات الشاشة التي يزيد عرضها عن $2cm$.

3as.ency-education.com

الفرض الأول للثلاثي الأول

التمرين الأول

نعتبر الدالة g المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل :



- المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_g) بجوار $-\infty$.
- محور الفواصل مقارب لـ (C_g) بجوار $+\infty$.

1. بقراءة بيانية عين :

أ) $g(-3)$ ، $g\left(-\sqrt{3}\right)$ ، $g'\left(-\sqrt{3}\right)$.

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[g(x)+3x\right]$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{g(x)}{x}$.

2. نعتبر الدالة f المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، (C_f) تمثيلها البياني حيث $f'(x)=g(x)$.

- عين إشارة $f'(x)$.
- برر وجود نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

التمرين الثاني

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=x+a+\dfrac{b}{2(x-1)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

I. جد قيمة العددين الحقيقين a و b اذا علمت أن المنحنى (C_f) يشمل النقطة $A\left(0,\dfrac{11}{2}\right)$ و يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا معامل توجيهه -4.

II. نضع فيما يلي : $a=3$ و $b=5$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
2. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلة له ، ثم أدرس وضعيته مع (C_f).
3. ليكن جدول تغيرات الدالة f كما يلي :

- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α في المجال $]-3.5;-3[$ ثم أعط حصرا لـ α سعته 10^{-1}.
- استنتج إشارة $f(x)$.

x	$-\infty$	1	2.7	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$\|\|$	0	$+$
$f(x)$	↗	$\|\|$ ↘	6.5	↗

4. أرسم (Δ) ، (C_f).

III. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $h(x)=\left[f(x)\right]^2$ و (C_h) تمثيلها البياني.

- أكتب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة h .
- شكل جدول تغيرات الدالة h.

الأستاذ: قفلول . ع

3as.ency-education.com

التصحيح

التمرين الأول

1. أ) حساب : $g(-3)=0$ ، $g'(-\sqrt{3})=0$ ، $g(-\sqrt{3})=-1$.

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[g(x)+3x\right]=-10$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\overbrace{g(x)}^{0}}{\underbrace{x}_{+\infty}}=0$.

ملاحظة : معادلة المستقيم (Δ) : $y=-3x-10$.

2.

- تعيين إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f'(x)=g(x)$	$+$	0	$-$

- تبرير وجود نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) :

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$+\infty$
$f''(x)=g'(x)$	$-$	0	$+$

التمرين الثاني

I. إيجاد قيمة العددين الحقيقيين a **و** b :

المنحنى (C_f) يشمل النقطة $A\left(0,\dfrac{11}{2}\right)$ معناه : $f(0)=0+a+\dfrac{b}{2(0-1)^2}=\dfrac{11}{2}$ أي $2a+b=11\cdots\cdots(1)$

يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا معامل توجيهه -4 معناه : $f'(2)=-4$ أي

نحسب $f'(x)=1-\dfrac{b}{(x-1)^3}$ ومنه $f'(2)=1-\dfrac{b}{(2-1)^3}=-4$ أي $b=5$ ، نعوض في المعادلة (1) نجد $a=3$

II.

1. حساب النهايات : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to1} f(x)=+\infty$.

2. المستقيم $(\Delta): y=x+3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) لأن

$$\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-(x+3)\right]=\lim_{|x|\to+\infty} x+3+\frac{5}{2(x-1)^2}-x-3=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{5}{2(x-1)^2}=0$$

دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) :ندرس إشارة الفرق $f(x)-y=\dfrac{5}{2(x-1)^2}>0$ ومنه من أجل كل $x\neq1$

المنحنى (C_f) فوق (Δ).

3. تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ **تقبل حل وحيد** α : من خلال جدول التغيرات نلاحظ أن الدالة f مستمرة و رتيبة على المجال $]-\infty;1[$ فهي مستمرة و رتيبة على المجال $]-3.5;-3[$ و $f(-3.5)=-0.38$ ، $f(-3)=0.16$ أي $f(-3.5)\times f(-3)<0$ فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد $-3.5<\alpha<-3$ يحقق $f(\alpha)=0$.

ency-education.com/exams

- حصر α :

x	-3.5	-3.4	-3.3	-3.2	-3.1
$f(x)$	-0.38	-0.27	-0.16	-0.06	+0.05

ومنه $-3.2<\alpha<-3.1$.

- استنتاج إشارة $f(x)$:

x	$-\infty$	α		1	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$

كتابة $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم استنتاج اتجاه تغير الدالة h : $h'(x)=2f'(x)\times f(x)$

دراسة إشارة المشتقة

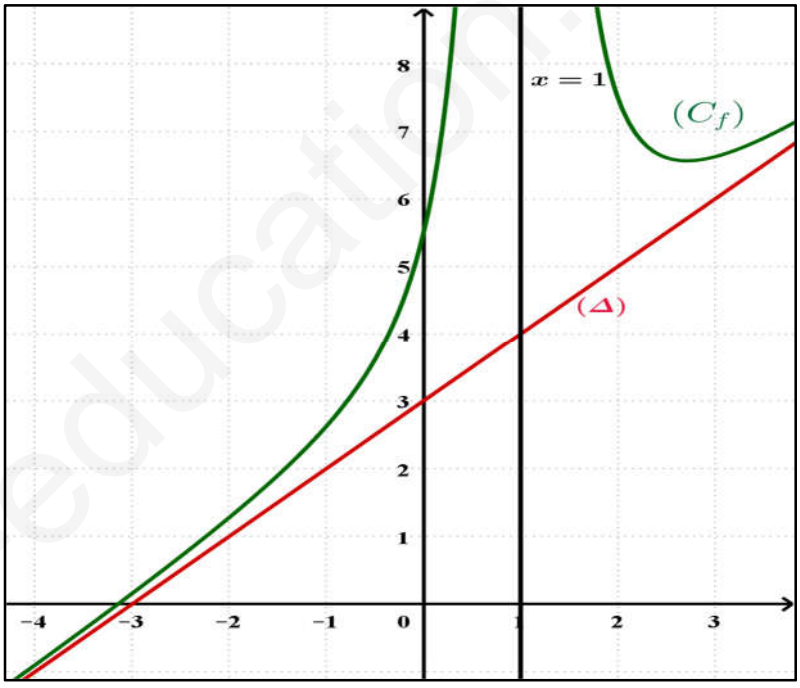
x	$-\infty$	α		1		2.7	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$		$+$
$f'(x)$	$+$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$

- $h(\alpha)=[f(\alpha)]^2=0^2=0$
- $h(7.2)=[f(7.2)]^2=(6.5)^2\simeq 42$

جدول تغيرات الدالة :

x	$-\infty$	α		1		2.7	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\|\|$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$
		0	$\nearrow$			$(6.5)^2$	$\nearrow$

الرسم:

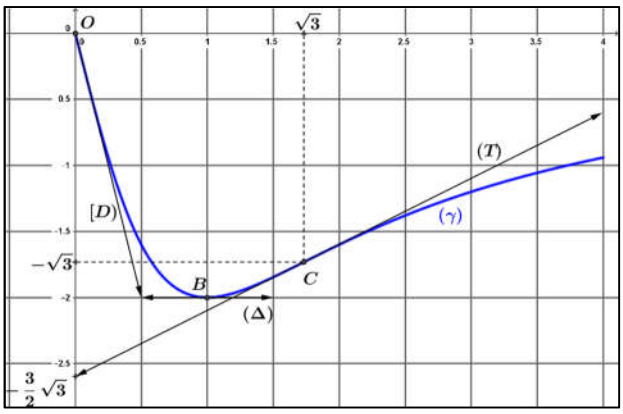


ency-education.com/exams

التصحيح النموذجي

التمرين الأول: (7 نقاط)

بقراءة بيانية:



1) الدالة f مستمرة على $[0;4]$.

التبرير: يمكن رسم منحناها دون رفع القلم (اليد).

أو لأنّ الدالة f قابلة للاشتقاق على $[0;4]$. (0.5 ن)

2) المعادلة $f(x)=-0.5$ تقبل حلا وحيدا α على $[0;0.5]$

لأنّ: المستقيم ذو المعادلة $y=-0.5$ يقطع (γ) في نقطة واحدة فاصلتها α حيث $\alpha \in]0;0.5[$. (1 ن)

أو نقدّم شروط مبرهنة القيم المتوسطة ونتيجتها كما يلي:

لأنّ الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[0;0.5]$ و $[f(0)=0] < -0.5 < [f(0.5)\approx -1.6]$ فإنّ

المعادلة $f(x)=-0.5$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين 0 و0.5.

3) الحساب: $\boxed{f(\sqrt{3})=-\sqrt{3}}$ ، $\boxed{f(1)=-2}$ و $\boxed{f(0)=0}$ ثمّ $\boxed{f'(\sqrt{3})=\dfrac{-\sqrt{3}-\left(-\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)}{0-\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}}$ ، $\boxed{f'(1)=0}$ و

$\boxed{f_R'(0)=\dfrac{0-2}{0-0.5}=-4}$ (1.5=6×0.25 ن)

4) استنتاج معادلة لكل من: نصف المماس $[D]$ والمماس (Δ).

معادلة (Δ): $\boxed{y=-2}$ (0.25 ن)

ومعادلة $[D]$: $x\geq 0$; ومنه: $y=f_R'(0)(x-0)+f(0)$; $x\geq 0$ $\boxed{y=-4x}$ (0.5 ن)

النقطة B هي ذروة للمنحنى (0.25 ن)

5) جدول تغيّرات f وجدول إشارة $f'(x)$ من أجل $x\in[0;4]$

انظر الجدول المقابل. (0.5 ن)

x	0		1		4
$f'(x)$		−	0	+	
$f(x)$	0	↘	-2	↗	$\frac{-16}{17}$

6) أ) تبيان أنّ معامل توجيه (T) يساوي $\frac{1}{2}$ ثمّ تعيّن معادلة له.

لدينا مما سبق: $\boxed{f'(\sqrt{3})=\frac{1}{2}}$ وتنتج معادلة له: $\boxed{y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\sqrt{3}}$ (0.5 ن)

ب) تحديد وضعيّة (γ) و (T). وتسمية النقطة C ، واستنتاج $f''(\sqrt{3})$

عندما: $x\in[0;\sqrt{3}[$ المنحنى (γ) يقع فوق المماس (T)، عندما: $x=\sqrt{3}$ المنحنى (γ) والمماس (T) متقاطعان.

3as.ency-education.com

وعندما: $x \in]\sqrt{3};4]$ المنحنى (γ) يقع تحت المماس(T). (0.5 ن)

النقطة C هي نقطة انعطاف. (0.25 ن) $\boxed{f''(\sqrt{3})=0}$ (0.25 ن)

ج) استنتاج بيانيا في المجال $[0;4]$ حل المتراجحة: $-4 \le f'(x) \le 0$ تكافئ $0 \le x \le 1$ (0.5 ن)

7) المناقشة البيانية لوجود وعدد حلول المعادلة $f(x)=k$ (0.5 ن)

الحلول هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (γ) والمستقيم ذي المعادلة: $y=k$

عندما: $0 \le k < \frac{-16}{17}$ يوجد حل وحيد.	وعندما: $\frac{-16}{17} < k < -2$ يوجد حلان.
وعندما: $k=-2$ يوجد حل مضاعف $(x=1)$	وعندما: $k>2$ لا توجد حلول.

التمرين الثاني: (3 نقاط)

إليك جدول تغيرات دالة u.

x	-3		-1		0		1		2		3
$u'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$u(x)$	-1	↘	-2	↗	0	↗	2	↘	0	↘	-1

1. استنتاج إشارة $u(x)$. (0.5 ن)

من جدول تغيرات u نستنتج جدول الإشارة التالي:

x	-3		0		2		3
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2. نعرف الدالتين: k و t بـ: $k(x)=\sqrt{u(x)}$ و $t(x)=[u(x)]^2$

أ) استنتاج مجموعة تعريف كل من k و t.

$D_k=\{x \in D_u : u(x) \ge 0\}$ ومنه: $\boxed{D_k=[0;2]}$ (0.25 ن)

$D_t=\{x \in D_u\}$ ومنه: $\boxed{D_t=D_u=[-3;3]}$ (0.25 ن)

ب) التعبير عن كل من $k'(x)$ و $t'(x)$ بدلالة $u'(x)$ و $u(x)$

$\boxed{k'(x)=\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}}$ (0.5 ن) و $\boxed{t'(x)=2u'(x)\times u(x)}$ (0.5 ن)

ج) جدول تغيرات كل من k و t.

جدول تغيرات k. إشارة k' من إشارة u' (0.5 ن)

x	0		1		2
$k'(x)$		$+$	0	$-$	
$k(x)$	0	↗	$\sqrt{2}$	↘	0

جدول تغيرات t. إشارة t' من إشارة الجداء $u'.u$ (0.5 ن)

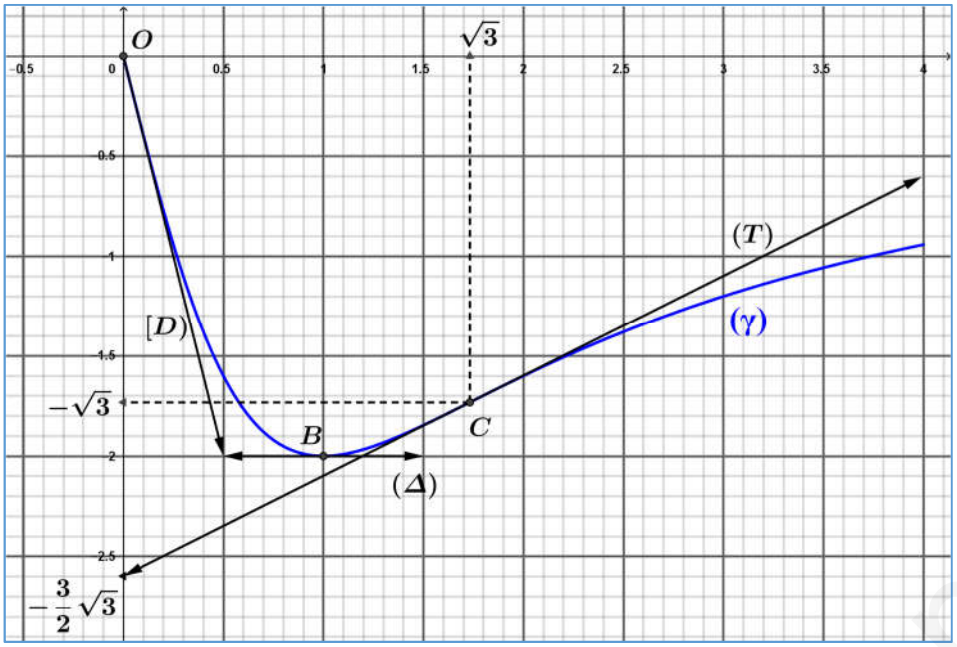
x	-3		-1		0		1		2		3
$u'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$u(x)$	$-$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		
$t'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
$t(x)$	1	↗	4	↘	0	↗	4	↘	0	↗	1

3as.ency-education.com

التمرين الأول:

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس، f دالة قابلة للاشتقاق على $[0;4]$.

باستعمال برمجية جيوجبرا GeoGebra، مثّلنا المنحنى (γ) للدالة f، ونصف المماس $[D)$ عند النقطة O على اليمين، والمماسين (Δ) و(T) عند النقطتين B وC على الترتيب.



بقراءة بيانية أجب على ما يلي:

1) هل f مستمرة على $[0;4]$؟ برّر إجابتك.

2) بيّن أن المعادلة $f(x)=-0.5$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[0;0.5]$.

3) أحسب: $f(1)$; $f\left(\sqrt{3}\right)$ و $f(0)$، ثمّ $f'(1)$; $f'\left(\sqrt{3}\right)$ و $f_R'(0)$.

4) استنتج معادلة لكل من نصف المماس $[D)$ والمماس (Δ). ماذا تسمى النقطة B؟

5) شكّل جدول تغيّرات f على المجال $[0;4]$، مبينا فيه إشارة $f'(x)$.

6) أ) بيّن أنّ معامل توجيه المماس (T) يساوي $\frac{1}{2}$، ثمّ عيّن معادلة له.

ب) حدّد وضعيّة المنحنى (γ) والمماس (T). ماذا نسمي النقطة C من المنحنى (γ)؟ استنتج العدد $f''\left(\sqrt{3}\right)$.

جـ) استنتج بيانيا في المجال $[0;4]$ حلّ المتراجحة: $-4 \le f'(x) \le 0$

7) نقبل أنّ: $f(4)=\frac{-16}{17}$ وليكن k عددا حقيقيا سالبا، ناقش بيانيا على المجال $[0;4]$، حسب قيم الوسيط k وجود وعدد حلول المعادلة $f(x)=k$.

التمرين الثاني: إليك جدول تغيرات دالة u.

x	-3		-1		0		1		2		3
$u'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$	$-$				
$u(x)$	-1	↘	-2	↗	0	↗	2	↘	0	↘	-1

1. استنتج إشارة $u(x)$.
2. نعرّف الدالتين: k وt بـ:

$$k(x)=\sqrt{u(x)}$$

و $t(x)=[u(x)]^2$.

أ-استنتج مجموعة تعريف كل من k وt.

ب-عبّر عن كل من $k'(x)$ و $t'(x)$ بدلالة $u'(x)$ و $u(x)$

جـ -شكّل جدولي تغيرات كل من k و t.

انتهى. بالتوفيق.

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية :رابح بركاتي –افلو–

فرض بكالوريا للتعليم الثانوي — دورة: نوفمبر 2019

الشعب: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول :

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي بـ : $f(x)=\sqrt{3x^2-3}$

1- بين أن مجموعة تعريف الدالة هي : $]-\infty.-1]\cup[1.+\infty[$

2- بين ان الدالة f زوجية . ماذا تستنتج ؟

3- هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند 1 من اليمين ؟ علل اجابتك. وفسر النتيجة هندسيا

هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند $1-$ من اليسار؟ علل اجابتك. وفسر النتيجة هندسيا

4- ادرس تغيرات الدالة f.

5- بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x\sqrt{3}$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و (D') مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ يطلب استنتاج معادلة له .

6- بين ان المنحنى يقبل مماسين معامل توجيههما 2 و $2-$.اعط معادلتيهما .

7- ارسم بدقة : (D) و (D') و (C_f).

8- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي عدد واشارة حلول المعادلة: $f(x)=f(m)$

9- بين انه من اجل $1\prec x\prec\sqrt{\frac{3}{2}}$ فإن : $\sqrt{3}\prec f(x)\prec x$

10- نعتبرالدالة g معرفة على المجال: $]-\infty.-1[\cup]1.+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\frac{1}{f(x)}$

اوجد مشتقة الدالة $g(x)$ بدلالة $f'(x)$ ثم استنتج جدول تغيراتها.

انتهى الموضوع الاول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

الجزء1 : نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbf{R}$ بـ : $g(x)=x^3-3x^2-1$

1. ادرس تغيرات الدالة g وأنشئ جدول تغيراتها
2. بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3,10 \prec \alpha \prec 3,11$
3. استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbf{R}$

الجزء2: لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbf{R}$ كما يلي : $f(x)=e^{-x}(1-x^3)$

1. بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ فسر النتيجة هندسيا. ثم اوجد: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ (انتبه $\infty\times 0$ هي حالة عدم التعيين)
2. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x)=e^{-x}.g(x)$
3. ادرس اتجاه تغير الدالة f وانشئ جدول تغيراتها
4. بين ان $f(\alpha)=-3\alpha^2e^{-\alpha}$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.
5. اوجد معادلة المستقيم (Δ) المماس لـ C_f في النقطة ذات الفاصلة **0**.
6. احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbf{R}$ المعادلة : $f(x)=0$

- ادرس تغيرات الدالة h المعرفة بـ $h(x)=e^{-x}(x^2+x+1)$ على المجال $[0;1]$.
- استنتج انه من اجل كل x من المجال $[0;1]$ فان $h(x)\geq 1$.
- ادرس الوضع النسبي بين المماس (Δ) و المنحنى C_f على المجال $[0;1]$ ثم أنشئهما على المجال $[0;1]$.

الجزء 3:

نعتبرالدالة k معرفة على المجال $]0.+\infty[$ كما يلي : $k(x)=f(\ln x)$

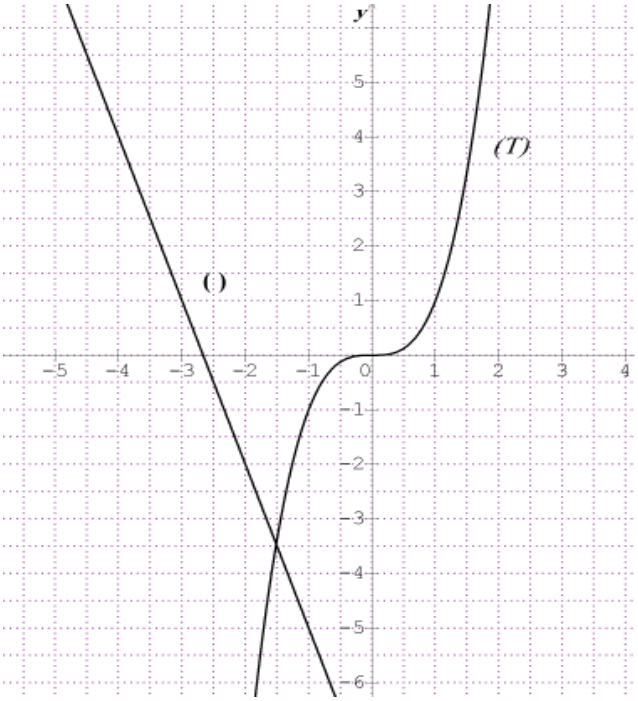
دون كتابة عبارة الدالة k. اوجد مشتقة الدالة $k(x)$ ثم استنتج جدول تغيراتها.

"الموضوع الغير مختار يقدم كواجب منزلي يعاد يوم الاحد "

3as.ency-education.com

الفرض المحروس الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

مسـألة : المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$



اولا: (T) التمثيل البياني للدالة $x \longmapsto x^3$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة : $y=-3x-8$ ، حيث α هي فاصلة نقطة تقاطع (T) و (Δ)

1- بقراءة بيانية حدد وضعية (T) بالنسبة الى (Δ)

2- لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty,+\infty[$ بـ :

$$g(x)=x^3+3x+8$$

إستنتج إشارة الدالة g حسب قيم العدد الحقيقي x ثم تحقق ان:

$$-1.6<\alpha<-1.5$$

ثانيا: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{x^3+2x^2-2}{x^2+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أوجد العددين الحقيقين a و b بحيث من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x+2+\frac{ax+b}{x^2+1}$

3) بين أن (C_f) يقبل (d) مستقيم مقارب مائل يطلب تعين معادلة له ، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (d)

4) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$

5) عين دون حساب $f'(\alpha)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

6) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)+2}{x}$, ثم فسر النتيجة هندسيا

7) ارسم (C_f) و (d) في نفس المعلم

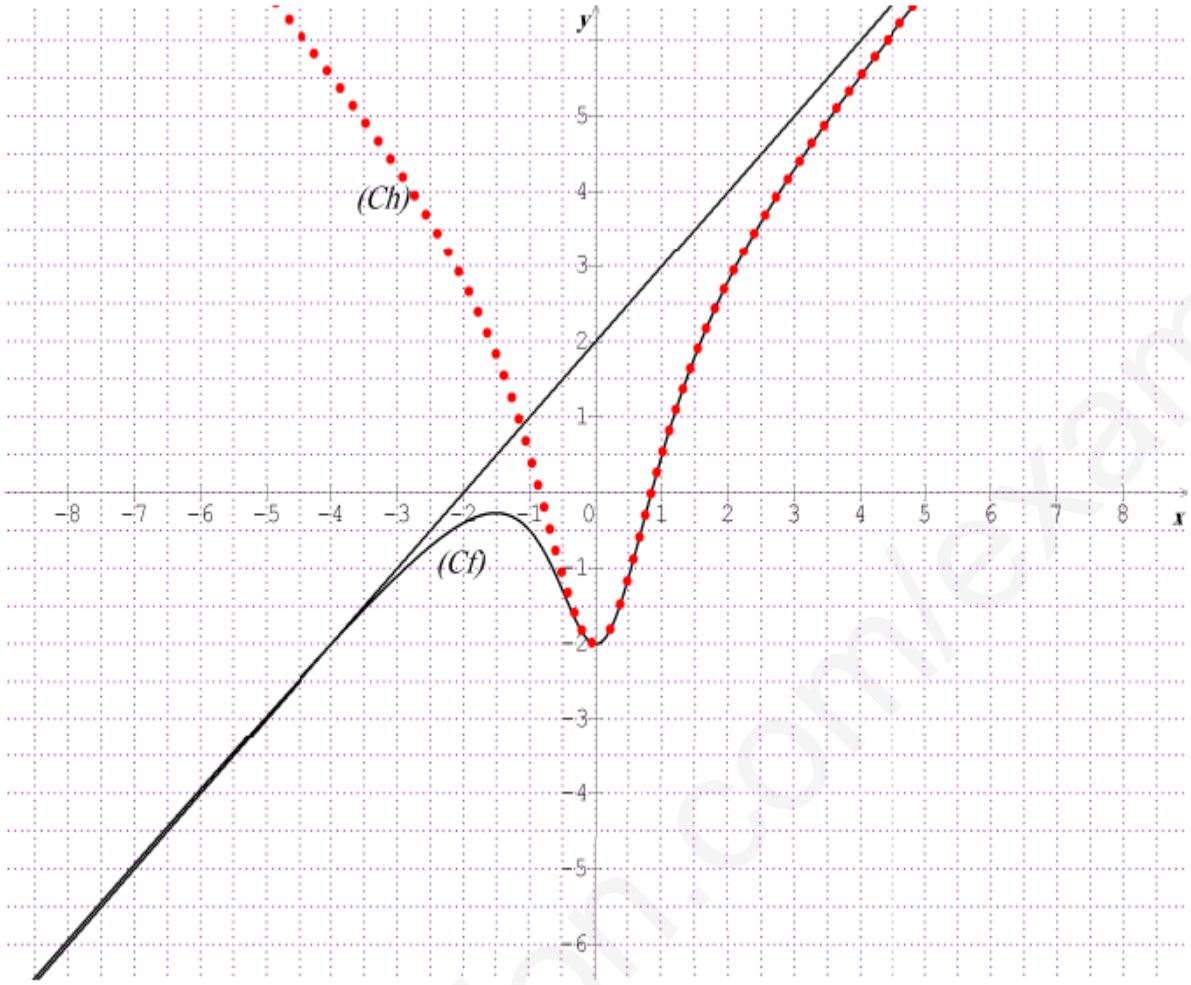
مساعدة (تعطى $f(\alpha)\approx-0.3$)

ثالـــثا: لتكن h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(|x|)$

حيث (C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس

- بين ان h دالة زوجية ، ثم استنتج جدول تغيرات الدالة h
- ارسم (C_h) في المعلم السابق موضحا ذلك

3as.ency-education.com



ency-education.com/exams

مديرية التربية لولاية البويرة
الفرض الاول للفصل الاول
القسم: 3تقني رياضي

ثانوية كريم بلقاسم - البويرة
الاربعاء 13 نوفمبر 2019
المدة: ساعة و نصف

المادة: رياضيـــات

مسالة:

الجزء الاول:

لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+x+e^x$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2) برهن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α ، تحقق أن α من المجال $]-1,3;-1,2[$

3) حدد تبعا لقيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{xe^x}{1+e^x}$ ، نسمي (C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (وحدة الطول هي 4cm)

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{(1+e^x)^2}$.

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

2) برهن أنّ $f(\alpha)=1+\alpha$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

3) برهن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته $y=x$ عند $+\infty$

4) أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O .

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمماس (T) .

5) نعتبر الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=(x-1)e^x-1$

ا) ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم بين ان المعادلة $h(x)=0$ تقبل حل وحيد هو $-\alpha$

ب) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (D) يوازي المستقيم (Δ) في نقطة A يطلب تعيين احداثياتها

ج) بين ان $f(-\alpha)=1$ ثم استنتج ان $y=x+1+\alpha$ معادلة للماس (D) .

6) أرسم (Δ) ، (T) و (D) و (C_f) في المعلم السابق.

7) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $xe^x=(x-m)(1+e^x)$.

الجزء الثالث:

نعتبر الدالة k المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $k(x)=f(-\ln x)$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} k(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} k(x)$

2) باستعمال مشتق مركب دالتين . عين اتجاه تغير الدالة k . (دون تعيين عبارة $k'(x)$ بدلالة x)

بالتوفيق ..

3as.ency-education.com