ثانوية فاتحة محمد - العبادية

الفرض المحروس الثاني للفصل الاول

المستوى: 03 رياضيات، ت رياضي

المدة: 01 ساعة : 2023/11/28

الموضوع:

مشروع ستارلينك (*Starlink*)

✓ اطلق رجل الاعمال الامريكي **إيلون ماسك** مشروع **ستارلينك** بداية من سنة 2018 و يهدف المشروع إلى توفير خدمات الإنترنت عبر شبكة ضخمة من الأقمار الاصطناعية.ويستهدف الأشخاص الذين يعيشون في المناطق النائية الذين لا يستطيعون الحصول على إنترنت عالي السرعة.

✓ وضعت أقمار ستارلينك في مدارات منخفضة حول الأرض لجعل الاتصال بين الأقمار الاصطناعية والأرض في أسرع وقت ممكن.

✓ بعد اندلاع معركة **طوفان الاقصى** بين مجاهدي غزة والاحتلال الصهيوني بتاريخ 07 اكتوبر 2023 قام هذاالاخير بقطع الانترنت عن كل مناطق غزة ، تدخل برنا مج **ستارلينك وقام** بتوفير خدمة الانترنيت الى منظمات الاغاثة الدولية **بغزة .**

✓ اليك مجموعة من اقمار ستارلينك في الجدول التالي :

اسم القمر	*Starlink -01*	*Starlink -02*	*Starlink -03*	*Starlink -04*	*Starlink -05*
$T(mn)$	95.1	105.4	177.5	1440	287.4
$r(\times 10^6 m)$	6.88	7.38	10.48	42.105	14.38
$\frac{T^2}{r^3}(\times 10^{-14} s^2/m^3)$					

حيث T : يمثل دور القمر حول الارض و r يمثل البعد المتوسط بين مركزي الارض (T) والقمر (S)

I – الحركة الاهليجية للقمر (S) :

يدور قمر اصطناعي (S) والذي نعتبره نقطة مادية حول الارض وفق المسار الذي يبينه الشكل (01)، يبلغ ارتفاع القمر (S) عن سطح الارض عند نقطة الحضيض بـ $h_P = 4.5\times10^5 m$ و عند نقطة الاوج بـ $h_A = 1.55\times10^6 m$

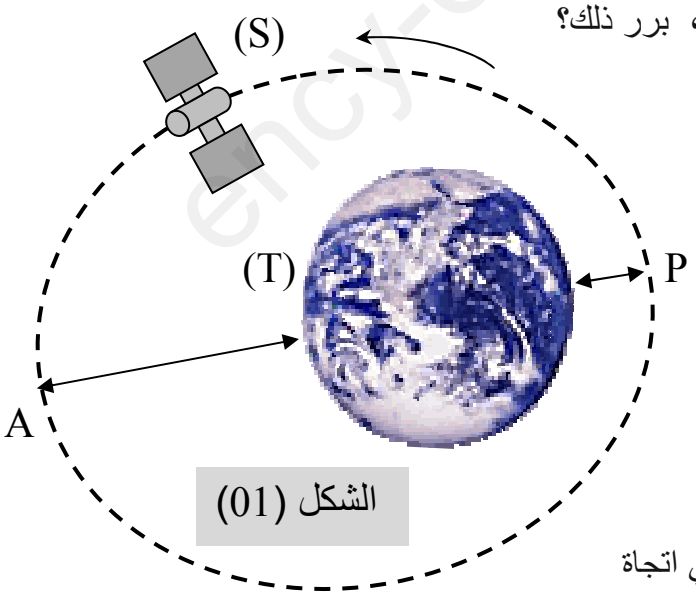
1 - يبين الشكل (01) ان احد قوانين كيبلرمحقق ، ماهوهذا القانون، برر ذلك؟

2 - استنتج نصف القطر الكبير a للمدار .

3 – ماذا يمثل مركز الارض في هذا المدار؟

4 – بالاعتماد على قانون كيبلر الثاني ، بين ان حركة القمر (S) غير منتظمة.

5 – يمثل القمر (S) احد الاقمار المذكورة في الجدول السابق بينه مع التبرير؟



الشكل (01)

II – الحركة الدائرية للقمر (S) :

نعتبر الآن ان حركة القمر (S) حول محور الارض دائرية وفي اتجاة دوران الارض وبسرعة ثابتة $v = 3060.41 m/s$. كما هو مبين في الشكل (02)

ency-education.com

1 - مثل على الشكل (02) قوة تاثير الارض $\vec{F}_{T/S}$ على القمر (S)

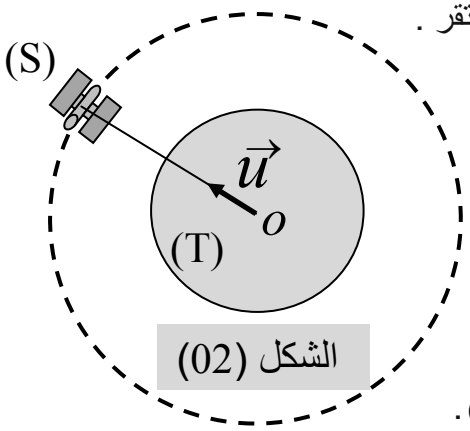
2 - اكتب عبارة القوة $\vec{F}_{T/S}$ في المحور $(O,\vec{u})$ بدلالة : $G, M_T, m_S, R_T, h, \vec{u}$

3 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر (S) :

3– 1 / اكتب عبارة سرعة المدار v_{orb} بدلالة : G, M_T, R_T, h .

3– 2 / استنتج نصف قطر مدار هذا القمرثم دوره T ، هل يعتبر جيومستقر .

3 – 3 / عينه من بين الاقمار الموجودة في الجدول.



الشكل (02)

4 - بمقارنة قوة الثقل $\vec{P}$ مع القوة $\vec{F}_{T/S}$:

4 - 1 / بين ان عبارة شدة شعاع تسارع الجاذبية الارضية يكتب على الشكل : $g = G.\frac{M_T}{(R_T+h)^2}$

4- 2 / استنتج شدة الجاذبية الارضية g عند نقطة من مدار القمر (S).

4- 3 / استنتج شدة الجاذبية الارضية g_0 عند نقطة من سطح الارض .

4 – 4 / بين ان العلاقة بين g و g_0 تكتب على الشكل : $g = g_0.(\frac{R_T}{R_T+h})^2$

III - قانون كبلر الثالث :

1 – اتمم الجدول السابق

2 – هل قانون كيبلر الثالث محقق ، برر اجابتك؟

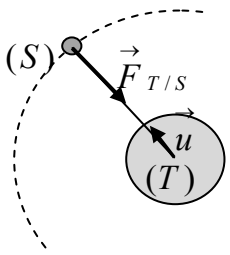
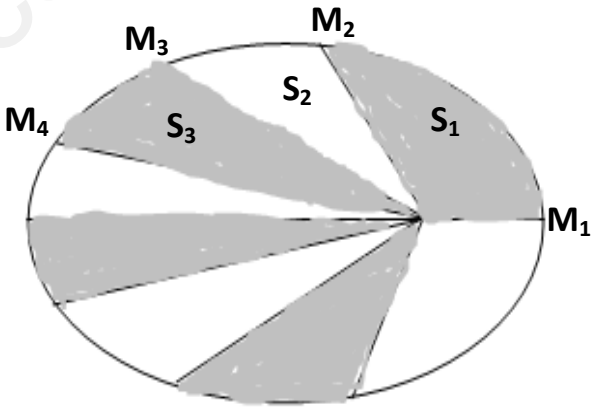
3 – استنتج دور وسرعة القمر *Starlink -05*

المعطيات :

كتلة الارض	ثابت الجذب العام	نصف قطر الارض
$M_T = 6\times10^{24}\,kg$	$G = 6.67\times10^{-11}\,S.I$	$R_T = 6380\,km$

انتهى ═══════ بالتوفيق للجميع

ency-education.com/exams

التحليل	النقطة	التحليل	النقطة
I – الحركة الاهليلجية للقمر (S) :		**II – الحركة الدائرية للقمر (S) :**	
1 – قانون كيبلر المحقق: القانون الاول التبرير: يدور القمر الاصطناعي حول الارض في مسار اهليجي	01	1 - تمثيل قوة تاثير الارض $\vec{F}_{T/S}$ على القمر (S)	01
2 - استنتاج نصف القطر الكبير a للمدار . علاقة الاهليج :	02		
$AP = h_A + h_B + 2.R_T$ $2a = h_A + h_B + 2.R_T$ $\Rightarrow a = \frac{h_A + h_B + 2.R_T}{2} = 7.38 \times 10^6 m$		2 - عبارة القوة $F_{T/S}$ في المحور $(O, \vec{u})$ بدلالة : $G, M_T, m_S, R_T, h, \vec{u}$	01
3 – موقع مركز الارض في هذا المدار حسب القانون الاول لكيبلر ، يشغل مركز الارض احد محرقي الاهليج		$\vec{F}_{T/S} = -G\frac{M_T.m_S}{(R_T+h)^2}.\vec{u}$ .....(01)	
4 – تبيان ان حركة القمر (S) غير منتظمة. بالاعتماد على قانون كيبلر الثاني :	02	3 – 1 / عبارة سرعة المدار v_{orb} بدلالة : G, M_T, R_T, h .	02
		بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر (S)	
$S_1 = S_2 = S_3$ $\Rightarrow M_1M_2 \succ M_2M_3 \succ M_3M_4$ $\Rightarrow \frac{M_1M_2}{\Delta t} \succ \frac{M_2M_3}{\Delta t} \succ \frac{M_3M_4}{\Delta t}$ $\Rightarrow v_1(moy) \succ v_2(moy) \succ v_3(moy)$ ومنه سرعة المدار تكون متغيرة غير منتظمة.		$\sum \vec{F}_{ext} = m_S.\vec{a}_G$ $\Rightarrow \vec{F}_{T/S} = m_S.\vec{a}_G$ .....(02) باسقاط العلاقة (02) على المحور $(O, \vec{u})$ $-F_{T/S} = -m_S.a_n$ $\Rightarrow G.\frac{M_T.m_S}{r^2} = m_S.\frac{v_{orb}^2}{r}$ $\Rightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}} = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$....(02)	
5 – تبيان القمر (S) في الجدول السابق مع التبرير		3– 2 / استنتج نصف قطر والدوره T للمدار	02
بما ان : $a = r = 7.38 \times 10^6 m$ فان القمر (S) هو : *Starlink -02*	01	$(02) \Rightarrow r = \frac{G.M_T}{v_{orb}^2} = 42.73 \times 10^6 m$ الدور : $T = \frac{2\pi.r}{v} = 1461.3mn$	

ency-education.com/exams

التحليل	النقطة
3 – 3 / تعين القمر (S) من بين الاقمار الموجودة في الجدول. بمقارنة قيمتي r و T مع القيم المعطاة في الجدول	01

	$r(\times 10^6 m)$	$T(mn)$
القمر (S)	42.73	1461
Starlink -04	42.1	1440

القمر (S) $\Leftrightarrow$ ***Starlink -04***

4 – 1 / اثبات العبارة : $g = G.\frac{M_T}{(R_T+h)^2}$ 01

$$F_{T/S} = G\frac{M_T.m_S}{(R_T+h)^2} ....(03)$$

$$P = m_S.g....(04)$$

$$\Rightarrow F_{T/S} = P$$

$$\Rightarrow G\frac{M_T.m_S}{(R_T+h)^2} = m_S.g$$

$$\Rightarrow g = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}...(05)$$

4 -2 / استنتج شدة الجاذبية الارضية g عند نقطة من مدار القمر (S). 01

$$\Rightarrow g = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2} = \frac{6.67.10^{-11}.6.10^{24}}{(42.73.10^6)^2} =$$

$$\Rightarrow g = 0.22N/kg$$

4 -3 / استنتج شدة الجاذبية الارضية g_0 عند نقطة من سطح الارض . 01

$$(05) \Rightarrow g_0 = G\frac{M_T}{(R_T+0)^2}.9.83N/kg$$

التحليل	النقطة
4 – 4 / اثبات العلاقة: $g = g_0.(\frac{R_T}{R_T+h})^2$	01

$$g = \frac{G\cdot M_T}{(R_T+h)^2} = \frac{G\cdot M_T}{R_T\cdot(1+\frac{h}{R_T})^2}$$

$$g = \frac{g_0}{(1+\frac{h}{R_T})^2} \Rightarrow g = g_0.(\frac{R_T}{R_T+h)^2}$$

III ـ قانون كيبلر الثالث :

4- 1 / – اتمام الجدول السابق 01

اسم القمر	$S-01$	$S-02$	$S-03$	$S-04$	$S-05$
$\frac{T^2}{r^3}(\times 10^{-14} s^2/m^3)$	10^{-13}	10^{-13}	10^{-13}	10^{-13}	10^{-13}

2 – التحقق من قانون كيبلر الثالث مع تبرير 01

نلاحظ ان النسبة $\frac{T^2}{r^3} = 10^{-13} S^2.m^{-3}$ 01

تبقى ثابتة مهما تغير مدار الحركة وهو يتماشى مع قانون كيبلر الثالث

3 – استنتج سرعة القمر ***Starlink -05*** 01

ط01 :

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}} = \sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}.6\times10^{24}}{14.38\times10^6}}$$

$$v_{orb} = 5275.4m/s$$

ط02 :

$$v_{orb} = \frac{2.\pi.r}{T} = \frac{6.28\times14.38\times10^6}{287.4\times60} = 5237\,m/s$$

ency-education.com/exams