تمرين على الدوال مع الحل

من كتاب تأشيرة النجاح في الرياضيات

تأليف : الأستاذ شهيد خيشان

الناشر : دار الفردوس   darelferdous@gmail.com

تمرين :

f دالة معرفة في $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = x^3 + 2x^2 - \frac{3}{4}x + 1$

1) عيّن f' الدالة المشتقة للدالة f .

2) ادرس إشارة f' .

3) استنتج جدول تغيرات الدالة f .

4) حدد إحداثيي نقطة تقاطع منحنى الدالة مع محور التراتيب .

5) ارسم المنحنى البياني للدالة f .

حل التمرين :

1) الدالة f قابلة للاشتقاق في $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي f' حيث :

$$f'(x) = (x^3 + 2x^2 - \frac{3}{4}x + 1)' = 3x^2 + 4x - \frac{3}{4}$$

2) إشارة f' :

f' هي عبارة عن ثلاثي حدود ، لنبحث عن جذوره كي نتمكن من تحديد إشارة f' ، لدينا :

المميز : $\Delta = (4)^2 - 4 \text{ x } 3 \text{ x } (-\frac{3}{4}) = 16 + 9 = 25$ إذن ثلاثي الحدود يقبل جذرين هما :

$x_1 = \frac{-4-\sqrt{25}}{2 \text{ x } 3} = \frac{-4-5}{6} = \frac{-9}{6} = -\frac{3}{2}$ و $x_2 = \frac{-4+\sqrt{25}}{2 \text{ x } 3} = \frac{-4+5}{6} = \frac{1}{6}$

وبالتالي إشارة f' تكون كالآتي :

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{1}{6}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

3) جدول تغيرات الدالة f ، لنحسب أولا $f(-\frac{3}{2})$ و $f(\frac{1}{6})$:

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = (-\frac{3}{2})^3 + 2(-\frac{3}{2})^2 - \frac{3}{4} \text{ x } \left(-\frac{3}{2}\right) + 1 = \frac{13}{4}$$

$$f\left(\frac{1}{6}\right) = (\frac{1}{6})^3 + 2(\frac{1}{6})^2 - \frac{3}{4} \text{ x } \left(\frac{1}{6}\right) + 1 = \frac{101}{108}$$