التمرين (01) : اوجد في كل حالة من الحالات الآتية نهاية $f(x)$ عند أطراف مجال تعريفها I ثم استنتج المستقيمات المقاربة لمنحنى الدالة f :

1) $f(x)=\frac{-x^2+4x}{x^2-4x+3}$ ، $I=R-\{1;3\}$

2) $f(x)=\frac{x^2-4x+4}{x-1}$ ، $I=R-\{1\}$

3) $f(x)=\frac{x^2-x-2}{(x-1)^2}$ ، $I=R-\{1\}$

4) $f(x)=\frac{-4x+8}{x^2-4x+5}$ ، $I=R$

5) $f(x)=2x+3-\frac{1}{(x+1)^2}$ ، $I=R-\{-1\}$

6) $f(x)=\frac{x^3+3x^2+6x+3}{(x+1)^2}$ ، $I=R-\{-1\}$

7) $f(x)=\frac{x^3-1}{x^2-1}$ ، $I=R-\{1;-1\}$

8) $f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$ ، $I=]-1;+\infty[$

9) $f(x)=x+1+\sqrt{x^2+4x}$ ، $I=]-\infty;-4]\cup[0;+\infty[$

10) $f(x)=x+\frac{x}{\sqrt{x^2-4}}$ ، $I=]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$

11) $f(x)=\frac{x^3-4x^2+3x-2}{2(x^2-1)}$ ، $I=R-\{1;-1\}$

التمرين (02) : احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة :

1/ $\lim_{x\to2}\frac{x^3-8}{x^2-3x+2}$ ، 2/ $\lim_{x\to-1}\frac{x^2-x+2}{x^3-3x^2-x+3}$

3/ $\lim_{x\to4}\frac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4}$ ، 4/ $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{x-2}{4x+3}}$

5/ $\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ ، 6/ $\lim_{x\to+\infty}\left(x-2\sqrt{x}\right)$

7/ $\lim_{x\to3}\frac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3}$ ، 8/ $\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{x}}{x+1}$

9/ $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)$ ، 10/ $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-2x\right)$ ،

11/ $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+3}+x\right)$

12/ $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-2x+5}-\sqrt{x^2-7x+3}\right)$

14/ $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+3}-x\right)$ ، 15/ $\lim_{x\to0^+}\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x}$.

16/ $\lim_{x\to0}\left(\frac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x+2}}\right)$ ، 17/ $\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x+4}-3}$

التمرين (03) :

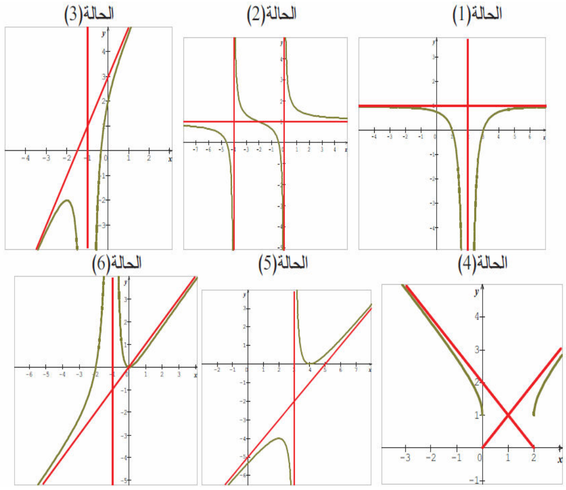
احسب النهايات التالية باستعمال تعريف العدد المشتق :

1/ $\lim_{x\to2}\frac{x^4+x^3-7x^2+8x-12}{x-2}$ ، 2/ $\lim_{x\to1}\frac{x^{2011}-1}{x-1}$

3/ $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$ ، 4/ $\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}$ ، 5/ $\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{x+5}-2}{x+1}$

6/ $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{2\sin x-1}{6x-\pi}$ ، 7/ $\lim_{x\to3}\frac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3}$.

التمرين (04) : في كل حالة من الحالات التالية عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها



التمرين (05) : احسب النهايات الآتية باستعمال مبرهنات المقارنة :

1/ $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{2-\sin x}$ ، 2/ $\lim_{x\to+\infty}\frac{x+\sin x}{x^2+1}$ ،

3/ $\lim_{x\to0}x^2\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ ، 4/ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin3x-\cos2x}{x}$

5/ $\lim_{x\to+\infty}\frac{x(1+\sin x)}{x-\sqrt{x^2+1}}$ ، 6/ $\lim_{n\to+\infty}u_n$ حيث

$u_n=\frac{n}{n^2+1}+\frac{n}{n^2+2}+\frac{n}{n^2+3}+\ldots+\frac{n}{n^2+n}$.

التمرين (06) : f دالة معرفة بـ: $f(x)=\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+x+1}}$

1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما لدينا :

$x^2\le x^2+x+1\le(x+1)^2$ و $x\le\sqrt{x^2+x+1}\le x+1$

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما لدينا :

3) $1-\frac{1}{x+1}\le f(x)\le1+\frac{1}{\sqrt{x}}$ ثم أوجد $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

التمرين الأول : لتكن الدالة f المعرفة على R كما يلي :

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1; x \prec 1 \\ \dfrac{1}{x}-1; x \geq 1 \end{cases}$$

1) ادرس استمرارية الدالة f عند القيمة 1.

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

3) شكل جدول تغيرات الدالة f ثم ارسم (C_f)

التمرين الثاني : f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{x+1}}{x}; x \succ 0 \\ \dfrac{1-x^2}{x-2}; -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

1) ادرس استمرارية الدالة f عند القيمة 0.

2) استنتج استمرارية الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$.

التمرين الثالث : f دالة معرفة على R بـ :

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+x-a}{x-2}; x \succ 2 \\ \dfrac{2x+b}{3}; x \leq 2 \end{cases}$$

* أوجد العددين a و b حتى تكون الدالة f مستمرة عند العدد 2

التمرين الرابع :

1) ادرس استمرارية الدالة f عند القيمة 0 علما أن :

$$\begin{cases} f(x)=x^2+\dfrac{|x|}{x}; x \neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

2) مثل منحنى الدالة f انطلاقا من منحنى دالة مرجعية.

التمرين الخامس : f دالة عددية معرفة على R بـ :

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-8}{2x-8}; x \in]-\infty;0[\\ \dfrac{1}{2}\sqrt{-x^2+3x+4}; x \in [0;4] \\ x-5+\dfrac{4}{x}; x \in]4;+\infty[\end{cases}$$

- بين أن الدالة f مستمرة على R.

التمرين السادس : لتكن الدالة f المعرفة على $R-\{-1;1\}$ بـ:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+|x|}{x^2-|x|}; x \neq 0 \\ f(0)=-1 \end{cases}$$

1) بين أن f دالة زوجية .

2) أكتب $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة .

3) ادرس استمرارية الدالة f على مجموعة تعريفها.

4) احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

5) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

6) ارسم المنحنى (C_f) للدالة f .

مبرهنة القيم المتوسطة

التمرين الأول : بين أن المعادلات التالية تقبل ، على الأقل ، حلا في المجال I :

1) $x^4+x^2+4x-1=0$ ، $I=[0;1]$.

2) $\cos x = x$ ، $I=[0;\pi]$.

3) $2\sin x - x = 0$ ، $I=\left[\dfrac{\pi}{3};\pi\right]$.

التمرين الثاني : f دالة معرفة على $I=[1;3]$ كما يلي :

$$f(x)=-x+2+\frac{3}{x^2}$$

1) شكل جدول تغيرات الدالة f على I ثم عين $f(I)$.

2) ما هو عدد حلول المعادلة $f(x)=\dfrac{1}{4}$ على I.

التمرين الثالث : f دالة معرفة على $I=[-1.1]$ بالعبارة :

$$f(x)=4x^3-3x-\frac{1}{2}$$

1) ادرس تغيرات الدالة f على I.

2) أحسب : $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f\left(\dfrac{-1}{2}\right)$ ، $f(-1)$.

3) استنتج عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ على I.

التمرين الرابع :

1) f دالة مستمرة على المجال $[a;b]$ بحيث :

$f(a) \succ a$ و $f(b) \prec b$

- بين أن $f(x)=x$ تقبل ، على الأقل حلا في المجال $[a;b]$.

2) f دالة مستمرة على المجال $[a;b]$ بحيث :

$f(a) \succ ab$ و $f(b) \prec b^2$

- بين أنه يوجد عدد حقيقي c من $[a;b]$ بحيث : $f(c)=bc$.

التمرين الخامس :

بين أن المعادلة $x^3-3x+1=0$ تقبل حلا وحيدا α من $]0;1[$.

f دالة معرفة على $R-\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3}{3x-1}+x-1$.

✓ بين أن : $f(\alpha)=\alpha$.

التمرين السادس : n عدد طبيعي غير معدوم .

a. بين أن المعادلة : $x^{n+1}-2x^n+1=0$ تقبل حلا محصورا بين $\dfrac{2n}{n+1}$ و 2 .

b. هل المعادلة $x^8-2x^7+1=0$ تقبل حلا في R ؟
إذا كان الجواب نعم ، عين حصرا لهذا الحل .

التمارين من 42 إلى 67 صفحات : 31;30,29.

التمرين الأول :.

✓ f دالة معرفة على $R-\{-1\}$ بـجدول التغيرات الآتي :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f(x)	2	↗ $+\infty$	‖	$+\infty$ ↘	2

- اجب **بصحيح** أو **خطأ** على كل سؤال مما يلي مع التبرير :

1. المستقيم ذو المعادلة $y=2$ مقارب للمنحنى (C_f).
2. المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد .
3. مجموعة حلول : $f(x)\succ 0$ هي : $R-\{-1\}$.
4. النقطة : $A(-3;1)$ تنتمي إلى (C_f).
5. في المجال $]-\infty;-1[$: لما $x\prec -2$ فإن : $f(x)\prec f(-2)$
6. في المجال $]-1;+\infty[$: لما $x\prec -2$ فإن : $f(x)\prec f(-2)$

التمرين الثاني :

f دالة معرفة على $R-\{-1\}$ بـجدول التغيرات الآتي :

x	$-\infty$	-3		-1		1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	‖	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$ ↗	-6	↘ ...	‖	$+\infty$ ↘	2	↗ ...

نقبل أن : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$ حيث : $a,b,c\in R$.

1) أحسب $f'(x)$.
2) بين أن $a=1,b=-1,c=4$.
3) أتمم جدول التغيرات.
4) بين (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار ∞ .
5) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

التمرين الثالث :

جدول التغيرات التالي هو لدالة معرفة وقابلة للاشتقاق على $]1;+\infty[$

x	1		3		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	
f(x)	$+\infty$	↘	$\frac{5}{2}$	↗	$+\infty$

نقبل أن : $f(x)=ax+\frac{b}{x-c}$ ، حيث : $a,b,c\in R$.

1) برر وجود مستقيم مقارب لـ (C_f) موازي لمحور التراتيب ، استنتج قيمة c .
2) أوجد قيمة كل من a و b .
3) تحقق أن المستقيم ذو المعادلة $y=0.5$ مقارب لـ (C_f).

التمرين الرابع :

✓ f دالة معرفة على $R-\{-1\}$ بـجدول التغيرات الآتي :

x	$-\infty$	0,5		1		1,5	$+\infty$
f'(x)	+	0	-	‖	-	0	+
f(x)	$-\infty$ ↗	1	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	3	↗ $+\infty$

نقبل أن : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$ حيث : $a,b,c\in R$.

1) اعتماد على جدول التغيرات :
   a) عين الأعداد الحقيقية a,b,c .
   b) أوجد $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ فسر النتائج.
   c) قارن بين : $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $f\left(\frac{3}{4}\right)$ معللا الإجابة.
2) ليكن $a=1,b=1,c=\frac{1}{4}$.
   a) بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار ∞ .
   b) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
   c) بين أن $\omega(1,2)$ مركز تناظر لـ (C_f) .
   d) عين نقاط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات.
3) ارسم (C_f) في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
4) ناقش بيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=m$. حيث m وسيط حقيقي.

التمرين الخامس :

جدولا التغيرات التاليين هما لدالتين u و v المعرفتين في $R-\{2\}$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
v(x)	3	↗ $+\infty$	‖	$+\infty$ ↘	-4

x	$-\infty$		2		$+\infty$
u(x)	2	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	2

1) حدد اتجاه تغيرات الدالتين u و v .
2) عين معادلات المستقيمات المقاربة لـ (C_u) و (C_v) .
3) عين عدد نقاط تقاطع (C_u) و (C_v) مع $(O;\vec{i})$.
4) جد عدد حلول كل من $u(x)=2.5$ و $v(x)=\sqrt{10}$.
5) ادرس نهاية $u\circ v$ في كل الحالات الآتية:
   a. عند $+\infty$.
   b. عند $-\infty$.
   c. عند 2 .

التمرين الأول أدرس قابلية اشتقاق f في a في الحالات التالية :

$$(a=0)\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\sqrt{1+x^2}}{x};x\neq 0\\ f(0)=0\end{cases}$$

$$(a=1)\begin{cases} f(x)=\sqrt{x-1}\;;x\geq 1\\ f(x)=x^2+x-2\;;x<1\end{cases}$$

$$(a=4)\begin{cases} f(x)=\dfrac{2x-1}{x-3}\;;x>4\\ f(x)=\dfrac{\sqrt{x}+12}{2x}\;;0\leq x\leq 4\end{cases}$$

التمرين الثاني حدد المجالات التي تكون فيها f قابلة للاشتقاق ثم حدد $f'(x)$ في الحالات :

-1 $f(x)=x-\sqrt{2x-4}$.

-2 $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{x^2+1}-2$.

-3 $f(x)=\dfrac{(2x+1)^2}{x^2-5}+\sqrt{x^2-5}$.

التمرين الثالث g دالة عددية معرفة بما يلي :

$$\begin{cases} g(x)=\dfrac{x^3}{|x|}:x\neq 0\\ g(0)=0\end{cases}$$

-1 أدرس قابلية اشتقاق الدالة g في الصفر.

-2 بين أن منحنى الدالة g يقبل مماسين موازيين للمستقيم الذي معادلته $y=4x$.

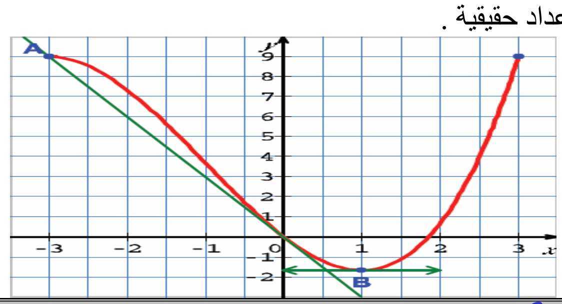
التمرين الرابع f دالة معرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2+|x-2|}{|x+1|}$

هل f قابلة للاشتقاق في 2 ؟ أول هندسيا النتيجة.

التمرين الخامس : الشكل الموالي التمثيل البياني (C_f) للدالة f معرفة وقابلة للإشتقاق على المجال $[-3;3]$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

المنحنى (C_f) يمر بمبدأ المعلم ويشمل النقطة $A(-3;9)$ ، يقبل في النقطة B التي فاصلتها 1 مماسا أفقيا ويقبل المستقيم (OA) كمماس عند النقطة O.

عبارة $f(x)$ من الشكل : ax^3+bx^2+cx+d . حيث a ، b ، c و d أعداد حقيقية .

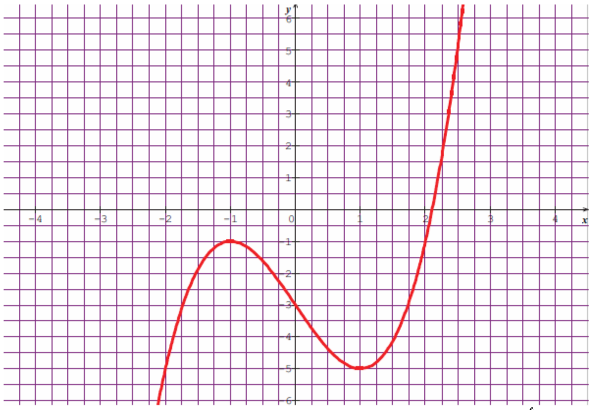


a. بين باستعمال المعطيات السابقة أن :

$a=\dfrac{1}{3}$ ، $b=1$ ، $c=-3$ و $d=0$.

b. حلل $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

التمرين السادس : الجزء الأول : (C_g) المقابل التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على R بـ: $g(x)=ax^3+bx+c$



1) أوجد a ، b و c.

2) اكتب جدول تغيرات الدالة g .

3) بين أن المعادلة : $x^3-3x-3=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $\left]2;\dfrac{5}{2}\right[$

4) استنتج إشارة $g(x)$ على R .

الجزء الثاني : f دالة عددية معرفة على $R-\{-1;1\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{2x^3+3}{x^2-1}+1$$

1) تحقق أنه من أجل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$

2) عين دون حساب : $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

3) احسب النهايات عند حدود مجال التعريف .

4) شكل جدول تغيرات الدالة f .

5) بين أن : $f(\alpha)=3\alpha+1$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

6) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=2x+1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f).

7) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

8) ارسم (Δ) و (C_f).

الإشتقاقية :

لا تنسى حل التمارين : 6,5,4,3 ص 58 * 29,27 ص 60 * 37 ص 61 * 47,46 ص 62 * 56,55 ص 63 * 67,61 ص 64 * 73 ص 65 * 81,77 ص 66 * 85,82 ص 67 * 91 ص 69 * 99 ص 71 * 107 ص 74

مسألة (01) : f دالة عددية معرفة على $R-\{2\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$$

1) ادرس تغيرات الدالة f مستنتجا المستقيمات المقاربة.
2) عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات .
3) ادرس وضعية (C_f) مع المستقيم المقارب الأفقي .
4) أثبت أن المستقيم $(\Delta): x=2$ محور تناظر لـ (C_f).
5) ارسم (C_f) في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

مسألة (02) : f دالة عددية معرفة على $R-\{0;-4\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^2+5x+2}{x^2+4x}$$

1) ادرس تغيرات الدالة f مستنتجا المستقيمات المقاربة.
2) أثبت أن النقطة $\Omega(-2;1)$ مركز تناظر لـ (C_f).
3) اكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة Ω.
4) عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات .
5) احسب $f(-1)$ ، $f(1)$ ، $f(2)$.
6) ارسم (Δ) ثم (C_f) في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

مسألة (03) : f دالة عددية معرفة على $R-\{1;3\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{3x^2-12x+10}{x^2-4x+3}$$

1) ادرس تغيرات الدالة f .
2) اوجد المستقيمات المقاربة لـ (C_f).
3) عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.
4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $R-\{1;3\}$ أن :

$$f(2-x)=f(2+x)$$

- ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة للمنحنى (C_f).
5) ارسم (C_f) في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
6) باستعمال (C_f) حدد إشارة $f(x)$ حسب قيم x.

مسألة (04) : f دالة عددية معرفة على $R-\{3\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^2-8x+16}{x-3}$$

1) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $R-\{3\}$ أن : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-3}$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية .
2) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار ∞ .
3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).
4) ادرس تغيرات الدالة f .
5) أوجد إحداثيات ω نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين وأثبت أنها مركز تناظر لـ (C_f)
6) ارسم (C_f).
7) استنتج رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) حيث :

$$h(x)=\frac{(x-4)^2}{|x-3|}$$

مسألة (05) : f دالة عددية معرفة على $R-\{-1\}$ بـ :

$$f(x)=2x+3-\frac{1}{(x+1)^2}$$

1) ادرس تغيرات الدالة f مستنتجا المستقيمات المقاربة.
2) ادرس وضعية (C_f) مع المستقيم المقارب المائل .
3) بين أن $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\left]\frac{-3}{8};\frac{-1}{4}\right[$
4) استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x.
5) اكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
6) ارسم (Δ) ثم (C_f) في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

مسألة (06) :

الجزء الاول : نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ :

$$g(x)=2x^3+x^2-1$$

1. ادرس تغيرات الدالة g على R.
2. بين أن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\left]\frac{2}{3};1\right[$.
3. حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على R^* بـ :

$$f(x)=\frac{x^3+x^2+1}{3x}$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث وحدة الأطوال هي $3cm$.

1. أدرس نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .
2. بين أنه من اجل كل x من R^* أن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.
3. ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. بين أن $f(\alpha)=\frac{\alpha}{6}+\frac{1}{2\alpha}$. ثم استنتج ، باستعمال حصر العدد α، حصرا للعدد $f(\alpha)$.
5. ارسم المنحنى (C_f).

مسألة (07) : f دالة عددية معرفة على $R-\{-1\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$$

1. ادرس تغيرات الدالة f .
2. أوجد ثلاثة أعداد حقيقة α ، β ، γ بحيث من أجل x من D_f :

$$f(x)=\alpha x+\frac{\beta}{x+1}+\frac{\gamma}{(x+1)^2}$$

3. بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب إعطاء معادلته الديكارتية ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ(Δ)
4. احسب إحداثيات نقطتي تقاطع (C_f) مع محور الفواصل
5. بين أن (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 1. اكتب معادلة لـ (Δ).
6. أنشئ (Δ) ثم (C_f).
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

مسألة (08) : الجزء الأول : $P(x)$ كثير حدود حيث :

$$P(x)=-x^3+6x^2-13x+8$$

1. احسب $P(1)$ ثم استنتج تحليلا لـ $P(x)$.
2. ادرس اشارة $P(x)$ حسب قيم x.

الجزء الثاني : f دالة عددية معرفة على $R-\{2\}$ بـ :

$$f(x)=-x+1-\frac{x-1}{(x-2)^2}$$

1. بين أنه من أجل x من D_f : $f'(x)=\frac{P(x)}{(x-2)^2}$.
2. ادرس تغيرات الدالة f.
3. بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب إعطاء معادلته الديكارتية ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ(Δ)
4. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 3.
5. ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم (C_f).

مسألة (09) : f دالة عددية معرفة على $R-\{-1\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^3+3x^2+10x+5}{(x+1)^2}$$

1. أوجد ثلاثة أعداد حقيقة α ، β ، γ بحيث من أجل x من D_f : $f(x)=x+\alpha+\frac{\beta}{x+1}+\frac{\gamma}{(x+1)^2}$
2. استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب إعطاء معادلته ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ(Δ)
3. ادرس تغيرات الدالة f.
4. عين عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ثم ارسم (C_f)
5. استعمل (C_f) لتعيين حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$3x^2+(x-m)x^2+(10-2m)x+5-m=0$$

6. g الدالة المعرفة بـ : $g(x)=\frac{|x|^3+3x^2+10|x|+5}{(|x|+1)^2}$
   a. بين أن الدالة g زوجية.
   b. بين أن (Γ) منحني الدالة g يستنتج انطلاقا من (C_f)
   c. ارسم (Γ).

مسألة (10) : الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $R-\{-1\}$ بـ : $g(x)=3x+\frac{1}{(x+1)^3}$

ليكن (Γ) منحني الدالة g في المستوي المنسوب إلى في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات g واكتب معادلات المستقيمات المقاربة.
2) ادرس وضعية (Γ) إلى المستقيم المقارب المائل.
3) اثبت أن ω نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين مركز تناظر لـ (Γ).
4) ارسم (Γ) واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

الجزء الثاني :

f دالة عددية معرفة على $R-\{-1\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{2(x+1)^2}$$

1) بين أنه من أجل x من D_f أن : $f'(x)=g(x)$.
2) استنتج جدول تغيرات الدالة f.
3) اثبت أن (C_f) يقطع حامل الفوصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0\prec\alpha\prec1$
4) (P) المحني الممثل للدالة P حيث : $P(x)=\frac{3}{2}x^2$.

- بين أن (P) و (C_f) متقاربان.احسب $f\left(\frac{-3}{2}\right)$ ثم ارسم (C_f)

مسألة (11) : f دالة عددية معرفة على $R-\{2\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{4(x-1)}{(x-2)^2}$$

1) ادرس تغيرات الدالة f.
2) اكتب معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) عند نقطة تقاطعه مع محور الفواصل.
3) بين أن (Δ) يقطع (C_f) في نقطة B يطلب تعيين إحداثيتها.
4) احسب $f(-2)$ ، $f(-1)$ ، $f(3)$ ، $f(4)$ ثم ارسم بدقة المماس (Δ) ثم المنحني (C_f).
5) m عدد حقيقي ، (Δ_m) مستقيم معادلته : $y=4x+m$ ناقش حسب قيم الوسيط m عدد نقاط التقاطع بين (Δ_m) و (C_f)

مسألة (12) : f دالة عددية معرفة على $R-\{1\}$ بـ :

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$$

1) عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c إذا علمت أن (C_f) يشمل النقطة $D(0;-3)$ وتكون $E(-1;-2)$ ذروة لـ (C_f).
2) بين أن الدالة المعرفة في 1) هي الدالة : $x\to\frac{x^2+3}{x-1}$.

3) ادرس تغيرات f واكتب معادلات المستقيمات المقاربة.

4) بين أن ω نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين مركز تناظر لـ (C_f).

5) ارسم (C_f).

6) لتكن الدالة h المعرفة على $R-\{1\}$ بـ : $h(x)=\frac{x^2+3}{|x-1|}$

- بين كيف يمكن رسم (C_h) انطلاق من (C_f) ثم ارسم (C_h).

مسألة (13) : الجزء الأول : f دالة عددية معرفة على R بـ :

$$f(x)=x^3+2x-1$$

1) أدرس تغيرات الدالة f.

2) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $\beta\in]0;1[$ **ثم** استنتج إشارة $f(x)$ على R.

الجزء الثاني : لتكن الدالة h المعرفة على R بـ :

$$h(x)=\frac{1}{2}x^4+2x^2-2x$$

1) أدرس تغيرات الدالة h.

2) أثبت أن : $h(\beta)=\frac{\beta(2\beta-3)}{2}$. جد حصرا لـ $h(\beta)$

3) استنتج عدد حلول المعادلة $h(x)=0$.

مسألة (14) : f دالة عددية معرفة على $R-\{-1;1\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^3+2x^2}{x^2-1}$$

الجزء الأول : g الدالة المعرفة على R بـ: $g(x)=x^3-3x-4$

a. ادرس تغيرات الدالة g.

b. اثبت وجود حقيقي α بحيث $g(\alpha)=0$.

c. ادرس إشارة $g(x)$ على R.

الجزء الثاني :

a. احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

b. بين أنه من أجل x من D_f أن : $f'(x)=\frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$

c. استنتج تغيرات الدالة f.

d. برهن أنه من أجل x من D_f أن :

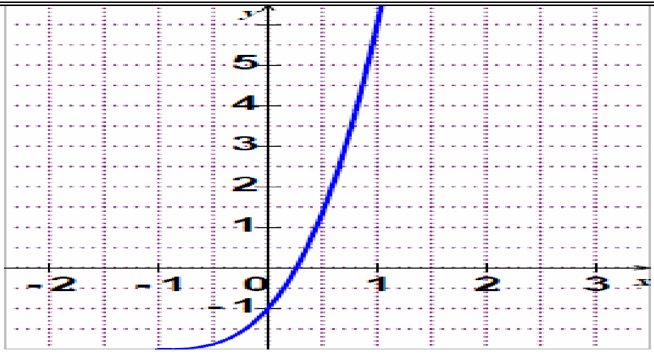
$$f(x)=x+2+\frac{x+2}{x^2-1}$$

e. استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D).

f. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D).

g. ارسم (D) و (C_f).

مسألة (15) : نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة العددية f المعرفة على $D=]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x^3+3x^2+3x-1$



1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة f.

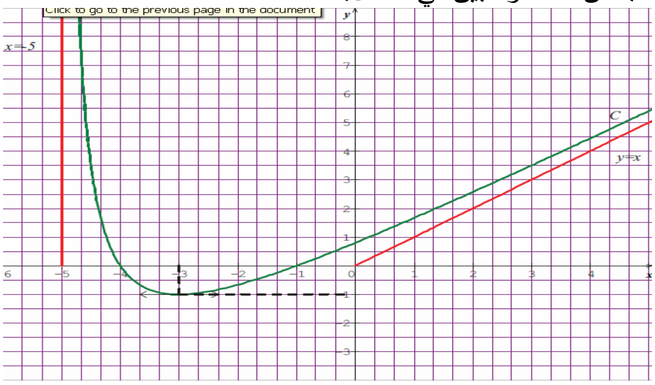
2) حدد $f(0)$ و $f(0.5)$.

3) علل وجود عدد حقيقي α حيث $\alpha\in]0;0.5[$ يحقق $f(\alpha)=0$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على المجال D.

مسألة (16) : f دالة عددية معرفة على $I=]-5;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^2+5x+4}{x+5}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس كما هو مبين في الشكل.



1) احسب نهايات الدالة f عند الحدود المفتوحة لـ I.

2) بقراءة بيانية ودون دراسة تغيرات f شكل جدول تغيراتها.

3) g الدالة المعرفة على $]-\infty;-5[$ بالعبارة :

$$g(x)=\frac{x^2+5x+4}{-x-5}$$

a. احسب نهاية g عند حدود مجموعة تعريفها.

b. تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

c. ادرس تغيرات g.

4) k الدالة المعرفة على $R-\{-5\}$ بالعبارة :

$$k(x)=\frac{x^2+5x+4}{|x+5|}$$

a. أكتب $k(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

b. من النتائج السابقة شكل جدول تغيرات الدالة k

c. ارسم (C_k) في معلم متعامد ومتجانس.