

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الرياضيات

3

السنة الثالثة من التعليم المتوسط



$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

منشورات الشهاب

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الرياضيات

السنة الثالثة من التعليم المتوسط

الإشراف التربوي
بلعباس مصطفى

مفتش التربية الوطنية	شرابطة بلقاسم
مفتش التربية الوطنية	حمودي سليمان
مفتش التربية والتكوين	رابح بناني
مفتش التعليم المتوسط	موسعي بوزيد
مفتش التعليم المتوسط	بزاز البخاري
مفتش التعليم المتوسط	فرحان إبراهيم
مفتش التعليم المتوسط	رميل رضوان
مفتش التعليم المتوسط	جزولي عثمان
أستاذ التعليم الثانوي مكوّن	إبجعودان أحسن
أستاذ التعليم الثانوي مكوّن	مريجة مولود
أستاذ التعليم الثانوي	قداري محمد

منشورات الشهاب

مسؤول المشروع : خوجة الجلد سيد علي

الفريق التقني : حميتاش كاهينة / لعراب عبد الكريم / زواقي محمد أمين / خميسي مهدي / قينو فاتح

سي عبد الرحمان ناصرية / لعراي محمد أمير / بجاوي رياض / جاب الله فاطمة الزهراء / سعيداني فريدة

© منشورات الشهاب، 2017.

ردمك : 6-254-39-9947-978

الإيداع القانوني : السداسي الثاني، 2017.

منشورات الشهاب، 10 نهج إبراهيم غرافة باب الواد - الجزائر 16009

site : www.chihab.com / e-mail : chihab.edition@gmail.com

أنجز طبعه على مطابع Chihab Print - باتنة - الجزائر

تقديم الكتاب

تم إنجاز هذا الكتاب ليكون وسيلة هامة تدعم المساعي التي تهدف إليها مناهج الإصلاح في مادة الرياضيات للسنة الثالثة من التعليم المتوسط، وتحقيق التحسينات المنتظرة في ممارسات القسم عموماً، و في تحصيل التلاميذ في المادة خصوصاً، فهو :

• **منسجم** مع متطلبات المنهاج و يحترم الاختيارات والتوجيهات البيداغوجية والتعليمية المقترحة فيه.

• **مهيكّل** وفق تنظيم متكرّر في كلّ الأبواب يترجم تمشي التعلّم المختار.

• **سهل** الاستعمال سواء من قبل التلميذ أو من قبل الأستاذ.

• يحتوي على مسهّلات بيداغوجية وتقنية ورسومات وصور توضيحية.

يرتكز تمشي التعلّم المقترح في هذا الكتاب على محطات أساسية، تتيح للتلميذ فرص المشاركة في بناء تعلّماته، وللأستاذ هامشاً واسعاً للتصرّف. يتمثّل هذا التمشي في :

- التهيئة من خلال معرفة التعلّّات المنتظرة والإشارة إلى أبعاد أخرى للموضوع مثل تطوّر المفهوم وعلاقته بالواقع.

- استحضار المكتسبات القبلية.

- اكتشاف وبناء التعلّّات من خلال أنشطة ينجزها التلميذ في القسم تحت إشراف الأستاذ.

- التأسيس للموارد المعرفية والمنهجية.

- التمرّن : تمارين تطبيقية لإرساء الموارد.

- التقويم الذاتي.

- التعمّق : تمارين و مسائل لتوظيف الموارد و التدرب على البحث.

- تعلّم الإدماج : توظيف الموارد في وضعيات ذات دلالة.

- التدرب على استعمال وإدماج التكنولوجيات الجديدة.

نأمل أن يكون هذا الكتاب سنداً فعالاً للتلميذ و الأستاذ

استعمال الكتاب

أستعد

الهدف هو التّشخيص واستحضار بعض المكتسبات التي لها صلة بالموضوع.

تقديم الباب

- ذكر التّعلّيمات المستهدفة.
- صورة مجسّدة للموضوع.
- عناصر من تاريخ الرّياضيّات أو من علاقتها بالواقع.
- مشكلة متعلّقة بالموضوع (تحدّي).

أنشطة

- وضعيات تعلّميّة مختارة و محفّزة لإرساء موارد.
- تعزيز المكتسبات القبلية.
- إدخال مفاهيم جديدة.
- التّدرّب على البحث، التّعليق و التّبرير.
- إرساء قيم.

طرائق

وضعيات مقترحة على المتعلّم تهدف إلى توظيف المعارف.

معارف

تقديم الموارد المستهدفة في المنهاج : تعابير، خواص، قواعد مجسّدة.

أوكد تعلّماتي

التقويم الذاتي للمكتسبات والمعارف.

أوظف تعلّماتي

تمارين متنوّعة للتطبيق أو التحويل.

أدمج تعلّماتي

وضعيات مركّبة لتعلّم التّجديد المدمج للموارد وتطوير قدرات البحث والتّبرير والتّعليق في سياقات تسمح بإرساء قيم ومواقف.

اتعمّق

تمارين ومشكلات متنوّعة للتعمّق والبحث والتّعليق.

أوظف تكنولوجيا الإعلام

والاتّصال

نشاطات للتدرّب على استعمال تكنولوجيا الإعلام والاتّصال الجديدة وإدماجها في تعلّيمات الرّياضيّات.

الفهرس

الصفحة	محتويات الكتاب
3	تقديم الكتاب
4	استعمال الكتاب
6	1 - الأعداد النسبية
22	2 - العمليات على الكسور والأعداد الناطقة
38	3 - القوى ذات أسس نسبية صحيحة
54	4 - الحساب الحرفي
70	5 - المساويات - المتباينات - المعادلات
86	6 - التناسبية
102	7 - تنظيم معطيات
118	8 - البرهان في الرياضيات
128	9 - المثلثات
150	10 - المثلث القائم و الدائرة
166	11 - خاصية فيثاغورس، جيب تمام زاوية
182	12 - الانسحاب
198	13 - الهرم و مخروط الدوران
214	معجم المصطلحات

بعض
وع.

أنشطة عددية

الدوال وتنظيم
المعطيات

أنشطة هندسية

ف.

المدمج
للتبرير
اء قيم

الأعداد النسبية

سأتعلم في هذا الباب

• حساب جداء عددين نسبيين.

• قاعدة الإشارات.

• حساب جداء عددين نسبيين.

• ضرب عدد نسبي في (-1) .

• دور ومعنى الإشارة $(-)$.

• حساب جداء عدة أعداد نسبية.

2. مربع عدد نسبي.

• حساب حاصل قسمة عددين نسبيين.

• قاعدة الإشارات.

• حساب حاصل قسمة.

• تنظيم وتبسيط حساب.

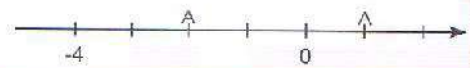
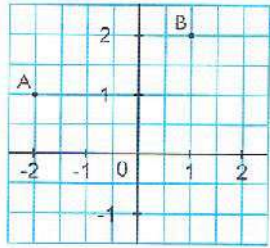


نحدي

جمعنا 2017 عددا نسبياً كلها متساوية فوجدنا المجموع يساوي 2017- ، ماذا يساوي جداء كل الأعداد ؟

أوجد كل حالات تفكيك العدد 36- إلى جداء أعداد صحيحة نسبية.

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرزاً إياها.

الإجابات			الأسئلة
(3)	(2)	(1)	
-1	-2	+2	1. فاصلة النقطة A على المستقيم المدرج
			
-2	+1	-3	2. في المَعْلَم المقابل فاصلة النقطة A هي:
			
(-2;1)	(-2;-1)	(2;-1)	3. إحداثيا A هما:
(1;2)	(2;1)	(-2;-1)	4. إحداثيا B هما:
-9°C	-15°C	-12°C	5. درجة الحرارة الأكثر انخفاضاً هي:
-7	-8,5	-7,5	6. أكبر عدد نسبي في القائمة التالية هو: -8,5; -7; -7,5; -8; -7,2
انخفضت ب 8°C	انخفضت ب 12°C	ارتفعت ب 8°C	7. في إحدى ليالي الشتاء تغيرت درجة الحرارة من -2°C إلى -10°C. نقول إنها:
على يمين -2,05	على يمين -2,15	على يمين 0	8. على مستقيم مدرج من اليمين إلى اليسار، موقع العدد -2,1 ...
مبدأ المَعْلَم	محور الترتيب	محور الفواصل	9. النقطتان A(-3; 5) و B(3; -5) متناظرتان بالنسبة إلى ...
18°C	47°C	11°C	10. درجة الحرارة في المطبخ 29°C وفي المجمدة -18°C، الفارق بين درجتَي الحرارة هو:
(-3)+(-4)	(-3)-(+4)	(-3)+(+4)	11. (-3)-(-4) يساوي
9-12-13	9-12+13	-12+22	12. 5+9-7+13 يساوي
-3+5	-3-5	-3+(-5)	13. يمكن كتابة (-3)+(-5) على الشكل:
11	-1	-11	14. (-5)+(-6) يساوي
7-(-3)	1-11	7-8-11	15. 7-(8-11) يساوي

1 جداء عددين نسبيين

لسقي أشجار مزرعته، أراد فلاح حفر بئر فلجاً إلى خبير في حفر الآبار الذي أجرى دراسة لباطن الأرض ليستكشف العمق الذي يصل فيه إلى الماء.

بعد دراسة أولية، قال له الخبير يجب عليك النزول إلى عمق 6m، لكن بعد الحفر تبين أن الماء مازال عميقاً، فقرر الفلاح استشارة خبير ثان، فكانت نتيجة الدراسة أنه لكي يتدفق الماء بغزارة يجب عليه أن يحفر 3 أضعاف العمق الذي وصل إليه في المرة الأولى.



(نصطلح على التعبير عن العمق بعدد سالب و بالتالي عمق 6m نكتبه -6m)

في هذه المرحلة الثانية توصل الفلاح إلى ما يريد.

(1) ما هو العمق الذي وصل إليه حتى تدفق الماء؟

(2) أعط كتابتين ممكنتين تسمحان لك بالتوصل إلى النتيجة السابقة.

(3) ما هي القاعدة التي تسمح لك بحساب جداء عددين نسبيين مختلفين في الإشارة؟

2 جداء عدد سالب في عدد موجب

للنزول إلى الميترو، يستعمل المسافرون السلم الميكانيكي للمحطة الذي يتكون من 90 درجة علو الواحدة منها 28,5cm.

أراد أمين حساب العمق الذي يصل إليه حتى يركب الميترو فكتب: $(-28,5) + (-28,5) + \dots + (-28,5)$ 90 حداً

لاكتشاف طريقة تسمح لك بحساب هذا المجموع، نعتبر العبارة: $E = (-3) + (-3) + (-3) + (-3)$

(1) احسب قيمة E؟

بالعودة إلى معنى عملية الضرب، نعلم أن: $7+7+7$ هو مجموع 3 حدود كل منها يساوي 7 ويمكننا كتابة هذا

المجموع على شكل جداء 7×3 ، و نقرأ « 7 في 3 ».

(2) اكتب E على شكل جداء.

(3) اكتب كل واحدة من العبارات التالية على شكل مجموع ثم احسبها.

$$D = (-7,5) \times 7, \quad C = (-8) \times 9, \quad B = (-13) \times 6, \quad A = (-5) \times 4$$

(4) خمن طريقة تسمح لك بحساب جداء عدد سالب في عدد موجب.

(5) احسب: $90 \times (-28,5)$ ماذا تستنتج؟

3 تبرير جداء عددين نسبيين

(1) احسب: $(-4,5) \times (2,1)$.

نعتبر العبارة: $S = 4,5 \times 2,1 + (-4,5) \times 2,1$.

(أ) باستعمال خاصية توزيع الضرب على الجمع، اكتب العبارة S على شكل جداء أحد عامليه هو العدد $2,1$ ثم احسب S .

(ب) ماذا يمكن أن تستنتج بخصوص العددين: $4,5 \times 2,1$ و $(-4,5) \times 2,1$ ؟

(ج) استنتج قيمة $(-4,5) \times 2,1$.

(2) احسب الجداء $(-7) \times (-9)$.

(أ) استعمل النشاط 2 لحساب الجداء: $(-7) \times 4$.

(ب) أكمل حساب جداءات الجدول المقابل.

(3) حساب $(-1,5) \times (-0,6)$.

نعتبر العبارة: $A = (-1,5) \times 0,6 + (-1,5) \times (-0,6)$.

استعمل الطريقة التي استعملت في الجزء 1 لحساب $(-1,5) \times (-0,6)$.

4 حاصل قسمة أعداد نسبية

نَعْلَمُ أَنَّ $4 \times 5 = 20$ معناه: $4 = 20 \div 5$ و $5 = 20 \div 4$.

(1) أكمل ملء الفراغ بالعدد الناقص المناسب لكل واحدة من العمليات التالية:

(أ) $4 \times \dots = 32$ ، $60 = \dots \times (-5)$ ، $(-28) = 7 \times \dots$ ، $(-42) = \dots \times (-3)$...

(ب) اكتب كل واحد من هذه الأعداد الناقصة على شكل كسر.

(2) ماذا تلاحظ عن قسمة عددين نسبيين؟

(3) نعتبر العبارة: $Q = \frac{(-3) \times (-5) \times 2 \times (-1)}{(-1) \times 8 \times 5 \times (-5)}$.

(أ) ما هي إشارة بسط العبارة Q ؟ وما هي إشارة المقام؟

(ب) استنتج إشارة العبارة Q .

$$(-7) \times 5 = \dots$$

$$(-7) \times 4 = \dots$$

$$(-7) \times 3 = \dots$$

$$(-7) \times 2 = \dots$$

$$(-7) \times 1 = \dots$$

$$(-7) \times 0 = \dots$$

ض

يقا،

ناف

منها

هذا

ضرب الأعداد النسبية

• قاعدة الإشارات

- جداء عددين نسبيين لهما نفس الإشارة هو عدد نسبي موجب.
- جداء عددين نسبيين مختلفين في الإشارة هو عدد نسبي سالب.

• حساب جداء عددين نسبيين

قاعدة: لحساب جداء عددين نسبيين:

(1) تطبق قاعدة الإشارات.

(2) نضرب المسافتين إلى الصفر فيما بينهما.

حالة خاصة: من أجل كل عدد نسبي A لدينا:

$$0 \times a = 0 \text{ و } a \times 0 = 0$$

• ضرب عدد نسبي في (-1)

خاصية: جداء عدد نسبي a في -1 يعطي نظير العدد a .

$$(-1) \times a = -a \text{ و } a \times (-1) = -a$$

ملاحظة: يمكن أن يكون $-a$ سالبا كما يمكن أن يكون موجبا.

• دور ومعنى الإشارة (-)

يمكن أن يكون للإشارة (-) عدة معان مختلفة وبالتالي تلعب أدوارا مختلفة في الحساب.

الإشارة (-) يمكن أن تكون:

• رمزا لعملية الطرح

• إشارة لعدد نسبي سالب

• الإشارة التي تعين نظير عدد نسبي.

• جداء عدة أعداد نسبية

خاصية: جداء عدة أعداد نسبية يكون:

• موجبا إذا كان عدد العوامل السالبة في الجداء زوجيا.

• سالبا إذا كان عدد العوامل السالبة في الجداء فرديا.

• مربع عدد نسبي

قاعدة: مربع عدد نسبي هو عدد موجب دوما.

مثال

(1) للعددين نفس الإشارة.

$$3 \times 7 = 21 \text{ ، } (-2) \times (-6) = 12$$

(2) للعددين إشارتان مختلفتان.

$$4 \times (-6) = -24 \text{ ، } (-2,4) \times 5 = -12$$

أمثلة

$$(1) \begin{cases} (-10) \times (-3,8) = 38 \\ 3 \times 7 = 21 \end{cases} \text{ للعددين نفس الإشارة، إذن، الجداء موجب.}$$

$$(2) \begin{cases} (-6) \times 3,4 = -20,4 \\ 13 \times -4 = -52 \end{cases} \text{ العددين مختلفان في الإشارة إذن، الجداء سالب.}$$

$$-3 \times 0 = 0 \text{ (جداء أي عدد في 0 يساوي 0).}$$

أمثلة

$$(1) 6 \times (-1) = -6$$

$$(2) (-4,2) \times (-1) = 4,2$$

$$\text{• إذا كان } a = -5 \text{ فإن } -a = 5$$

$$\text{• و إذا كان } a = 8 \text{ فإن } -a = -8$$

أمثلة

$$(1) 13 - 9$$

$$(2) -4$$

$$(3) -a \text{ هو نظير } a$$

أمثلة

$$(1) 3,2 \times (-5) \times 4 \times (-2,5) \times (-2) = -320$$

عدد العوامل السالبة هو 3 وهو عدد فردي، إذن الجداء سالب.

$$(2) 3 \times (-2,3) \times (-1,5) \times (-2) \times (-4) = 82,8$$

عدد العوامل السالبة هو 4 وهو عدد زوجي، إذن الجداء موجب.

أمثلة

$$(1) (+1,2)^2 = 1,2 \times 1,2 = 1,44$$

$$(2) (-1,2)^2 = (-1,2) \times (-1,2) = +1,44$$

• ضرب الأعداد النسبية

تمرين 1 : احسب: $A = -3 \times 7$

حل: لدينا: $A = -3 \times 7 = -(3 \times 7) = -21$

تمرين 3 : ما هي إشارة الجداء:

$$P = (-2) \times 0,3 \times (-21) \times 6 \times (-11)$$

حل: عدد العوامل السالبة 3، وهو

عدد فردي، وعليه يكون الجداء سالبا.

$$P = -(2 \times 0,3 \times 21 \times 6 \times 11) = -831,6$$

طريقة

لضرب عددين نسبيين:

• نلاحظ إشارتي العاملين ثم نطبق قاعدة الإشارات.

• نضرب المسافتين إلى الصفر ببعضهما.

• حساب جداء عدة عوامل

تمرين : احسب الجذائين:

$$A = (+3) \times (-7) \times (-0,5) \times (-8)$$

$$B = 13 \times (-5) \times (-1) \times (-3) \times (-2)$$

$$A = (+3) \times (-7) \times (-0,5) \times (-8) = -84$$

$$B = 13 \times (-5) \times (-1) \times (-3) \times (-2) = +390$$

طريقة

لحساب جداء عدة عوامل، نعدّ العوامل السالبة، إذا كان عددها فرديا يكون الجداء سالبا و إذا كان عددها زوجيا يكون الجداء موجبا.

تعاليق

• جداء أي عدد نسبي في (-1) يعطي نظير هذا العدد.

• جداء أي عدد نسبي في 0 يعطي 0.

حالات خاصة

تمرين : احسب الجداءات التالية:

$$A = 3 \times (-1) , B = (-1) \times (-4) , C = 3 \times 0$$

$$A = 3 \times (-1) = -3$$

$$C = 3 \times 0 = 0 , B = (-1) \times (-4) = 4$$

دوري الآن

ما هي إشارة الجداء في كل حالة مما يلي؟

$$B = 3 \times (-5) \times 5 \times (-5) \times 5 \times (-5) \times (-5) \quad (ب) \quad P = (-2) \times (-2) \times \dots \times (-2) \quad (أ)$$

85 عامل

• توزيع الضرب على الجمع أو الطرح

أمثلة

$$\begin{aligned} -7(a+2) &= -7a - 14 \\ 5b - 12b &= (5-12)b = -7b \\ 2(a-b) &= 2a - 2b \\ (-3) \times a + (-3) \times b &= (-3)(a+b) \end{aligned}$$

خواص

إذا كانت a ، b ، k أعدادا نسبية فإن:

$$\begin{aligned} k(a-b) &= ka - kb \quad ; \quad k(a+b) = ka + kb \\ ka - kb &= k(a-b) \quad ; \quad ka + kb = k(a+b) \end{aligned}$$

2 حاصل قسمة عددين نسبيين

قاعدة الإشارات

• حاصل قسمة عددين نسبيين لهما نفس الإشارة هو عدد موجب.

• حاصل قسمة عددين نسبيين مختلفين في الإشارة هو عدد سالب.

انتبه! حاصل قسمة عددين سالبين هو عدد موجب.

ملاحظة: a و b عددان نسبيان، حيث $b \neq 0$.

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

• حساب حاصل القسمة

أمثلة...

$$\begin{aligned} (1) \quad -5 &= -5 \times 6 = -5 \times \frac{5}{6} \text{ ، حاصل قسمة } -5 \text{ على } 6 \\ &\text{هو } \frac{-5}{6} \\ (2) \quad 3 &= 3 \times (-7) = 3 \times \frac{3}{-7} \text{ ، حاصل قسمة } 3 \text{ على } -7 \\ &\text{هو } \frac{3}{-7} \end{aligned}$$

a و b عددان نسبيان، حيث $b \neq 0$.

حاصل قسمة العدد النسبي a على العدد النسبي غير المعدوم b هو العدد $\frac{a}{b}$ الذي يحقق: $\frac{a}{b} \times b = a$.

• تنظيم وتبسيط حساب

مثال

$$\begin{aligned} \text{حساب } A &= 3 - (2 \times (-5) + 8) \\ \text{حل: نعين داخل الأقواس الحسابات التي لها أولوية.} \\ \text{داخل الأقواس نحترم أولوية العمليات ونبدأ بالضرب.} \\ A &= 3 - (2 \times (-5) + 8) \\ &= 3 - (-2 \times 5 + 8) \\ &= 3 - (-10 + 8) \\ &= 3 - (-2) \\ &= 3 + 2 = +5 \end{aligned}$$

لإنجاز سلسلة حسابات على الأعداد النسبية بالعمليات الأربع أراعي ما يلي:

• احترام قواعد الأولوية التي تعلمتها في السنة الثانية.

• أطبق قواعد جمع وطرح الأعداد النسبية بطريقة صحيحة.

• أطبق القواعد الجديدة حول ضرب وقسمة الأعداد النسبية.

• تنظيم وتبسيط حساب

تمرين : احسب الجداء التالي:

$$P = (-2) \times 3 \times (-12) \times (-25) \times 0,07 \times (-4)$$

$$P = 4 \times 0,07 \times 25 \times 12 \times 3 \times 2$$

$$P = 4 \times 25 \times 0,07 \times 12 \times 6$$

$$P = 100 \times 0,07 \times 72$$

$$P = 7 \times 72 = 504$$

حل

تعليق

لدينا 6 عوامل 4 منها سالبة وبالتالي فإن الجداء

P عدد موجب.

نقوم بضرب المسافات إلى الصفر.

لحساب جداء أعداد نسبية يمكننا تغيير ترتيب العوامل دون أن يتغير الجداء.

• تعيين إشارة حاصل قسمة

تمرين : عيّن إشارة حاصل القسمة في كل حالة:

$$\frac{17}{4}, \frac{-3}{7}, \frac{5}{-9}, \frac{-38}{-23}$$

حل

17 و 4 موجبان إذن $\frac{17}{4}$ موجب.

-3 و 7 مختلفان في الإشارة إذن $\frac{-3}{7}$ سالب.

5 و -9 مختلفان في الإشارة إذن $\frac{5}{-9}$ سالب.

-38 و -23 سالبان إذن $\frac{-38}{-23}$ موجب.

تعليق

في كل حالة من الحالات المقابلة نلاحظ إشارتي البسط والمقام.

إذا كان لهما نفس الإشارة، فإن حاصل القسمة موجب.

إذا كانا مختلفين في الإشارة، فحاصل القسمة سالب.

ملاحظة: حاصل القسمة يمكن أن يكون عددا غير عشري.

$$\text{مثال: } \frac{5}{-9}, \frac{-3}{7}$$

طريقة

تعيين إشارة حاصل قسمة عددين نسبيين.

• إذا كان للعددين نفس الإشارة فإن حاصل القسمة موجب.

• إذا كان للعددين إشارتان مختلفتان فإن حاصل القسمة سالب.

• حساب حاصل القسمة

تمرين : احسب: A = -63 ÷ 7 ؛ B = -54 ÷ (-6).

حل: (1) حساب: A = -63 ÷ 7.

لدينا: A سالب و $63 \div 7 = 9$ ومنه A = -9.

(2) حساب: B = -54 ÷ (-6).

لدينا: B موجب و $54 \div 6 = 9$ ومنه B = 9.

تعليق

(-63) و 7 مختلفان في الإشارة وبالتالي فحاصل القسمة سالب.

حاصل قسمة المسافتين إلى الصفر هو $63 \div 7 = 9$

-54 و -6 سالبان وبالتالي حاصل القسمة موجب.

حاصل قسمة المسافتين إلى الصفر هو $54 \div 6 = 9$

قاعدة

لقسمة عدد نسبي على عدد نسبي غير معدوم

(1) نحدد إشارة حاصل القسمة باستعمال قاعدة الإشارات.

(2) نجري عملية قسمة المسافتين إلى الصفر.

نوري الآن

• احسب: A = -0,239 ÷ 100

B = +0,239 ÷ (-0,0001)

1. ما هي إشارة كل من: $\frac{a}{b}$ ؛ $\frac{-a}{b}$ ؛ $\frac{a}{-b}$ ؛ $\frac{-a}{-b}$

ضرب الأعداد النسبية

1 احسب ما يلي:

(أ) $(+10) \times (-3)$ ، (ب) $(-5) \times (+5)$

(ج) $(+4) \times (-6)$ ، (د) $(+3) \times (-12)$

(هـ) $(-10) \times (+5)$ ، (و) $(-8) \times (-9)$

2 احسب ما يلي:

(أ) $(+4) \times (-2,5)$ ؛ (ب) $(-4) \times (+6,5)$

(ج) $(-10) \times (-3,25)$ ؛ (د) $(+1) \times (+8,6)$

(هـ) $(+100) \times (-7,8)$ ؛ (و) $(+5,25) \times (-10)$.

3 احسب ما يلي:

(أ) $(+8) \times (-7)$ ، (ب) $(-16) \times 4$

(ج) $6 \times (-15)$ ، (د) $(-9) \times (-7)$

(هـ) $(+8) \times (-3,5)$ ، (و) $(-100) \times 3,3$.

4 احسب ما يلي:

(أ) 6×8 ، (ب) $(-14) \times (-0,2)$

(ج) $(-8) \times (-3)$ ، (د) $(-1) \times (-0,35)$

(هـ) $(-10,02) \times (-7)$ ، (و) $(-3,5) \times (-14)$.

5 احسب الجداءات التالية :

(أ) $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-4)$

(ب) $(-0,38) \times (-0,1)$

(ج) $(-4) \times 20 \times (-2,5) \times 0,05$

(د) $(-2) \times 17 \times (-0,5)$.

6 اربط بين النتائج المتساوية

$20 \times (-1)$ • $(+6) \times (0,2)$ •

$-1,5 \times (-2)$ • $(-10) \times (-12)$ •

$(-12) \times (-0,1)$ • $(-5) \times (+4)$ •

$(-20) \times (-6)$ • $(+0,5) \times (+6)$ •

7 في القائمة التالية، احسب الجداءات الموجبة.

(أ) $(+10) \times (-2)$ ، (ب) $(-10) \times (-2)$

(ج) $10 \times (-35)$ ، (د) $(+100) \times 2,5$

(هـ) $(-6) \times (-2)$ ، (و) $(+4) \times (-3)$

8 فيما يلي، احسب الجداءات السالبة فقط.

(أ) $(-3) \times 0,5$ ، (ب) $(-0,6) \times (-4,2)$

(ج) $4 \times (-3)$ ، (د) $(+10) \times (-45)$

(هـ) $(-0,5) \times (-0,5)$ ، (و) $(+8) \times (-125)$

9 عيّن إشارة كل من الجداءات التالية، ثم أنجز

الحساب.

(أ) $(-9) \times (-9)$

(ب) $(-9) \times (-6) \times (-3)$

(ج) $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

(د) $(-5) \times (-4) \times (-3) \times (-2) \times (-1)$.

10 عيّن إشارة كل من الجداءات التالية، ثم أنجز

الحساب.

(أ) $A = 6 \times (-2) \times 4 \times (-1) \times (-3)$

(ب) $B = -5 \times (-3) \times (-7) \times 4 \times (-0,5)$

(ج) $C = 5 \times (-3) \times 0,8 \times (-9) \times (-11)$

(د) $D = -1 \times (+2) \times (-3) \times 6 \times (-8)$

(هـ) $E = (-2) \times (-5) \times (-1) \times 4 \times (-9)$

16 أكمل بالعدد المناسب

(أ) $(-4) \times \square = 20$ ، (ب) $(-13) \times \square = -39$

(ج) $\square \times (-7) = -42$ ، (د) $\square \times (-11) = 121$

(هـ) $\square \times (-3) = -99$ ، (و) $(-2,9) \times \square = 29$

17 جد عددين نسبيين جداؤهما:

(أ) 32 ، (ب) -28 ، (ج) -0,25 ، (د) 4,9

18 دون أي حساب، أعط إشارة النتيجة في كل عبارة

مما يلي:

(أ) $A = (-6) \times (-10) \times (+1,8) \times (-2)$

(ب) $B = (-4,5) \times (-2) \times (+5,5) \times (-1) \times (-8)$

(ج) $C = (+2,2) \times (-0,6) \times (+8) \times (-2) \times (-4)$

(أ) احسب الجداء: $7,5 \times 0,2$

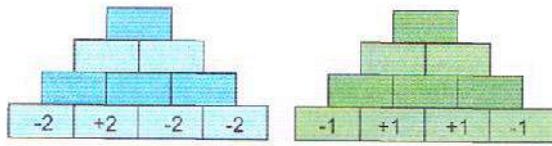
(ب) أنجز الجداءات التالية:

$B = (-0,2) \times (-7,5)$ ، $A = 7,5 \times (-0,2)$

$D = (-7,5) \times (-20)$ ، $C = (-75) \times (+0,2)$

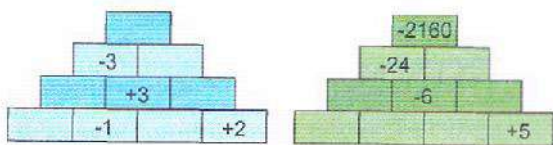
20 أهرامات الأعداد

انقل ثم أكمل ملء خانات « الهرم » في كل حالة، علما أن محتوى الخانة يساوي جداء ما في الخانتين اللتين تحتها.



21

انقل ثم أكمل ملء خانات « الهرم » في كل حالة، علما أن محتوى الخانة يساوي جداء ما في الخانتين اللتين تحتها.



11 أنجز الجداءات التالية.

(أ) $A = (-1) \times 2 \times (-3) \times 4 \times (-5)$

(ب) $B = -1 \times (-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5)$

(ج) $C = 1 \times 2 \times (-3) \times (-4) \times 5$

(د) $D = 1 \times (-2) \times 3 \times (-4) \times 5$

12 أكمل ملء الفراغات بما يناسب.

(أ) $(-2) \times \dots \times 4 \times (-5) \times 6 = -720$

(ب) $2 \times (-3) \times 4 \times \dots \times (-6) = 720$

(ج) $\dots \times (-3) \times 4 \times 5 \times (-6) = -720$

13 جد إشارة كل من الجداءات التالية

(أ) $A = (-1) \times (-2) \times (-3) \times \dots \times (-15)$

(ب) $B = (-38) \times (-39) \times (-40) \times \dots \times (-110)$

(ج) $C = (-25) \times (-24) \times (-23) \times \dots \times (-1)$

(د) $D = (-20) \times (-19) \times (-18) \times \dots \times (-10)$

14 احسب الجداءات التالية

(أ) $A = (-0,5) \times 19 \times (-2)$

(ب) $B = (-0,1) \times (-0,1) \times (-0,1) \times (-0,1) \times (-0,1)$

(ج) $C = 0,05 \times (-2,5) \times (20) \times (-4)$

(د) $D = (-6) \times (-6) \times (-2) \times (-2)$

15 في كل حالة، اكتب مكان $\square$ العدد الذي به تتحقق المساواة.

(أ) $(+40) = (-5) \times \square$ ، (ب) $(-6) \times \square = -24$

(ج) $(-2,5) \times \square = 7,5$ ، (د) $(-5) \times \square = -2$

(هـ) $(-0,5) \times \square = 12$ ، (و) $(-4) \times \square = 10$

22 في كل حالة مما يلي، عيّن إشارة حاصل القسمة، دون حساب.

أ) $(-8) \div (-3)$ ، ب) $(-5) \div (-4)$

ج) $(-2) \div (+1)$ ، د) $(+5,2) \div (-3,5)$

23 فيما يلي، انقل كل حاصل قسمة موجب.

أ) $\frac{-9}{+3}$ ، ب) $\frac{-3}{+7}$ ، ج) $\frac{-5}{-2}$ ، د) $\frac{+4}{-10}$

24 احسب ما يلي:

أ) $(+4) \div (-80)$ ، ب) $(-6) \div (-72)$

ج) $(-5) \div (-32)$ ، د) $(-5) \div (-21)$

25 احسب ما يلي:

أ) $(-4) \div (-8)$ ، ب) $(+10) \div (-5)$

ج) $(-3) \div (-15)$ ، د) $(-5) \div 20$

هـ) $(-9) \div (-45)$ ، و) $(+8) \div (-72)$

26 احسب ما يلي:

أ) $11 \div -121$ ، ب) $(-7) \div (-56)$

ج) $(+12) \div (-72)$ ، د) $(-2,5) \div (+48)$

هـ) $(-0,1) \div (+16)$ ، و) $(-5) \div -16$

27 أكمل ملء الفراغ بالعدد المناسب.

أ) $(-72) \div \dots = -9$ ، ب) $(-7) \div \dots = +5$

ج) $(+12) = \dots \div (-3)$ ، د) $(-15) \div \dots = +3$

28 اربط بين النتائج المتساوية

$(-1) \times (+1)$ • $-12 \div (-10)$

$(30) \div (-3)$ • $(-1) \div (+1)$

$(-12) \times (-0,1)$ • $(+2) \div (-0,2)$

29 أكمل المتساويات بالإشارة المناسبة

أ) $(?24) = (-3) \times (+8)$

ب) $(?25) = (-5) \times 5$

ج) $(+13) \times (?3) = -39$

د) $(?9) \times (-6) = -54$

30 أكمل ملء الفراغ بما يحقق المساواة.

أ) $(+8) = \dots \div (+48)$ ، ب) $(-1,6) \times \dots = (+1)$

ج) $(-5) \times \dots = 15$ ، د) $(-7,5) \times \dots = 2,5$

هـ) $(-10) \div \dots = 4$ ، و) $(-0,5) \times \dots = (-12)$

31 أوجد عددين نسبيين حاصل القسمة بينهما:

أ) -2 ، ب) 10 ، ج) $-0,5$ ، د) -1

32 على مستقيم مدرّج، عيّن:

أ) باللون الأحمر، نظير -7 .

ب) بالأخضر، جداء -3 في 6 .

ج) بالأزرق، حاصل قسمة -15 على 3 .

د) بالأسود، مربع -2 .

33 أولوية العمليات

احسب ما يلي:

$A = -0,5 \times (-2 - 8) \times -1,7$

$B = 4,7 - (1 - 10,5) \times 4$

$C = (7 - 12) \div (12 - (1 + 8 \times 2))$

$D = -20 + ((-3) \times (-7 - 3) - 16)$

34 أوجد مضاعف 6 الذي:

أ) يسبق: 12 ، -6 ، 120 ، -42

ب) يلي: 18 ، -30 ، 48 ، -54

عند الحاجة أعود إلى الصفحة :	جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إياها.
10 و 11	1 $(-3) \times (-7)$ يساوي ... (أ) -10 ؛ (ب) -21 ؛ (ج) 10 ؛ (د) 21
10 و 11	2 $3 \times (-4)$ يساوي ... (أ) 1 ؛ (ب) -12 ؛ (ج) -7 ؛ (د) 12
10 و 11	3 $4 \times (-4)$ يساوي ... (أ) 0 ؛ (ب) -8 ؛ (ج) -16 ؛ (د) 16
10 و 11	4 $8,1 \times (-3,2)$ يساوي ... (أ) 25,92 ؛ (ب) 4,9 ؛ (ج) -25,92 ؛ (د) -4,9
10	5 جداء نظير 6 في نظير 7 يساوي ... (أ) 42 ؛ (ب) -42 ؛ (ج) -1 ؛ (د) $-\frac{6}{7}$
10	6 من أجل كل عدد نسبي a ، العدد $-a$ هو: (أ) عدد سالب ؛ (ب) نظير العدد a (ج) عدد سالب أو موجب حسب إشارة a ؛ (د) يساوي $a \times (-1)$
11 و 13	7 جداء 116 عاملاً كلياً تساوي (-1) هو: ... (أ) -116 ؛ (ب) 0 ؛ (ج) -1 ؛ (د) 1
12 و 13	8 $(-5) \div (-25)$ يساوي ... (أ) 5 ؛ (ب) -5 ؛ (ج) -20 ؛ (د) 20
12 و 13	9 إذا كان x عدداً نسبياً يحقق: $x \times (-3) = -10$ فإن: (أ) $x = -7$ ؛ (ب) 3,33 ؛ (ج) $\frac{10}{3}$ ؛ (د) $-\frac{10}{3}$
10 و 12	10 a عدد نسبي سالب، إذن ... (أ) a^2 سالب ؛ (ب) $-a^2$ سالب ؛ (ج) $(-a)^2$ سالب ؛ (د) $\frac{a}{-a}$ سالب
12 و 13	11 $11 \div (-4)$ يُكتب على الشكل: ... (أ) $\frac{11}{-4}$ ؛ (ب) $-\frac{11}{4}$ ؛ (ج) -2,75 ؛ (د) $\frac{11}{4}$
12 و 13	12 $3 \times (-4,7) - 4,7 \times 13$ يُكتب على الشكل: ... (أ) $(-4,7) \times (13 - 3)$ ؛ (ب) $3 \times 13 \times (-4,7)$ (ج) $10 \times (-4,7)$ ؛ (د) $(-4,7) \times (-10)$

35 جد ثلاثة أعداد نسبية جداولها يساوي:

(أ) -72 ، (ب) 84 ، (ج) -1 ، (د) -0,08.

36 أكمل الجمل التالية:

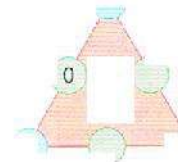
- (أ) -39 هو نصف ...
(ب) -39 هو ثلاثة أمثال ...
(ج) -39 هو نظير....

37 أعداد مختارة

- (أ) أعط عددين نسبيين جداولهما موجب ومجموعهما سالب.
(ب) أعط عددين نسبيين جداولهما سالب ومجموعهما موجب.
(ج) أعط عددين نسبيين جداولهما موجب ومجموعهما موجب.
(د) أعط عددين نسبيين جداولهما سالب ومجموعهما سالب.

38 مثلث سحري

مجموع الأعداد على كل ضلع من أضلاع المثلث يساوي 2.



املأ الخانات الفارغة بالأعداد النسبية

(-2)، (-1)، 1، 2 و 3.

39 إشارة جداء

عَيِّن إشارة جداء أعداد نسبية إذا علمت أن عدد العوامل السالبة هو ضعف عدد العوامل الموجبة.

40 أقواس منسية

في كل حالة مما يلي، انقل العبارة ثم أكمل وُضِع الأقواس حتى تصبح المساواة محققة.

(أ) $50 = 1 - 4 \times 6 - 14$.

(ب) $-70 = 12 - 2 \times 8 \times 2 + 9$.

(ج) $17 = 4,5 - 8,5 \times 2,5 - 27$.

(د) $-16 = 2 \times 3 - 7 + 2,4 \times 25 - 15$.

41 إشارة

a هو جداء 24 عددا نسبيا كلها غير معدومة و 23 منها سالبة.

b هو جداء 13 عددا نسبيا كلها غير معدومة و 11 منها سالبة.

أعط، إن أمكن، إشارة كل من:

- (أ) $a \times b$ ؛ (ب) $\frac{a}{b}$ ؛ (ج) a^2 .
(د) $a + b$ ؛ (هـ) $a - b$.

42 برنامج حساب

إليك برنامجي حساب.

البرنامج B

البرنامج A

- أختار عددا، أعَيِّن نظيره
ثم أطرَح 7
(-1) ثم أضيف (-7).

(أ) طَبَّقْ كلا من البرنامجين على العدد 7,1 ثم على العدد 9,3. ماذا تلاحظ؟

(ب) هل الملاحظة السابقة صحيحة من أجل أي عدد نختاره؟ فسِّر إجابتك.

43 صحيح أم خاطئ

اذكر إن كانت كل واحدة من العبارات التالية صحيحة أم خاطئة مبررا إجابتك.

(أ) مضاعف عدد نسبي سالب هو بالضرورة عدد نسبي سالب.

(ب) إذا كان مجموع عددين نسبيين معدوما فإن أحدهما نظير للآخر.

(ج) إذا ضربنا عددا نسبيا في آخر فإن النتيجة هي بالضرورة عدد أكبر منهما.

44 (أ) قال أيمن: «في جداء ثلاثة أعداد نسبية، إذا استبدلت كل عدد بنظيره، فإن الجداء المحصل عليه هو نظير الأول».

ما رأيك في مقولة أيمن؟ اشرح.

(ب) هل الأمر كذلك بالنسبة إلى جداء أربعة أعداد نسبية؟ تحقق من ذلك.

أتمق

45 انتظامات

- (1) في كل حالة مما يلي، انقل المتتالية، لاحظ الانتظام ثم أكمل كتابة العدد الناقص.
- (أ) $-3; -9; ...; 81; -243$.
- (ب) $120000; -24000; ...; -960; 192$.
- (ج) $-2; 2; -4; ...; -48; 240$.
- (2) بيّن في كل حالة كيفية المرور من عدد إلى الذي يليه.

46 مربع سحري «ضربي»

- (1) ما هي القواعد التي تسمح لك بالحصول على مربع سحري «ضربي»؟
- (2) أنجز كل الحسابات اللازمة لتتأكد أن المربع التالي مربع سحري «ضربي».

-2	36	-3
9	6	4
-12	1	-18

- 47 أكمل ملء الخانات الفارغة لتحصل على مربع سحري «ضربي».

		1
4	-10	52
5		-2

- 48 في كل حالة مما يلي، انقل ثم أكمل ملء الفراغ بالعدد المناسب.

- (أ) $-36 = ... \times (-3)$ ، (ب) $-16 = ... \times 5$
- (ج) $3 = ... \times (-10)$ ، (د) $-4 = 3 \times ...$
- (هـ) $11 = ... \times (-6)$ ، (و) $-8 = ... \times (-9)$.

49 أنجز بطريقتين مختلفتين الحسابات التالية:

- (أ) $A = (-3) \times (5 - 7)$ ؛ (ب) $B = 5 \times (-4 - 3)$
- (ج) $C = (-7 - 2) \times (-3)$ ؛ (د) $D = -3 \times ((-4) + (-2))$

50 متساويات عجيبة

- ① $1 - 1 = 9 \times ...$
- ② $2 - 11 = 9 \times ...$
- ③ $3 - 111 = 9 \times ...$
- ④ $4 - 1111 = 9 \times ...$

⑩ $10 - 1111111111 = 9 \times ...$

- (1) ما هي الأعداد الناقصة في المتساويات ① ، ② ، ③ ، ④ ، ⑩؟
- (2) دون إجراء أية حسابات إضافية، اكتب المتساويات: ⑤ ، ⑥ ، ⑦ ، ⑧ ، ⑨.

51 على مستقيم مدرّج

- (1) على مستقيم مدرّج، علّم النقط: A ، B ، C ، D ، E التي فواصلها على الترتيب: -5 ، -3,5 ، -0,5 ، 2 ، 4.
- (2) احسب فواصل النقط: A' ، B' ، C' ، D' ، E' التي نحصل عليها بضرب فواصل النقط A ، B ، C ، D ، E في (-1).
- علّم النقط A' ، B' ، C' ، D' ، E' على المستقيم المدرّج.
- (3) ما هي الملاحظة التي يمكن تسجيلها حول تموضع هذه النقط على المستقيم المدرّج؟

52 مخمّنة

- اختر عدداً.
- أضف له العدد الصحيح الذي يليه.
- اضرب الناتج في (-2).
- أضف 2 إلى الناتج.
- قسّم الناتج على (-4).

- (1) طَبّق هذا البرنامج على الأعداد: 10 ، -5 ، -125 على التوالي.

- ما هي المخمّنة التي خرجت بها؟
- (2) هل يمكن إثبات هذه المخمّنة؟

2 منها

1 منها

في

(-7)

العدد

ي عدد

سحيرة

نسبي

أحدهما

بة هي

ية، إذا

عليه هو

أعداد

وضعية

باستعمال السندات 1 ، 2 ، 3 أدناه:

- (1) احسب السعة الحرارية بالدرجة سيلسوس على سطح القمر، ثم على سطح كل من الزهرة والمريخ.
- (2) أعط متوسط درجة الحرارة بالكلفن على سطح الزهرة.
- (3) أعط متوسط درجة الحرارة بالسيلسوس على سطح المريخ.

السند 1

- الكلفن وحدة لقياس درجة الحرارة، تُستعمل كثيرا من طرف الفيزيائيين، بينما نستعمل في حياتنا اليومية درجة السيلسوس.
- يتم المرور من درجة سيلسوس ($^{\circ}\text{C}$) إلى درجة كلفن (K) بإضافة 273,15.
- السعة الحرارية هي الفارق بين درجتَي حرارة، في مكان ما، وفي فترة معطاة.

السند 2: تأثير الغلاف الجوي

السند 3: درجة الحرارة على سطح:

الزهرة

- يتكون الغلاف الجوي للقمر من طبقة غير سمكية، ويتسبب ذلك في سعة حرارية كبيرة بين وجهي القمر، إذ تبلغ هذه السعة مستويات قياسية:
- يمكن أن تنزل الحرارة إلى (-170°C) على الوجه المظلم، بينما يبلغ متوسط درجة الحرارة على الوجه المقابل للشمس حوالي (160°C).
- القصوى: ($763\text{K}(490^{\circ}\text{C})$)
- الدنيا: ($719\text{K}(446^{\circ}\text{C})$) المريخ

المريخ

- القصوى: ($270\text{K}(-3^{\circ}\text{C})$)
- الدنيا: ($140\text{K}(-133^{\circ}\text{C})$)

توجيهات

قراءة وتحليل الوضعية

• ماذا تُمثّل الأعداد الواردة في نص الوضعية والسندات؟

• كيف ترتبط بين الأعداد الواردة في هذا النص والأعداد الواردة في نص الوضعية.

• حدّد العمليات الحسابية التي ستجزمها في كل حالة.

• حدّد قواعد الحساب التي ستطبقها في كل حالة.

تحليل التعليمات واختيار استراتيجية حل مناسبة

• ما المهمّات المطلوب إنجازها؟

• تحديد كل مهمة مطلوبة بدقة.

• إنجاز مخطط للعمل تحدد فيه مراحل التنفيذ.

تنفيذ استراتيجية الحل المختارة

• تنفيذ المهمات وإنجاز الحسابات.

• تحرير الحل والشرح بجمال واضحة.

وضعية للتقويم

بعض البلدان، مثل الولايات المتحدة الأمريكية، تستعمل درجة فهرنهايت للتعبير عن درجات الحرارة.

عندما غادر أحد رجال الأعمال مدينة باريس، كانت درجة الحرارة تشير إلى -2°C ، وعندما وصل إلى شيكاغو كانت درجة الحرارة تشير إلى 14°F .

(1) باستعمال القاعدة التالية المتعلقة بتحويل درجة الحرارة من فهرنهايت إلى السيلسوس:

$$T^{\circ}\text{F} = 1,8 \times T^{\circ}\text{C} + 32$$

(أ) عبّر عن درجة الحرارة في باريس بالدرجة $T^{\circ}\text{F}$.

(ب) عبّر عن درجة الحرارة في شيكاغو بالدرجة $T^{\circ}\text{C}$.

(2) أيّ المدينتين أشد برودة؟

الحاسبة و الأعداد النسبية

1) بالحاسبة أو يدونها



لحساب قيمة العدد $A = \frac{8 + 3 \times (-4)}{1 + 2 \times (-1,5)}$ قامت ليلي بالضغط على ملامس الحاسبة بالترتيب التالي:

$$\begin{array}{ccccccccccc} 8 & + & 3 & \times & (& (-) & 4 &) & \div & & \\ 1 & + & 2 & \times & (& (-) & 1 & , & 5 &) & \end{array}$$

1) هل ستحصل ليلي على النتيجة الصحيحة؟

2) إذا كان كذلك، حدد هذه النتيجة. وإلا فحدد الخطأ الذي ارتكبه ليلي ثم أعط النتيجة الصحيحة لهذا الحساب.

2) الحساب على الأعداد النسبية بالحاسبة

1) لمسة الأعداد السالبة

أ) لإجراء حسابات على الأعداد النسبية السالبة نحتاج إلى لمسة جديدة، أين توجد هذه اللمسة؟

ب) لماذا لا نحتاج إلى هذه اللمسة عند إجراء حسابات على الأعداد الموجبة؟

2) أهمية استعمال الأقواس

أ) احجز على الحاسبة برنامج الحساب الخطي التالي: $18 \times (-15) + (-42) \times (-17)$.

ب) أنجز هذا الحساب باليد. ما هو دور الأقواس في الحساب «المنجز باليد»؟

ج) هل ترى أنه من الضروري حجز الأقواس التي تظهر في الحساب الذي «نجره باليد» عندما ننجز هذا الحساب بالحاسبة؟

د) احجز على الحاسبة سلسلة العمليات الخطية التالية: $(18 + 15) \times (-42 + 17)$.

هـ) أنجز هذا الحساب باليد. ما هو دور الأقواس في الحساب «المنجز باليد»؟

و) هل ترى أنه من الضروري حجز الأقواس التي تظهر في الحساب الذي «نجره باليد» عندما ننجز هذا الحساب بالحاسبة؟

ز) ما الذي يمكننا استنتاجه حول استعمال الحاسبة عند إنجاز حسابات باليد أو بالحاسبة؟

العمليات على الكسور والأعداد الناطقة

سأتعلم في هذا الباب

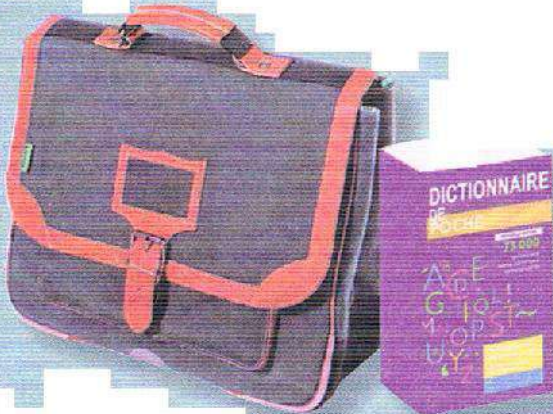
- العمليات على الكسور
- تعيين مقلوب عدد غير معدوم.
- قسمة كسرين.
- مقارنة كسرين.
- جمع و طرح كسرين.
- الأعداد الناطقة
- التعرف على العدد الناطق.
- حساب مجموع و فرق و جداء و حاصل قسمة عددين ناطقين.

أبو الوفاء البوزجاني (940 - 998م)

تعود الكتابة الكسرية الحالية الى علماء الحضارة العربية الإسلامية، ففي القرن 11 كان أبو الوفاء البوزجاني الذي يعتبر من أكبر العلماء الذين برعوا في العلوم الفلكية والرياضية، قد عثر عن نسبة قيمتين بعدد. وفي سنة 1427، أعطى عالم الفلك غياث الدين جيمشيد الكاشي تعريفا للكسور العشرية وعرض نظريتها وبيّن كيفية تفكيك كل كسر إلى مجموعة كسور عشرية، كما فصل طرقاً حسابية حيث شرح أن العمليات على الكسور تؤول إلى عمليات على الأعداد الصحيحة باستعمال الكسور العشرية.

تحدي

دفع هشام ربّع ما جمع في حصالته، في شراء محفظة و الخمس في شراء قاموس، ثم دفع ثلثي الباقي ثمناً للحاسبة.
ما هو الكسر الذي يُمثّل ما تبقى له؟



جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرِّرا إياها.

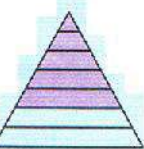
الأسئلة

(1)

$$\frac{5}{4}$$

$$\frac{20}{9}$$

$$\frac{3}{7}$$



$$\frac{5}{6} < \frac{11}{12}$$

$$\frac{8}{14}$$

$$\frac{4}{15}$$

$$-7 < -9$$

$$-4$$

$$29$$

$$-4$$

$$3,5$$

1. مقلوب 0,8 هو :

2. الجداء $\frac{5}{3} \times \frac{4}{9}$ يساوي:

3. الكسر المساوي لـ $\frac{15}{21}$ هو:

4. الكسر $\frac{5}{7}$ يمثل مساحة

الجزء الملون في الشكل:

5. قارن بين الكسرين: $\frac{5}{6}$ و $\frac{11}{12}$

6. المجموع $\frac{3}{7} + \frac{5}{14}$ يساوي:

7. الفرق $\frac{4}{3} - \frac{8}{15}$ يساوي:

8. قارن بين: -7 و -9

9. $(-11) + (-7)$ يساوي:

10. $(11) + (-18)$ يساوي:

11. $(-8) - (-12)$ يساوي:

12. $(-7) \div (-2)$ يساوي:

الإجابات

(2)

$$-0,8$$

$$\frac{60}{81}$$

$$\frac{45}{63}$$



$$\frac{5}{6} > \frac{11}{12}$$

$$\frac{11}{14}$$

$$\frac{4}{12}$$

$$-7 > -9$$

$$-18$$

$$7$$

$$-4$$

$$-9$$

(3)

$$\frac{1}{0,8}$$

$$\frac{20}{27}$$

$$\frac{5}{7}$$



$$\frac{11}{12} > \frac{5}{6}$$

$$\frac{8}{21}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$-9 < -7$$

$$4$$

$$-7$$

$$-20$$

$$\frac{7}{2}$$

1 قسمة كسرين



في الشكل المقابل مساحة الجزء الملون هي $\frac{3}{4}$ ، الخط المتقطع يجرؤه إلى نصفين.

(1) استنتج من الشكل كتابة $2 \div \frac{3}{4}$ على شكل كسر، ثم انقل و أكمل العبارة التالية:

$$2 \div \frac{3}{4} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{\dots}$$

(2) اكتب كل من $4 \div \frac{2}{3}$ و $3 \div \frac{4}{5}$ على شكل كسر (يمكنك استعمال سند هندسي)

(3) اكتب على شكل كسر كلًا من: $a = 3 \div \frac{4}{5}$ ، $b = \frac{7}{8} \div \frac{3}{2}$ و $c = \frac{4}{3} \div \frac{3}{5}$

2 تساوي كسرين

يهدف هذا النشاط إلى إثبات الخاصية التالية و عكسها

$$\text{إذا كان: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ فإن: } a \times d = b \times c$$

(1) تحقق من الخاصية من أجل: $a = 3$ ، $b = 2$ ، $c = 15$ ، $d = 10$

(2) نعتبر الأعداد a ، b ، c ، d حيث $b \neq 0$ و $d \neq 0$

• اكتب الكسرين $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ بنفس المقام.

• نفرض أن $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ماذا تستنتج؟

(3) نفرض الآن: $a \times d = b \times c$ ، بيّن أن: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

3 مقارنة كسرين

قارن بين كل كسرين بالطريقة المناسبة:

$$\frac{23}{20} \text{ و } \frac{13}{12}، \frac{208}{207} \text{ و } \frac{209}{208}، \frac{57}{29} \text{ و } \frac{57}{31}، \frac{652}{783} \text{ و } \frac{512}{497}$$

4 جمع و طرح كسرين

(1) ترجم كل مساواة باستعمال العمليات والكسور المناسبة.

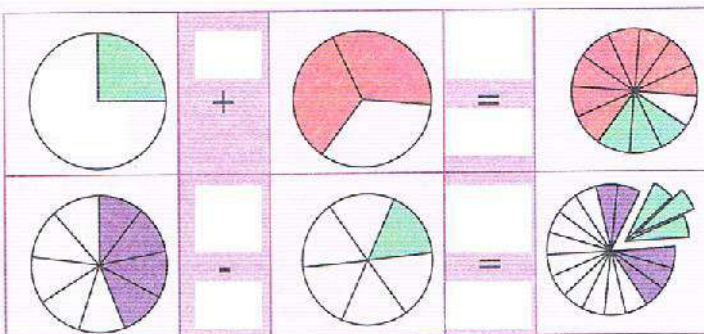
(2) استعمل تمثيلا هندسيا بسيطا، لحساب:

$$\frac{5}{6} - \frac{4}{9}؛ \frac{1}{4} + \frac{5}{6}$$

(3) أنجز العمليات التالية: $\frac{7}{4} - \frac{5}{3}$ ، $\frac{5}{8} + \frac{11}{6}$

(4) أعط قاعدة لحساب مجموع أو فرق كسرين

مقاماهما مختلفان.



5 العدد الناطق

(1) أ) من بين حواصل القسمة التالية، ماهي الأعداد العشرية؟ بالنسبة لبقية الأعداد، أعط قيمة مقربة لها.

$$-\frac{3}{8}, \frac{11}{3}, \frac{5}{7}, -\frac{8,2}{5}, -2, 3$$

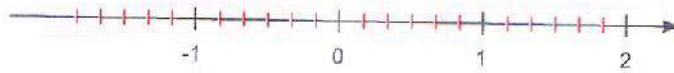
(ب) حدّد إشارة كل حاصل ممّا يلي: $-\frac{24}{-32}, \frac{14}{-18}, -\frac{28}{15}$

(ج) اشرح لماذا: $-\frac{28}{15} = -\frac{28}{15}$ و $-\frac{24}{-32} = \frac{24}{32}$

(د) a و b عدنان نسبيان حيث $b \neq 0$.

بيّن أنّ: $-\frac{a}{b} = \frac{a}{-b} = -1 \times \frac{a}{b}$ ثمّ بيّن أنّ: $-\frac{a}{-b} = \frac{a}{b}$

(2) انقل المستقيم المدرج التالي، ثمّ علّم عليه العددين الناطقين: $-\frac{2}{3}, -\frac{4}{6}$ ، ماذا تلاحظ؟



(3) من بين الأعداد الناطقة التالية، تعرّف على المتساوية منها:

$$-\frac{9}{6}, \frac{4}{3}, \frac{8}{6}, \frac{16}{12}, -\frac{10}{6}, -\frac{5}{3}, -\frac{3}{2}$$

(4) استعمل المستقيم المدرج السابق لترتيب الأعداد التالية ترتيباً تصاعدياً

$$-\frac{5}{6}, -\frac{3}{2}, \frac{17}{6}, -\frac{23}{12}, -\frac{2}{3}, \frac{11}{3}$$

6 العمليات على الأعداد الناطقة

(1) الضرب:

(أ) احسب الجداء $\frac{5}{8} \times \frac{7}{6}$ ، ثمّ استنتج قيمة: $a = -\frac{5}{8} \times -\frac{7}{6}$

(ب) احسب $b = \frac{(-5) \times (-7)}{8 \times 6}$ ، ثمّ قارن بين a و b

(ج) احسب $\frac{7}{13} \times -\frac{8}{5}, -\frac{6}{5} \times \frac{15}{4}, -12 \times (\frac{-2}{7})$ ، أعط طريقة لحساب جداء عددين ناطقين.

(2) الجمع: نريد حساب $\frac{5}{4} + -\frac{11}{6}$.

(أ) انقل و أكمل ما يلي: $\frac{5}{4} = \frac{\dots}{8} = \frac{\dots}{12} = \frac{\dots}{16}$ و $-\frac{11}{6} = -\frac{\dots}{12} = -\frac{\dots}{18} = -\frac{\dots}{24}$

(ب) استعمل حاصلين ممّا سبق و احسب $\frac{5}{4} + -\frac{11}{6}$

(ج) احسب بطريقة مماثلة: $\frac{3}{8} + -\frac{9}{20}, -\frac{4}{9} + \frac{5}{6}$ ، أعط طريقة لحساب مجموع عددين ناطقين.

(3) القسمة:

(أ) احسب ما يلي: $a = \frac{2}{7} \div \frac{4}{5}, b = -7 \div \frac{3}{2}, c = -\frac{2}{9} \div 6, d = -\frac{2}{9} \div -\frac{11}{8}$

(ب) أعط طريقة لقسمة عددين ناطقين.

1 مقلوب عدد غير معدوم

a و b عدنان طبيعيان غير معدومين.

مقلوب a هو العدد $\frac{1}{a}$

مقلوب الكسر $\frac{a}{b}$ هو الكسر $\frac{b}{a}$

أمثلة

مقلوب 8 هو العدد $\frac{1}{8}$ أي 0,125

مقلوب $\frac{7}{5}$ هو العدد $\frac{5}{7}$ ونكتب أيضاً: $\left(\frac{7}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{7}$

2 قسمة كسرين

خاصية: القسمة على عدد غير معدوم ، هو

الضرب في مقلوب هذا العدد. a عدد طبيعي،

b, c و d أعداد طبيعية غير معدومة لدينا:

$$a \div b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} ; b \neq 0$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} ; b \neq 0 ; d \neq 0 ; c \neq 0$$

أمثلة

$$7 \div 0,25 = 7 \div \frac{1}{4} = 7 \times \frac{4}{1} = 7 \times 4 = 28$$

$$\frac{7}{5} \div 6 = \frac{7}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{7}{30}$$

$$\frac{7}{12} \div \frac{3}{5} = \frac{7}{12} \times \frac{5}{3} = \frac{35}{36}$$

3 مقارنة كسرين

$\frac{a}{b}$ كسر و k عدد غير معدوم.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} ; \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

مثال 1: تبسيط كسر: $\frac{30}{54} = \frac{30 \div 6}{54 \div 6} = \frac{5}{9}$

توحيد المقام: الكسران $\frac{7}{12}$ و $\frac{11}{18}$ مختلفا المقام

نعلم أن 36 مضاعف مشترك للعددين 12 و 18.

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \times 3}{12 \times 3} = \frac{21}{36} , \frac{11}{18} = \frac{11 \times 2}{18 \times 2} = \frac{22}{36}$$

مثال 2: الكسران $\frac{12}{156}$ و $\frac{37}{481}$ متساويان لأن:

$$12 \times 481 = 5772 \text{ و } 37 \times 156 = 5772$$

خاصية الجداء المتصالب

a, b, c, d أعداد حيث: $d \neq 0$ و $b \neq 0$

إذا كان: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن: $a \times d = b \times c$

إذا كان: $a \times d = b \times c$ فإن: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

خاصية: إذا كان لكسرين نفس المقام فإن أصغرهما هو الكسر ذو البسط الأصغر.

قاعدة: لمقارنة كسرين مقامهما مختلفان، نبدأ

بتوحيد المقامين.

مثال 3: مقارنة الكسران $\frac{13}{9}$ و $\frac{7}{6}$

$$\frac{13}{9} = \frac{13 \times 2}{9 \times 2} = \frac{26}{18} \text{ و } \frac{7}{6} = \frac{7 \times 3}{6 \times 3} = \frac{21}{18}$$

$$\frac{21}{18} < \frac{26}{18} \text{ فإن: } \frac{7}{6} < \frac{13}{9} \text{ إذن: } \frac{7}{6} < \frac{13}{9}$$

4 جمع و طرح كسرين

خاصية: $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{b}$ كسران لهما نفس المقام.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \text{ و } \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

قاعدة: لجمع أو طرح كسرين مقامهما مختلفان،

نكتبهما بنفس المقام.

أمثلة

$$\frac{1}{6} + \frac{4}{5} = \frac{1 \times 5}{6 \times 5} + \frac{4 \times 6}{5 \times 6} = \frac{5}{30} + \frac{24}{30} = \frac{5+24}{30} = \frac{29}{30}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{8} = \frac{7 \times 4}{10 \times 4} - \frac{3 \times 5}{8 \times 5} = \frac{28}{40} - \frac{15}{40} = \frac{28-15}{40} = \frac{13}{40}$$

• مقارنة كسرين

تمرين : قارن بين الكسرين $\frac{54}{317}$ و $\frac{122}{76}$

حل : بما أن: $122 > 76$ فإن: $1 > \frac{122}{76}$ وبما أن:

$$54 < 317 \text{ فإن: } 1 < \frac{54}{317} \text{ إذن: } \frac{54}{317} < \frac{122}{76}$$

تمرين : قارن بين الكسرين $\frac{7}{4}$ و $\frac{10}{3}$

حل : 12 مضاعف مشترك للعددين 3 و 4 ومنه:

$$\frac{10}{3} = \frac{10 \times 4}{3 \times 4} = \frac{40}{12} \text{ و } \frac{7}{4} = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{21}{12}$$

الآن نقارن بين الكسرين: $\frac{21}{12}$ و $\frac{40}{12}$ بما أن:

$$21 < 40 \text{ فإن: } \frac{21}{12} < \frac{40}{12} \text{ إذن: } \frac{7}{4} < \frac{10}{3}$$

تمرين : بين تساوي الكسرين $\frac{33}{14}$ و $\frac{132}{56}$

$$\text{حل : لدينا: } 33 \times 56 = 1848$$

$$\text{و } 14 \times 132 = 1848 \text{ بما أن:}$$

$$33 \times 56 = 14 \times 132 \text{ فإن: } \frac{33}{14} = \frac{132}{56}$$

تمرين : بحساب ذهني فقط، بين أن:

$$\frac{33215}{66317} \neq \frac{104348}{208341}$$

حل : رقم أحاد الجداء 33215×208341 هو 5

رقم أحاد الجداء 66317×104348 هو 6

بما أن رقمي أحاد الجداين المتصاليين مختلف

$$\text{فإن: } 33215 \times 208341 \neq 66317 \times 104348$$

$$\text{إذن: } \frac{33215}{66317} \neq \frac{104348}{208341}$$

طريقة

لمقارنة كسرين يمكن استعمال عدة طرق:

بتوحيد المقام، بتوظيف الجداء المتصالب، بمقارنتهما بعدد آخر أو باستعمال التعليم على مستقيم مدرج،...

• جمع و طرح كسرين

تمرين : احسب $C = \frac{8}{25} - \frac{4}{15}$

حل : العبارة C، فرق كسرين لهما مقامان مختلفان

وبالتالي نبدأ بالبحث عن مضاعف مشترك للمقامين

المضاعفات الأولى لـ 25 هي: 25، 50، 75، 100

المضاعفات الأولى لـ 15 هي: 15، 30، 45، 60، 75

ومنه 75 مضاعف مشترك للعددين 15 و 25

$$\text{ومنه: } \frac{4}{15} = \frac{4 \times 5}{15 \times 5} = \frac{20}{75} \text{ و } \frac{8}{25} = \frac{8 \times 3}{25 \times 3} = \frac{24}{75}$$

$$\text{إذن: } C = \frac{24}{75} - \frac{20}{75} = \frac{24-20}{75} = \frac{4}{75}$$

تمرين : احسب: $A = \frac{29}{18} + \frac{11}{18}$ و $B = \frac{5}{4} + \frac{31}{12}$

حل : العبارة A، مجموع كسرين لهما نفس

المقام، إذن نحفظ بالمقام ثم نجمع البسطين.

$$A = \frac{29}{18} + \frac{11}{18} = \frac{29+11}{18} = \frac{40}{18}$$

العبارة B، هي مجموع كسرين مقام أحدهما مضاعف

للآخر و بالتالي يكفي أن نكتب الكسر الأول ب 12

$$\text{في المقام. } B = \frac{5}{4} + \frac{31}{12} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} + \frac{31}{12}$$

$$= \frac{15}{12} + \frac{31}{12} = \frac{15+31}{12} = \frac{46}{12}$$

طريقة

لحساب مجموع أو فرق كسرين، نبدأ بتوحيد المقام، وهذا بالبحث عن مضاعف مشترك للمقامين.

توري الآن

ادرس في كل حالة إن كان الكسران متساويين: $\frac{2018}{2017}$ و $\frac{2017}{2016}$ ، $\frac{15}{29}$ و $\frac{345}{667}$ ، $\frac{10}{9}$ و $\frac{7}{6}$

$$\text{احسب: } A = \frac{8}{5} - \frac{2}{7}، B = 3 + \frac{1}{4} - \frac{3}{8}، C = \frac{5}{8} + \frac{7}{24} - \frac{1}{6} \text{ و } D = \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{15}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right)$$

5 العدد الناطق

العدد الناطق هو حاصل قسمة عدد نسبي على عدد نسبي غير معدوم.
كل عدد ناطق يمكن كتابته على الشكل $\frac{a}{b}$ أو $-\frac{a}{b}$ حيث a و b عددان طبيعيان و $b \neq 0$

مثال 1

الأعداد $\frac{15}{11}$ ، $\frac{9}{5}$ ، $-1,8$ ، 2 ، هي أعداد ناطقة.

$\frac{9}{5}$ عدد ناطق و هو عدد عشري

$$\left(\frac{9}{5} = \frac{18}{10} = 1,8\right)$$

π عدد غير ناطق لأنه ليس حاصل قسمة عددين نسبيين.

مثال 2

$\frac{15}{11}$ عدد ناطق لكنه ليس عددًا عشريًا. لأننا لا نحصل على باقي معدوم (في قسمة 15 على 11)، حيث تبدأ البواقي في التكرار انطلاقًا من مرحلة معينة. في هذه الحالة نكتفي بإعطاء قيمة مقربة له.

1.3636363636363636363636363636364

تُظهر شاشة الحاسبة
و نكتب: $\frac{15}{11} \approx 1,36$ ، يظهر العدد 36 بشكل غير منته في الجزء العشري 1,36 قيمة مقربة إلى الجزء من مائة لهذا العدد. و 1,4 مدور هذا العدد إلى الجزء من عشرة.

6 العمليات على الأعداد الناطقة

أمثلة

$$A = \frac{-3,6}{3} + \frac{7,8}{3} = \frac{-3,6 + 7,8}{3} = \frac{4,2}{3}$$

$$B = \frac{-7}{9} - \frac{-11}{9} = \frac{-7 - (-11)}{9} = \frac{-7 + 11}{9} = \frac{4}{9}$$

$$C = \frac{7}{4} + \frac{-5}{6} = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} + \frac{(-5) \times 2}{6 \times 2} = \frac{21}{12} + \frac{-10}{12} = \frac{11}{12}$$

الجمع و الطرح : لجمع (لطرح) عددين ناطقين ،
لهما نفس المقام، نجمع (نطرح) بسطيهما و **نحتفظ بنفس المقام**

a, b, c أعداد نسبية حيث $c \neq 0$.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} ; \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

لجمع (لطرح) عددين ناطقين ، مقاماهما مختلفان،
نكتبهما بنفس المقام .

أمثلة:

$$\frac{7}{5} \times \frac{-2,9}{6} = \frac{7 \times (-2,9)}{5 \times 6} = \frac{-20,3}{30}$$

$$8 \times \frac{-4}{9} = \frac{8 \times (-4)}{9} = \frac{-32}{9} = -\frac{32}{9}$$

الضرب : لضرب عددين ناطقين ، نضرب بسطيهما
و نضرب مقاميهما

a, b, c, d أعداد نسبية حيث $d \neq 0$ و $b \neq 0$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

أمثلة: مقلوب -3 هو : $-\frac{1}{3}$ أي $\frac{1}{-3}$

مقلوب $-\frac{7}{13}$ هو : $\frac{13}{-7}$ أي $-\frac{13}{7}$

مقلوب عدد ناطق: a و b عدنان نسبيان غير معدومين

مقلوب العدد الناطق $\frac{a}{b}$ هو العدد الناطق $\frac{b}{a}$

$$-\frac{8}{5} \div (-9) = -\frac{8}{5} \times \frac{1}{-9} = \frac{8}{45}$$

$$\frac{4}{7} + \frac{-5}{8} = \frac{4}{7} \times \frac{8}{-5} = -\frac{32}{35}$$

القسمة: القسمة على عدد غير معدوم، هي الضرب في مقلوب هذا العدد.

a, b, c, d أعداد نسبية، لدينا:

$$a \div b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} ; b \neq 0$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} ; b \neq 0 ; d \neq 0 ; c \neq 0$$

طرائق

• جمع عددين ناطقين

تمرين: احسب: $A = -\frac{5}{7} + \frac{3,2}{4}$

حل: A هو مجموع عددين ناطقين مقامهما مختلفان وبالتالي نبدأ بالبحث عن مضاعف مشترك للمقامين.
الجداء 4×7 هو أصغر مضاعف مشترك غير معدوم للعددين 4 و 7

$$A = -\frac{20}{28} + \frac{22,4}{28} = \frac{-20 + 22,4}{28} = \frac{2,4}{28} ; -\frac{5}{7} = -\frac{5 \times 4}{7 \times 4} = -\frac{20}{28} ; \frac{3,2}{4} = \frac{3,2 \times 7}{4 \times 7} = \frac{22,4}{28}$$

• طرح عددين ناطقين

تمرين: احسب: $B = -\frac{4,7}{12} - \frac{5,1}{16}$

حل: B هو فرق عددين ناطقين مقامهما مختلفان وبالتالي نبدأ بالبحث عن مضاعف مشترك للمقامين.
يمكن اختيار $16 \times 12 = 192$ كمقام مشترك لكن من الأفضل اختيار أصغر مضاعف مشترك غير معدوم للعددين 12 و 16. مضاعفات 16 هي: 16، 32، 48، 64...
نلاحظ أن 16 و 32 ليسا من مضاعفات 12 لكن 48 هو مضاعف لـ 12.

$$B = -\frac{18,8}{48} - \frac{15,3}{48} = \frac{-18,8 - 15,3}{48} = -\frac{34,1}{48} ; -\frac{4,7}{12} = -\frac{4,7 \times 4}{12 \times 4} = -\frac{18,8}{48} ; \frac{5,1}{16} = \frac{5,1 \times 3}{16 \times 3} = \frac{15,3}{48}$$

طريقة

للبحث عن مضاعف مشترك لعددين طبيعيين نبدأ بكتابة قائمة المضاعفات الأولى للعدد الأكبر، ثم نختار من هذه القائمة أول مضاعف للعدد الطبيعي الثاني.

• ضرب و قسمة عددين ناطقين

تمرين: احسب: $D = \frac{7}{3} - \frac{8}{15} \div \frac{11}{20}$

حل: D هو سلسلة عمليات، نجري أولاً عملية القسمة التي لها أولوية على الطرح، ثم نعوض القسمة بالضرب في المقلوب. وقبل إنجاز عملية الضرب، يمكن أن نقوم بالتبسيط

$$D = \frac{7}{3} - \frac{8}{15} \times \frac{20}{11} = \frac{7}{3} - \frac{8 \times 20}{15 \times 11}$$

$$D = \frac{55}{33} - \frac{32}{33} = \frac{23}{33} \text{ إذن } D = \frac{5}{3} - \frac{8 \times 5 \times 4}{5 \times 3 \times 11} = \frac{5}{3} - \frac{32}{33}$$

• مقارنة عددين ناطقين

تمرين: قارن بين العددين الناطقين $-\frac{5,7}{9}$ و $-\frac{3,9}{6}$

حل: نكتب العددين بنفس المقام 18، وهو أصغر مضاعف مشترك غير معدوم للعددين 6 و 9

$$-\frac{11,4}{18} \text{ و } -\frac{11,7}{18} \text{ نقارن الآن بين العددين } -\frac{5,7}{9} = -\frac{5,7 \times 2}{9 \times 2} = -\frac{11,4}{18} ; -\frac{3,9}{6} = -\frac{3,9 \times 3}{6 \times 3} = -\frac{11,7}{18}$$

$$\text{بما أن: } -11,7 < -11,4 \text{ فإن: } -\frac{11,7}{18} < -\frac{11,4}{18} \text{ إذن: } -\frac{3,9}{6} < -\frac{5,7}{9}$$

طريقة

لمقارنة عددين ناطقين، نستعمل قواعد مقارنة كسرين و قواعد مقارنة عددين.

دوري الآن

احسب و أكتب النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال:

$$D = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} ; C = -\frac{3}{14} - \frac{3}{7} + 2 ; B = 11 \div \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{2}\right) ; A = \left(\frac{11}{7} - \frac{2}{5}\right) \times \frac{24}{7}$$

10 اختزل الكسور التالية إلى أبسط شكل

$$\frac{15}{45} ; \frac{30}{24} ; \frac{90}{135} ; \frac{72}{54} ; \frac{240}{360} ; \frac{18}{27}$$

11 أوجد أصغر مضاعف مشترك غير معدوم لـ:

$$4 \text{ و } 6 \text{ و } 5 \text{ و } 8 \text{ و } 6 \text{ و } 9 \text{ و } 12 \text{ و } 18 \text{ و } 25 \text{ و } 12 \text{ و } 16 \text{ و } 10 \text{ و } 15 \text{ و } 7 \text{ و } 8 \text{ و } 14 \text{ و } 21.$$

12 اكتب الكسور التالية بنفس المقام ، ثم رتبها تصاعدياً

$$\frac{15}{4} ; \frac{9}{2} ; \frac{7}{12} ; \frac{2}{3} ; \frac{8}{6} ; \frac{7}{2}$$

13 اكتب الكسور التالية بنفس المقام 180، ثم رتبها

تتازلياً.

$$\frac{3}{5} ; \frac{6}{15} ; \frac{1}{3} ; \frac{5}{12} ; \frac{2}{9} ; \frac{4}{15}$$

14 اكتب كل كسرين بنفس المقام ، ثم قارن بينهما

$$\frac{25}{7} \text{ و } 3 \text{ ، } \frac{3}{35} \text{ و } \frac{5}{14} \text{ ، } \frac{7}{6} \text{ و } \frac{5}{12} \text{ ، } \frac{7}{18} \text{ و } \frac{11}{27}$$

15 ادرس في كل حالة إن كان العددين متساويين

$$\frac{5}{7} \text{ و } \frac{15}{17} \text{ ، } \frac{14}{19} \text{ و } \frac{2}{7} \text{ ، } \frac{1428}{597} \text{ و } \frac{304}{127}$$

16 تحقق أن: $12 \times 35 = 21 \times 20$ ، ثم جد كسراً

$$\frac{12}{21} \text{ و كسراً آخرًا مساوياً لـ } \frac{35}{21}$$

17 قارن كل كسرين دون توحيد المقام.

$$\frac{17}{18} \text{ و } \frac{18}{17} \text{ ، } \frac{11}{15} \text{ و } \frac{11}{21} \text{ ، } \frac{64}{31} \text{ و } \frac{17}{9} \text{ ، } \frac{8}{9} \text{ و } \frac{256}{288}$$

جمع و طرح كسرين

18 احسب ذهنيًا

$$5 - \frac{1}{2} \text{ ، } 1 + \frac{3}{4} \text{ ، } \frac{4}{5} + \frac{1}{10} \text{ ، } \frac{7}{4} - \frac{1}{2} \text{ ، } \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

19 اكتب كل كسرين بأصغر مقام مشترك

$$\frac{4}{15} \text{ و } \frac{5}{18} \text{ ، } \frac{9}{8} \text{ و } \frac{7}{6} \text{ ، } \frac{5}{7} \text{ و } \frac{3}{14} \text{ ، } \frac{1}{12} \text{ و } \frac{9}{4}$$

$$\frac{3}{25} \text{ و } \frac{4}{75} \text{ ، } \frac{1}{30} \text{ و } \frac{9}{25} \text{ ، } \frac{9}{14} \text{ و } \frac{4}{21} \text{ ، } \frac{3}{10} \text{ و } \frac{5}{12}$$

20 احسب ما يلي، ثم اكتب النتيجة على أبسط شكل

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{10} \text{ ، } \frac{8}{55} + \frac{7}{44} \text{ ، } \frac{5}{12} + \frac{3}{8} \text{ ، } \frac{3}{5} + \frac{2}{15}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \text{ ، } 3 + \frac{7}{20} + \frac{11}{12} \text{ ، } \frac{5}{16} + \frac{3}{4} + \frac{7}{12}$$

مقلوب عدد غير معدوم

1 أعط الكتابة الكسرية لمقلوب كل من الأعداد

$$5 ; 0,016 ; 0,4 ; \frac{2}{7} ; \frac{5}{4} ; \frac{3}{5}$$

2 انقل و أكمل ما يلي:

$$(4)^{-1} = \dots ; (0,35)^{-1} = \dots$$

$$\left(\frac{11}{8}\right)^{-1} = \dots ; \left(\frac{7}{3}\right)^{-1} = \dots$$

3 انقل و أكمل الجدول التالي:

العدد x	$\frac{2}{3}$	1,8
مقلوب x	3	0,33
معاكس x	-8	$-\frac{5}{9}$

قسمة كسرين

4 احسب ذهنيًا ما يلي:

$$\frac{25}{7} \times \frac{4}{9} \text{ ، } \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} \text{ ، } \frac{7}{19} \times \frac{19}{7} \text{ ، } \frac{6}{5} \times \frac{4}{3}$$

5 بسط ثم احسب :

$$\frac{14}{9} \times \frac{6}{21} \text{ ، } \frac{15}{44} \times \frac{55}{6} \text{ ، } \frac{12}{35} \times \frac{14}{18} \text{ ، } \frac{5}{4} \times \frac{6}{25}$$

6 اكتب على شكل كسر مبسط:

$$\frac{14}{9} \div 2 \text{ ، } \frac{7}{5} \div 4 \text{ ، } 8 \div \frac{4}{15} \text{ ، } 12 \div \frac{3}{4}$$

7 احسب ثم بسط النتيجة.

$$\frac{34}{21} \div \frac{17}{14} \text{ ، } \frac{12}{9} \div \frac{28}{27} \text{ ، } \frac{5}{6} \div \frac{15}{18} \text{ ، } \frac{2}{15} \div \frac{7}{9}$$

مقارنة كسرين

8 تعرف على الكسور المتساوية مما يلي:

$$\frac{21}{24} ; \frac{5}{2} ; \frac{4}{3} ; \frac{7}{8} ; \frac{35}{14} ; \frac{40}{16}$$

9 حوّل الكتابات الكسرية التالية إلى كسور

$$\frac{8}{1,5} ; 0,12 ; \frac{3,5}{7} ; \frac{2}{1,2} ; \frac{0,08}{1,1} ; \frac{13,2}{5}$$

أوظف تعلماتي

30 اكتب الأعداد التالية بنفس المقام 20، ثم رتبها

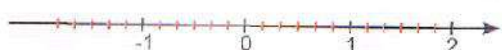
$$-\frac{17}{2}, \frac{21}{4}, -\frac{12}{5}, -7, \frac{13}{10}$$

31 رتب الأعداد التالية ترتيباً تنازلياً:

$$-\frac{14}{36}, -\frac{5}{6}, \frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, \frac{7}{6}, -\frac{11}{18}, \frac{2}{9}, \frac{13}{36}$$

32 علم على المستقيم المدرج التالي الأعداد التالية ثم

رتبها تصاعدياً:



$$-\frac{1}{2}, \frac{7}{6}, -\frac{1}{3}, -\frac{5}{6}, \frac{1}{2}, -\frac{7}{6}, -\frac{4}{3}$$

33 رتب الأعداد التالية ترتيباً تصاعدياً

$$-\frac{6}{7}, \frac{4}{3}, -0,85, -\frac{13}{14}, \frac{9}{7}, 1,14$$

الجمع و الطرح

34 احسب ذهنياً:

$$-\frac{2}{3} - \frac{5}{6}, -\frac{5}{10} - \frac{1}{2}, -1 - \frac{1}{3}, -\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

35 احسب ما يلي:

$$\frac{2}{5} + \frac{-7}{5}, \frac{-1}{4} + \frac{5}{8}, 6 + \frac{-4,5}{5}, \frac{-3}{2} + \frac{12}{5}$$

$$-\frac{5}{16} + \frac{3}{4} + \frac{7}{12}, \frac{8}{55} + \frac{-7}{44}, \frac{1,3}{8} + \frac{-23}{-1,6}$$

36 احسب ما يلي:

$$-\frac{2}{5} - \frac{17}{5}, \frac{5}{11} - \frac{8}{11}, -\frac{5}{8} - \frac{5}{12}, \frac{4}{-5} - \frac{5}{7}$$

$$\frac{7}{15} - \frac{3}{10}, -\frac{13}{25} - \frac{2}{5}, -\frac{31}{18} - \frac{4}{3}, 1 - \frac{5}{42}$$

37 احسب x و y بتجميع الحدود حيث:

$$x = \frac{2}{3} - \frac{5}{7} - \frac{1}{3} + \frac{2}{7} + \frac{8}{3} - \frac{3}{7}$$

$$y = \frac{3}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{7}{6} - \frac{1}{3}$$

38 احسب ما يلي:

$$B = \frac{1}{4} + \frac{5}{8} - \frac{12}{5}, A = -\frac{25}{12} + \frac{7}{6} - \frac{5}{9}$$

$$C = -\frac{9}{16} + \frac{2}{3}$$

21 احسب ما يلي، ثم اكتب النتيجة على أبسط شكل

$$\frac{3}{4} - \frac{7}{9}, \frac{85}{4} - \frac{11}{5}, \frac{2}{11} - \frac{5}{33}, \frac{13}{3} - \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{8} - \frac{1}{24} + \frac{11}{3}, 3 + \frac{7}{27} - \frac{11}{18}, \frac{31}{45} - \frac{3}{5} + \frac{9}{15}$$

الأعداد الناطقة

22 في قائمة الأعداد التالية، تعرّف على الأعداد

الطبيعية و الأعداد العشرية و الأعداد النسبية

$$\frac{10}{-15}, \frac{3,5}{7}, \frac{13}{7}, 0,33, -2,17, \frac{15}{3}, \frac{5}{4}$$

23 اكتب الأعداد الناطقة التالية على الشكل:

$$\frac{a}{b} \text{ أو } -\frac{a}{b} \text{ حيث } A \text{ و } B \text{ عدنان طبيعيان.}$$

$$-0,28, \frac{1,2}{4}, -\frac{2,4}{0,36}, \frac{2,1}{2,7}, 3,14, 0,3$$

24 حدّد إشارة كل عدد من الأعداد الناطقة التالية:

$$-\frac{18}{42}, -\frac{8,5}{-5,8}, -\frac{1,8}{6}, \frac{6}{7}, \frac{1,2}{-4}, \frac{3,4}{-1,02}$$

25 أعط قيمة تقريبية بالنقصان إلى $\frac{1}{100}$ لكل عدد

ناطق من الأعداد التالية:

$$\frac{7}{6}, \frac{7}{2,5}, \frac{157}{23}, -\frac{32}{11}, \frac{12,12}{12}, \frac{7}{0,3}$$

26 اكتب كل عدد ناطق ممّا يلي على شكل مجموع

عدد صحيح نسبي و كسر أصغر من 1:

$$\frac{11}{6}, -\frac{17}{3}, -\frac{2}{7}, \frac{29}{13}, -\frac{47}{3}$$

المقارنة

27 قارن بين كل عددين ناطقين، بتوحيد المقام.

$$\frac{0,7}{9} \text{ و } \frac{5,7}{42}, \frac{-5}{12} \text{ و } \frac{7}{-15}, \frac{-19}{24} \text{ و } -\frac{5}{8}$$

$$-\frac{14}{35} \text{ و } -\frac{18}{45}, \frac{7}{9} \text{ و } \frac{13}{8}, \frac{-17}{24} \text{ و } -\frac{11}{16}$$

28 ادرس في كل حالة، تساوي العددين الناطقين:

$$\frac{3,7}{48,1} \text{ و } \frac{1,2}{15,6}, \frac{42}{-87} \text{ و } -\frac{5,8}{2,8}, \frac{16,75}{5,8} \text{ و } \frac{35,1}{12,15}$$

29 قارن بين كل عددين باستعمال الحاسبة:

$$\frac{14119}{12114} \text{ و } \frac{7}{6}, \frac{-1}{3} \text{ و } -\frac{49,1}{37}, \frac{464}{1073} \text{ و } \frac{16}{37}$$

47 تحقق من صحة كل مساواة :

$$\frac{5}{6} - \frac{8}{5} \times \frac{15}{28} = \left(\frac{8}{7} - 1\right) \times \left(\frac{5}{6} - 1\right)$$

$$\frac{1}{5} \div \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) = \left(\frac{4}{5} - 8\right) \div 3$$

في التمارين 48 ، 49 ، 50 ، 51 ، 52 احسب و اكتب الناتج على شكل عدد ناطق مبسط.

48

$$a = \frac{8}{\frac{11}{3}}, b = \frac{6}{\frac{7}{9}}, c = \frac{-5}{\frac{3}{10}}, d = \frac{-25}{\frac{21}{5} - \frac{7}{9}}$$

$$e = \frac{7}{5} + \frac{8}{\frac{15}{2}} - \frac{11}{12}, f = \frac{-7}{8} + \frac{5}{\frac{6}{4}} - 1$$

$$g = \frac{-3}{4} + \frac{3}{7} + 2, h = \frac{2 - \frac{7}{6}}{2 + \frac{7}{6}}$$

$$x = \frac{\frac{1}{4} + \frac{5}{6}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}, y = \frac{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$$

$$z = \frac{\frac{5}{9} - 11 \times \frac{3}{44}}{\frac{5}{9} + \frac{2}{3} \times \frac{7}{4}}$$

51

$$K = \frac{7}{5} \div \left(\frac{7}{18} - \frac{2}{9}\right), L = \left(-\frac{3}{2} + \frac{4}{5}\right) \div \left(-\frac{1}{6} - \frac{9}{4}\right)$$

52

$$M = \left(\frac{8}{11} - \frac{7}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{6} + \frac{2}{9}\right); N = \frac{-2}{5} + \frac{3}{15} \div \frac{2}{3}$$

$$b = \frac{5}{-7} \text{ و } a = -\frac{2}{21} \text{ 53 نعتبر العددين}$$

احسب ما يلي و اكتب الناتج على شكل عدد ناطق مبسط:

$$a - b, a + b, a \times b, a \div b, b \div a$$

54 جد قيمة x في كل حالة مما يلي:

$$\frac{-3}{5}x = \frac{-6}{7}, x \div \frac{5}{4} = \frac{-5}{8}, \frac{-7}{2} = \frac{5}{9} \div x$$

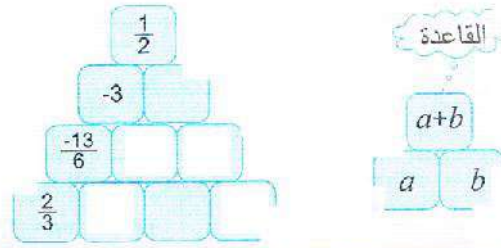
39 استعمل الحاسبة و اكتب النتيجة على أبسط شكل.

$$\frac{-28}{32} - \left(\frac{-62}{48}\right), \frac{58}{100} - \frac{27}{147}, \frac{42}{-75} - \frac{17}{10}$$

40 جد قيمة x في كل حالة مما يلي:

$$\frac{6}{8} + x = \frac{-5}{7}, x - \frac{5}{4} = \frac{-11}{6}, \frac{2}{7} = \frac{5}{9} - x$$

41 انقل و أكمل الهرم وفق القاعدة المعطاة و اكتب كل عدد على أبسط شكل.



الضرب و القسمة

في التمارين 42 ، 43 ، 44 احسب و اكتب الناتج على شكل عدد ناطق مبسط.

$$\frac{-4}{7} \times \frac{-5}{11}, \frac{0,4}{5} \times \frac{6}{5}, \frac{-9}{2,6} \times \frac{1,4}{3}, \frac{-3}{8} \times (-5)$$

$$3,07 \times \frac{-5}{2,4}, \frac{4,2}{14,5} \times (-3,2), \frac{-4}{5} \times \left(\frac{-5,12}{-7,14}\right)$$

43

$$8 \div \frac{3}{4}, 1 \div \frac{11}{12}, -\frac{7}{11} \div 13, \frac{5}{6} \div \frac{6}{5}, \frac{2}{9} \div \frac{-5}{3}$$

$$\frac{5}{4} \div \frac{-18}{7}, \frac{0,15}{2,7} \div \frac{0,25}{3}, \frac{-39}{4,2} \div \frac{26}{-0,56}$$

45 استعمل الحاسبة و اكتب النتيجة على أبسط شكل:

$$-\frac{42}{25}(-45), \frac{28}{48} \times \frac{-62}{48}, \frac{14}{9} \times \frac{-49}{7} \times \left(\frac{-18}{143}\right)$$

46 انقل و أكمل شبكة الأعداد:

	×	$\frac{4}{5}$	=	$\frac{8}{15}$
×		×		×
$\frac{5}{4}$	×		=	
=		=		=
	×		=	$\frac{4}{9}$

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إجابها.	عند الإخفاق أعود إلى الصفحة :
1 $\frac{8}{9} \div \frac{4}{3}$ يساوي : أ) $\frac{2}{9}$ ؛ ب) $\frac{1}{6}$ ؛ ج) $\frac{2}{3}$.	26
2 $\frac{5}{18} + \frac{1}{12}$ يساوي : أ) $\frac{6}{18}$ ؛ ب) $\frac{13}{36}$ ؛ ج) $\frac{6}{30}$.	28 و 26
3 العدد $\frac{17}{24}$ هو نتيجة : أ) $\frac{5}{24} + \frac{1}{2}$ ؛ ب) $\frac{15}{8} - \frac{7}{6}$ ؛ ج) $\frac{10}{12} + \frac{7}{12}$.	28 و 26
4 القيمة المقربة بالنقصان إلى $\frac{1}{1000}$ للعدد الناطق $\frac{39}{17}$: أ) 2,295 ؛ ب) 2,294 ؛ ج) 2,2941.	28 و 26
5 المجموع $\frac{-5,3}{4} + \frac{2,2}{3}$ يساوي : أ) $\frac{-7,1}{12}$ ؛ ب) $\frac{7,5}{7}$ ؛ ج) $\frac{-71}{120}$.	28 و 26
6 نضع : $A = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$ ؛ أ) $A = 0$ ؛ ب) $A = \frac{4}{21}$ ؛ ج) $A = \frac{5}{7}$.	29 و 28
7 نضع : $B = \frac{2}{5} \div \frac{8}{5}$ ؛ أ) $B = 2 \times \frac{8}{5}$ ؛ ب) $B = \frac{1}{20}$ ؛ ج) $B = 2 \div 5 \div 8$.	28
8 مقلوب $\frac{3}{7} + \frac{3}{5}$ يساوي : أ) $\frac{13}{5}$ ؛ ب) $\frac{35}{36}$ ؛ ج) $\frac{10}{3}$.	28
9 عند مقارنة $\frac{12,2}{-7,6}$ و $\frac{-5,4}{3,17}$ نجد : أ) $\frac{-5,4}{3,17} \neq \frac{12,2}{-7,6}$ ؛ ب) $\frac{-5,4}{3,17} = \frac{12,2}{-7,6}$ ؛ ج) $\frac{-5,4}{3,17} > \frac{12,2}{-7,6}$.	29
10 العدد الناطق $-\frac{3}{7}$: أ) أكبر من $-\frac{5}{7}$ ؛ ب) أصغر من $-\frac{1}{7}$ ؛ ج) أكبر من $-\frac{3}{8}$.	29
11 العدد $\frac{3}{14}$ هو نتيجة : أ) $\frac{3}{7} \div \frac{1}{2}$ ؛ ب) $\frac{3}{7} \div 2$ ؛ ج) $\frac{1}{7} + \frac{2}{14}$.	28 و 26
12 إذا كان $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$ و $\frac{y}{z} = \frac{5}{3}$ فإن : أ) $\frac{x}{z} = \frac{5}{6}$ ؛ ب) $\frac{x}{z} = \frac{3}{2}$ ؛ ج) $\frac{x}{z} = \frac{2}{3}$.	29 و 28

ب و اكتب

a =

e

K = $\frac{7}{5}$

M = $(\frac{1}{4})$

$-\frac{3}{5}$

55 استعمل سفيان الحاسبة ، و هو يؤكد أن الكسرين

$$\frac{131836323}{318281039} \text{ و } \frac{22619537}{54608393} \text{ متساويان.}$$

لكن ونام بحساب بسيط ، تؤكد أنهما مختلفان.

ما رأيك ؟ برّر.

56 اشرح لماذا العدد الناطق $\frac{41}{9}$ ليس عددا عشريا؟

• ماهو أكبر عدد طبيعي أصغر من $\frac{41}{9}$ ؟

• اكتب العدد $\frac{41}{9}$ على شكل مجموع عدد طبيعي و كسر

أصغر من 1.

57 احسب $A = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15}}$

أعط قيمة مقربة إلى $\frac{1}{100}$ لـ A ، بما تذكرك هذه النتيجة؟

58 تعطى الأعداد: $x = -1$ ، $y = \frac{1}{3}$ و $z = \frac{2}{5}$

احسب ما يلي و اكتب الناتج على شكل عدد ناطق مبسط

$$\frac{x}{y} + z , \frac{x+y}{z} , \frac{x}{y+z}$$

59 مستطيل مساحته $\frac{15}{4} \text{ dm}^2$ و طوله $\frac{27}{4} \text{ dm}$

ما هو عرض هذا المستطيل؟

60 تعطى الأعداد الناطقة:

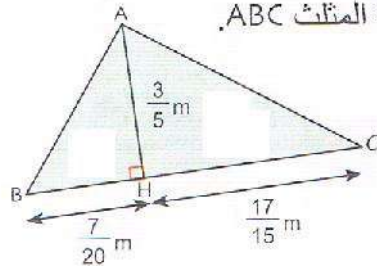
$$-\frac{5}{3} , \frac{3}{4} , \frac{4}{7} , \frac{11}{6} , -\frac{7}{2}$$

• عَيّن من القائمة السابقة عددين:

(أ) جذاوهما -2 (ب) فرقهما $\frac{7}{2}$

(ج) مجموعهما $-\frac{11}{4}$ (د) حاصل قسمتهما $-\frac{14}{3}$

61 احسب مساحة المثلث ABC.



62 جد العدد x الناقص في المساواة التالية:

$$\frac{87}{60} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{x}$$

63 تعطى الأعداد التالية :

$$\frac{-3}{4} , \frac{22}{5} , -1 , -\frac{7}{3} , \frac{7}{2}$$

رتّب تصاعديا:

(أ) الأعداد المعطاة

(ب) معاكسات هذه الأعداد

(ج) مقلوبات هذه الأعداد

(د) معاكسات مقلوبات هذه الأعداد.

64 احسب بتمعن و اكتب النتيجة على أبسط شكل.

$$A = \frac{1}{1+1} , B = 1 + \frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}$$

$$C = 1 + \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}} , D = 1 + \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}}}$$

65 ما هي قيمة x التي من أجلها تكون المساواة

$$\frac{3}{4} = 2 - \frac{1}{5} - \frac{1}{x}$$

$$x = -\frac{6}{5} , x = \frac{21}{20} , x = \frac{20}{21} , x = \frac{6}{5}$$

66 احسب A حيث:

$$A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{100}\right)$$

67 اكتب مسألة من اختيارك حلّها يوافق الحساب

$$\frac{3}{5} \times 9 + \frac{7}{5}$$

68 قارن بين $A = \frac{5+x}{8}$ و $B = \frac{5}{x+3}$ في كل حالة:

$$x = \frac{2}{3} , x = -\frac{2}{5} , x = 0 , x = 3$$

69 عَلم العدد $-\frac{1}{5}$ على المستقيم المدرّج التالي.



70 باع تاجر ثلثي سلعته في شهر جوان، ثم باع ثلاثة

أخماس الباقي من السلعة في شهر جويلية، ماهو الكسر

الذي يمثّل ما تبقى من السلعة في نهاية شهر جويلية؟

وضعية

السند 1 : المسبح متوازي مستطيلات



- الطول : 9 m
- العرض : 2 m
- الارتفاع : $\frac{3}{2}\text{ m}$

لتبليط مسبح ، قام ببناء في اليوم الأول بتبليط $\frac{1}{3}$ المسبح و في اليوم الثاني استهلك $\frac{3}{7}$ ما تبقى من قطع الأجر وأنهى تبليط المسبح في اليوم الثالث.
المهمة: اكتب مساحة الجزء المبلىط في اليوم الثالث على شكل كسر.

السند 2 : كمية الأجر المتوفرة.

سعة صندوقين ممتلئين هي 15 m^3 .



ممتلئ



ممتلئ



ممتلئ



($\frac{1}{3}$) فارغ



($\frac{2}{9}$) ممتلئ

وضعية للتقويم

اقتسم أربعة إخوة مبلغا من المال، أخذ جعفر ثلث المبلغ ثم أخذ جمال ثلاثة أخماس الباقي بينما اقتسمت الأختان شيماء وهناء ما تبقى بالتساوي.
1) من بين الأعداد الثلاثة التالية، ما هو الكسر الذي يمثل نصيب كل بنت ؟

$$x = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{3}{5}\right) \div 2$$

$$y = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{3}\right) \times 2$$

$$z = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{2}$$

2) إذا علمت أن المبلغ الذي اقتسمته الأختان هو 900DA، فما هي حصة جعفر؟ حصة جمال؟

توجيهات

قراءة وتحليل الوضعية.

• ماهو شكل المسبح ؟

• ماهي الأجزاء اللازم تبليطها؟

تحليل التعليمات واختيار استراتيجية حل مناسبة

• ما المهمة المطلوب إنجازها؟ كيف يتم ذلك؟

• ماذا يلزمك لحساب المساحة المبلىطة في اليوم الأول؟

في اليوم الثاني؟

تنفيذ استراتيجية الحل المختارة

• حساب مساحة الجزء المبلىط في اليوم الأول.

• حساب مساحة الجزء المبلىط في اليوم الثاني.

• حساب مساحة الجزء المبلىط في اليوم الثالث.

حل مختصر

مساحة الجزء المبلىط في اليوم الأول: $9,5\text{ m}^2$.

مساحة الجزء المبلىط في اليوم الثاني: $\frac{59}{7}\text{ m}^2$.

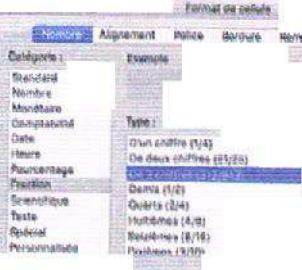
عمليات على الأعداد الناطقة باستعمال مجلد إكسال

إرشادات

- حجز الأعداد الناطقة:
- نحدد الخلايا ثم ننقر بالزر الأيمن للفأرة
- تظهر النافذة التالية:
- نختار Format de cellule



- ثم تظهر النافذة المقابلة:
- نختار Fraction (كسر)
- ثم نضغط على «موافق»



نشاط 1: جمع عددين ناطقين

(1) افتح ورقة إكسال و انقل الجدول التالي:

	A	B	C	D
1	A	B	A+B	
2	2/7	1/2	=A2+B2	
3	3/4	- 1		
4	1/5	1/2		
5	2/3	- 3/5		
6	5/9	1/3		
7	4/5	2/3		

(2) احجز في الخلية C2 الطليبة $A2+B2$ = ثم

اضغط على Entrée

(3) عمم محتوى الخلية C2 إلى الخلايا C3، ...، C7

(4) في الخلية C7، ستظهر الكتابة: $1 \frac{7}{15}$ وهي تعني: $1 + \frac{7}{15}$

(5) تحقق بالحساب أن: $\frac{4}{5} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{7}{15}$

إرشادات

- تعميم محتوى الخلية C2 إلى بقية الخلايا.
- نضع الزلق عند الرأس السفلي الأيمن للخلية C2
- فيتحول إلى الرمز +
- نضغط على الزر الأيسر للفأرة مع السحب حتى الخلية C7.

	A	B	C	D
1	A	B	A+B	
2	2/7	1/2	11/14	
3	3/4	-1		
4	1/5	1/2		
5	2/3	- 3/5		
6	5/9	1/3		
7	4/7	2/3		

نشاط 2: ضرب عددين ناطقين

أنجزت هديل الجدول التالي، بمجدول إكسال.

	A	B	C	D
1	A	B	A*B	
2	2/3	3/4	1/2	
3	5/24	12/25	1/10	
4	-5/7	2 1/2	-1 11/14	
5	2/3	- 3/5	- 2/5	
6	14/25		1/25	
7	4/7	2 1/11	6	
8	4/7		1	

(1) تحقق بالحساب من محتوى السطرين 3 و 4

(2) هديل غير متأكدة من الكتابة: $-1 \frac{11}{14}$ هل هي تعني: $-1 - \frac{11}{14}$ أم $-1 + \frac{11}{14}$ ، كيف يمكنك مساعدتها؟

(3) أوجد الأعداد الناقصة في الخلايا B6، A7 و B8

دوري الآن

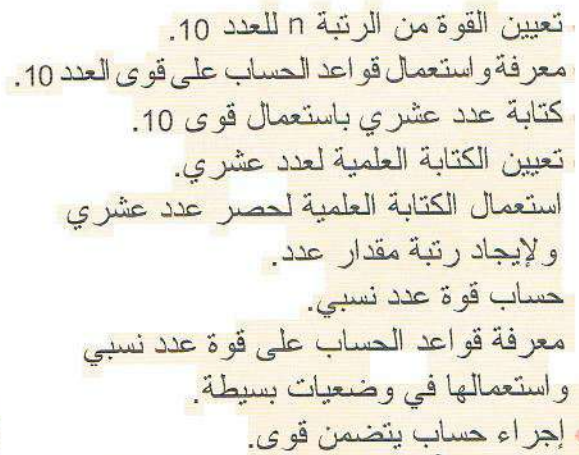
ترجم السطر 2 بمساواة و تحقق منها بالحساب.

	A	B	C	D
1	A	B	A+B	
2	15 2/3	-1 6/7	-8 17/39	

احسب $-\frac{11}{18} + \frac{7}{12}$; $-\frac{3}{4} + \frac{17}{3}$ ، ثم تأكد

من ذلك باستعمال المجدول.

ثلث
ما
ساوي
كسر
أن هو
ال؟

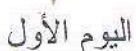
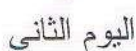
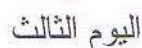


تحتوي

قالت ليلى:

«في اليوم العاشر يكون عدد الأزهار 300».

هل هي على صواب؟



جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إياها.

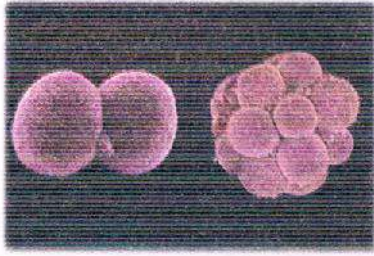
الإجابات

الأسئلة

(3)	(2)	(1)	
0,123	123	1,23	1. $12,3 \times 10 = \dots\dots\dots$
19,327	193,27	0,19327	2. $1,9327 \times 10 = \dots\dots\dots$
1,23	0,0123	0,123	3. $0,00123 \times 10 = \dots\dots\dots$
2345,6	234,56	0,23456	4. $23,456 \times 100 = \dots\dots\dots$
12,3	1,23	0,123	5. $0,00123 \times 100 = \dots\dots\dots$
0,1256	125,6	1,256	6. $12,56 \times 0,01 = \dots\dots\dots$
1000	100	10	7. القسمة على 0,01 هي الضرب في.....
0,1	0,01	10	8. $85,36 \times \dots\dots\dots = 8,536$
0,01	10	0,1	9. $0,326 \times \dots\dots\dots = 3,26$
0,001	0,01	0,1	10. $0,326 \times \dots\dots\dots = 0,0326$
10000	1000	100	11. $0,00045 \times \dots\dots\dots = 4,5$
0,0001	0,001	0,1	12. $3926,3 \times \dots\dots\dots = 3,9263$
64 000 000	64 000	640 000	13. $8000 \times 8000 = \dots\dots\dots$
200	2000	20 000	14. $0,5 \times 4000 = \dots\dots\dots$
0,1	$\frac{1}{10}$	-10	15. مقلوب 10 هو.....
75	243	15	16. جداء خمسة عوامل كلها مساوية للعدد 3 هو.....
75	-125	125	17. $(-5) \times (-5) \times (-5) = \dots\dots\dots$
1000 000	100 000	10 000	18. $2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 = \dots\dots\dots$
81cm^2	36cm^3	18cm^2	19. مساحة مربع ضلعه 9cm هي.....
27cm^3	56cm^3	343cm^3	20. حجم مكعب حرفه 7cm هو.....
0,0718	0,718	7,18	21. $718\text{mm} = \dots\dots\dots \text{m}$
512	5120	5,12	22. $5,12\text{Km} = \dots\dots\dots \text{m}$
23 650 000	23,65	236 500	23. $2365\text{dam}^2 = \dots\dots\dots \text{dm}^2$
0,05112	51 120	511,2	24. $51,12\text{Kg} = \dots\dots\dots \text{g}$
0,000001	0,0001	0,00001	25. $0,01\text{g} = \dots\dots\dots \text{Kg}$

1 قوى ذات أسس صحيحة موجبة

(1) اكتشاف قوة عدد ذي أس موجب



انقسام الخلية

تنقسم خلية إلى 10 خلايا خلال ساعة.

(أ) كم يصبح عدد الخلايا في: 3 ساعات ؛ 5 ساعات ؛ 9 ساعات.

عبر عن هذه الأعداد بـ 10 و $\times$ فقط.

(ب) كم يصبح عدد الخلايا في n ساعة ؟

(ج) ما هو عدد الساعات اللازم حتى يكون عدد الخلايا عشرة ملايين ؟

(2) الترميز 10^n

نرمز إلى 10×10 بـ 10^2 ونكتب $10^2 = 10 \times 10$

نرمز إلى $10 \times 10 \times 10$ بـ 10^3 ونكتب $10^3 = 10 \times 10 \times 10$

نرمز إلى $10 \times 10 \times \dots \times 10$ بـ 10^n ونكتب $10^n = 10 \times 10 \times \dots \times 10$ (n عاملاً)

استعمل الترميز 10^n للتعبير عن: . مساحة مربع طول ضلعه 10cm . حجم مكعب طول حرفه 10dm

2 قوى ذات أسس صحيحة سالبة

(1) انقل ثم أتمم الجدول الموالي:

ترميز 10^n	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
كتابة عشرية										
	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓
	+10	+10	+10	+10	+10	+10	+10	+10	+10	+10

(2) ماذا يساوي 10^0 ؛ 10^1 ؟

(3) عبر بعدد كسري عن كل من 10^{-1} ؛ 10^{-2} ؛ 10^{-3} ؛ 10^{-4} .

(4) اكتب مساواة تعبر على أن 10^{-n} هو مقلوب 10^n .

3 الكتابة العشرية لقوة العدد 10

(1) أعط الكتابة العشرية للأعداد التالية: 10^2 ؛ 10^5 ؛ 10^9 .

(2) انقل وأتمم: «الكتابة العشرية لـ 10^{12} هي 1 متبوعاً بـ صفراً».

(3) اكتب على شكل قوة العدد 10 الأعداد التالية:

100 ؛ 10 000 ؛ 100 000 ؛ 1 000 000 ؛ 1 000 000 000

(4) أعط الكتابة العشرية للأعداد التالية: 10^{-2} ؛ 10^{-3} ؛ 10^{-5} ؛ 10^{-9} .

(5) انقل وأتمم: «الكتابة العشرية للعدد 10^{-11} تحتوي على صفراً متبوعاً بـ 1.

الفاصلة موضوعة بعد الأول»

«في الكتابة العشرية للعدد 10^{-13} رتبة العدد 1 بعد الفاصلة هي».

أنشطة

قام أحد التلاميذ بالحساب وهذه نتائجه:

$$\begin{array}{l} 10^3 \times 10^7 = 10^{10} \quad \text{صح} \\ 10^5 \times 10^3 = 10^{15} \quad \text{خطأ} \\ \frac{10^6}{10^2} = 10^8 \quad \text{صح} \\ \frac{10^5}{10^2} = 10^3 \quad \text{خطأ} \\ (10^3)^2 = 10^6 \quad \text{خطأ} \end{array}$$

(أ) اشرح ملاحظات المصحح.

(ب) ضع تخميناً للنتائج التالية حيث

n و m عدنان صحيحان

$$(10^m)^n = \dots ; \frac{10^m}{10^n} = \dots ; 10^m \times 10^n = \dots$$

4 قواعد الحساب على قوى العدد 10

(1) جداء قوتين للعدد 10

انقل وأتمم

$$10^3 \times 10^4 = 10 \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times 10$$

..... عاملاً

(2) نسبة قوتين للعدد 10

$$\frac{10^9}{10^5} = 10^9 \times \frac{1}{10^5} = 10^9 \times 10^{-5} = 10^4$$

(3) قوة قوة العدد 10

$$(10^3)^5 = (10^3) \times \dots \times \dots \times (10^3) = 10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10$$

..... عاملاً

5 الكتابة العلمية - رتبة قدر

(1) أ) استعمل الآلة الحاسبة لإجراء الجداء: $16\,384 \times 31\,250$

(ب) بدون استعمال الآلة الحاسبة، احسب الجداء: $163\,840 \times 312\,500$ (يمكنك استعمال نتيجة السؤال السابق).

(ج) تحقق من صحة النتيجة باستعمال الآلة الحاسبة. هل وجدت نفس النتيجة؟

(2) يعتبر الجدول الموالي عن المسافة إلى الشمس:

الكوكب	المسافة إلى الشمس
المريخ	$227,9 \times 10^6 \text{ Km}$
عطارد	$57\,910\,000 \text{ Km}$
زحل	$14,29 \times 10^8 \text{ Km}$
الأرض	$150\,000\,000 \text{ Km}$
الزهرة	$108,2 \times 10^6 \text{ Km}$

اقترح كل من أمين وإيمان ونسرين كتابة أخرى للمسافة بين الأرض والشمس.

أمين: $150 \times 10^6 \text{ Km}$ ؛ إيمان: $15 \times 10^7 \text{ Km}$ ؛ نسرين: $1,5 \times 10^8 \text{ Km}$

(أ) أيهم على صواب؟

(ب) أكتب كلاً من المسافات المذكورة على الشكل $a \times 10^n$ ، حيث a عدد عشري برقم واحد قبل الفاصلة يختلف عن الصفر، ثم رتب هذه المسافات ترتيباً تصاعدياً.

(3) استعمل الكتابة العلمية لإعطاء رتبة قدر بالمتري للأشياء التالية:

• حبة رمل: $0,00025 \text{ m}$

• بكتيريا: $0,2 \mu\text{m}$ (تعني ميكرومتر ؛ $1 \mu\text{m} = 10^{-3} \text{ mm}$)

• ذرة الكربون: $0,14 \text{ nm}$ (تعني نانومتر ؛ $1 \text{ nm} = 10^{-6} \mu\text{m}$)

6 قوة عدد نسبي

اكتب على الشكل a^n الأعداد التالية: $3^2 \times 3^5$ ؛ $7^2 \times 7^{-5}$ ؛ $\frac{5^{10}}{5^2}$ ؛ $\frac{7^3}{7^{-2}}$ ؛ $(11^3)^2$ ؛ $(13^2)^{-5}$ ؛ $6^{-8} \times 6^{-2}$

• قوة 10 ذات أس موجب

تمرين

(1) اكتب على شكل قوة 10: $a = 10\,000$ ؛ $b = 100\,000$ ؛ $c = 1\,000\,000$

(2) اكتب كتابة عشرية للعدد $e = 10^9$

حل: $a = 10^4$ ؛ $b = 10^5$ ؛ $c = 10^6$ ؛ $e = 1\,000\,000\,000$

طريقة

كتابة a ؛ b ؛ c على شكل قوة 10 نكتب 10^n حيث n عدد الأصفار.

كتابة e على شكل عشري نكتب 1 متبوعاً بـ 9 أصفار.

• قوة 10 ذات أس سالب

تمرين

(1) اكتب على شكل قوة 10: $f = 0,01$ ؛ $g = 0,001$ ؛ $h = 0,0001$

(2) أعط كتابة عشرية للعدد $i = 10^{-6}$

حل: $f = 10^{-2}$ ؛ $g = 10^{-3}$ ؛ $h = 10^{-4}$ ؛ $i = 0,000001$

طريقة

كتابة f ؛ g ؛ h على شكل قوة للعدد 10 نكتب 10^{-n} حيث n رتبة 1 بعد الفاصلة.

كتابة i على الشكل العشري نكتب 1 0,00 حيث $i = 0,00$ في الرتبة 6 بعد الفاصلة (5 أصفار بين الفاصلة و 1).

• قواعد الحساب على قوى العدد 10

تمرين

اكتب الأعداد المئوية على شكل قوة واحدة للعدد 10:

$$A = 10^3 \times 10^5 \quad ; \quad B = 10^{-3} \times 10^5 \quad ; \quad C = 10^{-4} \times 10^{-5} \quad ; \quad D = \frac{10^7}{10^3} \quad ; \quad E = \frac{10^{-7}}{10^3}$$

$$F = \frac{10^7}{10^{-3}} \quad ; \quad G = (10^3)^5 \quad ; \quad H = (10^{-3})^5 \quad ; \quad I = (10^3)^{-5}$$

$$A = 10^8 \quad ; \quad B = 10^2 \quad ; \quad C = 10^{-9} \quad ; \quad D = 10^4 \quad ; \quad E = 10^{-10} \quad ; \quad F = 10^{10}$$

$$G = 10^{16} \quad ; \quad H = 10^{-16} \quad ; \quad I = 10^{-16}$$

طريقة

كتابة A ؛ B ؛ C على شكل قوة 10 نكتب 10^p حيث p هو مجموع الأسين: $(10^m \times 10^n = 10^{m+n})$.

كتابة D ؛ E ؛ F على شكل قوة 10 نكتب 10^q حيث q هو فرق الأسين: $(\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n})$.

كتابة G ؛ H ؛ I على شكل قوة 10 نكتب 10^r حيث r هو جداء القوتين: $((10^m)^n = 10^{m \cdot n})$.

دوري الآن

احسب ما يلي وأعط النتيجة على أبسط شكل ممكن:

$$P = 7 \times 10^3 \times 3 \times 10^9 \quad ; \quad Q = 0,5 \times 10^{-2} \times 20 \times 10^4 \quad ; \quad R = 8 \times 10^{-5} \times 0,3 \times 10^{-3}$$

$$S = \frac{0,2 \times 10^{-6} \times 0,3 \times 10^9}{6 \times 10^{-1}} \quad ; \quad T = \frac{20 \times (10^3)^{-2}}{5 \times 10^5} \quad ; \quad U = \frac{7 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-5}}{5 \times (10^{-3})^7}$$

$$10^4 \times 10^5$$

$$\frac{10^5}{10^{-2}} = 10^7$$

$$(10^{-3})^7$$

4 الكتابة العلمية لعدد عشري

مثال

عبر عن الأبعاد المولية بالمتري:

• المسافة بين الأرض والقمر 384 400Km

• قطر فيروس: 149nm

(1 نانومتر، $1\text{nm} = 10^{-9}\text{mm}$)

تعني الكتابة العلمية لعدد عشري كتابته على الشكل $a \times 10^n$ حيث a عدد عشري مكتوب برقم واحد غير معدوم قبل الفاصلة و n عدد صحيح نسبي.

ملاحظة: تسمح الكتابة العلمية بقراءة وفهم الأعداد الكبيرة جدا والصغيرة جدا بسهولة.

5 حصر عدد عشري - رتبة قدر عدد

أمثلة

• المسافة بين المريخ والشمس هي:

$$227,9 \times 10^6 \text{Km}$$

الكتابة العلمية هي $2,279 \times 10^8 \text{Km}$

رتبة قدر هي: $2 \times 10^8 \text{Km}$

تسمح الكتابة العلمية لعدد عشري بحصره بين قوتين ذات أسين متتاليين.

إذا كانت الكتابة العلمية لعدد عشري A هي: $a \times 10^n$ فإن $10^n < A < 10^{n+1}$ ؛ رتبة قدر العدد A هي: $a' \times 10^n$ حيث a' هو مدور a إلى الوحدة.

6 قوة عدد نسبي

أمثلة

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

4 عوامل

$$3^4 = 81$$

ملاحظة: $a^1 = a$ ؛ $a^0 = 1$

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = 0,04$$

a عدد صحيح غير معدوم و n عدد طبيعي.

تدل الكتابة a^n على جداء n عاملا كلها مساوية للعدد a .

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n$$

يقرأ a^n : « a أس n ».

تدل الكتابة a^{-n} على مقلوب a^n .

ملاحظة هامة: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

7 قواعد الحساب على قوى عدد نسبي

أمثلة

• بسط العبارات المولية:

$$8^2 \times 8^5 ; \frac{3^6}{3^2} ; \frac{7^{-3}}{7} ; (2^3)^5 ; (7 \times 4)^2 ; \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

a و b عددان غير معدومين ؛ n و m عددان صحيحان نسبيان.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} ; \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} ; a^m \times a^n = a^{m+n} ; \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} ; (ab)^n = a^n \times b^n$$

8 إجراء حساب يتضمن قوى

أمثلة

$$\frac{1}{2} \times (2^3)^2 = \frac{8^2}{2} = \frac{64}{2} = 32 \text{ (أ)}$$

$$5 \times (2^3) = 5 \times 8 = 40 \text{ (ب)}$$

$$3 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 8 \times 10 + 5 = 3985 \text{ (ج)}$$

عند إجراء سلسلة حسابات تتضمن قوى تعطى الأولوية لحساب القوى.

• الكتابة العلمية

تمرين: أعط الكتابة العلمية لكل من: $A = 352\,000$ ؛ $B = 0,043$.

حل: الكتابة العلمية للعدد A هي: $A = 3,52 \times 10^5$

طريقة

• في أي عدد نضرب 3,52 حتى نتحصل على 352 000 ؟
• وكأنه أزحنا الفاصلة نحو اليسار بـ 5 رتب إذن نضرب في 10^5 ويكون $352\,000 = 3,52 \times 10^5$

• الكتابة العلمية للعدد B هي $B = 4,3 \times 10^{-2}$

طريقة

• في أي عدد نضرب 04,3 حتى نحصل على 0,043 ؟
• وكأنه أزحنا الفاصلة نحو اليمين برتبتين إذن نضرب في 10^{-2} ويكون $0,043 = 4,3 \times 10^{-2}$

• رتبة قدر عدد عشري

تمرين: إليك العددين A و B حيث $A = 526\,000\,000$ ؛ $B = 0,00027$

(1) اكتب كلاً من A و B كتابة علمية.

(2) أعط حصراً لكل من A و B بين قوتين متتاليتين للعدد 10.

(3) أعط رتبة قدر لكل من A و B .

حل: $A = 5,26 \times 10^8$ ؛ $B = 2,7 \times 10^{-4}$ ؛ $10^8 \leq A < 10^9$ ؛ $10^{-4} \leq B < 10^{-3}$

• رتبة قدر A هي 5×10^8 • رتبة قدر B هي 3×10^{-4}

طريقة 1

عندما تكون الكتابة العلمية لعدد A هي $a \times 10^n$ فيكون حصر A كالتالي: $10^n \leq A < 10^{n+1}$

طريقة 2

رتبة قدر عدد مكتوب على شكله العلمي $a \times 10^n$ هو $a' \times 10^n$ حيث a' هو مدور a إلى الوحدة.

• قواعد الحساب على قوى عدد نسبي

تمرين: بسط العبارة: $A = \frac{2^5 \times 3^8}{3^5 \times 2^3}$

حل: $A = \frac{2^5}{2^3} \times \frac{3^8}{3^5} = 2^{5-3} \times 3^{8-5} = 2^2 \times 3^3$ إذن $A = 4 \times 27 = 108$

دوري الان

1. أعط الكتابة العلمية ثم رتبة قدر لكل من:

2. بسط ما يلي: $\frac{(5^2 - 3 \times 7)^2}{10 - 2^3}$

المسافة أرض - شمس: $149,59789 \times 10^6 \text{ Km}$

كتلة الكربون: $199 \times 10^{-26} \text{ Kg}$

$3 \times 10^3 +$

قوى 10

1 اكتب الأعداد التالية كتابة عشرية:

$$10^{10} ; 10^7 ; 10^5 ; 10^2$$

2 عبّر لغويا عن الأعداد التالية:

$$10^1 ; 10^2 ; 10^3 ; 10^6 ; 10^9$$

3 اكتب الأعداد التالية كتابة عشرية:

$$10^{-5} ; 10^{-7} ; 10^{-9}$$

4 عبّر لغويا عن الأعداد التالية:

$$10^{-1} ; 10^{-2} ; 10^{-3} ; 10^{-6} ; 10^{-9}$$

5 اكتب الأعداد التالية على شكل قوة 10 ثم كتابة عشرية:

$$\frac{1}{10^2} ; \frac{1}{10^3} ; \frac{1}{10^5} ; \frac{1}{10^4} ; \frac{1}{10^6} ; \frac{1}{10^9}$$

6 اكتب على شكل قوة 10

$$10000 ; 100000 ; 100000000$$

$$0,0001 ; 0,01 ; 1000000000$$

$$0,000000001 ; 0,0000001$$

$$\frac{1}{10^8} ; \frac{1}{10^{+5}} ; \frac{1}{10^9} ; \frac{1}{10^{-4}} ; \frac{1}{10^{-6}} ; \frac{1}{10^{-7}}$$

7 اكتب الأعداد التالية على شكل قوة للعدد 10:

مئة ؛ ألف ؛ مليون ؛ مئة ألف ؛ مئة مليون ؛ مئة مليار.

8 اختر الإجابات الصحيحة

$$10^6 \text{ يساوي: (ا) } 10^3 \times 10^2 ; \text{ (ب) } 6\,000\,000$$

$$\text{(ج) } (10^2)^3 ; \text{ (د) } 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

9 انقل الكتابات التي تدل على نفس العدد، وعبّر

عنها لغويا: 0,001 ؛ 0,000001 ؛ 10 000 000 ؛

$$10^{-8} ; 10^{-3} ; 0,0001 ; 10^{-4} ; 10^9 ; 10^7 ;$$

$$10^{-9} ; \frac{1}{10^3} ; 1\,000\,000\,001 ; 0,000000001$$

10 انقل وأتمم بالوحدة المناسبة:

$$1\text{hm} = 10^5 \dots ; 1\text{kg} = 10^3 \dots$$

$$1\text{mL} = 10^{-2} \dots ; 1\text{m}^2 = 10^4 \dots$$

$$1\text{dam} = 10^3 \dots ; 1\text{cm}^3 = 10^{-9} \dots$$

11 املأ الفراغ بقوة للعدد 10:

$$1\text{km} = \dots \text{cm} ; 1\text{hm} = \dots \text{m}$$

$$1\text{dag} = \dots \text{dg} ; 1\text{g} = \dots \text{mg}$$

$$10^2 \text{cm} = \dots \text{m} ; 10^4 \text{mm} = \dots \text{m}$$

$$10^1 \text{kg} = \dots \text{mg} ; 10^5 \text{g} = \dots \text{kg}$$

12 في ميدان الإعلام الآلي الأكتي (octet) هو وحدة كمية

المعلومات التي تخزن ؛ مضاعفات هذه الوحدة هي:

$$1\text{Ko} = 1000 \text{ octets} \text{ كيلو أكتي}$$

$$1\text{Mo} = 1000\text{Ko} \text{ ميغا أكتي}$$

$$1\text{Go} = 1000\text{Mo} \text{ جيغا أكتي}$$

$$1\text{To} = 1000\text{Go} \text{ تيرا أكتي}$$

$$\text{Ko} : \text{Kilooctet} - \text{Mo} : \text{Mégaoctet}$$

$$\text{Go} : \text{Gigaoctet} - \text{To} : \text{Téraoctet}$$

اكتب هذه الوحدات بدلالة الأكتي (octet) مستعملا

قوى العدد 10.

13 اكتب على شكل قوة العدد 10

(1) ألف مليار لألف كتاب. (2) مئة ألف مليار قصة.

(3) جزء من المئة لجزء من المليون.

عمليات على قوى 10

14 عبّر ذهنيا بدلالة قوة على الشكل 10^n

$$10^7 \times 10^4 ; \frac{10^9}{10^3} ; \frac{10^4}{10^{-5}} ; (10^3)^2 ; (10^{-4})^3 ;$$

$$(10^5)^3 ; 10^4 \times 10^5 ; 10^6 \times 10^{-3}$$

$$\frac{10^4 \times 10^3}{10^{-7}} ; \frac{10^6 \times 10^3}{10^5} ; 10^5 (10^3)^2$$

15 احسب وأعط النتيجة على شكل 10^n

$$A = \frac{10^2 \times 10^{-5} \times (10^{-3})^4}{(10^{-2})^3 \times 10^3 \times 10^5}$$

$$B = \frac{(10^{-4})^2 \times (10^3)^{-2} \times (10^2)^3}{(10^3)^4 \times (10^{-4}) \times (10^2)^{-4}}$$

(3) اكتب على الشكل 10^n

$$100 \times 10^3 ; 1000000 \times 10^{-6} ; \frac{10^{-3}}{10000}$$

$$0,001 \times 10^{-2} ; \frac{1000}{10^{12}} ; \frac{0,0001}{10^9} ; \frac{1}{0,001}$$

16 أعط كتابة عشرية:

$$10^{15} \times (10^{-16} + 10^{-13}) ; 10^{-17} \times (10^{19} - 10^{18})$$

17 من بين العبارات التالية؛ جد التي تساوي 10^6 :

$$A = \frac{10^2}{10^8} ; B = 10^{-2} \times 10^{-4}$$

$$C = 10^3 \times 10^{-9} ; D = \frac{1}{10^6}$$

أوظف تعلماتي

24 اكتب كل عدد على الشكل: $a \times 10^6$

267,3 ؛ -9 738 459 ؛ $0,025 \times 10^9$ ؛

$74\ 368 \times 10^{-2}$ ؛ $79,58 \times 10^3$ ؛ $-59,8 \times 10^8$

25 اكتب على الشكل: 68×10^n

68 000 ؛ $6\ 800 \times 10^9$ ؛ $0,068 \times 10^{-4}$

26 أعط كتابة علمية لكل من الأعداد:

397 000 ؛ 0,036 ؛ 985 754 ؛ 0,98

843 200 000 ؛ 0,0000253

27 صحيح أم خطأ: $16 \times 10^3 > 14 \times 10^4$ ؛

$21 \times 10^8 > 1,8 \times 10^9$ ؛ $3,8 \times 10^5 > 5,7 \times 10^4$

$4,3 \times 10^6 > 0,78 \times 10^7$

28 صحيح أم خطأ:

$9,8 \times 10^{-5} > 5,7 \times 10^{-4}$ ؛ $6 \times 10^{-3} > 5 \times 10^{-4}$

29 رتب الأعداد التالية ترتيبا تصاعديا بعد كتابتها كتابة

علمية: $120,04 \times 10^2$ ؛ 1×10^4 ؛ $78,96 \times 10^3$

8354 ؛ $123\ 897 \times 10^{-1}$ ؛ $0,09999 \times 10^5$

30 احسب واكتب النتيجة كتابة علمية:

$A = 85,7 \times 10^6 + 45 \times 10^{11}$

$B = \frac{0,6 \times (10^3)^2 \times 6 \times 10^{-4}}{9 \times 10^5}$

31 احسب واكتب النتيجة كتابة علمية:

$B = 0,00009 \times 0,003$ ؛ $A = 2\ 400 \times 8\ 000$

$D = \frac{36\ 000\ 000}{0,00018}$ ؛ $C = 7\ 000 \times 0,0015$

رتبة قدر والحصر

32 إليك المسافات الدنيا بالكيلومتر بين الشمس

والكواكب التالية:

$0,21 \times 10^9$ Km	المريخ (Mars)
46 000 000 Km	عطارد (Mercure)
1350×10^5 Km	زحل (Saturne)
$14,7 \times 10^7$ Km	الأرض (Terre)
1075×10^5 Km	الزهرة (Venus)

اكتب كل مسافة كتابة علمية واحصرها بين قوتين متتاليتين للعدد 10، ثم أعط رتبة قدر لكل منها.

$F = \frac{10^{-8}}{100}$ ؛ $E = 0,01 \times 10^{-4}$

$H = 10^{-9} \times 1000$ ؛ $G = \frac{0,001}{10^3}$

$I = 10^{-12} \times (10^{12} + 10^6)$

$10^{-3} \times \frac{10^{-4} \times 10^9}{10^5}$

18 هذه شاشة آلة حاسبة.

ما هي النتيجة التي نتحصل

عليها إذا استبدلنا في العبارة

على الشاشة 10^{-3} بـ a ؛ a عدد كافي.

19 تحقق من أن كل جدول من الجدولين المواليين

هو سحري ضربيا؛ بمعنى أن نتيجة جداء العوامل في

كل سطر وفي كل عمود وفي كل قطر متساوية.

10^6	10	10^8	الجدول (1)
10^7	10^5	10^3	
10^2	10^9	10^4	
10^{-2}	10^3	100	الجدول (2)
10^5	10	10^{-3}	
1	0,1	10^4	

20 صحيح أم خطأ:

الجزء من المليار هو 10^{-9}

نصف 10^{2018} هو 10^{1009}

$10^2 + 10^3$ يساوي 10^5

$1000 \times 10^{-5} = 10^{-2}$

$58,475 \times 10^{-8} = 5847,5 \times 10^{-6}$

الكتابة العلمية لعدد عشري

21 انقل وأتمم:

$0,1375 = \dots \times 10^{-2}$ ؛ $9372 = \dots \times 10^3$

$2376,7 = 23,767 \times 10^{-1}$

$0,865 = 0,000865 \times 10^{-1}$

22 اذكر في كل حالة إذا كانت الكتابة كتابة علمية:

$0,845 \times 10^3$ ؛ $3,236 \times 10^{-3}$ ؛ 15×10^4

$1,85 \times 10^6$ ؛ 9×10^{-10} ؛ $8,879 \times 10^{-2}$

23 من بين هذه الأعداد، اذكر المتساوية منها:

$0,000145 \times 10^{-4}$ ؛ $14,5 \times 10^{-5}$ ؛ 0,0145

$1,35 \times 10^5$ ؛ $1450\ 000 \times 10^{-3}$

135×10^{-7} ؛ $13\ 500 \times 10^{-6}$

33 إليك العددين: $A = 0,0039 \times 10^{-7}$

$$B = 23\,678 \times 10^{15}$$

أعط رتبة قدر كل من $\frac{A}{B}$ ، $A \times B$

قوة عدد نسبي

34 احسب ذهنياً:

$$2^4 ؛ (-2)^4 ؛ -2^4 ؛ \left(\frac{2}{3}\right)^3 ؛ 3^{-3} ؛ (-3)^3 ؛ -3^{-2}$$

35 احسب ذهنياً:

$$(0,4)^2 - 25^2 ؛ 8^2 \times 1,25^2 ؛ (0,25)^2 \times 4^2$$

$$(0,05)^4 \times 20^4 ؛ 25^3 \times 0,04^3 ؛ 5^3 \times 2^3$$

36 انقل واملأ الفراغ في كل حالة:

$$3^4 \times 3^{\dots} = 3^{-2} ؛ 7^3 \times 7^{\dots} = 7^7$$

$$6^3 = 2^3 \times \dots^3 ؛ 56^2 = 7^2 \times \dots^2$$

37 انقل واملأ الفراغ في كل حالة:

$$\frac{3^{-2}}{3^{\dots}} = 3^6 ؛ \frac{9^{10}}{9^{\dots}} = 9^7$$

$$1,5^{10} = 3^{10} \times \dots^{10} ؛ 4,5^2 = 0,9^2 \times \dots^2$$

38 انقل الجدول واملأ الفراغات (يمكنك استعمال آلة

حاسبة):

a	2	...	...	9	...	-4
n	...	-1	5	...	4	...
a ⁿ	32	0,5	-32	1	1296	-1024

39 اكتب العدد الناقص في كل حالة:

$$3^2 + 4^2 = \dots^2 \quad (أ)$$

$$\dots^2 + 15^2 = 17^2 \quad (ب)$$

$$\dots^3 + 6^3 + 8^3 = 9^3 \quad (ج)$$

$$4^4 + 6^4 + 8^4 + 9^4 + 14^4 = 15^{\dots} \quad (د)$$

40 احسب:

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^3 ؛ \left(\frac{5}{3}\right)^2 ؛ \left(\frac{4}{5}\right)^3 ؛ \left(\frac{3}{10}\right)^2$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^{-1} ؛ \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} ؛ \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} ؛ \left(-\frac{2}{3}\right)^4$$

$$\left(-\frac{7}{5}\right)^{-1} ؛ \left(-\frac{1}{4}\right)^{-1} ؛ \left(-\frac{2}{3}\right)^{-1} ؛ \left(\frac{10}{47}\right)^{-1}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^4 ؛ \left(-\frac{4}{3}\right)^3 ؛ \left(-\frac{3}{5}\right)^2$$

41 اكتب على شكل قوة واحدة:

$$8 \times 2^5 \quad (أ) ؛ 6^4 \times 36 \quad (ب)$$

$$25 \times 0,2^2 \quad (د) ؛ \frac{125}{5^4} \quad (ج)$$

$$\frac{9^4}{3^3} \quad (و) ؛ 16^3 \times 2^4 \quad (هـ)$$

$$5^4 \times 16 \quad (ح) ؛ 2^3 \times 125 \quad (ز)$$

$$0,16 \times 0,81 \quad (ي) ؛ 81 \times 5^2 \quad (ط)$$

42 بدون إجراء عمليات؛ اشرح لماذا:

$$27^4 = 3^{12} \quad (ب) ؛ 36^3 = 6^6 \quad (أ)$$

43 اكتب على شكل قوة واحدة

$$\frac{2^4 \times 16}{2^6} \quad (ب) ؛ \frac{3^3 \times 9}{3 \times 3^2} \quad (أ)$$

$$\frac{8}{2^4} \quad (د) ؛ \frac{5 \times 5^3}{125} \quad (ج)$$

44 احسب ما يلي:

$$8 - 3 \times 2^2 \quad (ب) ؛ (8 - 3 \times 2)^2 \quad (أ)$$

$$8 - (3 \times 2)^2 \quad (د) ؛ (8 - 3) \times 2^2 \quad (ج)$$

45 احسب ما يلي:

$$b = (-3)^2 + 2 \times 5^2 ؛ a = 2 + 4 \times 7^2$$

$$d = [3 - 2(-4)]^2 \times 3 ؛ c = -3(-8 + 6)^2$$

46 احسب ما يلي:

$$b = 16 \div (9 - 7)^2 ؛ a = (4 + 2)^2 \div 9$$

$$d = \frac{(5^2 - 3 \times 7)^2}{10 - 2^3} ؛ c = \frac{54}{5 \times 9 - 6^2}$$

47 (1) ما هو طول ضلع مربع مساحته: 15^{10} cm^2

(2) ما هو طول حرف مكعب حجمه: 7^{15} cm^3

(3) ما هو الطول الإجمالي لكل أحرف مكعب

حجمه: 12^{21} cm^3

عند الإخفاق أعود إلى الصفحة :

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إجابتها.

43 و 42	100 000	0,0001	10 000	$10^5 = \dots\dots\dots$	1
43 و 42	10 000	0,0001	-40	$10^4 = \dots\dots\dots$	2
43 و 42	0,01	-0,1	0,1	$10^{-1} = \dots\dots\dots$	3
43 و 42	100^6	10^5	10^6	$10^3 \times 10^2 = \dots\dots\dots$	4
43 و 42	10 000	1	100	$10^3 \times 10^{-3} = \dots\dots\dots$	5
43 و 42	10 000	100 000	1 000 000	$(10^3)^2 = \dots\dots\dots$	6
43 و 42	20^{-2}	100,001	20^2	$10^2 + 10^{-2} = \dots\dots\dots$	7
43 و 42	0	99,99	99,9	$10^2 - 10^{-2} = \dots\dots\dots$	8
43 و 42	1,01	10,1	0,101	$(10^{-1} + 10^1)/10 = \dots\dots\dots$	9
43 و 42	0,010	10^{-3}	10^3	$10^{17} \div 10^{20} = \dots\dots\dots$	10
43 و 42	36×10^6	$3,6 \times 10^5$	$3,6 \times 10^8$	36 مليون تُكتب:	11
45 و 44	$5,2 \times 10^5$	$5\,200 \times 10^3$	52×10^5	الكتابة العلمية لـ 5 200 000 هي	12
45 و 44	$4,326 \times 10^4$	$4,326 \times 10^9$	$4,326 \times 10^5$	الكتابة العلمية لـ $432,6 \times 10^7$ هي	13
45 و 44	$1,2 \times 10^{-5}$	$1,2 \times 10^{-4}$	$1,2 \times 10^{-3}$	الكتابة العلمية لـ $0,012 \times 10^{-3}$ هي ...	14
45 و 44	$3,1 \times 10^{12}$	$3,1 \times 10^{11}$	$3,1 \times 10^{10}$	الكتابة العلمية لـ $6,2 \times 10^{25} \times 5 \times 10^{-14}$ هي	15
45 و 44	$-1,9 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-3}$	الكتابة العلمية لـ $23 \times 10^{-3} - 0,4 \times 10^{-2}$ هي	16
45 و 44	0,000719	0,0000719	0,00719	$7,19 \times 10^{-5}$ هي الكتابة العلمية لـ	17
45 و 44	2^{-2}	$\frac{1}{2,5}$	0,025	$2,5 \times 10^{-1}$ هي الكتابة العلمية لـ	18
45 و 44	$9,1 \times 10^8$	9×10^8	9×10^{14}	رتبة قنر $0,00912 \times 10^{11}$ هي	19
45 و 44	$0,786 \times 10^{-3}$	534×10^{-4}	0,0035	عدد محصور بين 10^{-4} و 10^{-3} هو	20
45 و 44	$A < B < C$	$A < C < B$	$B < C < A$	$C = 7,25 \times 10^{-5}$ ؛ $B = 63 \times 10^{-6}$ ؛ $A = 0,56 \times 10^{-4}$	21
43 و 42	32	-32	-10	$(-2)^5 = \dots\dots\dots$	22
43 و 42	45	3^7	3^{10}	$(3^2)^5 = \dots\dots\dots$	23
45 و 44	-100	-50	100	$-2 \times 5^2 = \dots\dots\dots$	24
45 و 44	2×4^7	2^4	4^4	نصف 4^8 هو	25

48 اكتب على شكل قوة واحدة:

$$\frac{9^6}{27^6} ; \frac{15^4}{3^4} ; \frac{100^3}{10^3} ; \frac{4^3}{2^3}$$

49 احسب وأعط النتيجة على شكل جداء عدد طبيعي

(أصغر ما يمكن) وقوة للعدد 10.

$$0,5 \times 5^7 \times 2^9 ; 0,003 \times 2^4 \times 5^4 ; \frac{2^2 \times 5^2}{10} ; 2^6 \times 5^5$$

50 بدون آلة حاسبة احسب: $A = \frac{10\,000^2 \times 100^5}{0,01^3}$

51 عبّر على شكل قوة:

$$5^{30} + 5^{30} + 5^{30} + 5^{30} + 5^{30} ; 2^{60} + 2^{60} + 2^{60} + 2^{60}$$

52 أعط كتابة علمية لكل من الأعداد:

$$A = \frac{3 \times 10^2 \times 1,8 \times 10^{-3}}{6 \times 10^4}$$

$$B = \frac{4 \times 10^{-2} \times 9 \times 10^3}{6 \times 10^7 \times 12 \times (10^3)^2}$$

53 (1) تحقق أن الجدول الموالي هو جدول سحري

ضربيا بمعنى أن جداء الأعداد في كل سطر وفي كل عمود وفي كل قطر متساوي.

3×7	$3^4 \times 7^2$	3
3^2	$3^2 \times 7$	$(3 \times 7)^2$
$7^2 \times 3^3$	1	$3^3 \times 7$

(2) انقل وأتمم الجدول الموالي بحيث يكون سحريا ضربيا:

$3^4 \times 2^2 \times 5$		
$3^4 \times 5^2$	$3^3 \times 2^2 \times 5^2$	$(3 \times 5)^2 \times 2^4$
.....		

54 عبّر بدلالة كتابة علمية عن المقادير التالية:

عمر الأرض: 4,5 مليار سنة.

عرض بكتيريا هو $1,5 \mu m$ ؛ ($1 \mu m = 0,001 mm$)

عدد سكان الكرة الأرضية هو 7,3 مليار.

سرعة الضوء: $300\,000\,000 m/s$

انقراض الديناصورات ($-65\,000\,000$) سنة.

سمك ورقة ألومنيوم: $0,002 cm$

55 إليك برنامج الحساب.

(1) اختر عددا 10^5 اطرح منه 10^5

(2) اضربه في 10^7 أعط النتيجة النهائية.

(أ) ماذا يساوي العدد النهائي إذا اخترنا: 1 ؛ 10^3 ؛ 10^{-2} ؟

(ب) ما هو العدد الذي اخترناه إذا تحصلنا على النتيجة 10^8 ؟

56 إليك برنامج حساب:

(1) اختر عدد (3) اضربه في 10^{-3}

(2) اضربه في 10^7 (4) قسمه على 10^2

باستعمال هذا البرنامج؛ ما هو العدد الذي نتحصل عليه

إذا اخترنا في البداية:

2 ؛ -5 ؛ 0,75 ؟

تقترح ليلى ضرب العدد المختار في 100 للحصول

على النتيجة. ما رأيك؟ علل إجابتك.

57 يدق قلب الإنسان حوالي 75 دقة في الدقيقة.

علما أن متوسط عمر الإنسان هو 80 سنة؛ ما هو عدد

دقات قلب الإنسان خلال حياته؟

أعط النتيجة على شكل كتابة علمية.

58 يُقدّر عدد المجرات القابلة للرؤية في الكون بـ 100

مليار؛ إذا افترضنا أن مجرة واحدة تحتوي على مئة

مليار نجمة؛ أعط عدد النجوم القابلة للرؤية في الكون

على شكل قوة للعدد 10.

59 يرمش الإنسان بعينه حوالي 30 000 مرة في اليوم.

علما أن متوسط عمر الإنسان هو 80 سنة؛ كم من مرة

يرمش الإنسان في حياته؟

اكتب النتيجة كتابة علمية.

60 إليك المعطيات التالية:

مساحة الكرة الأرضية حوالي: $5 \times 10^8 km^2$.

مساحة المحيطات حوالي: $35 \times 10^7 km^2$.

مساحة اليابسة حوالي: $150 \times 10^6 km^2$.

ما هي النسبة المئوية من مساحة الكرة الأرضية التي

تمثلها: المحيطات؟ اليابسة؟

اشرح لماذا يسمى كوكب الأرض بالكوكب الأزرق؟

61 عندما يكون القمر نصف مضاء (بالنظر إليه من

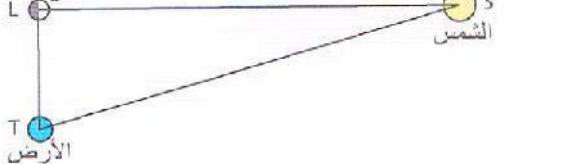
الأرض)؛ هذا يعني أن الزاوية:

(الأرض-القمر-الشمس) تساوي 90° .

احسب حينئذ المسافة بين الشمس والقمر بالكيلومتر؟

• المسافة بين الشمس والأرض: $149\,597\,870 km$

• المسافة بين الأرض والقمر: $384\,400 km$



اتعمق

احسب بالدقائق المدة التي يستغرقها الضوء لقطع المسافة من الشمس إلى الأرض (149 597 870Km) (2) السنة الضوئية هي المسافة التي يقطعها الضوء خلال سنة.

(أ) عبّر بالمتر عن سنة ضوئية، باستعمال الكتابة العلمية وبالتدوير إلى رقم واحد بعد الفاصلة.

(ب) Proxima Centauri هي النجمة الأقرب من المجموعة الشمسية ؛ وهي تقع على مسافة 11,5al (سنة ضوئية) من المجموعة الشمسية.

على كم من كيلومتر من المجموعة الشمسية تقع النجمة Proxima Centauri؟

67 في سنة 2009، قُدِّرَت كمية المعلومات المخزنة في العالم بـ: 800 مليار Gigaoctet ؛ في نهاية سنة 2020 تُقدَّر كمية المعلومات المتوقعة للاحتفاظ بـ 45 مرة أكبر من كمية 2009.

كم يلزم من قرص صلب ذي سعة 500Go لتخزين معلومات 2020؟ عبّر عن هذه الكمية بكتابة علمية.

68 أضع جرثومة واحدة في علبة ياغورت؛ تنقسم الجرثومة إلى اثنين كل ثانية؛ بحيث بعد دقيقة امتلأت كل علبة الياغورت.

ما هي المدة اللازمة لملء نفس العلبة إذا وضعنا 4 جرثومات مماثلة في البداية؟

69 (1) انقل وأتمم الجدول الموالي:

العدد	2	2 ²	2 ³	2 ⁴	2 ⁵	2 ⁶	2 ⁷	2 ⁸
رقم الأحاد								

(2) عيّن رقم أحاد الأعداد التالية: 2⁹ ؛ 2¹³ ؛ 2¹⁸ ؛ 2⁴⁰

(3) عيّن رقم أحاد 2²⁰¹²

70 السنة الضوئية (al) هي المسافة التي يقطعها الضوء خلال سنة.

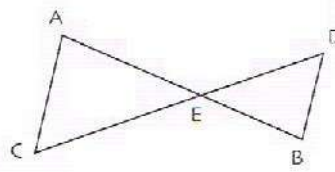
سرعة الضوء في الفراغ والهواء

هي: 299 795 458m/s

في سنة 2005 لاحظ علماء الفلك انفجار نجمة تقع على بُعد 13 مليار سنة ضوئية من الأرض.

عبّر عن هذه المسافة بالكيلومتر.

62 المستقيمان (AC) و (BD) متوازيان.



$$AE = 4,2 \times 10^4$$

$$EB = 3,2 \times 10^3$$

$$EC = 6,8 \times 10^5$$

احسب الطول ED.

63 مزّق شخص ورقة إلى 8 أجزاء (مرحلة أولى) ؛ ثم أخذ جزءاً ومزقه إلى 8 أجزاء (مرحلة ثانية)؛ وهكذا في كل مرحلة يأخذ جزءاً ويمزقه إلى 8 أجزاء.

بعد كم من مرحلة يكون عدد الأجزاء المحصل عليها 2017 إذا افترضنا أن هذا الشخص قادر على تمزيق الورق حتى ولو كان صغيراً ؟

64 (1) علبة ذات 500 ورقة من الشكل A4 لها سُمك 5cm.

(أ) ما هو سُمك الورقة الواحدة؟

(ب) استعمل قوة للعدد 10 للتعبير عن هذا السُمك بالمتر.

(2) نطوي هذه الورقة على اثنين.

ما هو سُمك هذه الورقة بعد الطي؟

(3) نطوي الورقة مجدداً على اثنين.

ما هو السُمك المحصل عليه بعد الطي؟

(4) نفترض أنه بمقدورنا طي الورقة على 2 بعدد المرات الذي نريد.

ما هو السُمك المحصل عليه عند طي الورقة 10 مرات؟

65 (1) مساحة الكرة الأرضية تساوي بالتقريب

$$510\ 067\ 420\text{Km}^2$$

تمثل المحيطات 71% من هذه المساحة؛ ما هي مساحة المحيطات؟

(2) نفرض أن متوسط عمق المحيطات هو 3 800m

أعط قيمة مقربة لحجم المحيطات.

(3) يمثل هذا الحجم 97% من الحجم الكلي للماء الموجود على الأرض؛ ما هو الحجم الكلي للماء الموجود على الأرض؟

(4) أعط تقديراً لحجم قاعة دراسة في مؤسستك؟ كم يلزم من قاعة دراسة لاحتواء كل الكمية الموجودة في الأرض؟

66 (1) يقطع الضوء في الفراغ وفي الهواء مسافة 299 792 458m/s.

مل عليه

للحصول

قة.

أ هو عدد

ن ب 100

على مئة

في الكون

يوم.

م من مرة

5.

ضحية التي

ق؟

ر إليه من

ومتر؟

149 59

3

لقمر

الأرض

وضعية



جزيء ثاني أكسيد الكربون

ديكا	هكتو	كيلو	ميغا	جيجا	تيرا
Déca	Hecto	Kilo	Méga	Giga	Téra
10^1	10^2	10^3	10^6	10^9	10^{12}

بيكو	نانو	ميكرو	ميلي	سنتي	ديسي
Pico	Nano	Micro	Milli	Centi	Déci
10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}

ثنائي أكسيد الكربون هو جزيء مكون من ذرة واحدة للكربون وذرتي أكسجين.

r_1 نصف قطر ذرة الأكسجين هو 48pm

r_2 نصف قطر ذرة الكربون هو 67pm

d المسافة بين مركزي الذرتين هي 0,112nm

(1) أعط الكتابة العلمية لكل من r_1 ؛ r_2 و d .

(2) ما هو طول جزيء ثاني أكسيد الكربون؟

استعن بالجدول التالي:

توجيهات

قراءة وفهم الوضعية

(1) ما دلالة كل من r_1 ؛ r_2 ؛ d ؟

(2) ما دلالة pm ؛ nm ؟

(3) ما هو المطلوب؟

تحليل الوضعية واختيار استراتيجية حل مناسبة

(1) كيف نكتب عددا عشريا كتابة علمية؟

(2) ما هي الوحدة المناسبة التي نختارها لتحويل الأطوال المعطاة إليها.

(3) هل الشكل متناظر؟ أعط عبارة مبسطة لطول الجزيء بدلالة r_1 ؛ r_2 ؛ d .

حل مختصر

$$d = 2(r_1 + r_2 + d)$$

$$4,54 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$4,54 \times 10^{-7} \text{ nm}$$

$$1 \text{ nm (nanomètre)}$$

$$d = 0,112 \text{ nm}$$

$$d = 0,112 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$d = 1,12 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$1 \text{ pm (pictomètre)}$$

$$1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$$

$$r_1 = 48 \text{ pm} = 48 \times 10^{-12} \text{ m}$$

$$r_1 = 48 \text{ p} = 48 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$r_2 = 67 \text{ pm} = 1,7 \times 10^{-11} \text{ m}$$

وضعية للتقويم

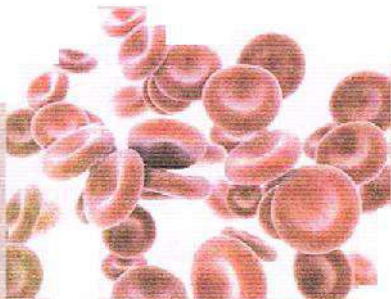
(1) يحتوي 1 mm^3 من الدم على 4 500 000 كرية دم حمراء،

ويحتوي جسم الإنسان على 6L من الدم. كم كرية حمراء يحتوي عليها؟

(2) شكل الكرية الحمراء قابل للتشبيه مع أسطوانة قطرها $7,5 \mu\text{m}$

وارتفاعها $2 \mu\text{m}$ ($1 \mu\text{m} = 10^{-3} \text{ mm}$)

إذا تراكمت الكريات الحمراء ؛ ما هو ارتفاع العمود المتحصّل عليه؟



حساب قوى عدد نسبي باستعمال مجداول إكسال

مكافأة «سيسا»

- وعد «شيران» وهو ملك هندي، «سيسا» مخترع لعبة الشطرنج، بأن يعطيه كل ما يطلبه مكافأة له على اختراعه ؛ وطلب منه ما يريد، فأجاب سيسي:
- أعطني حبة قمح في الخانة الأولى من لعبة الشطرنج، وحبتي في الخانة الثانية وأربع حبات في الخانة الثالثة وهكذا بوضع الضعف في الخانة الموالية حتى الخانة الرابعة والستين.
- (1) هل تظن كما ظن الملك أن هذا الطلب متواضع جدا؟
 - (2) ما هو عدد حبات القمح في كل خانة؟
 - (3) ما هو عدد حبات القمح الإجمالي؟
 - (4) إذا كانت حبة القمح تزن 50mg ما هي بالطن الكمية اللازمة؟
 - (5) إذا كانت حصيلة القمح السنوية هي 50 000 طن، كم من سنة يلزم الملك للوفاء بعهده؟

حل.

يعتمد على حساب عدد حبات القمح الإجمالي، لذلك نحسب عدد حبات القمح في كل خانة ثم نجمع.

- (1) افتح صفحة من المجدول وأتممها كما هو مقابل.
- (2) سنكمل السطر الثالث:

(أ) أكمل الخانة A3 كما هو مقابل؛ ثم اضغط على اللمسة  « Enter » من لوحة المفاتيح. (أدخلنا قاعدة في الخانة A3).

- (ب) تحقق فعلا أن نتيجة الحساب قد ظهرت في الخانة A3.
- (ج) في الخانة B3 نريد حساب «محتوى B2 ضرب 2» أدخل القاعدة التي تسمح بهذا الحساب في الخانة B3.
- (3) أتمم السطور رقم 4 و 5 بإدخال قواعد حساب.
- (4) لتفادي مواصلة العمل بهذه الطريقة يمكنك نقل القواعد بالشكل التالي:

(أ) حدّد بالفأرة الخانتين A5 و B5

(ب) خذ بال مؤشر واضغط باستمرار على المربع الصغير في أسفل الخانة B5 ثم اسحبه نحو الأسفل حتى الخانة B65.

(5) لحساب عدد حبات القمح في الخانة D2 مثلا؛ أدخل القاعدة $SOMME(B2:B65)$ ؛ ثم اضغط على مفتاح

الدخول  « Enter » ؛ ثم فسر النتيجة المسجلة

على المجدول.

A	B	C
رقم الخانة	عدد حبات القمح	
1	1	
2		
3		

A	B	C
رقم الخانة	عدد حبات القمح	
1	1	
2		
3	=A2+1	
4		

A	B	C
رقم الخانة	عدد حبات القمح	
1	1	
2		
3	=B2*2	
4		

A	B	C
رقم الخانة	عدد حبات القمح	
1	1	
2	2	
3	4	
4	8	
5		
6		

A	B	C	D
رقم الخانة	عدد حبات القمح		
1	1		
2	2		
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			
31			
32			
33			
34			
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			
46			
47			
48			
49			
50			
51			
52			
53			
54			
55			
56			
57			
58			
59			
60			
61			
62			
63			
64			
65			
66			
67			
68			
69			
70			
71			
72			
73			
74			
75			
76			
77			
78			
79			
80			
81			
82			
83			
84			
85			
86			
87			
88			
89			
90			
91			
92			
93			
94			
95			
96			
97			
98			
99			
100			

الحساب الحرفي

سأتعلم في هذا الباب

تبسيط عبارة جبرية.

نشر عبارات جبرية من الشكل: $(a+b)(c+d)$

حيث a و b و c و d أعداد نسبية.

حساب قيمة عبارة حرفية.

مقارنة عددين ناطقين.

العبارة الحرفية: $x^4 + 4x^3 + 10x^2 + 12x + 9$

تكتب:

العبارة الحرفية: $10x^2 - 20$

تكتب:

لا تعني العملية (-)

مهدي عبد الجواد، الملقب السابع المغاربي حول تاريخ الرياضيات العربية، مراكش جوان 2002 (بتصرف)

استعمال الرموز والعبارات الحرفية عند العرب

يُرجع المؤرخون الفضل لعالم الرياضيات محمد بن موسى الخوارزمي (780 - 850، بغداد) في استعمال الرمز ش الحرف الأول من كلمة (شيء) للترميز للمجهول. وقد ظهر الترميز والتعبير الحرفي جلياً في أعمال عالم الرياضيات الأندلسي المغربي أبو الحسن علي بن محمد القاصدي (1412 - 1486 تونس) حيث استعمل:

عدد (وحدة)	شيء x^2	مال x^2	x^3	x^4
الترميز	ع	س	م	م

تحدي

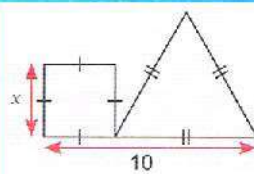
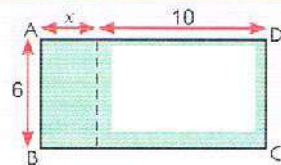
عددان مجموعهما 191,7

بكم يزداد جداهما إذا أضفنا لكل منهما 10؟



جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إياها.

الإجابات			الأسئلة
(3)	(2)	(1)	
18	-2	6	1. $8 - 5 \times 2$ يساوي
18	-2	6	2. $2 \times (8 - 5)$ يساوي
-6	3	0	3. $3 - 3^2$ يساوي
$a \times a^2$	$3a$	a^3	4. $a \times a \times a$ يساوي
$x + 5$	$5x$	x^5	5. $x + x + x + x + x$ يساوي
$(x + 5)(2 - x)$	$7 + (x - 3)$	$3x + 4$	6. أي العبارات هي عبارة جداء
$2x + 3$	$6x$	$5x$	7. $3 + 2x$ يساوي
$7x$	$10x^2$	$10x$	8. $5x \times 2x$ يساوي
$(x + 7) \times 3$	$3(x + 7)$	$x + 7 \times 3$	9. أي من العبارات موافقة للبرنامج الآتي: • اختر عدداً. • أضف إليه 7. • اضرب الناتج في 3.
$2(x + 16)$	$2(x + 10) + 12$	$2(6x + 10)$	10. محيط المستطيل ABCD يساوي
$6x + 10$	$6(x + 10)$	$6x + 60$	11. مساحة المستطيل ABCD المرسوم أعلاه تساوي
$10 - 3x$	$30 - x$	$3(10 - x)$	12. في الشكل المقابل محيط المثلث يساوي



1 تبسيط عبارة جبرية

(أ) l وحدة طول. للتعبير عن طول الخط الأحمر بدلالة l

اقترح كل من إلياس ومريم العبارتين:

اقترح إلياس: $4 \times (3l)$

اقترح مريم: $3l + 3l + 3l + 3l$

كيف تبرّر صحة كل من الاقتراحين؟

• ميّز عبارة المجموع وعبارة الجداء من بين الاقتراحين.

• بسّط كلا من العبارتين السابقتين.

(ب) • عبّر بدلالة x عن مساحة المربع البني.

• عبّر بدلالة x عن بعدي المستطيل ABCD.

• عبّر بطريقتين مختلفتين عن مساحة المستطيل ABCD بدلالة x .

2 حذف الأقواس

إليك أجوبة ثلاثة تلاميذ عن المسألتين الآتيتين:

(1) كان في خزان شاحنة 50 لترا من البنزين، استهلك منها 14 لترا للوصول إلى المحجرة، و 17 لترا للعودة

إلى الورشة. اكتب سلسلة عمليات تسمح بحساب عدد لترات البنزين المتبقي في خزان هذه الشاحنة.

(2) كان في الحافلة 36 راكبا. عند وصولها المحطة ركب فيها 29 شخصا ونزل 7 أشخاص. اكتب سلسلة

عمليات تسمح بحساب عدد ركاب هذه الحافلة عند مغادرتها المحطة.

التلميذ ③	التلميذ ②	التلميذ ①
$50 - (14 - 17) \quad (1)$ $36 + (29 - 7) \quad (2)$	$50 - 14 - 17 \quad (1)$ $36 - 29 - 7 \quad (2)$	$50 - (14 + 17) \quad (1)$ $36 + 29 - 7 \quad (2)$

(أ) احسب نتيجة كل سلسلة. ثم حدّد الإجابات الصحيحة.

(ب) اكتب كل سلسلتين متساويتين واربطهما بالرمز $=$.

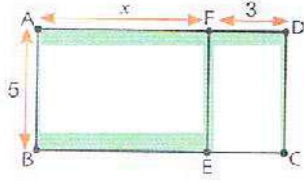
(ج) احسب كلا من سلاسل العمليات الآتية، ثم اكتبها بدون أقواس.

$$D = 9 - (4 - 2, 3) \quad , \quad C = 3, 4 - (-3 + 7) \quad , \quad B = 9 + (-13 - 6) \quad , \quad A = 5 + (3 - 7)$$

(د) ما هو التخمين الذي يمكنك وضعه لحذف قوسين غير متبوعين بالإشارة (x) أو الإشارة (÷) في مجموع جبري؟

3 نشر عبارات جبرية

(1) نشر عبارات من الشكل: $a(b+c)$ حيث a و b و c أعداد



(أ) يرمز x إلى طول المستطيل ABEF.

• عبّر، بدلالة x ، عن AD طول المستطيل ABCD.

• عبّر، بطريقتين مختلفتين، عن مساحة المستطيل ABCD بدلالة x .

• استنتج مساواة بين عبارتي مساحة المستطيل ABCD.

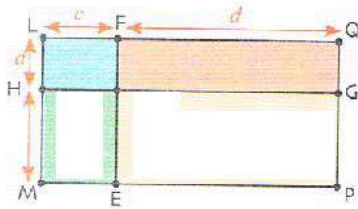
نشر جداء يعني كتابته على شكل مجموع

(ب) انشر كلا مما يأتي:

$$C = x(y+3) \quad , \quad B = -2 \times (3-y) \quad , \quad A = 5 \times (x-3)$$

(2) نشر عبارات من الشكل: $(a+b)(c+d)$ حيث a و b و c و d أعداد

في الشكل المرفق LMPQ مستطيل و (GH) ، (EF) متعامدان و [LQ] ، [HG] متوازيان.



(أ) • عبّر، بدلالة a ، b ، c ، d عن بعدي المستطيل LMPQ.

• عبّر عن مساحة المستطيل LMPQ مرة كجداء لبعديه،

ومرة كمجموع أربع مساحات.

• استنتج مساواة بين عبارتي مساحة المستطيل LMPQ.

(ب) انشر كلا مما يأتي:

$$C = (2x-5)(x-7) \quad , \quad B = (x-5)(3-y) \quad , \quad A = (x+2)(x+3)$$

4 حساب قيمة عبارة حرفية

(أ) احسب قيمة العبارة $A = (3x+2)(x-5)$ من أجل كل من $x = 1$ و $x = -1$ و $x = 5$.

(ب) هذا نشر أحد التلاميذ للعبارة A.

$$A = 3x^2 - 17x - 6$$

بيّن كيف تستعمل قيم العبارة A من أجل $x = 1$ و $x = -1$ و $x = 5$ لتبرير عدم صحة عمل هذا التلميذ.

5 مقارنة عددين ناطقين

(أ) انقل الجدول المقابل وأكمّله. (لإتمام العمود الثالث

يمكن استعمال مستقيم مدرّج في كل حالة، لتعليم النقطة A

ذات الفاصلة a ، والنقطة B ذات الفاصلة b).

(ب) a و b عدنان. انقل وأكمل ما يلي بما يناسب

(موجباً، سالباً، أكبر، أصغر).

«إذا كان $a - b$ يكون a من b .

وإذا كان $a - b$ يكون a من b ».

(ج) كيف يصبح الفرق $a - b$ عندما يكون a يساوي b .

وع جبري؟

a	b	مقارنة a و b	إشارة الفرق $a - b$
$\frac{5}{7}$	$\frac{2}{3}$		
$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{9}$		
$-\frac{8}{3}$	$\frac{5}{9}$		
$-\frac{1}{7}$	$-\frac{4}{9}$		
$-\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{7}$		

1 تبسيط عبارة حرفية

أمثلة

• تبسيط عبارة جداء

$$4 \times (3l) = 4 \times 3 \times l = (4 \times 3) \times l = 12l$$

$$(3x) \times (5x) = 3 \times x \times 5 \times x = 3 \times 5 \times x \times x = 15x^2$$

• تبسيط مجموع جبري

$$4l + 4l + 4l + 4l = 16l$$

$$3x + 5x = 8x$$

تبسيط عبارة حرفية يعني كتابتها بأقل ما يمكن من الحدود في حالة مجموع أو العوامل في حالة جداء.

2 حذف الأقواس في عبارة جبرية

أمثلة

• القوسان مسبوقتان بالإشارة (+)

$$a + (7 - b) = a + 7 - b$$

$$x + (-2 - 3x) = x - 2 - 3x$$

• القوسان مسبوقتان بالإشارة (-)

$$a - (-2b + 9) = a + 2b - 9$$

$$x - (-6x - y) = x + 6x + y$$

في عبارة جبرية يمكن حذف القوسين غير المتبوعتين بـ $\times$ أو $\div$ بشرط أن:

• نحذف المسبوقتين بالإشارة + دون تغيير

إشارات الحدود الموجودة بين القوسين.

• ونحذف المسبوقتين بالإشارة - مع تغيير إشارة

كل حد موجود بين القوسين.

3 نشر عبارات جبرية

أمثلة

$$5(x + 2) = 5x + 5 \times 2$$

$$= 5x + 10$$

$$-2x(7 - 1,5x) = -2x \times 7 - (-2x) \times (1,5x)$$

$$= -14x + 3x^2$$

$$+(7 - b) = (+1) \times [7 + (-b)]$$

$$= (+1) \times 7 + (+1) \times (-b) = 7 - b$$

$$-(-2x - y) = (-1) \times [-2x + (-y)]$$

$$= (-1) \times (-2x) + (-1) \times (-y) = +2x + y$$

$$(2x - 3)(-4 + x) = -8x + 2x^2 + 12 - 3x$$

$$= 2x^2 - 11x + 12 \quad \text{ثم نبسط}$$

نشر عبارة جداء يعني كتابتها على شكل مجموع.

خاصية 1

من أجل كل a, b, c أعداد نسبية

$$a(b + c) = ab + ac$$

ملاحظات

(أ) تسمى الخاصية 1 بالخاصية التوزيعية (توزيع الضرب على الجمع).

(ب) يمكن تبرير قاعدة حذف الأقواس باستعمال هذه الخاصية 1.

خاصية 2

من أجل كل a, b, c, d أعداد نسبية

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

• حذف الأقواس وتبسيط عبارة حرفية

تمرين: بسّط العبارة: $A = 5x^2 - 8 + (10x - 3x^2) - (2 - 3x)$

$$A = 5x^2 - 8 + 10x - 3x^2 - 2 + 3x$$

حل: نحذف الأقواس (بتطبيق القاعدة المناسبة)

$$A = \overline{5x^2 - 3x^2} + \underline{10x + 3x} - 2 - 8$$

نجمع الحدود المتشابهة

$$A = (5 - 3)x^2 + (10 + 3)x - 10$$

$$A = 2x^2 + 13x - 10$$

ملاحظة

كتابة العبارة $10x + 3x$ على الشكل $13x$ هو تطبيق للخاصة $(b + c)a = ba + ca$.

• نشر عبارة حرفية وتبسيطها (1)

$$A = 3 \times 1 + 3 \times (-4x) - 7 \times x - 7 \times (-2) + x \times 5 + x \times (-3x)$$

تمرين: انشر وبسّط العبارة:

$$A = 3 - 12x - 7x + 14 + 5x - 3x^2$$

$$A = 3(1 - 4x) - 7(x - 2) + x(5 - 3x)$$

$$A = \overline{+3 + 14} + \underline{-12x - 7x + 5x} - 3x^2$$

حل: نطبق الخاصة التوزيعية ونبسّط

الجداءات ثم نبسّط المجموع الجبري.

$$A = 17 + (-12 - 7 + 5)x - 3x^2$$

$$A = 17 - 14x - 3x^2$$

• نشر عبارة حرفية وتبسيطها (2)

$$A = 3x \times 2 + 3x \times (-x) + 4 \times 2 + 4 \times (-x)$$

تمرين: انشر وبسّط العبارة:

$$A = 6x - 3x^2 + 8 - 4x$$

$$A = (3x + 4)(2 - x)$$

$$A = \overline{6x - 4x} - 3x^2 + 8$$

حل: ننشر ونبسّط الجداءات ثم نبسّط

المجموع الجبري.

$$A = (6 - 4)x - 3x^2 + 8$$

$$A = 2x - 3x^2 + 8$$

$$A = -3x^2 + 2x + 8$$

- نرتب عبارة المجموع حسب قوى x

تنازليا.

دوري الان

② انشر وبسّط كلا من العبارتين:

① بسّط العبارة:

$$B = (-x + 6)(3 + 2x) \quad A = 7x(3 - 2x) - 5(-3x + 4)$$

$$A = -2x^2 + 7 - (-x + 5x^2) + (-9x + 1)$$

4 حساب قيمة عبارة حرفية

أمثلة

• احسب قيمة العبارة $A = 3x^2 - 7x - 4$ من أجل $x = 2$.نعوض x بالعدد 2 في العبارة A فنجد

$$A = 3 \times 2^2 - 7 \times 2 - 4$$

$$A = 3 \times 4 - 14 - 4$$

$$A = 12 - 14 - 4$$

$$A = -6$$

• احسب قيمة العبارة $B = (-5x + 7)(2 - y)$ من أجل

$$x = -1,4 \text{ و } y = -9.$$

نعوض x بالعدد -1,4 و y بالعدد -9 في العبارة B فنجد

$$B = [-5 \times (-1,4) + 7][2 - (-9)]$$

$$B = [7 + 7][2 + 9]$$

$$B = 14 \times 11$$

$$B = 154$$

لحساب قيمة عبارة حرفية من أجل بعض

قيم للحرف أو الحروف في العبارة،

نعوض الحروف بهذه القيم ونجري

الحسابات باحترام قواعد أولوية العمليات.

ملاحظة

عند التعويض نكتب إشارة الضرب $\times$ بين العددين، وفي حالة التعويض بعدد سالب نستعمل الأقواس.مثال 1: عند تعويض x بالعدد 3 في العبارة $5x$ ، نكتب 5×3 مثال 2: عند تعويض x بالعدد -3,2 في العبارة $5x$ ، نكتب $5 \times (-3,2)$

5 مقارنة عددين ناطقين

أمثلة

• لمقارنة $\frac{5}{3}$ و $\frac{9}{7}$.

$$\text{نحسب الفرق } \frac{5}{3} - \frac{9}{7} : \text{ إن } \frac{5}{3} - \frac{9}{7} = \frac{8}{21}$$

$$\text{بما أن } \frac{5}{3} - \frac{9}{7} > 0 \text{ فإن } \frac{5}{3} > \frac{9}{7}$$

• لمقارنة $-\frac{13}{9}$ و $-\frac{6}{5}$.

$$\text{نحسب الفرق } -\frac{13}{9} - \left[-\frac{6}{5}\right] : \text{ إن } -\frac{13}{9} - \left[-\frac{6}{5}\right] = -\frac{11}{45}$$

$$\text{بما أن } -\frac{13}{9} - \left[-\frac{6}{5}\right] < 0 \text{ فإن } -\frac{13}{9} < -\frac{6}{5}$$

 a و b عددان ناطقان.تُمكن إشارة الفرق $a - b$ من ترتيبالعددين a و b .

$$a > b \text{ معناه } a - b > 0.$$

$$a < b \text{ معناه } a - b < 0.$$

$$a = b \text{ معناه } a - b = 0.$$

• توظيف قيمة عبارة حرفية والحساب الحرفي

تمرين : إليك العبارات الحرفية $A = 2x^2 - 6$ ، $B = (x - 1)(2x + 6)$ ، $C = 2(x^2 + x) + 2(x - 3)$.

(1) احسب قيمة كل من العبارات A ، B ، C من أجل $x = 1$.

(2) هل العبارتان A و B متساويتان؟ برّر إجابتك.

(3) هل العبارتان B و C متساويتان؟ برّر إجابتك.

حل : (1) نعوض x بالعدد 1

$$A = 2 \times (1)^2 - 6 = 2 \times 1 - 6 = 2 - 6 = -4$$

في العبارة A ، فنجد:

$$B = (1 - 1)(2 \times (1) + 6) = 0 \times (2 + 6) = 0$$

وكذا في العبارة B ، فنجد:

$$C = 2 \times ((1)^2 + 1) + 2 \times (1 - 3) = 2 \times (1 + 1) + 2 \times (-2)$$

وكذا في العبارة C ، فنجد:

$$= 2 \times 2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

(2) العبارتان A و B غير متساويتين، لأن من أجل $x = 1$ ليس لهما نفس القيمة.

(3) نلاحظ أن من أجل $x = 1$ فإنّ للعبارتين B و C نفس القيمة، ومنه يمكن أن نكون متساويتين.

$$B = (x - 1)(2x + 6) = 2x^2 + 6x - 2x - 6 = 2x^2 + 4x - 6$$

ننشر العبارة B ، فنجد:

$$C = 2(x^2 + x) + 2(x - 3) = 2x^2 + 2x + 2x - 6$$

ننشر العبارة C ، فنجد:

$$= 2x^2 + 4x - 6$$

ومنه نجد أنّ العبارتين B و C متساويتان.

ملاحظة

لا يكفي تساوي قيمتي عبارتين للحكم على تساوي هاتين العبارتين.

مثال: العبارتان $x^2 + 19$ و $x^2 - 7x + 19$ غير متساويتين، ولكن لهما نفس القيمة 19 من أجل $x = 0$.

• مقارنة عددين ناطقين

تمرين : قارن بين العددين بحساب فرقهما في كل حالة: $\frac{14}{13}$ ، $\frac{8}{7}$ و $\frac{-5}{9}$ ، $\frac{3}{-4}$

حل :

$$\text{نحسب الفرق } \frac{-5}{9} - \left(\frac{3}{-4}\right) \text{ فنجد}$$

$$\frac{-5}{9} - \left(\frac{3}{-4}\right) = \frac{7}{36}$$

$$\text{بما أن } \frac{-5}{9} - \left(\frac{3}{-4}\right) > 0 \text{ فإن } \frac{-5}{9} > \left(\frac{3}{-4}\right)$$

$$\text{نحسب الفرق } \frac{14}{13} - \frac{8}{7} \text{ فنجد } \frac{14}{13} - \frac{8}{7} = -\frac{6}{91}$$

$$\text{بما أن } \frac{14}{13} - \frac{8}{7} < 0 \text{ فإن } \frac{14}{13} < \frac{8}{7}$$

ملاحظة

لمقارنة عددين ناطقين يمكن كتابتهما على شكل كسرين لهما نفس المقام الموجب، ثم ترتيبهما حسب ترتيب بسطيهما.

دوري الآن

(1) أ) احسب قيمة كل من العبارات $A = (x + 4)(x - 3)$ و $B = x^2 - 12$ من أجل $x = -4$.

حالة: $\frac{13}{6}$ ، $\frac{35}{17}$ و $\frac{2}{-3}$ ، $\frac{4}{-5}$

ب) هل العبارتان A و B متساويتان؟ برّر إجابتك.

8 انشر كل عبارة من العبارات الآتية:

- (أ) $4(3x-5)$ (ب) $-5(9-2a)$
(ج) $3(6-4x)$ (د) $-2x(x+4)$
(هـ) $4x(-3x+2y)$ (و) $-7(2x-1)$

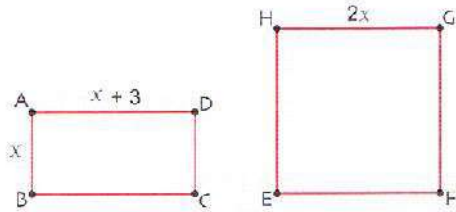
9 إليك العبارتين:

$$B = -4x + 3(x^2 + 4), \quad A = x(3x - 4) + 12$$

انشر كلا من العبارتين A و B.

ما الذي يمكنك استنتاجه بالنسبة للعبارتين A و B؟

10 نعتبر المربع والمستطيل الآتيين:



نرمز إلى مساحتي المربع والمستطيل بالرمزين A و B على الترتيب.

(أ) عبّر بدلالة x عن كل من A و B.

(ب) احسب كلا من A و B من أجل $x = 1$.

(ج) هل يمكن القول أن العبارتين A و B متساويتان؟

(د) بيّن أن العبارتين A و B غير متساويتين.

11 اكتب على شكل جداء كلا من المجاميع الآتية:

$$5x - 15 ; n^2 + 3n ; 6x + x^2$$

$$-3x - 12 ; 15x - 12 ; 2y + 6$$

$$5z^2 + 2z ; 5t^2 - 25t$$

حذف الأقواس

12 اكتب كل عبارة من العبارات الآتية بدون أقواس

ثم بسّطها إن أمكن.

$$(أ) -4 + (-x + 3y)$$

$$(ب) 7 - (-x + 2y)$$

$$(ج) 3h - (2h + 1)$$

$$(د) 12 - (2 - 4a) + (3a - 5)$$

$$(هـ) 6 + (-4a + 3) - (2 - 5a + b)$$

حساب قيمة عبارة حرفية

1 لتكن العبارة الحرفية $A = -2x + 5$

احسب قيمة العبارة A من أجل:

$$(أ) x = 7 ; (ب) x = -1 ; (ج) x = -3$$

2 لتكن العبارة الحرفية $B = x^2 - 4x + 3$

احسب قيمة العبارة B من أجل:

$$(أ) x = 0 ; (ب) x = 2 ; (ج) x = -2$$

3 اختبر صحة كل مساواة من المساواتين الآتيتين من

$$x = 1$$

$$(3x - 1)(2 - x) = -3x^2 + 7x - 2$$

$$14x - 7x^2 = -7x(x - 2)$$

4 بيّن اللحظة التي يرى فيها سائق السيارة عائقا

أمامه ولحظة توقف السيارة بفعل عملية الكبح، هناك

مسافة تقطعها السيارة تُعرف بمسافة التوقف،

يُمكن حساب قيمة تقريبية لها باستعمال العبارة

$$d = 0,0064v^2 + 0,5v$$

حيث v سرعة السيارة قبيل عملية الكبح.

احسب مسافة التوقف في الحالات الآتية:

$$(أ) v = 50 \text{ k.h}^{-1} ; (ب) v = 90 \text{ k.h}^{-1}$$

$$(ج) v = 130 \text{ k.h}^{-1}$$

توزيعية الضرب

5 اكتب على أبسط شكل ممكن كل عبارة جبرية من

العبارات الآتية:

$$(أ) 7x \times 5x ; (ب) 3 \times 2x \times 6x$$

$$(ج) 4 \times 8x \times x ; (د) 7x + 5x$$

$$(هـ) 7x + 5x + 9x ; (و) 3x + x$$

6 اشرح الخطأين المرتكبين من قبل زميلك.

$$5x \cdot 3 = 2x$$

$$3x + 7x = 10x^2$$

7 بسّط كلّما أمكن، كل عبارة مما يأتي:

$$H = 5 + 4x$$

$$G = 3x + 11x$$

$$K = 3x - 2$$

$$I = 2b^2 + 3b^2$$

$$M = 2 - 9x$$

$$L = 2x - 8x$$

أوظف تعلماتي

17 أنشر ثم بسّط كلّاً من العبارتين:

$$E = (-2x + 3)(3x - 2)$$

$$F = (5x - 2)(-3x + 9)$$

18 قام أحد التلاميذ بنشر الجداء $(5x + 1)(x + 3)$ ثم تبسيطه ، فكتب:

$$(5x + 1)(x + 3) = 5x^2 + 15x + 3$$

(1) اختبر صحة هذا النشر.

(2) انشر وبسّط العبارة $(5x + 1)(x + 3)$.

19 (1) باستعمال المساواة:

$$2010 \times 81 = (2000 + 10) \times (80 + 1)$$

استعمال الآلة الحاسبة، احسب 2010×81 .

(2) بطريقة مماثلة، احسب:

$$2010 \times 93 ; 2010 \times 76$$

20 إليك العبارة $E = (5x - 6)(x + 4)$

(1) انشر وبسّط العبارة E.

(2) احسب قيمة العبارة E من أجل $x = \frac{1}{5}$ ، مرّة

باستعمال العبارة الأصلية ومرّة أخرى باستعمال

العبارة المبسّطة.

21 إليك العبارة:

$$E = 3(4x - 5) + (x + 2)(x - 7)$$

(1) انشر وبسّط $3(4x - 5)$.

(2) انشر وبسّط $(x + 2)(x - 7)$.

(3) استنتج تبسيطاً للعبارة E.

22 طلب الأستاذ من تلاميذه نشر وتبسيط العبارة

$$B = 3(x - 5)(4x + 9)$$

تظهر في إجابتى تلميذين بداية الحل فقط.

$$B = 3(\dots)$$

$$(x - 5)(4x + 9)$$

$$3(x - 5)$$

$$3(x - 5)3 \times x - 3 \times 5$$

$$3(x - 5) = 3x - 15$$

$$B = (\dots)(4x + 9)$$

(1) أتمم الإجابتين السابقتين.

(2) اقترح كيفية أخرى لنشر وتبسيط العبارة B.

13 اكتب كل عبارة من العبارات الآتية بدون أقواس ثم بسّطها كلّما أمكن ذلك.

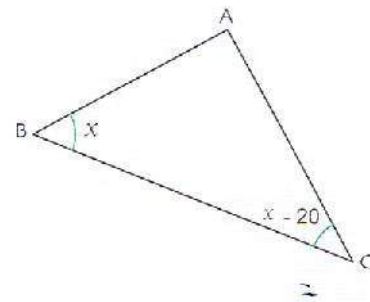
$$A = 3a + 6 - (4a + 5) + (2 - 7a) \quad (أ)$$

$$B = -b + 8 + (4b - 1) - (7b - 3) \quad (ب)$$

$$C = 9 - 4x + x - (5 - 2x) + 6 + (8 - 3x) \quad (ج)$$

$$D = d - 2 - (5d + 3) + (7d - 1) - (2d - 2) \quad (د)$$

14 يشير x إلى عدد أكبر تماماً من 20.



(1) عبّر بدلالة x وبشكل مبسّط عن قياس الزاوية $\widehat{A}$.

(2) احسب قياس الزاوية $\widehat{A}$ في كل حالة ممّا يأتي:

$$(أ) \quad x = 30 \quad (ب) \quad x = 45 \quad (ج) \quad x = 90$$

(3) هل يمكن أن يكون $x = 120$ ؟ اشرح.

15 طلب الأستاذ من تلاميذه نشر العبارة:

$$A = 3 + (x - 2) \times 5$$

إليك جزءاً من ورقة إجابة زميلك.

$$\begin{aligned} A &= 3 + (x - 2) \times 5 \\ &= 3 \times x - 3 \times 2 \times 5 \\ &= 3x - 30 \end{aligned}$$

(أ) ما هو الخطأ المرتكب من طرف زميلك؟

(ب) أعد العمل الذي قام به زميلك مصححاً الخطأ.

نشر العبارة $(a + b)(c + d)$

16 (أ) أنشر و بسّط كل عبارة ممّا يأتي.

(ب) اختبر صحة ما توصلت من أجل قيمتين للمتغير x.

$$B = (x + 2)(3 - 2x) , A = (x + 1)(x + 5)$$

$$D = (4x - 3)(6x + 1) , C = (5x + 2)(3 + 7x)$$

23 (1) انشر ثم بسط $(x+3)(x+4)$.

(2) انشر ثم بسط العبارة: $A = x(x+3)(x+4)$

24 تذكير: $a^2 = a \times a$

انشر ثم بسط كل عبارة مما يأتي:

$$B = (2x-5)^2 \quad ; \quad A = (x+3)^2$$

$$(a-b)^2 \quad ; \quad (a+b)^2$$

25 (1) انشر ثم بسط العبارة:

$$(x-4)^2 - (x-2)(x-8)$$

(2) استنتج طريقة تسمح بحساب سريع للسلسلة:

$$9996^2 - 9998 \times 9992$$

26 (1) انشر ثم بسط العبارة:

$$A = (x+1)(x-1)$$

(2) احسب ذهنيًا:

$$1001 \times 999 \quad ; \quad 101 \times 99$$

مقارنة عددين ناطقين

27 قارن بين العددين الناطقين a و b في كل حالة

مما يأتي:

$$a-b = 0,1 \quad (أ) \quad a-b = -\frac{5}{2} \quad (ب)$$

$$b-a = 7 \quad (ج) \quad b-a = -10^{-2} \quad (د)$$

$$a-b = \frac{2}{5} \quad (هـ) \quad b-a \geq 1 \quad (و)$$

28 في كل حالة مما يأتي:

$$y = 4 \text{ و } x = 12 \quad (أ) \quad y = -9 \text{ و } x = -5 \quad (ب)$$

$$y = 7 \text{ و } x = -11 \quad (ج) \quad y = -8 \text{ و } x = 3 \quad (د)$$

(1) قارن شفاهيا بين العددين x و y ثم استنتج إشارة

$x-y$ دون حسابه.

(2) تحقق من إجاباتك السابقة من خلال حساب $x-y$ في

كل حالة مما سبق.

29 (1 أ) احسب باستعمال الآلة الحاسبة

$$\frac{53,4}{7,89} - \frac{23,55}{3,48}$$

(ب) استعمل النتيجة الظاهرة على الشاشة لمقارنة

$$\frac{53,4}{7,89} \text{ و } \frac{23,55}{3,48}$$

$$(2) \text{ قارن بين العددين } \frac{1,28}{7} \text{ و } \frac{0,441}{2,4}$$

(يمكنك استعمال الحاسبة)

30 قارن بين العددين الناطقين في كل حالة مما يأتي:

$$(أ) \quad \frac{3}{7} \text{ و } \frac{13}{28} \quad (ب) \quad -\frac{5}{4} \text{ و } -\frac{13}{12}$$

$$(ج) \quad \frac{7}{3} \text{ و } \frac{15}{7} \quad (د) \quad -\frac{5}{6} \text{ و } -\frac{7}{8}$$

31 طلب الأستاذ من تلاميذه مقارنة العددين $\frac{25,96}{35,89}$

و $\frac{38,94}{53,89}$ ، مع السماح باستعمال الآلة الحاسبة.

(1) قامت مريم بحساب حاصل القسمة $\frac{25,96}{35,89}$

باستعمال الآلة الحاسبة.

(أ) ما هي النتيجة التي ستظهر على الشاشة؟

(ب) ما الذي يجب على مريم فعله بعد ذلك؟

(2) قام يونس بحساب الفرق $\frac{25,96}{35,89} - \frac{38,94}{53,89}$

باستعمال الآلة الحاسبة.

(أ) ما هي النتيجة التي ستظهر على الشاشة؟

(ب) ما الذي يمكن استنتاجه؟

(3) أي الطريقتين أفضل حسب رأيك؟

32 إليك العبارتين:

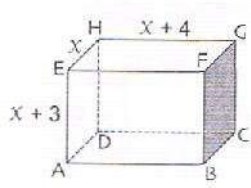
$$B = 4x + 3 \quad ; \quad A = 5x - 4$$

(1) حدّد إشارة كل من A و B من من أجل:

$$x = 0 \quad (ب) \quad x = 7 \quad (ج) \quad x = 9$$

(2) بسط العبارة $A - B$ ، ثم استنتج إشارتها من $x > 7$.

(3) قارن بين A و B من من أجل $x > 7$.

عند الحاجة أعود إلى الصفحة :		جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، ميزر إياها.	
58	1	من بين العبارات الآتية، ميز تلك التي تُمثّل مجموعاً (أ) $(3x+1)(x+5)$ (ب) $4+2x-7x^2$ (ج) $(5x+2)^2$	
58	2	بسّط كل عبارة من العبارات الآتية : $A = -7x + 3x$ $B = -7x \times 3x$ $C = -7x^2 + 3x^2$	
60	3	احسب قيمة العبارة $A = (x+7)(x-2)$ من أجل $x = -3$	
58 و 59	4	اختر الإجابة الصحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة الآتية :	
		$-10x+5$ (ج) $-7x-1$ (ب) $-10x-1$ (أ) $-5(2x-1) = \dots$	
		$-3(-5-x)$ (ج) $-3(-5+x)$ (ب) $12x$ (أ) $15-3x = \dots$	
57	5	اكتب عبارة مبسطة بدلالة x ، تعبّر عن: (أ) حجم متوازي المستطيلات ABCDHEFG. (ب) المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات ABCDEFGH. 	
58	6	اكتب كل عبارة من العبارات الآتية بدون أقواس وعلى شكلها المبسط. $B = (8a-3) + (4a+1)$ ؛ $A = (5a+3) - (2a-4)$ $C = 9x - (3-x) + (-5+6x) - (-7x+2)$ $D = 3x+6 - (5-x) + (4x^2+3x) - 8$	
58 و 59	7	(أ) انشر ثم بسّط العبارة $H = (3x-4)(-7x-2)$ (ب) اختبر صحة النشر الذي قمت به من أجل $x = 0$	
59	8	دون القيام بعملية النشر بصورة كاملة، ميز من بين الجداءات الآتية تلك التي لا تساوي $x^2 - x - 6$ (أ) $(3-x)(x+2)$ (ب) $(x-3)(x-2)$ (ج) $(x-3)(x+2)$	
60 و 61	9	نضع : $a = \frac{1}{2}\pi$ و $b = \frac{1}{3}\pi$ احسب $a-b$ ثم قارن بين a و b .	
60 و 61	10	قارن بين العددين $\frac{4}{13}$ و $\frac{0,91}{3}$.	

لمقارنة

مما يأتي:

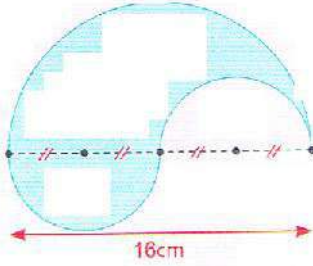
$\frac{25,96}{35,89}$

بـ

$\frac{25,96}{35,89}$

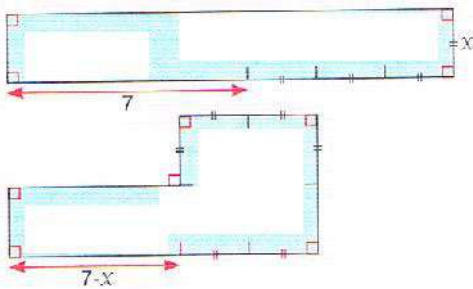
$\frac{25,96}{35,89}$

$x > 7$



38 أقارن محيطين وأقارن مساحتين

x يرمز إلى عدد موجب وأصغر من 7.
فاطمة: «الشكلان المرفقان لهما دائما نفس المحيط».
مريم: «الشكلان المرفقان لهما دائما نفس المساحة».



• ما رأيك في هذين التأكيدين ؟ مع التبرير.

39 استعمل مثالا مضادا

a عدد نسبي.

$$D = 9a + 6, C = (2 + a)(3 + 2a)$$

تؤكد مريم أن $C = D$ من أجل أي قيمة لـ a .

احسب قيمة كل من C و D من أجل $a = 1$ ، ثم من أجل $a = 0$.

كيف ترى تأكيد مريم ؟

احسب قيمة كل من C و D من أجل قيمة أخرى لـ a .

ماذا يمكننا القول عن تأكيد مريم ؟

لكي أثبت أن تأكيدا خاطئ يكفي إعطاء مثال مضاد.

40 أبرر صحة مساواة

x عدد نسبي.

$$A = (3x - 2)(2x + 1)$$

$$B = (3x - 2)(x + 1) + x(3x - 2)$$

تؤكد فاطمة أنه من أجل أي قيمة مختارة لـ x ،

$$A = B$$

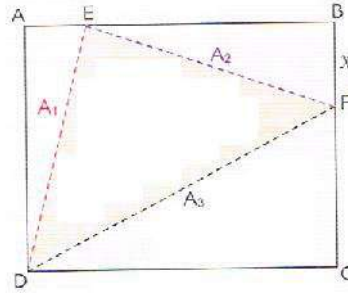
أثبت أن تأكيد فاطمة صحيح.

35 الحساب الحرفي والهندسة

ABCD مستطيل حيث $AB = 5\text{cm}$ و $AD = 4\text{cm}$.

E نقطة من [AB] حيث $AE = 1\text{cm}$.

F نقطة من [BC]. نرمز بـ x لطول القطعة [BF].
مُعبرًا عنه بالسنتيمتر.



(1) احسب A_1 مساحة المثلث AED.

(2) عبّر بدلالة x عن A_2 مساحة المثلث EBF.

(3) عبّر بدلالة x عن A_3 مساحة المثلث DFC.

(4) بين أن $A_1 + A_2 + A_3 = 12 - 0,5x$.

(5) عبّر بدلالة x عن مساحة المثلث EDF.

(6) تحقق أنه من أجل $x = 4$ تكون مساحة المثلث

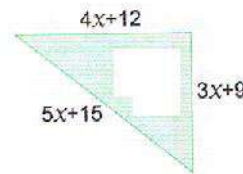
EDF تساوي $A_1 + A_2 + A_3$. ما هو حينئذ موضع

النقطة F ؟

36 محيط مثلث

x عدد موجب.

عبّر عن محيط المثلث المرفق بدلالة x .



37 أميز بين قيمة مضبوطة وقيمة مقربة

احسب القيمة المضبوطة بالسنتيمتر مربع لمساحة

الحيز الأزرق في الشكل المرفق.

أعط قيمة مقربة بالانقسان لهذه المساحة إلى 0,01.

44 مشكل مفتوح

- إليك عمل تلميذ، قام بنشر عبارات، لكن للأسف تلطخ جزء منه بالحبر.
- (1) هل يمكنك في كل حالة تحديد الخطأ أو الصواب في أجوبته.
- (2) انشر وبسط كل عبارة من العبارات الخمس.

$$\begin{aligned} (x+2)(x-8) &= x^2 + 16 & (1) \\ (x-2)(3-a) &= a^2 - 6 & (2) \\ (3x-2)(x-7) &= 3x^2 - 14 & (3) \\ (2a-8)(2-3a) &= 20a - 16 & (4) \\ (2x-4)(x-3) &= 2x^2 + 10x & (5) \end{aligned}$$

45 حساب عجيب

- (1) احسب ما يلي:
- $$2019 \times 2017 - 2018^2 \quad 37 \times 35 - 36^2$$
- ماذا تلاحظ ؟
- (2) انشر وبسط العبارة الآتية $x^2 - (x+1)(x-1)$.
- هل كانت نتيجتنا السؤال (1) متوقعتين ؟ برّر.

46 خذ المبادرة

- (1) تحقق من أن :
- $$1 \times 3 = 2^2 - 1, \quad 2 \times 4 = 3^2 - 1, \quad 3 \times 5 = 4^2 - 1$$
- (2) تؤكد فاطمة أن :
- $$100002 \times 100004 = 100003^2 - 1$$
- لماذا هي متأكدة من ذلك ؟

47 المربع السحري

انقل وأتمم للحصول على مربع سحري (المجموع على كل سطر وعلى كل عمود وعلى كل قطر هو نفسه).

$a-2$		$2a-4$
$a-3$		
$2-2a$		

41 اضع تخميناً وبرره

- (1) أ) تحقق من صحة كل مساواة من المساويات الآتية :
- $$\begin{aligned} 2^2 - 1^2 &= 2 + 1 \\ 3^2 - 2^2 &= 3 + 2 \\ 4^2 - 3^2 &= 4 + 3 \\ 5^2 - 4^2 &= 5 + 4 \end{aligned}$$
- ب) ما هو التخمين الذي يمكن وضعه ؟
- (2) نرسم بـ n لعدد طبيعي أكبر من أو يساوي 1.
- أ) انشر وبسط العبارة $n^2 - (n+1)(n+1)$.
- ب) برّر التخمين الذي وضعته في السؤال (1) ب).
- (3) احسب ذهنيًا $1000^2 - 999^2$ ، اشرح.

42 ادرس برنامج حساب

- إليك برنامج حساب.
- اختر عدداً.
- اطرح 2.
- اضرب النتيجة في مجموع العدد المختار والعدد 2.
- اطرح من الناتج مربع العدد المختار.
- (1) ما هو العدد الذي نحصل عليه، إذا اخترنا من البداية العدد : أ) 0 ، ب) 3 ، ج) 5 ، د) 6
- ماذا تلاحظ ؟
- (2) تقول فاطمة: «وجدت تبريراً، يسمح بإعطاء النتيجة دون المرور على خطوات البرنامج».
- ما هو التبرير الذي وجدته فاطمة ؟

43 صحيح أم خاطئ

- اذكر إن كانت التأكيدات التالية صحيحة أم خاطئة، مع التبرير.
- أ) من أجل أي قيمة لـ x ، $5x - (3x+2) = 2x-2$ ،
- ب) مهما كانت قيمة x ، $-3(x-2) = -3x-6$ ،
- ج) مهما كان العدد x ،
- $$(x+2)(x-4) + 8 = x(x-2)$$
- د) مجموع عددين طبيعيين متتابعين هو عدد فردي.

حيط.

ساحة.

ثم من

لـ a .

ضاد.

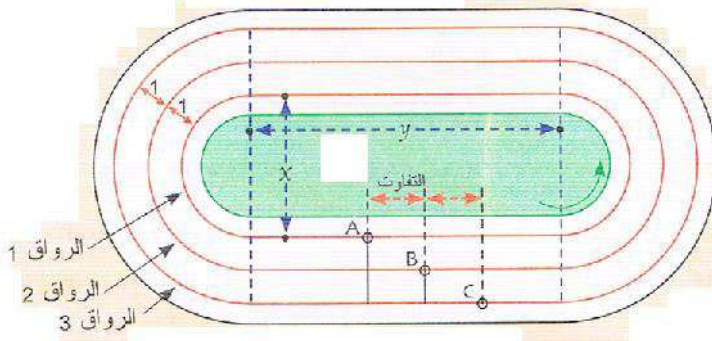
،

67

وضعية

انطلاقات متفاوتة

يُمثل المخطط المرفق أروقة العدو داخل ملعب لألعاب القوى، حيث مثّلنا كل رواق بخط أحمر. يتكوّن مسار كل رواق من خطين متوازيين ونصف دائرة.



ترمز النقط A ، B ، C إلى ثلاثة عدائين في وضعية الانطلاق.

كيف تفسّر التفاوت الموجود بين مكان تواجد عداء وآخر لحظة الانطلاق؟ قدّم الشروحات اللازمة. (الأطوال مُعبّر عنها بالمتر).

توجيهات

حل وتوجيهات

• قراءة وتحليل الوضعية

• عمّ يتحدّث النص؟

• ما هو شكل المسارات (مما تتكوّن).

• ماذا تُمثّل الحروف x ، y ، A ، B ، C كيف هي وضعيات

المتسابقين على المسارات؟

• رتّب المعطيات ثم حدّد التعليمية (أو التعليمات).

تحليل التعليمية واختيار استراتيجية حل مناسبة

• هل تبدو لك المسارات بنفس الطول؟

• ماهو الإجراء الذي ساقوم به لأقنع به الآخرين؟

تنفيذ استراتيجية الحل المختارة

• أفكّر في تقسيم ثلاث مراحل ثم أجيب...

• أبحث عن طول كل مسار.

• أقرّن الأطوال.

• أفسّر نتائج الحسابات.

• تحرير الحل والشرح بجمل واضحة.

وضعية للتقويم

حسب السندات الآتية، هل يحدث الاصطدام بالبقرة؟

هل يتم تفادي الاصطدام؟

$$D_R = \frac{3 \times V}{10}$$

$$D_F = \frac{3 \times V^2}{400}$$

على طريق غير مبلّل

السرعة V مقدّرة بـ km/h

$$D_A = D_F + D_R$$

مسافة التوقف D_A

D_F المسافة المقطوعة خلال الفرملة.

D_R المسافة المقطوعة بين لحظة رؤية

العائق وبداية الفرملة.

يسير سائق سيارة بسرعة 90km/h

على طريق غير مبلّل، رأى فجأة

أمامه بقرة تبعد عنه مسافة 85m،

فشرع في الفرملة.

استعمال جدول لحساب قيمة عبارة حرفية، ومراقبة مدى صحة مساواة.

إرشادات

التلميذ 2 : $A = 15x^2 + 11x - 14$

• خصّص السطر الأول لتحديد ما سيحتويه كل عمود مستعمل.

• العبارة الموافقة للصيغة

$$= (5 \cdot A2 - 7) \cdot (3 \cdot A2 + 2)$$

هي $(5x - 7)(3x + 2)$ حيث x يأخذ القيمة المحجوزة في الخلية A2.

• ظهور القيمة 14- في السطر الثاني بعد حجز الصيغ هو قيمة العبارات من أجل $x = 0$ (الخلية A2 فارغة) و التي تظهر في السطر الثامن بعد ملء العمود A.

• للتعميم بالسحب في جدول: انتق الخلية أو الخلايا المراد تعميم محتواها، وحرك المؤشر على النقطة أسفل إطار

-6	2
-5	3

• حيز الانتقاء فيتحول إلى + ثم انقر على يسار الفأرة مع السحب إلى الخانة المستهدفة.

نشاط

• هذا نشر لتلميذين للعبارة $A = (5x - 7)(3x + 2)$.

التلميذ 1 : $A = 15x^2 + 10x - 14$

• راقب، باستعمال جدول، صحة نشر كل منهما.

(1) افتح المجدول، وحضر ورقة حساب مثل الموالية :

	D	C	B	A	
1	قيم عبارة التلميذ 2 $15x^2 - 11x - 14$	قيم عبارة التلميذ 1 $15x^2 + 10x - 14$	قيم العبارة $(5x - 7)(3x + 2)$	قيم x	

(2) احجز الصيغ الموافقة لكل عبارة كالآتي:

في الخلية B2 الصيغة $= (5 \cdot A2 - 7) \cdot (3 \cdot A2 + 2)$

في الخلية C2 الصيغة $= 15 \cdot A2^2 + 10 \cdot A2 - 14$

في الخلية D2 الصيغة $= 15 \cdot A2^2 - 11 \cdot A2 - 14$

(3) احجز القيمة 6- في الخلية A2 و 5- في الخلية A3

وانتق الخليتين A2 و A3 ثم عمّم بالسحب محتواهما إلى الخلية A14.

(4) انتق الخلايا B2 ، C2 ، D2 وعمّم محتواها بالنقر

المزدوج بزر الفأرة الأيسر على النقطة أسفل إطار

حيز الانتقاء

592	466	592
-----	-----	-----

فيظهر :

	D	C	B	A	
1	قيم عبارة التلميذ 2 $15x^2 - 11x - 14$	قيم عبارة التلميذ 1 $15x^2 + 10x - 14$	قيم العبارة $(5x - 7)(3x + 2)$	قيم x	
2	592	499	592	-6	2
3	416	311	416	-5	3
4	270	186	270	-4	4
5	154	91	154	-3	5
6	68	26	68	-2	6
7	12	-9	12	-1	7
8	-14	-14	-14	0	8
9	-10	11	-10	1	9
10	24	66	24	2	10
11	88	151	88	3	11
12	182	266	182	4	12
13	306	411	306	5	13
14	460	586	460	6	14

الاستنتاج :

• نشر العبارة A :

$$A = (5x - 7)(3x + 2)$$

$$= 5x(3x) + 5x \times 2 - 7(3x) - 7 \times 2$$

$$= 15x^2 + 10x - 21x - 14$$

$$= 15x^2 - 11x - 14$$

(أ) نشر التلميذ 1 خاطئ، لأن القيم في العمودين B و C

ليست نفسها بالنسبة للعبارتين.

(ب) نشر التلميذ 2 قد يكون صحيحا، لأن القيم في

العمودين B و C هي نفسها بالنسبة إلى العبارتين.

(5) للتأكد من صحة نشر التلميذ 2 نشر العبارة المعطاة A.

دوري الآن

راقب، باستعمال جدول، صحة المساواة الآتية : $(x + 13)(x - 4) + 27 = (x + 5)(x - 5)$

الرواق 1
الرواق 2
الرواق 3

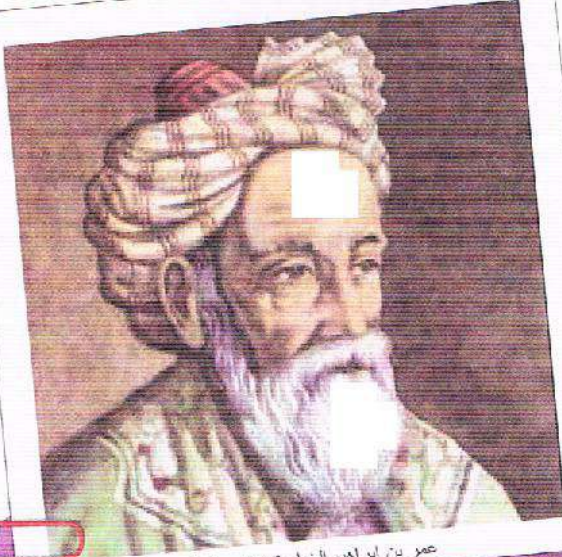
لأطوال

س
س
في
سافة
عنه
د 2π

km/l

المساويات - المتباينات - المعادلات

سأتعلم في هذا الباب



عمر بن ابراهيم الخيام 1048م - 1131م

معرفة الخواص المتعلقة بالمساويات (أو المتباينات) و العمليات و استعمالها في وضعيات بسيطة.

حصر عدد موجب مكتوب في الشكل العشري باستعمال التدوير إلى رتبة معينة. تربيض مشكلات وحلها بتوظيف المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد.

إن استعمال المعادلات الرياضية قديم قدم الحضارة الإنسانية، فمُنذ 2000 سنة قبل الميلاد استعملت في مصر القديمة لتقسيم المحاصيل بين الفراعنة والكهنة والعمال، و حلّوها بطرق مختلفة، وعرفوا معادلات من الدرجة الثانية و حلّوا مسائل تتعلق بها، كما استعملها البابليون والإغريق وغيرهم من الحضارات القديمة.

وبعد 27 قرناً، أي في القرن 8 الميلادي، كان الخوارزمي - عالم الرياضيات والفلك - أول من حل معادلات من الدرجة الثانية بطريقة جبرية، ثم بعد مرور 3 قرون (القرن 11)، كان الشاعر والفيلسوف وعالم الرياضيات عمر الخيام أول من حل معادلات من الدرجة الثالثة. ولم يتم التوصل إلى حل معادلات من الدرجة الرابعة إلا بعد 5 قرون (القرن 16) من طرف المهندس الإيطالي رافائيل بومبيلي.

تحدي

قرّر أبّ مكافئة كل واحد من أبنائه الثلاثة بمبلغ مالي بمناسبة نجاحهم في امتحانات نهاية السنة الدراسية، وذلك حسب الكيفية الآتية: يأخذ صاحب أعلى معدل مبلغ 15750 DA ويأخذ صاحب أدنى معدل ربع المبلغ، بينما يتحصل الولد الثالث على ثلاثة أعشار المبلغ. ماهي حصة كل من الولدين الآخرين؟

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إجابتها.

الإجابات			الأسئلة
(3)	(2)	(1)	1. العدد المجهول في المساواة $x + 5 = 0$ هو : ...
-5	5	0	2. العدد المجهول في المساواة $4 - x = 0$ هو : ...
0	-4	4	3. العدد المجهول في المساواة $7 \times x = 1$ هو : ...
-7	$\frac{1}{7}$	7	4. العدد المجهول في المساواة $-8x = 8$ هو : ...
-1	1	0	5. العدد المجهول في المساواة $3 \div x = 3$ هو : ...
-1	$\frac{1}{9}$	1	6. العدد المجهول في المساواة $x \div 10 = 1$ هو : ...
$\frac{1}{10}$	10	-9	7. العدد الأكبر من بين العددين $\frac{2}{3}$ و $-\frac{2}{3}$ هو : ...
لا يمكن تعيينه	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	8. العدد الأصغر من بين العددين $-\frac{5}{4}$ و $-\frac{7}{4}$ هو : ...
لا يمكن تعيينه	$-\frac{7}{4}$	$-\frac{5}{4}$	9. قيمة العبارة $3x + 7$ من أجل $x = 0$ هي : ...
$-\frac{7}{3}$	7	10	10. قيمة العبارة $8y - 8$ من أجل $y = 1$ هي : ...
1	0	8	11. العبارة $(1 + x) \times (1 - x)$ تبسط على الشكل : ...
$1 - x^2$	$1 + x^2$	2	12. العبارة $(t + 3) \times (t - 2)$ تبسط على الشكل : ...
$t^2 + t - 6$	$t^2 - 6$	$t^2 + 1$	13. المدور إلى الوحدة لحاصل القسمة $\frac{135}{14}$ هو : ...
9	10	9,6	14. المدور إلى الجزء من 10 لحاصل القسمة $\frac{135}{14}$ هو : ...
9,6	10	9	15. لاحظ شاشة حاسبة. $46 \div 6$ 7.666666667
8	7,6	7	المدور إلى الوحدة لحاصل القسمة $\frac{46}{6}$ هو : ...
8	7,7	7,6	المدور إلى الجزء من 10 لحاصل القسمة $\frac{46}{6}$ هو : ...
8	7,66	7,67	المدور إلى الجزء من 100 لحاصل القسمة $\frac{46}{6}$ هو : ...

1 المساويات و العمليات

• المساويات و الجمع

- يوجد عند أحمد و مريم نفس المبلغ المالي.
أضاف أبوهم لكل واحد نفس المبلغ المالي المقدّر بـ 200 DA.
• قارن بين المبلغين الموجودين عند كل من الولدين.
اشترى كل من أحمد و مريم كتابا بسعر 350 DA.
• قارن بين المبلغين المتبقّيين عند الولدين.
- a ، b ، c أعداد ناطقة حيث $a = b$.
• احسب الفرق $(a+c) - (b+c)$ ثم قارن بين $a+c$ و $b+c$.
• احسب الفرق $(a-c) - (b-c)$ ثم قارن بين $a-c$ و $b-c$.
- أكمل كل جملة ممّا يلي : a ، b و c أعداد ناطقة.
«إذا كان $a = b$ فإنّ $a+c \dots b+c$ »
«إذا كان $a = b$ فإنّ $a-c \dots b-c$ »

• المساويات و الضرب

- a ، b ، c أعداد ناطقة حيث $a = b$.
• حلّل إلى جداء عاملين الفرق $ac - bc$.
• احسب الفرق $ac - bc$ ثم قارن بين ac و bc .
- أكمل الجملة الآتية : « a ، b ، c أعداد ناطقة. إذا كان $a = b$ فإنّ $ac \dots bc$ ».
- a ، b ، c أعداد ناطقة حيث $c \neq 0$.
• احسب الفرق $\frac{a}{c} - \frac{b}{c}$ ثم قارن بين $\frac{a}{c}$ و $\frac{b}{c}$.
- أكمل الجملة الآتية : « a ، b ، c أعداد ناطقة حيث $c \neq 0$. إذا كان $a = b$ فإنّ $\frac{a}{c} \dots \frac{b}{c}$ ».

2 المتباينات و العمليات

• المتباينات و الجمع

- انقل و أتمم الجدول المقابل.
- بملاحظة النتائج المسجلة في الجدول السابق أكمل الجمل الآتية :
«إذا كان $a - b > 0$ فإنّ $a \dots b$ » ؛ «إذا كان $a - b < 0$ فإنّ $a \dots b$ ».
- هل النصّ الآتي صحيح ؟ برّر إجابتك.
« a ، b ، c أعداد ناطقة. إذا كان $a < b$ فإنّ $a+c < b+c$ ».
- هل النصّ الآتي صحيح ؟ برّر إجابتك.
« a ، b ، c أعداد ناطقة. إذا كان $a < b$ فإنّ $a-c < b-c$ ».

قارن بين a و b	$a - b$	a	b
3	7		
-5	1		
-2	-4		
5	-3		

أنشطة

(5) a ، b عددان ناطقان حيث $a < b$.

أكمل، إن أمكن، بأحد الرمز $<$ ؛ $>$ العبارات الآتية :

$$a + 3 \dots b + 3 \quad ; \quad a - 4 \dots b - 4 \quad ; \quad a + \frac{3}{5} \dots b + \frac{6}{5} \quad ; \quad a - \frac{7}{2} \dots b - \frac{9}{2}$$

المتباينات و الضرب

(1) أتمم الجدول المقابل.

a	b	c	ac	bc	قارن بين ac و bc
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	4			
$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{9}$	-3			
$\frac{2}{9}$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{5}{4}$			
$-\frac{7}{3}$	$\frac{6}{7}$	$-\frac{1}{2}$			

(2) a ، b ، c أعداد ناطقة حيث $a < b$. قارن بين ac و bc .

(3) k ، l عددان ناطقان حيث $k < l$.

أكمل، إن أمكن، بأحد الرمز $<$ ؛ $>$ العبارات الآتية :

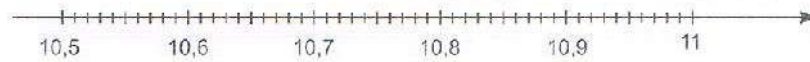
$$2k \dots 2l \quad ; \quad -3k \dots -3l \quad ; \quad \frac{k}{5} \dots \frac{l}{5} \quad ; \quad -\frac{k}{6} \dots -\frac{l}{6}$$

3 حصر عدد عشري موجب

(1) محيط مربع هو P . مدور P إلى الجزء من 10 هو 10,7. (الوحدة cm).

أعط ثلاث قيم ممكنة للعدد P .

أنقل المستقيم المدرج الآتي ثم حدّد المنطقة التي يقع فيها P .



أعط حصرًا لقيم P .

(2) استعمال حاسبة.

$$247 \div 83$$

$$2.975903614$$

تبيّن شاشة حاسبة قيمة مقربة للعدد $A = \frac{247}{83}$.

يمكن القول أن $2 < A < 3$.

لكتابة $2 < A < 3$ تسمى حصرًا للعدد A بالعددين الطبيعيين 2 و 3.

العدد 2 هو قيمة مقربة إلى الوحدة للعدد A بالنقصان و 3 قيمة مقربة إلى الوحدة بالزيادة للعدد A .

أعط حصرًا للعدد A باستعمال قيم مقربة بالزيادة و بالنقصان إلى $\frac{1}{10}$ ؛ $\frac{1}{100}$ ؛ $\frac{1}{1000}$.

4 المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

(1) اختار كل من سمير و ليلي نفس العدد. أضاف سمير لهذا العدد 3 و ضرب النتيجة في 2.

بينما ليلي أضافت له 7.

عند مقارنة النتيجة، تفاجأ عندما لاحظا أنهما متساويتان. جد هذا العدد إذا أمكن..

(2) اختار كريم و سعاد نفس العدد. أضاف له كريم 2 و ضرب النتيجة في 5.

ضاعفت سعاد العدد الذي اختارته و أضافت للنتيجة 25.

عند مقارنة النتيجة، لاحظا أنهما متساويتان. جد، إذا أمكن، العدد الذي اختاره كل من كريم و سعاد.

a	b
3	7
-5	1
-2	-4
5	-3

1 المساويات و العمليات

• المساويات و الجمع

مثال

• بتطبيق هذه الخاصية نكتب : إذا كان $a = -2$ فإن $a + 13 = +11$ و $a - 5 = -7$.

خاصية : a, b, c أعداد ناطقة.• إذا كان $a = b$ فإن $a + c = b + c$ و $a - c = b - c$

• بتعبير آخر، لا تتغير مساواة عندما نضيف إلى (أو نطرح من) طرفيها نفس العدد الناطق.

• المساويات و الضرب

مثال

• بتطبيق هذه الخاصية نكتب :

إذا كان $x = \frac{3}{2}$ فإن $5x = \frac{15}{2}$ و $\frac{x}{-5} = -\frac{3}{10}$

خاصية : a, b, c أعداد ناطقة.• إذا كان $a = b$ فإن $ac = bc$ • إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$ فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

• بتعبير آخر، لا تتغير مساواة عندما نضرب طرفيها في نفس العدد الناطق أو نقسم طرفيها على نفس العدد الناطق غير المعدوم.

2 المتباينات و العمليات

• المتباينات و الجمع

مثال

• بتطبيق هذه الخاصية نكتب :

إذا كان $y < 3$ فإن $y + 4 < 3 + 4$

و بالتالي $y + 4 < 7$

و $y - \frac{1}{2} < 3 - \frac{1}{2}$ و بالتالي $y - \frac{1}{2} < \frac{5}{2}$

خاصية : a, b, c أعداد ناطقة.• إذا كان $a < b$ فإن $a + c < b + c$ و $a - c < b - c$

• لا يتغير اتجاه متباينة عندما نضيف إلى (أو نطرح من) طرفيها نفس العدد الناطق.

ملاحظة

• يمكن استبدال المتباينة $<$ بإحدى المتباينات $>$ ؛ $>$ ؛ $\geq$ و تبقى الخاصيتان السابقتان صحيحتين.• $a < b$ يُقرأ a أصغر أو يساوي b .• $a \leq b$ يُقرأ a أصغر أو يساوي b .• $a > b$ يُقرأ a أكبر أو يساوي b .• $a \geq b$ يُقرأ a أكبر أو يساوي b .

• المتباينات و الضرب

مثال

• بتطبيق هذه الخاصية نكتب : إذا كان $z < -4$

فإن $2z < 2 \times (-4)$ و بالتالي $2z < -8$

خاصية : a, b, c أعداد ناطقة.• إذا كان $a < b$ و $c > 0$ فإن $ac < bc$ و $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

• لا يتغير اتجاه متباينة إذا ضربنا طرفيها في (أو قسمناهما على) نفس العدد الناطق بشرط أن يكون موجبا تماما.

مثال

• بتطبيق هذه الخاصية نكتب : إذا كان $x < 15$

فإن $\frac{x}{-3} > \frac{15}{-3}$ و بالتالي $\frac{x}{-3} > -5$

خاصية : a, b, c أعداد ناطقة.• إذا كان $a < b$ و $c < 0$ فإن $ac > bc$ و $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

• إذا ضربنا طرفي متباينة في (أو قسمناهما على) نفس العدد الناطق السالب تماما فإننا نغير اتجاهها.

• توظيف خواص المساويات و العمليات

تمرين :

x عدد ناطق حيث $2x - 4 = 3$. هل المساويتان الآتيتان صحيحتان ؟ $2x - 5 = 2$ ؛ $2x + 4 = -3$.

حل :

تعاليق

لدينا x عدد ناطق حيث : $2x - 4 = 3$. بإضافة 1- إلى طرفي هذه المساواة نجد $2x - 4 - 1 = 3 - 1$ أي $2x - 5 = 2$. إذن المساواة $2x - 5 = 2$ صحيحة .
• بإضافة 8 إلى طرفي المساواة $2x - 4 = 3$ نجد $2x - 4 + 8 = 3 + 8$ أي $2x + 4 = 11$. إذن المساواة $2x + 4 = -3$ غير صحيحة .

تمرين :

x عدد ناطق حيث : $-5x + 1 = 5$. هل كل مساواة مما يلي صحيحة ؟ $-25x + 1 = 21$ ؛ $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$.

حل :

• بضرب طرفي المساواة $-5x + 1 = 5$ في 5 نجد $-25x + 5 = 25$ و بإضافة 4- إلى طرفي هذه المساواة نجد $-25x + 5 - 4 = 25 - 4$ أي $-25x + 1 = 21$.
إذن المساواة $-25x + 1 = 21$ صحيحة .

تعاليق

• بقسمة طرفي المساواة $-5x + 1 = 5$ على 10 نجد $\frac{1}{10} \times (-5x + 1) = \frac{1}{10} \times 5$. إذن $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$.
بالتالي المساواة $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$ صحيحة .

• توظيف خواص المتباينات و العمليات

تمرين :

$x > \frac{7}{5}$. A و B عدنان حيث : $A = 3x - 2$ و $B = 5 - 2x$.
• قارن بين A و B من أجل $x = \frac{3}{2}$ ثم $x = 10$. ضع تخميناً حول مقارنة العددين A و B .
• أثبت صحة هذا التخمين .

حل :

تعاليق

• من أجل $x = \frac{3}{2}$ نجد $A = \frac{5}{2}$ و $B = 2$. إذن : $A > B$. من أجل $x = 10$ خاصتين، وضعنا مخمنة ثم برهننا على صحتها
• إثبات أن $A > B$. نحسب $A - B$ و نجد $A - B = 5x - 7$.
و بما أن $x > \frac{7}{5}$ إذن $5x > 7$. بالتالي $5x - 7 > 0$ أي $A - B > 0$. ينتج أن $A > B$.

دوري الآن

1 x عدد ناطق حيث $x < -6$. ماهي المتباينة التي يمكن كتابتها من أجل $x + 4$ ؟ $-6x$ ؟ $\frac{x}{12}$ ؟
2 في كل حالة مما يلي : $x - 8 > 7$ ؛ $-3x > 15$ ؛
 $9 > \frac{-x}{4}$ استعمال خواص المتباينات للحصول على متباينة من الشكل $x < \dots$ أو $x > \dots$.

3 حصر عدد عشري

• x عدد عشري موجب، مدوّره إلى الوحدة هو 15.

لا يمكن للعدد x أن يساوي 14,4 لأن مدوّره إلى الوحدة هو 14.

ولا يمكن كذلك أن يساوي العدد x 15,5 لأن مدوّره إلى الوحدة هو 16.

نعلم أن المدور إلى الوحدة لكل عدد x حيث $14,5 < x \leq 14$ هو 14.

و مدور إلى الوحدة لكل عدد x حيث $15,5 \leq x < 16$ هو 16.

الكتابة $14,5 \leq x < 15,5$ هي حصر لكل عدد عشري مدوّره إلى الوحدة هو 15.

نمثل هذا الحصر بالشكل الآتي :



الأعداد العشرية

التي مدوّرها إلى الوحدة هو 15

• المدور إلى الوحدة للعدد العشري 3,647 هو 4

لأن رقم أعشاره هو 6 وهو أكبر من 4. إذن $3 \leq 3,647 < 4$.

• المدور إلى $\frac{1}{10}$ للعدد العشري 3,647 هو 3,6 لأن رقم جزئه من 100 هو 4 وهو أصغر من 5.

إذن $3,6 \leq 3,647 < 3,7$.

• المدور إلى $\frac{1}{100}$ للعدد العشري 3,647 هو 3,65 لأن رقم جزئه من 1000 هو 7 وهو أكبر من 4.

إذن $3,64 \leq 3,647 < 3,65$.

4 المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المعادلة هي مساواة تتضمن عدداً أو أعداداً مجهولة،

معتبر عنها بحروف.

مثال

• $3x - 1 = 4x + 5$ هي معادلة ذات المجهول x ،

طرفها الأيسر هو $3x - 1$ و الأيمن هو $4x + 5$.

مثال

• $5x + 3 = -8x - 1$ هي معادلة من الدرجة الأولى

ذات المجهول x .

كل معادلة من الشكل $ax + b = cx + d$ حيث

a, b, c, d أعداد معلومة و a, c غير معدومين في أن

واحد تسمى معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x .

حل معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x يعود إلى تعيين قيمة هذا المجهول التي تحقق المساواة المعطاة.

مثلاً : 2- ليس حلاً للمعادلة $-8x + 4 = 0$ بينما العدد $\frac{1}{2}$ هو حل لها.

5 تربيض مشكلة وحلها

تربيض مشكلة وحلها يتطلب المرور على المراحل الآتية :

• اختيار المجهول، و ليكن مثلاً x ؛

• ترجمة كل المعطيات الواردة في النص بدلالة x ؛

• إيجاد معادلة مناسبة تعبر عن المشكلة؛

• حل المعادلة؛

• التصريح بالحل؛

• التحقق من صحة النتيجة بالعودة إلى نص المشكلة.

مثال

• عند كريم 500DA؛ متكوّنة من قطع نقدية من

فئتي 50DA و 100DA.

• ما هو عدد القطع من فئة 50DA إذا علمت أنه

يملك 3 قطع من فئة 100DA ؟

هذا المشكل يترجم بالمعادلة $50x + 300 = 500$

حلها هو 4، أي توجد 4 قطع من فئة 50DA

• حصر عدد عشري موجب

تمرين

- (1) احصر العدد 4,679 بين عددين طبيعيين متتاليين.
(2) عَيِّن حصراً لهذا العدد باستعمال قِيم مقربة بالنقصان و بالزيادة إلى $\frac{1}{10}$.

حل

تعاليق
• نستعمل القِيم التقريبية
بالنقصان و بالزيادة إلى
مرتبة معينة لحصر عدد
عشري موجب.

- (1) نلاحظ أن $4,679 \geq 4$ و $4,679 < 5$. إذن $4 \leq 4,679 < 5$.
(2) 4,6 هي قيمة مقربة بالنقصان إلى $\frac{1}{10}$ و 4,7 هي قيمة مقربة بالزيادة إلى $\frac{1}{10}$ للعدد 4,679.
إذن $4,6 \leq 4,679 < 4,7$.

• حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تمرين

حل المعادلة الآتية : $9x + 1 = 5x - 7$.

حل

(1) تتبّع المراحل الآتية :

- نقل كل الحدود التي تشمل المجهول x في الطرف الأيسر للمعادلة.
- نقل كل الحدود التي لا تتضمن المجهول x في الطرف الأيمن للمعادلة.
- حساب قيمة المجهول x .

$$9x + 1 = 5x - 7$$

$$9x + 1 - 5x = 5x - 7 - 5x$$

$$4x + 1 = -7$$

$$4x + 1 - 1 = -7 - 1$$

$$4x = -8$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{-8}{4}$$

$$x = -2$$

$$9 \times (-2) + 1 = -18 + 1 = -17$$

$$5 \times (-2) - 7 = -10 - 7 = -17$$

(2) تحقق من أنّ هذه القيمة هي حل للمعادلة $9x + 1 = 5x - 7$.(3) الخلاصة : العدد -2 هو حل المعادلة $9x + 1 = 5x - 7$.

• تريبض مشكلة و حلها

تمرين : يريد مدير متوسطة شراء كتب علمية تباع بنفس السعر لوضعها في مكتبة المؤسسة. إذا اشترى 7

كتب، فينقصه 190DA و إذا اشترى 6 كتب، فيتبقى عنده 110DA. ماهو سعر الكتاب الواحد ؟

حل : • نسمي x سعر الكتاب الواحد. في الحالة الأولى يمكن كتابة العبارة $7x - 190$ و في الحالة الثانيةنكتب العبارة $6x + 110$. اعلم أنّه في الحالتين يدفع نفس المبلغ. إذن نكتب $7x - 190 = 6x + 110$.• تعيين سعر الكتاب الواحد يعود إلى حل المعادلة $7x - 190 = 6x + 110$ ذات المجهول x .• لاحظ أنّ هذه المعادلة من الدرجة الأولى. لدينا $7x - 190 = 6x + 110$.إذن $7x - 190 - 6x = 6x + 110 - 6x$. بالتالي $7x - 190 + 190 = 110 + 190$. إذن حل المعادلة هو 300.• التحقق : لدينا $7x - 190 = 7 \times 300 - 190 = 1910$ و $6x + 110 = 6 \times 300 + 110 = 1910$.

إذن المعادلة محققة، بالتالي سعر الكتاب الواحد هو 300DA.

موري الآن

1. 8,34 هو المدور إلى الجزء من 100 للعدد a . هل يمكن أن يكون a يساوي 8,342 ؟ 8,336 ؟ 8,345 ؟

2. عُمر أب هو 42 سنة و عُمر ابنه هو 12 سنة. بعد كم سنة يكون عُمر الأب ثلاث

أضعاف عُمر ابنه ؟

• أعط حصراً للعدد a باستعمال قيمتين تقريبيتين إلىالجزء من 100 للعدد a .

المساويات و العمليات

1 x عدد ناطق. أكمل كل جملة مما يلي :

إذا كان $x = 24$ فإن $x + 6 = \dots$

إذا كان $x = -3$ فإن $x - 4 = \dots$

إذا كان $x = 0$ فإن $2x + 8 = \dots$

إذا كان $x = \frac{1}{2}$ فإن $4x - \frac{1}{2} = \dots$

2 a عدد ناطق، أكمل كل جملة مما يلي :

إذا كان $3a - 4 = 0$ فإن $a = \dots$

إذا كان $-2a + 1 = -1$ فإن $a = \dots$

إذا كان $5a = -a + 2$ فإن $a = \dots$

إذا كان $7a - 3 = 7 - 3a$ فإن $a = \dots$

3 صحيح أو خاطئ.

إذا كان $3x = 4$ فإن $x = 1$

إذا كان $17 - x = 0$ فإن $x = 17$

إذا كان $8x = 8$ فإن $x = 0$

إذا كان $2 - 5x = 0$ فإن $x = \frac{2}{5}$

4 • اكتب المساواة التي تتحصل عليها عندما تضرب

طرفي المساواة : $2 = 2x - 5$ في العدد -3.

• اكتب المساواة التي تتحصل عليها عندما تضرب

طرفي المساواة : $1 = -15 + 3x$ في العدد -1.

5 x عدد نسبي حيث $2x = -1$.

أكمل كل مساواة مما يلي :

$2x + 5 = \dots$ ؛ $x - 3 = \dots$ ؛ $-4x = \dots$

$x + \frac{1}{2} = \dots$ ؛ $\frac{x}{2} - 1 = \dots$ ؛ $-\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} = \dots$

المتباينات و العمليات

6 x عدد ناطق.

أكمل كل جملة مما يلي :

إذا كان $x > 10$ فإن $x - 10 > \dots$

إذا كان $x < -3$ فإن $x + 3 < \dots$

إذا كان $x \geq -2$ فإن $x + 2 \geq \dots$

إذا كان $x \leq \frac{1}{2}$ فإن $x - \frac{1}{2} \leq \dots$

7 m عدد ناطق، أكمل كل جملة مما يلي :

إذا كان $5m \geq 0$ فإن $m \geq \dots$

إذا كان $m - 1 \leq 0$ فإن $m \leq \dots$

إذا كان $1 + 4m > 0$ فإن $m > \dots$

إذا كان $3 - 2m < 0$ فإن $m > \dots$

8 قارن بين العددين الناطقين $\frac{6}{5}$ و $\frac{5}{4}$.

9 قارن بين العددين الناطقين a و b في كل حالة

مما يلي :

(أ) $a = \frac{4}{3}$ ؛ $b = \frac{24}{21}$ (ب) $a = \frac{-4}{7}$ ؛ $b = \frac{-9}{14}$

(ج) $a = \frac{4}{15}$ ؛ $b = \frac{-15}{4}$ (د) $a = \frac{2}{3}$ ؛ $b = \frac{3}{2}$

10 تحصلت ليلى على علامتين في الرياضيات.

إحدهما ثلاثة أخماس و الأخرى إحدى عشرة على عشرين.

أي علامة أكبر ؟

11 إذا كان a عددا أصغر من 2000، فما الذي يمكن

قوله عن العدد $a + 18$ ؟

12 إذا كان x عددا أكبر من أو يساوي 5، فما الذي

يمكن قوله عن العدد $x - 10$ ؟

13 m عدد نسبي حيث $m > 3$.

استنتج متباينة يحققها كل عدد مما يلي :

(أ) $m + 3$ ؛ (ب) $m - 3$ ؛ (ج) $-5 + m$

(د) $3m$ ؛ (هـ) $-3m$ ؛ (و) $-\frac{1}{4}m + 4$

14 x عدد ناطق حيث $-2x + 3 \leq 18$.

استنتج متباينة يكون فيها x هو الحد الأول.

15 y عدد ناطق حيث $-5 \leq 3y + 5$.

استنتج متباينة يكون فيها y هو الحد الأول.

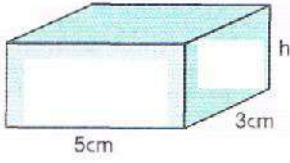
16 z عدد ناطق حيث $-7 \geq -2z$.

استنتج متباينة يكون فيها z هو الحد الأول.

17 انقل و أكمل كل جملة مما يلي :

إذا كان $a \geq b$ فإن $a \dots b$

28 الشكل المقابل لمتوازي مستطيلات.



(1) عيّن حصرا للارتفاع h

إذا علمت أن المدور إلى الجزء

من $100 \perp h$ هو 5,41.

(2) استنتج حصرا للحجم V

لمتوازي المستطيلات المعطى.

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

29 انقل و أتمم ما يلي :

إذا كان $x + 8 = 0$ فإن $x = ..$

إذا كان $-2x = 0$ فإن $x = ..$

إذا كان $\frac{x}{2} = 1$ فإن $x = ..$

إذا كان $4x - 4 = 0$ فإن $x = ..$

30 تحقق إن كانت المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول

واحد. برّر إجابتك.

$$3x + \frac{1}{2} = 7 - 2x$$

31 تحقق إن كانت المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول

واحد. برّر إجابتك.

$$-2\left(x + \frac{1}{2}\right) = 3x + 4 - 5x$$

32 هل العدد 0 هو حل للمعادلة الآتية :

$$2x + 1 = 3x - 5$$

33 هل العدد -1 هو حل للمعادلة الآتية :

$$-m - 2 = 2m + 1$$

34 خلّ كل معادلة من المعادلات الآتية :

$$x - 5 = 6 ; 3 + x = 8,4$$

$$-30x = 90 ; 4x = x + 4$$

$$-\frac{x}{3} = 3 ; 7x = 2,8$$

$$11x + 5 = 4x + 9 ; 3x - 5 = 5 - 3x$$

35 عند ليلى 27 زهرة، هي تعلم أن لديها 5 زهرات

زائدة عن ضعف عدد الأزهار الموجودة عند مريم.

(1) اكتب معادلة تترجم بها هذه الوضعية.

(2) جد عدد الأزهار الموجودة عند مريم.

إذا كان $a \geq b$ فإن $b - a \dots 0$

إذا كان $3a \leq 5b - 1$ فإن $5b - 3a \dots$

إذا كان $a + 10 \geq b - 10$ فإن $a - b \dots$

18 a و b عدنان ناطقان.

انقل و أكمل كل جملة مما يلي :

إذا كان $a \geq b$ فإن $7a \dots 7b$

إذا كان $a > b$ فإن $-\frac{2}{5}a \dots -\frac{2}{5}b$

إذا كان $a \leq b$ فإن $4a + 1 \dots 4b + 1$

إذا كان $a < b$ فإن $-a + 3 \dots -b + 3$

حصر عدد عشري موجب

19 t عدد عشري موجب حيث $1 \leq t \leq 3$.

عط حصرا لكل عبارة مما يلي :

$$t + 10 ; -3t - 1 ; \frac{1}{2}t ; \frac{14}{3}t - 2$$

20 أثبت أن $\frac{17}{19} < 1 < \frac{19}{17}$.

21 استعمل حاسبة لإثبات أن $3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$

22 أثبت أن : $\frac{2}{5} < \frac{33}{50} < \frac{3}{4}$.

23 x هو طول ضلع معين حيث $3 < x < 8$.

(الوحدة cm).

عيّن حصرا المحيط هذا المعين.

24 ABC مثلث متقايس الأضلاع، محيطه p محصور

عن 5cm و 6cm.

عيّن حصرا لطول ضلع هذا المثلث.

25 a ، b و c أعداد عشرية حيث :

$$a = 5,12 ; b = 5,3 ; c = 5,115$$

أثبت أن : $c < a < b$.

26 x عدد عشري حيث $1 \leq 2x + 1 < 3$.

استنتج حصرا للعدد x .

27 طول ملعب كرة القدم محصور بين 100m

و 110m و عرضه محصور بين 64m و 75m.

علمت أن الملعب مستطيل الشكل، عيّن حصرا

مساحة هذا الملعب.

36 نعتبر المعادلة : $4x - 8 = 2x + 3$

- (1) تصور وضعية يمكن ترجمتها بالمعادلة السابقة.
- (2) حل هذه المعادلة.

37 المحيط P للمستطيل الآتي يعطى بالصيغة



$$P = 2L + 2l$$

(1) انقل و أتمم :

$$2L = \dots\dots$$

(2) عبّر عن L بدلالة P و l .

(3) احسب L إذا كان $P = 31\text{cm}$ و $l = 6,4\text{cm}$.

ترييض مشكلات

38 مجموع ثلاثة أعداد طبيعية متتابعة هو : 30.

ما هي هذه الأعداد ؟

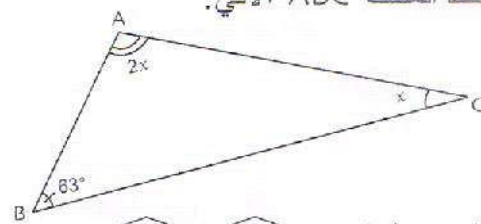
39 مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتابعة هو -12.

ما هي هذه الأعداد ؟

40 يقول سمير : أفكر في عدد، أضفت 21 إلى ضعفه،
إني أجد نفس النتيجة إذا طرحت 13 من ثلاثة أضعاف
هذا العدد.

ما هو العدد الذي فكر فيه سمير ؟

41 لاحظ المثلث ABC الآتي.



احسب قيسي الزاويتين $\widehat{ACB}$ و $\widehat{BAC}$:

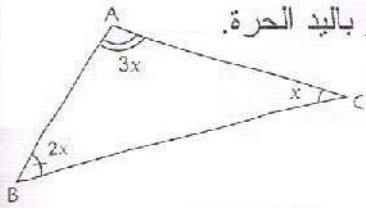
(1) ذهنيًا.

(2) بكتابة معادلة ثم حلها.

42 في مثلث قائم، قيس زاوية حادة منه هو ثلاثة

أضعاف قيس الزاوية الحادة الأخرى، ما هو قيس
الزاوية الحادة الأصغر (بالدرجة) ؟ استنتج قيس الزاوية
الحادة الأكبر.

43 مثلث ABC أنجز باليد الحرة.

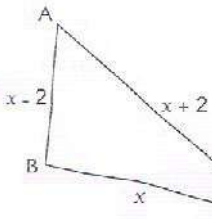


عين قيس زاويا

هذا المثلث

44 طول مستطيل هو ثلاثة أضعاف عرضه، جد

بعدي هذا المستطيل إذا علمت أن محيطه هو 168m.



45 لاحظ المثلث ABC المقابل.

أنجز الشكل باليد الحرة.

• جد x إذا علمت أن

محيط هذا المثلث

يساوي 90cm.

46 عندما نضيف 20cm إلى طول مستطيل، نزداد

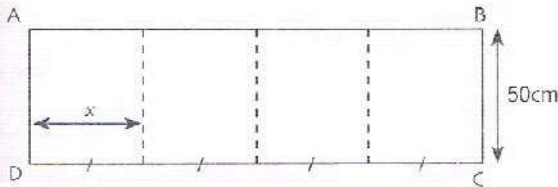
مساحته بـ 250cm^2 .

• ماهو عرض هذا المستطيل ؟

47 لاحظ الشكل المقابل حيث ABCD مستطيل،

• جد x إذا علمت أن مساحة هذا المستطيل هي :

$$280\text{cm}^2$$



48 لاحظ الرسم المقابل.

محيط المستطيل **إنتبه أشغال** هو نفس

محيط المثلث **إنتبه أشغال** متقايس



الأضلاع. جد x .

49 اشترى رضا من المكتبة 5 كراريس و 3 أقلام

و دفع له 420DA.

إذا علمت أن سعر الكرسي الواحد يبلغ خمسة أضعاف

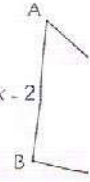
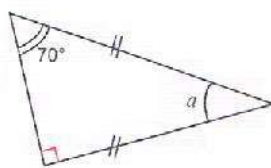
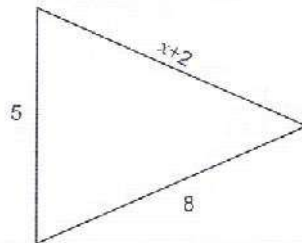
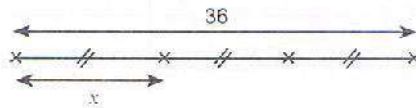
سعر القلم الواحد، ماهو سعر كل كرسي و كل قلم

بالدينار ؟

عند الإخفاق أعود إلى الصفحة :

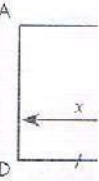
جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إياها.

74	1	a عدد ناطق. أكمل الجملة الآتية : إذا كان $a = -2$ فإن $a + 2 = \dots$
74	2	b عدد ناطق. أكمل الجملة الآتية : إذا كان $3b - 5 = 0$ فإن $b = \dots$
75 و 74	3	x عدد ناطق. أكمل الجملة الآتية : إذا كان $x < -3$ فإن $-x > \dots$
75 و 74	4	y عدد ناطق. أكمل الجملة الآتية : إذا كان $2y - 2 \geq 4$ فإن $y \geq \dots$
77 و 76	5	عين المدور إلى الوحدة لحاصل القسمة $\frac{136}{14}$. احصر هذا العدد بين عددين طبيعيين متتاليين.
77 و 76	6	أفكر في عدد. أضربه في 7 و أجد 4. ماهو هذا العدد ؟
75	7	احسب قيمة العبارة $13y - 4$ من أجل $y = -2$. ما هي قيمة هذه العبارة من أجل $y = \frac{4}{13}$ ؟
77 و 76	8	هل العدد 5 هو حل للمعادلة $2x - 7 = 3x + 11$ ؟
77 و 76	9	هل للمعادلتين نفس الحل : $5x - 3 = 0$ و $2x + 1 = -3x + 4$ ؟
77 و 76	10	حل المعادلة الآتية : $2x - 1 = 3x + 5$.
77 و 76	11	لاحظ الشكل المقابل. عين العدد x .
77 و 76	12	لاحظ الشكل المقابل (الوحدة 1cm). عين العدد x إذا علمت أن محيط المثلث هو 22cm.
77 و 76	13	لاحظ الشكل المقابل. عين العدد a .



طويل، تزداد

تطيل، تطيل هي :



و 3 أقلام

سة أضعاف
و كل قلم

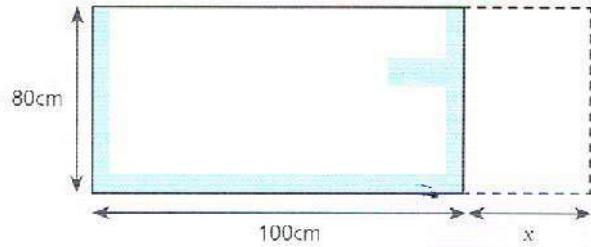
50 يبلغ عُمر رجل 45 سنة بينما يبلغ عُمر ابنه فيُصَل 6 سنوات.

بعد كم سنة يكون عُمر الأب ضعف عُمر ابنه ؟

51 يبلغ عُمر سامية ثلث عُمر أمها بينما يبلغ عُمر أم سامية نصف عُمر أمها.

إذا علمت أن مجموع أعمار سامية و أمها وجدتها هو 110 سنوات، فما هو عُمر سامية ؟

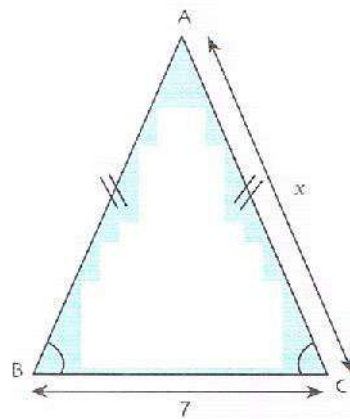
52 يريد فلاح تكبير حقله بالاعتماد على التصميم الآتي : (الوحدة m).



لتحقيق هذا المشروع، يجب على الفلاح وضع سياج جديد يضم الجزء الممثل بالخط المتقطع.

ماهي قيمة العدد x إذا علمت أن هذا الفلاح يملك 150 m من السياج ؟

53 ABC هو مثلث متساوي الساقين في A حيث $BC = 7$ (الوحدة cm)



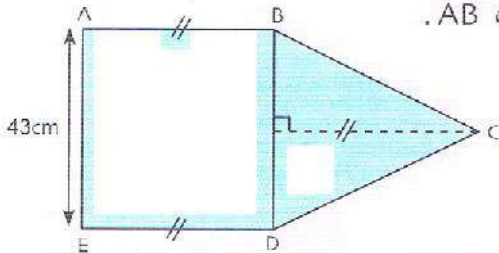
نسمي x طول الضلع [AC].

• ماهو الشرط الذي يجب أن يحققه العدد x حتى يكون الشكل ممكنا ؟

• احسب x إذا علمت أن محيط المثلث ABC يساوي 16cm.

54 مساحة الشكل ABCDE هي 1161cm^2 .

(الشكل). استعمل المعطيات المسجلة على الشكل لإيجاد الطول AB.



55 تضمنت مسابقة اختبارات في ثلاث مواد : الرياضيات و العلوم الفيزيائية و اللغة العربية مع العلم أن معامل الرياضيات هو 4 و معامل العلوم الفيزيائية هو 2 و معامل اللغة العربية هو 5.

في هذه المسابقة، حصلت عائشة على 12 من 20 في الرياضيات و 11 من 20 في العلوم الفيزيائية. ماهي العلامة التي حصلت عليها في اللغة العربية إذا علمت أن معدلها في هذه المسابقة بلغ 11,5 ؟

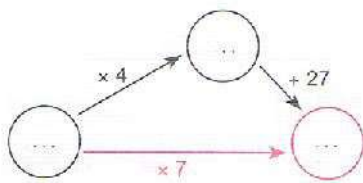
56 حصلت خديجة على معدل 13,5 من 20 في 3 فروض في الرياضيات.

ماهي العلامة التي ينبغي أن تتحصل عليها في الفرض القادم في الرياضيات حتى يبلغ معدلها 14 من 20 ؟

57 الصيغة التي تسمح بحساب درجة الحرارة t بالوحدة سلسيوس ($^{\circ}\text{C}$) و درجة الحرارة T بالوحدة فهرنهايت ($^{\circ}\text{F}$) هي $t = \frac{5}{9} \times (T - 32)$.

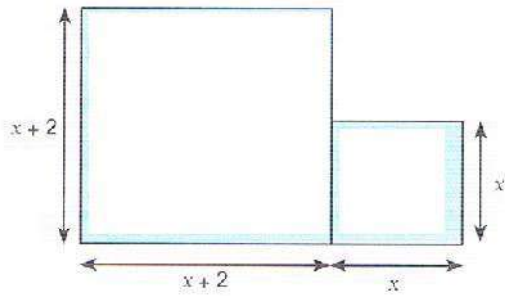
ماهي الدرجة التي سيسجلها المحرار بالوحدة ($^{\circ}\text{F}$) إذا كانت الدرجة المسجلة بالوحدة ($^{\circ}\text{C}$) هي 25°C ؟

58 لاحظ أن المسلكين الأسود و الأحمر يؤديان إلى نفس العبارة.



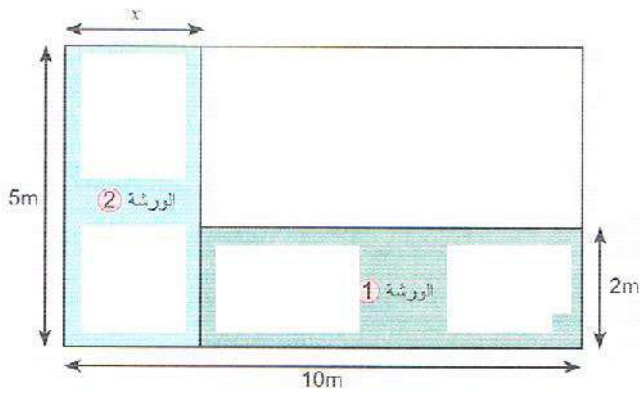
ماهي الأعداد التي نسجلها في الأقراص الثلاثة ؟

63 لاحظ الشكل الآتي :



- عَبرْ بدلالة x عن مساحة الجزء الملون.
- احسب مساحة هذا الجزء من أجل $x = 3$.

64 قَرّر صاحب محل تجاري تهيئته حسب التصميم الآتي :



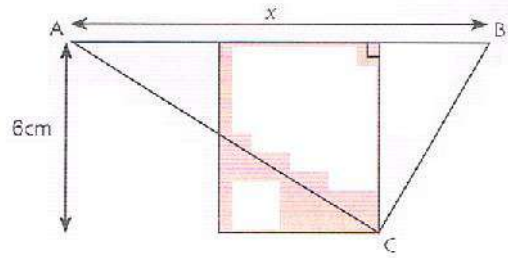
كيف يجب اختيار عرض الورشة ① حتى يكون للورشتين ① و ② نفس المساحة ؟

65 تريد إكمالية تنظيم رحلة لصالح التلاميذ إلى حديقة الحيوانات الواقعة بين عكنون بالجزائر العاصمة.

إذا ساهم كل مشارك بمبلغ 80DA فينقص 1620DA لتسديد مبلغ كلفة السفر. و إذا ساهم كل مشارك بمبلغ 120DA، فيتعدى مبلغ المساهمة مبلغ كلفة السفر بـ 540DA.

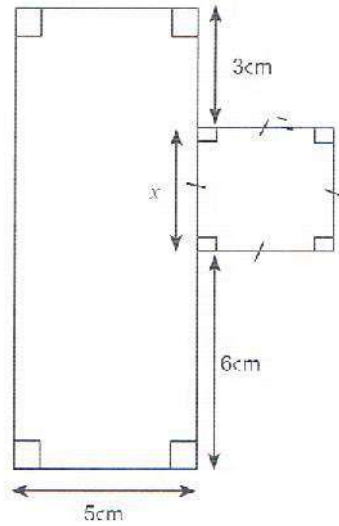
ما هو عدد التلاميذ الذين سيسمح لهم بالمشاركة في هذه الرحلة ؟

59 مثلث و الشكل الملون بالأحمر هو مربع (الوحدة cm)



وجد العدد x حتى يكون للمربع الأحمر و المثلث ABC نفس المساحة.

60 لاحظ الشكل الآتي : (الوحدة cm).



عَيّن العدد x حتى يكون للمربع و المستطيل نفس المحيط.

61 يقول بائع الأزهار لسمير «أقترح عليك باقة من 9 أزهار حتى يبقى عندك 14DA. تحصل على باقة من 11 زهرة اعلم أنه ينقصك 36DA».

حدّد سعر الزهرة الواحدة.

62 مسبح دائري، نصف قطر قاعدته 2,5m.

احسب القيمة المضبوطة لمحيط قاعدة المسبح.

• عَيّن حصر محيط هذه القاعدة إذا علمت أن

$$3,14 < \pi < 3,15$$

كل لإيجاد

43cm

ث مواد :
ية مع العلم
م الفيزيائية

س 20 في
ئية.
العربية إذا

20 في 3

في الفرض
من 20 ؟

لحرارة t
بالوحدة T

حدة (°F)

25°C ؟

يؤديان إلى

36DA

حدّد سعر الزهرة الواحدة.

62 مسبح دائري، نصف قطر قاعدته 2,5m.

احسب القيمة المضبوطة لمحيط قاعدة المسبح.

• عَيّن حصر محيط هذه القاعدة إذا علمت أن

ثلاثة ؟

وضعية

في منافسة سباق الدراجات، انطلق دراج بسرعة متوسطة قدرها 50km/h و هو يتابع دراجا آخر انطلق قبله بسرعة متوسطة قدرها 45km/h . ماهي المدة الزمنية اللازمة لهذا الدراج للالتحاق بمنافسه إذا علمت أن المسافة التي كانت تفصلهما عند الانطلاق هي 1km ؟ ماهي المسافة التي يقطعها الدراجان عندما يلتحق الدراج الثاني بالدراج الأول ؟

تحليل الوضعية

- اختيار المجهول : الزمن t .
- ترجمة نص المشكل على شكل معادلة، بدلالة المجهول t .
- حل المعادلة.
- التحقق من أن قيمة t المحصل عليها تحقق المعادلة ذات المجهول t .
- الخلاصة : إعطاء الإجابة المناسبة لكل سؤال من السؤالين المطروحين في نص المشكل.

حل مختصر

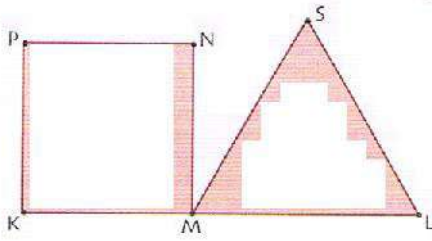
- نسمي t الزمن اللازم حتى يلتحق الدراج الثاني بالدراج الأول.
- بعد مدة t يكون الدراج الثاني قد قطع مسافة $(50 \times t)$ (الوحدة km) ، بينما يكون الدراج الأول قد قطع مسافة $(45 \times t)\text{km}$.
- يلتحق الدراج الثاني بالدراج الأول إذا كان $50 \times t = 45 \times t + 1$.
- بالتالي $t = \frac{1}{5}\text{h}$ أي $t = 12\text{min}$.
- المسافة التي يقطعها الدراج الثاني حتى يلتحق بالدراج الأول هي $(\frac{1}{5} \times 50)\text{km}$ أي 10km و هي المسافة التي يكون قد قطعها الدراج الأول.

وضعية للتقويم

تحمل سيارة 15 كيسا من الفريضة و 25kg من السكر، و تحمل سيارة أخرى 10 أكياس مماثلة من الفريضة و 150kg من السكر. يقول سائق إحدى السيارتين للآخر : «إن السيارتين تحملان نفس الكتلة من السلع». ماهي كتلة كل كيس من الفريضة ؟

حل معادلات أو مترجمات باستخدام جيو جيبيرا

مسألة



[KL] هي قطعة مستقيم حيث $KL = 10\text{cm}$.

M نقطة متحركة على [KL]، كيف يجب اختيار طول ضلع المربع KPNM حتى يكون لهذا المربع و المثلث المتقايس الأضلاع MLS نفس المحيط ؟

(1) إعادة إنجاز الشكل

(أ) رسم قطعة مستقيم طولها 10cm .

• انقر على ثم على **Segment de longueur donnée** ثم على صفحة الرسم احجز 10 في النافذة الظاهرة. نسمي هذه القطعة [KL].

(ب) إنشاء مربع.

• ارسم المستقيم (D) الذي يعامد (KL) في K بالنقر على ثم على **Perpendiculaire** ثم على K وعلى [KL].
• ارسم الدائرة التي مركزها K و نصف قطرها MK بالنقر على ثم على **Cercle (centre-point)** ثم على K ثم على M.

• عَيِّن تقاطع الدائرة و المستقيم (D) بالنقر على ثم على **Intersection** ثم على الدائرة ثم على المستقيم (D). تظهر نقطتان، نسمي P التي تقع فوق (KL).

• ارسم المنتصف O لـ [PM] بالنقر على ثم على **Milieu ou centre** ثم على P و على M.
• الرأس الرابع N للمربع KPNM هو نظير K بالنسبة إلى O.
• انقر على ثم على **Polygone** ثم على الرؤوس K، M، N، P للمربع بهذا الترتيب.

(ج) إخفاء الدائرة و المستقيم (D).

اضغط على الدائرة باليمنى ثم انقر على **Afficher l'objet** و نقوم بنفس العمل لإخفاء المستقيم.

(د) إنشاء المثلث المتقايس الأضلاع

- الدائرة التي مركزها M و نصف قطرها ML تقطع الدائرة التي مركزها L و نصف قطرها ML في نقطتين، نسمي S التي تقع فوق (KL).

- انقر على ثم على **Polygone** ثم على الرؤوس L، M، S للمثلث.

(2) البحث عن ضلع المربع المطلوب

• انقر على ثم على **Distance ou Longueur** ثم على K

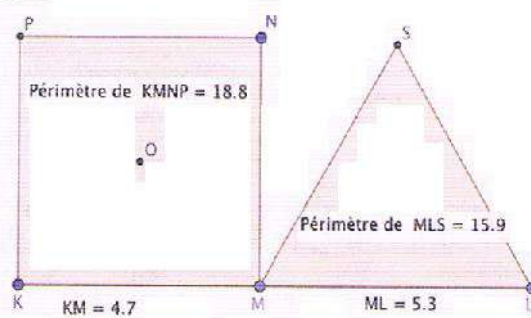
و على M فيظهر الطول KM.

انقر مرتين داخل المربع فيظهر محيطه.

• نفس العملية فيما يخص ضلع و محيط المثلث المتقايس الأضلاع MLS.

• حرك النقطة M على [KL] و أجب عن السؤال.

تمرين: أعد العملية السابقة بتعويض المربع KPNM بمستطيل KMNL حيث $KM = 2LP$.



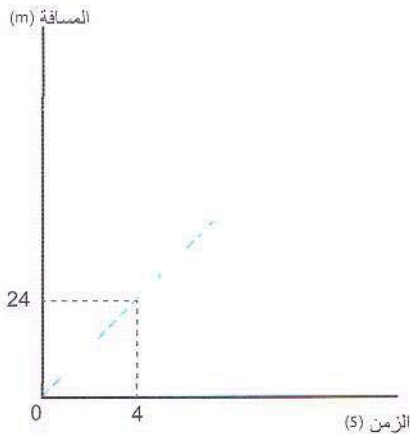
سأتعلم في هذا الباب



التعرف على وضعية تناسبية في تمثيل بياني.
استعمال التناسبية في وضعيات تدخل فيها النسبة المئوية.
التعرف على الحركة المنتظمة.
استعمال المساواة $d = v \times t$ في حسابات متعلقة بالمسافة المقطوعة والسرعة والزمن.
تحويل وحدات قياس السرعة وتوظيف التناسبية لاستعمال وحدات الزمن.

في بداية الساحة، يركب «البحار» سرعة السفينة. يُقَدَّر البحارة هذه السرعة باستعمال «البحار» على بكره ويحمل على مسافات يبلغ طول كل منها 47 قدما و 3 يوتات (4m). القطعة الخشبية في المياه وحز خلف السفينة ويبدأ في حساب الزمن باستعمال ساعة رملية. ففكره «البحار» بعد العقد. هذا العدد هو الذي يُعَبَّر عن سرعة السفينة بمصطلح «البحار» عن سرعة السفن. حاليا العقدة تُقَابِل بالضبط سرعة ميل بحري (1.852 km/h).

تحدي



البيان المقابل يُمَثِّل المسافة المقطوعة بدلالة الزمن لعذاء.

(1) ما هي المسافة التي قطعها هذا العذاء في مدة 3min34s؟

(2) ما هي المدة الموافقة لقطع مسافة 1500m؟

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إياها.

الإجابات

الأسئلة

(3)	(2)	(1)
6 3 2 15 7,5 5	4 6 12 6 9 18	7 6 0 56 48 8

1kg

0,8kg

1,25kg

$$6 - 4 = 2$$

$$6 \div 4 = 1,5$$

$$100 \div 4 = 25$$

$$x - 100 = 2 \text{ ومنه: } x = 102$$

$$x = 100 \times 1,5 \text{ ومنه: } x = 150$$

$$x = 25 \times 6 \text{ ومنه: } x = 150$$

$$600 \times 7$$

$$\frac{600}{7}$$

$$\frac{7}{600}$$

$$\frac{0,4 \times 7,6}{2,8}$$

$$\frac{2,8 \times 0,4}{7,6}$$

$$\frac{2,8 \times 7,6}{0,4}$$

الفاصلة 2 والترتيب 3

(3;2)

(2;3)

25%

70%

40%

$$200 - 75$$

$$\frac{200 \times 75}{100}$$

$$200 \times 0,75$$

$$x = 1,5$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$x = 6$$

1h30min

1,5h

1,30h

1. الجدول الذي يُمثّل وضعية تناسبية هو جدول...

2. 5 عُلب متماثلة تزن 4kg. تزن العُلبة الواحدة....

3. في هذه الوضعية التناسبية...

كمية البنزين المستهلكة (L)	4	6
المسافة المقطوعة (km)	100	x

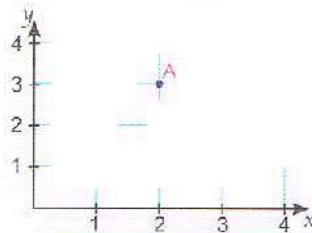
4. معامل التناسبية المُشار إليه في الجدول هو:

الكتلة (kg)	7	14
السعر (DA)	600	1200

5. في جدول التناسبية هذا قيمة x تُساوي...

2,8	7,6
0,4	x

6. إحداثيا النقطة A في هذا المعلم هما...



7. في إحدى الأقسام توجد 12 بنتًا من بين 30 متمرّسًا. النسبة المئوية للبنات في هذا القسم هي...

8. لحساب 75% من 200 نُجري العملية...

9. x عدد حيث $\frac{3}{x} = 2$ إذن...

10. نعبّر عن الساعة ونصف الساعة بـ...

1 تحديد خصائص وضعية تناسبية في تمثيل بياني

يحتاج أيوب إلى دبابيس لتزيين القسم. لذلك عليه أن يختار بين العروض الثلاثة الآتية

المحل (3)



من غلبة إلى 8 غلب: تُحسب
الغلبة الواحدة بـ 5DA
بدءًا من الغلبة التاسعة، تُحسب
الغلبة الواحدة بـ 2DA

المحل (2)



2,5DA
للغلبة
الواحدة.
+
قيمة جُزافية
10DA

المحل (1)



5DA للغلبة الواحدة

عدد الغلب	2	6	12	14
الثنى (DA)				

(1) من أجل كل عرض من العروض الثلاثة، انقل وأتمم

الجدول المقابل:

• اذكر في كل حالة إن كان الجدول يُمثّل وضعية تناسبية؟

(2) ارسم معلمًا (على محور الفواصل مربع واحد يُمثّل غلبة واحدة وعلى محور الترتيب مربع واحد يُمثّل 5DA).

مثّل في هذا المعلم وبألوان مختلفة مُعطيات الجدول المناسب لكل عرض من العروض الثلاثة.

(3) اشرح كيف يمكن التعرّف بيانيا على جدول تناسبية.

2 استعمال النسبة المئوية

(1) بلغ عدد سُكان الجزائر 40 مليون نسمة سنة 2016.

(أ) خلال هذه السنة، بلغت نسبة فئة السكان الذين تقلّ أعمارهم

عن 15 سنة 29%. ما هو عدد السكان البالغين 15 سنة فأكثر؟

(ب) خلال هذه السنة حوالي 10,8 مليون امرأة تتراوح أعمارهن

بين 15 سنة و 49 سنة. ما هي النسبة المئوية لهذه الفئة السكانية؟

(ج) إذا اعتبرنا أنّ عدد السكان سيرتفع بـ 37,5% بين 2016 و 2050. فما هو عدد السكان سنة 2050.

(2) في إحدى المؤسسات الصناعية، 25% من أصل 200 عاملة هُنَّ مهندسات و 35% من أصل 300 عامل هُم

مهندسون. ما هي النسبة المئوية للمهندسين والمهندسات معا في هذه المؤسسة؟

3 احترام إشارة تحديد السرعة

انطلق الأب وابنه في رحلة على متن سيارة.

(1) قطع الأب في المرحلة الأولى مسافة 180km في مدة 2h. نفترض أنه حافظ باستمرار على سرعة ثابتة أثناء قيادة السيارة.



(أ) ما هي المسافة التي قطعها خلال ساعة واحدة؟
نقول أن السرعة المتوسطة لهذه السيارة في هذه المرحلة هي 90 كيلومتر في الساعة ونكتب 90km/h.

(ب) في مرحلة ثانية من هذه الرحلة، ظل الأب يقود السيارة لمدة 1,5h وبسرعة متوسطة قدرها 83km/h.

ما هي المسافة التي قطعها خلال هذه المرحلة؟

(ج) ما هي سرعته المتوسطة التي قطع بها المسافتين معا خلال المرحلتين؟

(2) طلب الأب من ابنه أن يساعده على قيادة السيارة، علما أن للابن رخصة سياقة جديدة تفرض عليه عدم تجاوز سرعة 80km/h.

(أ) قطع الابن مسافة 120km في مدة 1h30min. ما هي سرعته المتوسطة؟

هل احترام الابن تحديد السرعة الذي تفرضه رخصته؟

(ب) قال الأب للابن: « كان عليك التوقف مرتين عند الضوء الأحمر. »
ماذا تستنتج؟

هل تعلم؟

تعتبر السرعة مفهوما مألوفاً ومتداولاً عند العام والخاص في حياتنا المعاصرة.

فالسائق الذي يقطع مسافة 320km خلال مدة 4h يقول إن سرعته المتوسطة كانت 80km/h، رغم أنه لاحظ خلال سفره أن سرعته



غير ثابتة (يحدث تسارع أو تباطؤ...) وأن عداد السرعة يُشير في كل لحظة لقيمة تارة أكبر وتارة أصغر من 80km/h لأن عداد السيارة يُشير إلى قيمة سرعة السيارة في كل لحظة. نقول أن هناك سرعتين: السرعة المتوسطة والسرعة اللحظية.

السرعة المتوسطة هي السرعة التي يُفترض أن تكتسبها السيارة إذا قطعت مسافات متساوية في مُدد متساوية مُحافضةً باستمرار على نفس السرعة.

1 التعرف على وضعية تناسبية في تمثيل بياني

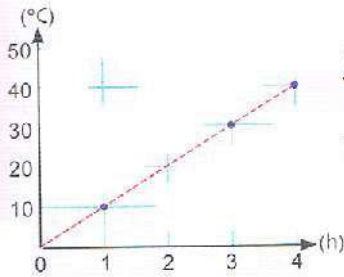
خاصية 1

تمثل بيانيا كل وضعية تناسبية في معلم بنقاط في استقامية مع مبدأ المعلم.

مثال

الجدول الآتي هو جدول تناسبية.

الزمن (h)	1	3	4
درجة الحرارة (°C)	10	30	40

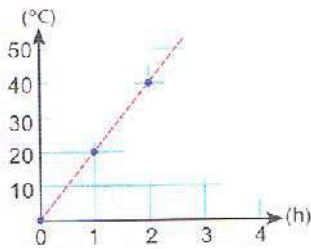


يُتمثل بيانيا في معلم بنقاط في استقامية مع مبدأ المعلم.

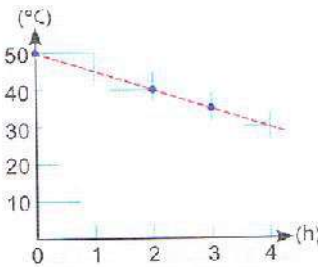
خاصية 2

كل تمثيل بياني نقاطه في استقامية مع مبدأ المعلم يُمثل وضعية تناسبية.

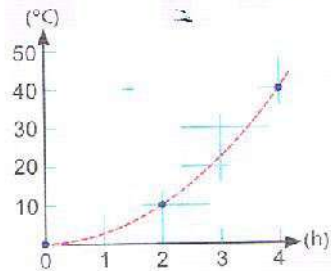
مثال



• النقاط في استقامية مع مبدأ المعلم، إذن هذا البيان يُمثل وضعية تناسبية.



• النقاط ليست في استقامية مع مبدأ المعلم، إذن هذا البيان لا يُمثل وضعية تناسبية.



• النقاط ليست في استقامية، إذن هذا البيان لا يُمثل وضعية تناسبية.

2 النسبة المئوية

خاصية

t يُشير إلى عدد. لحساب $t\%$ من عدد، نضرب هذا العدد في $\frac{t}{100}$.

طريقة

يؤول حساب نسبة مئوية إلى حساب مُعامل تناسبية والتعبير عنه بالكتابة $\frac{t}{100}$.

مثال 2

من بين 32 مُتدرسا في أحد الأقسام، توجد 8 بنات.

8	...
32	100

$$\frac{8}{32} = 0,25 = \frac{25}{100}$$

النسبة المئوية للبنات في هذا القسم هي 25%.

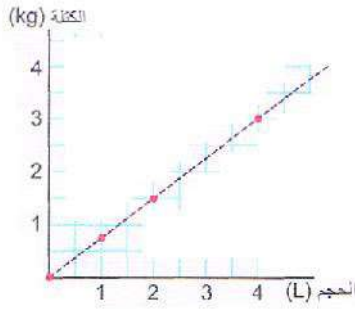
مثال 1

تحتوي قارورة عصير سعتها 75cl على 70% ماء.

ماء (cl)	70	52,5
عصير (cl)	100	75

يوجد 52,5cl من الماء في هذه القارورة.

• التناسبية والتمثيل البياني



تمرين : يُمثّل التمثيل البياني المقابل، كتلة بنزين m بـ (kg) بدلالة حجمه V بـ (L).

(1) ما هي كتلة 2L من هذا البنزين؟

(2) عبّر عن m بدلالة V .

(3) احسب كتلة 7L من هذا البنزين.

(4) احسب حجم 10,5kg من هذا البنزين.

حل : (1) 1,5kg هي كتلة 2L من البنزين.

(2) يُمثّل البيان وضعية تناسبية لأن نقاطه في استقامية

$$\frac{V}{m} = \frac{2}{1,5}$$

مع مبدأ المعلم. الجدول

المقابل هو جدول تناسبية.

حسب مساواة الجذائين المتصاليين،

$$m = \frac{1,5 \times V}{2} \text{ ومنه } m = 0,75 \times V$$

أو نكتب $m = 0,75V$ (0,75 هو معامل التناسبية و يُمثّل

في هذه الوضعية كتلة 1L بـ (kg).

(3) كتلة 7L من هذا البنزين هي 5,25kg.

(4) حجم 10,5kg من هذا البنزين هو 14L.

طريقة

إذا كانت $M(x; y)$ نقطة من نقاط في استقامية مع مبدأ المعلم فإنه يُمكن التعبير عن y بدلالة x في علاقة من الشكل $y = ax$.

• زيادة و تخفيض

تمرين : سعر كتاب 2000DA ازداد سعره بـ 10%، ثم انخفض بـ 10%، ما هو سعره الجديد؟

حل : ازدياد السعر بـ 10% يعني أنّ السعر صار 2200DA. $(2000 + 0,1 \times 2000 = 2200)$

انخفاض السعر السابق بـ 10% يعني أنّ السعر صار 1980DA. $(2200 - 0,1 \times 2200 = 1980)$

إذن السعر الجديد للكتاب هو 1980DA.

ملاحظة: زيادة سعر بـ 10% ثم تخفيضه بـ 10% لا يُعيدنا إلى السعر الأصلي.

طريقة

$$(1) \text{ لحساب ناتج زيادة } x \text{ بـ } t\%, \text{ نحسب } x + x \times \frac{t}{100} \text{ أو نحسب } (1 + \frac{t}{100})x$$

$$(2) \text{ لحساب ناتج تخفيض } x \text{ بـ } t\%, \text{ نحسب } x - x \times \frac{t}{100} \text{ أو نحسب } (1 - \frac{t}{100})x$$

دوري الآن

سعر كتاب 2000DA، انخفض سعره بـ 10%، ثم ازداد بـ 10%، ما هو سعره الجديد؟

• قارن النتيجة بنتيجة المشكل السابق، ماذا يُمكن أن تستنتج؟

3 الحركة المنتظمة والسرعة المتوسطة

نقول عن حركة أنها منتظمة إذا كانت المسافات التي يقطعها متحرك متناسبة مع المدة الموافقة لها.

مُعامل التناسبية هو **السرعة المتوسطة** V .

وبالتالي $d = V \times t$.

المدة	t
المسافة	d

السرعة المتوسطة لمتحرك هي حاصل قسمة المسافة

المقطوعة (d) على المدة الزمنية المستغرقة لقطع هذه

المسافة (t).

$$V = \frac{d}{t}$$

المسافة المقطوعة
المدة المستغرقة لقطع المسافة
السرعة المتوسطة

مثال 1

يُمثل البيان المقابل المسافات المقطوعة لدراجة نارية

بدلالة الزمن. التمثيل البياني عبارة

عن نقاط في استقامية مع مبدأ

المعلم، إذن المسافة المقطوعة

متناسبة مع المدة المستغرقة

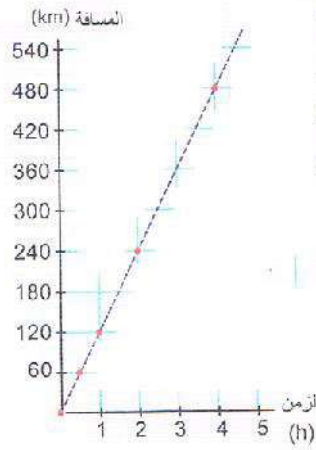
لقطعها؛ فالحركة منتظمة.

يقطع الدراج مسافة 120km

خلال 1 ساعة.

السرعة المتوسطة للدراجة هي

$$V = 120 \text{ km/h}$$



مثال 2

حساب سرعة متوسطة.

قطعت سيارة مسافة 246km في 3h.

$$V = \frac{d}{t} \text{ ومنه } V = \frac{246}{3} = 82 \text{ السرعة}$$

المتوسطة للسيارة هي 82km/h

أو $82 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

مثال 3

حساب مسافة.

سار راجل مدة 50s بسرعة متوسطة قدرها

$$1,5 \text{ m/s}$$

$$d = V \times t \text{ ومنه } d = 1,5 \times 50 = 75 \text{ قطع هذا}$$

الراجل مسافة 75m.

مثال 4

حساب مدة زمنية.

يقطع قطار مسافة 450km بسرعة

متوسطة قدرها 90km/h.

$$d = V \times t \text{ ومنه } 450 = 90 \times t \text{ أي}$$

$$t = \frac{450}{90} = 5$$

مدة رحلة القطار هي 5h.

ملاحظات

• في حركة منتظمة، يُعبّر عن المسافة بالمساواة $d = V \times t$ ويُعبّر عن المدة بالمساواة $t = \frac{d}{V}$ حيث d هي المسافة المقطوعة و t المدة المستغرقة لقطع المسافة.

• يُعبّر عن السرعة حسب الوحدات المختارة للمسافة المقطوعة و للمدة المستغرقة لقطع هذه المسافة.

إذا عبّر عن المسافة بالكيلومتر (km) و للمدة بالساعة (h) فإن السرعة يُعبّر عنها بالكيلومتر في الساعة ونكتب: km/h أو $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ (تقرأ كيلومتر في الساعة).

إذا عبّر عن المسافة بالمتر (m) و للمدة بالثانية (s) فإن السرعة يُعبّر عنها بالمتر في الثانية.

و نكتب: m/s أو $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

• تحويل وحدات قياس السرعة

تمرين (1): عبّر عن السرعة $V = 15,3 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$ بـ (m/s) .

(2) عبّر عن السرعة $V = 20 \text{ m/s}$ بـ (Km/h) .

حل: $15,3 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$ تُكتب أيضا $\frac{15,3 \text{ Km}}{1 \text{ h}}$ وتعني أنّ المدة التي استغرقت لقطع مسافة $15,3 \text{ km}$ هي 1 h .

• نعلم أنّ $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$

$$V = 15,3 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{15,3 \text{ Km}}{1 \text{ h}} = \frac{15,3 \times 1000 \text{ m}}{1 \times 3600 \text{ s}} = 4,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (1)$$

و $1 \text{ Km} = 1000 \text{ m}$

$$V = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{20 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{3600 \times 20 \text{ Km}}{1000 \times 1 \text{ h}} = 72 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1} \quad (2)$$

طريقة

تحويل وحدة قياس السرعة يزول إلى تحويل وحدة الزمن و وحدة المسافة في عبارة السرعة.

• للتحويل من $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ إلى $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ نضرب في $\frac{1000}{3600}$. • للتحويل من $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ إلى $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ نضرب في $\frac{3600}{1000}$.

• استعمال المساواة $d = V \times t$

تمرين:

(1) سارت فاطمة على طريق سيار مدة $1 \text{ h} 30 \text{ min}$ وبسرعة متوسطة قدرها $105 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$ ما هي المسافة التي قطعتها؟	(2) قطع عماد على متن دراجته مسافة 36 km بسرعة متوسطة قدرها $16 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$. ما هي المدة الزمنية لقطع هذه المسافة؟	(3) قطع أيوب مسافة 10 km مشيا، واستغرقت المسافة المقطوعة $1 \text{ h} 15 \text{ min}$ احسب سرعته المتوسطة.
---	--	--

حل و تعليقات

(3) $t = 1 \text{ h} 15 \text{ min}$
 $= 1 \text{ h} + 0,25 \text{ h} = 1,25 \text{ h}$
 نعلم أنّ $V = \frac{d}{t}$ ومنه
 $V = \frac{10}{1,25} = 8$
 مشى أيوب بسرعة متوسطة قدرها $V = 8 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$.

(2) نعلم أنّ $t = \frac{d}{V}$ ومنه $t = \frac{36}{16}$
 أي $t = 2,25 \text{ h} = 2 \text{ h} + 0,25 \text{ h}$
 $0,25 \text{ h} = 0,25 \times 60 \text{ min}$
 $0,25 \text{ h} = 15 \text{ min}$ ومنه
 قطع عماد المسافة في مدة $2 \text{ h} 15 \text{ min}$.

ساعة	1	x
دقيقة	60	30

(1) $x = \frac{30}{60} = 0,5$
 $t = 1 \text{ h} 30 \text{ min}$
 $= 1 \text{ h} + 0,5 \text{ h} = 1,5 \text{ h}$
 نعلم أنّ $d = V \times t$ ومنه
 $d = 105 \times 1,5 = 157,5$
 المسافة التي قطعتها فاطمة هي $157,5 \text{ Km}$.

طريقة

• إذا علم عدنان من بين الأعداد الثلاثة d, V, t فإنه يمكننا حساب العدد الثالث باستعمال الصيغة $t = V \times d$.
 • لتحويل الساعات إلى دقائق نضرب في 60 (لأنّ $1 \text{ h} = 60 \text{ min}$).

دورك الآن

- 1 قطع دراج مسافة 5400 m في مدة 12 min .
 احسب سرعته المتوسطة بـ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ثمّ بـ $\text{Km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- 2 قطعت سيارة مسافة 260 km بسرعة متوسطة قدرها $80 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$. احسب مدة المسافة المقطوعة بالساعات و الدقائق.

التعرف على وضعية تناسبية في تمثيل بياني

1 إليك أربعة جداول وأربعة بيانات:

(1) صل كل جدول بالبيان المناسب له.

(2) حدّد من بين الجداول الآتية الجدول الذي يُمثّل وضعية تناسبية.

(2)

1	4	9
2	4	6

(1)

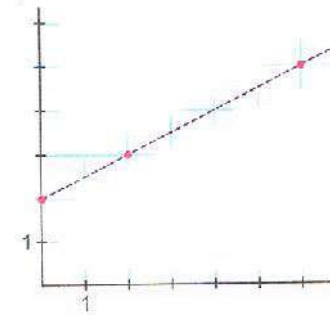
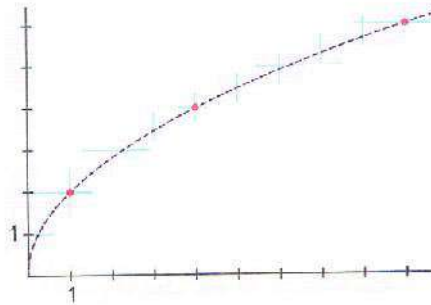
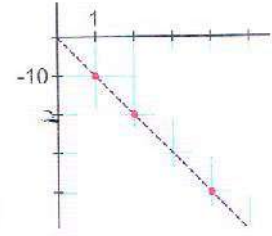
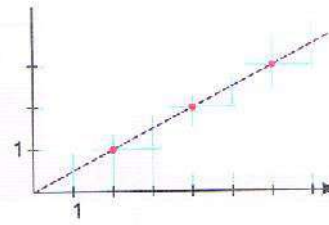
0	2	6
2	3	5

(4)

1	2	4
-10	-20	-40

(3)

1	4	6
1	2	3



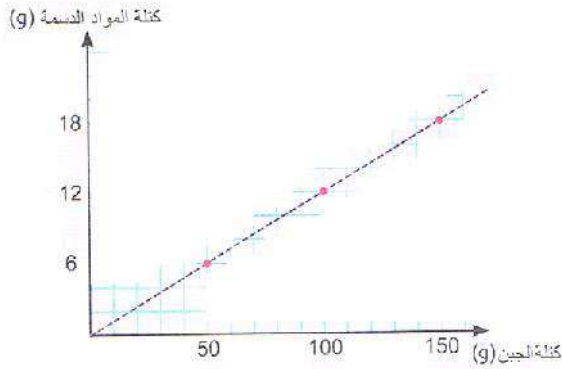
2 يُمثّل التمثيل البياني الآتي كتلة المواد الدسمة المحتواة في جبن.

(1) هل الوضعية هي وضعية تناسبية؟ اشرح.

(2) ما أقصى كمية من هذا الجبن يُمكن تناولها بحيث لا تتعدى كمية المواد الدسمة 6g؟

(3) ما هي النسبة المئوية للمواد الدسمة في هذا الجبن؟

(4) ما كمية المواد الدسمة المحتوية في 740g من هذا الجبن؟



3 إليك معلومات تتعلق بعلب.



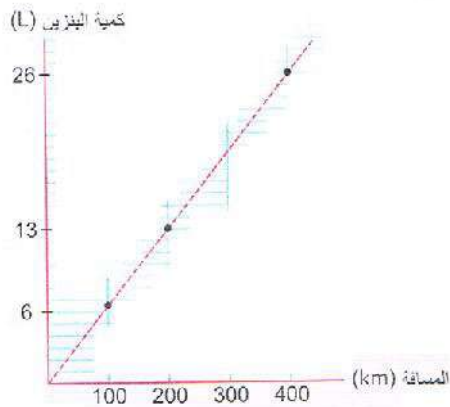
(1) التأكيدات الآتية صحيحة أم خاطئة؟ اشرح

فاطمة: (الكتلة بدلالة عدد العلب، تُمثّل بنقاط في استقامية مع مبدأ المعلم).

مريم: « 8 علب تزن 5,8 kg ».

(2) ما هي كتلة 13 علبة؟

4 التمثيل البياني الآتي يُمثّل كمية البنزين المستهلكة بدلالة المسافة المقطوعة.



(1) هل هذا البيان يُمثّل وضعية تناسبية؟

(2) ما كمية البنزين اللازمة لقطع مسافة 200km؟

(3) احسب كمية البنزين اللازمة لقطع 520km؟

(4) ما المسافة التي يُمكن قطعها إذا استهلكنا 52L؟

10 يحتاج الطفل المراهق إلى 8 ساعات نوم على الأقل. نام أيوب على الساعة 23h30min واستيقظ على الساعة 6h30min.

عبر بنسبة مئوية عن نقص النوم عند أيوب.

11 القسم 3م1: يوجد به 45% بنات من أصل 40 تلميذا وتلميذة.

القسم 3م2: يوجد به 45% بنات من أصل 40 تلميذا وتلميذة. ما هي النسبة المئوية للبنات في القسمين معا؟

12 خلال مباراة في كرة القدم، نجح الفريق الوطني في استغلال الكرة في الشوط الأول ب 60% من أصل 70 تمريرة، وخلال الشوط الثاني نجح في استغلال الكرة ب 90% من أصل 50 تمريرة. ما النسبة المئوية للتمريرات التي نجح في استغلالها هذا الفريق؟

13 جغرافيا

تُغطي المحيطات تقريبا 70% من سطح الكرة الأرضية. مساحة سطح المحيطات هي 360,5 مليون كيلومتر مربع. أعط تقديرا لمساحة سطح الكرة الأرضية؟

14 التنمية المستدامة

يواجه العالم خطورة التدهور البيئي الذي يجب التغلب عليه مع عدم التخلي عن حاجات التنمية الاقتصادية وكذلك المساواة والعدل الاجتماعي.

حسب إحصائيات 2007 فإن الاستهلاك السنوي للفرد الأوربي 7,5 طن من ثاني أكسيد الكربون CO_2 .

يعتقد الخبراء أن ديمومة حياة الأرض مرهون بأن تكون كمية الاستهلاك 1,5 طن.

عبر بنسبة مئوية عن التخفيض الضروري لاستهلاك CO_2 عند الفرد الأوربي.

15 عندما يتجمد الماء، فإن حجمه يزداد ب 7,5%. ما حجم قطعة الجليد التي نحصل عليها بعد تجميد 200L من الماء؟

5 اليك معلومات متعلقة ببراميل لتخزين الماء.

الارتفاع (cm)	15	30	45	120
السعة (L)	40	80	120	320

(1) مثل الجدول أعلاه في معلم (على محور الفواصل: خذ لكل 10cm مربعا واحدا وعلى محور الترتيب: خذ لكل 40L مربعا واحدا).

(2) بين إن كان جدول تناسبية بإجرائين:

• باستعمال البيان.

• باستعمال الجدول.

(3) باستعمال البيان، أعط تقديرا لارتفاع برميل سيعتبه 250L ثم حدّد هذه النتيجة حسابيا.

استعمال التناسبية في وضعيات تدخل فيها النسبة المئوية.

6 عبر بنسب مئوية عن كل مما يلي:

- (أ) 7 من 10 (ب) 3 من 5 (ج) 45 من 50
(د) 3 من 8 (هـ) 30 من 80 (و) 12 من 20

7 ثباغ لعبة ب 380DA، بعد مدة ارتفع سعرها ب 15%.

(1) ما هو مبلغ الزيادة؟

(2) ما هو السعر الجديد للعبة؟

8 انتقل سعر بضاعة من 3000DA إلى 3060DA.

ما هي النسبة المئوية لهذه الزيادة؟

9 يحتاج أيوب لتحضير مشروب إلى 10cL

من عصير البرتقال و 15cL من عصير المشمش.

يحتوي عصير البرتقال على 90% من الماء وعصير المشمش على 80% من الماء.

ما هي النسبة المئوية للماء في هذا المشروب؟

الجبن؟
من هذا

ة (g)

استقامية

لمستهلكة

22 رتّب الحيوانات الآتية من السريع إلى البطيء:

الزرافة	الفيل	الأيل
51km.h ⁻¹	12m.s ⁻¹	20m.s ⁻¹

23 في ما يلي، احسب السرعة المتوسطة للحيوانات، مُحدّدا الوحدة.

- (1) يقطع حصان مسافة 21km في 3h.
- (2) يقطع كلب مسافة 24m في 4s.
- (3) يقطع عصفور مسافة 7km في 20min.

24 تُحسب سرعة تدفّق مياه نهر، بقسمة حجم الماء بـ m³ على مدّة التدفّق بالثانية.

- (1) ما هي الوحدة المُعبّرة عن سرعة التدفّق؟
- (2) يصبُّ أحد الأنهار 8000m³ في البحر خلال 20s. احسب ذهنيا سرعة تدفّق هذا النهر؟

25 قطع أيوب 14km خلال 2h30min.

- (1) احسب سرعته المتوسطة بـ km/h.
- (2) بهذه السرعة، ما المسافة المقطوعة خلال 1h45min؟

26 يُمكن للدلفين أن يقطع مسافة 9km خلال 15min.

- (1) احسب سرعته المتوسطة بـ km/h.
 - (2) بهذه السرعة:
- (أ) ما المسافة التي يقطعها هذا الدلفين خلال 1h15min؟
 - (ب) ما المدّة التي يستغرقها الدلفين ليقطع مسافة 10,8km؟ تُعطى النتيجة بالدقائق.

27 تستغرق فاطمة مدّة 12min للذهاب إلى العمل

- بواسطة حافلة. سرعتها المتوسطة 40km/h.
- (أ) عبّر عن 12min بالساعات في كتابة عشرية.
- (ب) ما المسافة التي تفصل إقامة فاطمة عن العمل؟

28 مُتزلّج على الأمواج، قطع على نفس الموجة مسافة 11,7km في مدّة 36min.

احسب سرعته المتوسطة بـ m/min، ثمّ بـ km/h.

16 يبلغ طول الحدود البرية الجزائرية حوالي 6343km وشريط ساحلي طوله حوالي 1644km.

• احسب النسبة المئوية لما يُمثّله طول الساحل بالنسبة إلى مُحيط التراب الجزائري

السرعة المتوسطة

17 حوّل ما يلي ذهنيا إلى الدقائق.

- | | | |
|------------|-----------|-------------|
| (أ) 4h5min | (ب) 7h | (ج) 1h30min |
| (د) 30s | (هـ) 0,1h | (و) 15s |

18 حوّل ما يلي ذهنيا إلى الساعات بكتابة عشرية.

- | | | |
|-----------|------------|-----------|
| (أ) 45min | (ب) 12min | (ج) 18min |
| (د) 30min | (هـ) 90min | (و) 15min |

19 حوّل ما يلي إلى الساعات والدقائق.

- | | | |
|-----------|-----------|----------|
| (أ) 2,4h | (ب) 3,75h | (ج) 4,9h |
| (د) 5,45h | (هـ) 2,5h | (و) 1,3h |

20 نفترض أنّ سيارة تسير بسرعة ثابتة.

(إليك إنجاز مريم:

المسافة	10km	y	$y \times 15 = 10 \times 24$
الزمن	15min	24h	$y = \frac{10 \times 24}{15}$

اشرح لماذا أخطأت مريم.

21 تسير سيارة بحركة منتظمة على الطريق السيار بسرعة 120km.h⁻¹.

(1) عبّر عن المسافة المقطوعة d بدلالة المدّة الزمنية للتنقل t.

(2) أحسب المسافات المقطوعة خلال:

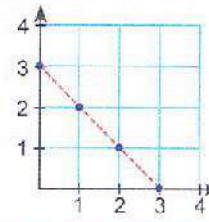
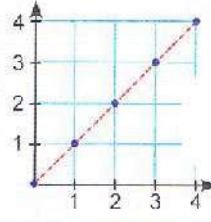
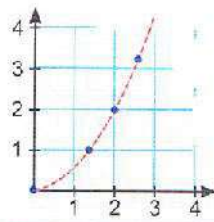
- (أ) 4h45min ؛ (ب) 2h ؛ (ج) 1h30min
- (3) عبّر عن t بدلالة d، ثم احسب مُدّد المسافات المقطوعة الآتية:

- | | | |
|-----------|-----------|----------|
| (أ) 240km | (ب) 105km | (ج) 30km |
|-----------|-----------|----------|

عند الإخفاق أعود
إلى الصفحة :

أجب عن الأسئلة الآتية :

90



اختر البيان الذي يمثل وضعية تناسبية...

1

90

التمثيل البياني لهذا الجدول في معلم هو...
(أ) نقاط في استقامية مع مبدأ المعلم.
(ب) نقاط ليست في استقامية.
(ج) نقاط من مستقيم لا يمر من المبدأ.

إليك الجدول الآتي :

4	8	12
10	20	30

اختر الإجابة الصحيحة من بين
الإجابات الآتية:

2

90 و 91

القسم 3م1 تعداده 30 و 20% منه بنات. القسم 3م2 تعداده 20 و 80% منه بنات.
ما هي النسبة المئوية للبنات في القسمين معا؟

3

90 و 91

لباس ثمنه 10500DA، بيع بعد تخفيض بثمان 8400DA. ما هي النسبة المئوية لهذا التخفيض؟

4

90 و 91

غرض ثمنه 200DA، انخفض ثمنه بـ 10% ثم ارتفع بـ 10%. ما هو ثمنه الجديد؟

5

90 و 91

ينطلق أيوب في رحلة فيقطع مسافة 84km أي 60% من مسافة هذه الرحلة.
ما هي مسافة هذه الرحلة؟

6

93

$$27 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \dots\dots\dots$$

ضع العلامة x على الإجابة الصحيحة

$$97,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \square \quad ; \quad 9,72 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \square \quad ; \quad 7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \square$$

7

93

يقطع أيوب بدراجته مسافة 12km بسرعة متوسطة قدرها $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

قطع أيوب هذه المسافة في مدة

ضع العلامة x على الإجابة الصحيحة

$$25 \text{ min} \quad \square \quad ; \quad 30 \text{ min} \quad \square \quad ; \quad 1 \text{ h } 6 \text{ min} \quad \square$$

8

92 و 93

يقطع أيوب مسافة 42km في مدة 1h12min. ما هي سرعته المتوسطة؟

9

92 و 93

يمشي أيوب مسافة 5km خلال 1h15min ثم يمشي مسافة 18km خلال 3h.

سرعته المتوسطة هي...

ضع العلامة x على الإجابة الصحيحة

$$\approx 5,4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \quad \square \quad ; \quad 5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \quad \square \quad ; \quad 6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \quad \square$$

10

30 أفكر وأجيب

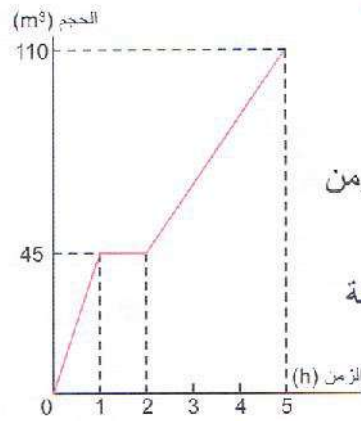
أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير.

(أ) في أحد الأندية الرياضية تُمنّ الأنصار هم قُصّر ونصف الأنصار أعمارهم أكبر من 25 سنة. 37,5% هي النسبة المئوية للأنصار الذين تتراوح أعمارهم بين 18 سنة و 25 سنة .

(ب) تلزمنا مدّة 1min12s لقطع مسافة 800m بسرعة متوسطة قدرها 40km/h.

(ج) السرعة المتوسطة للدراج الذي يقطع مسافة 18km خلال ساعة واحدة هي أكبر تماما من سرعة سيارة يُتحكّم فيها عن بُعد تقطع 5m خلال 1s.

31 قراءة وتحليل بيان



التمثيل البياني أدناه يُمثّل حجم الخرسانة التي تنتجها آلة بدلالة زمن تشغيلها.
(1) ما هو حجم الخرسانة المنتجة:

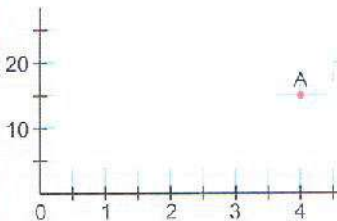
(أ) خلال 1 ساعة؟

(ب) بين الساعة الثانية والساعة الخامسة؟

(2) ماذا حصل بين الساعة الأولى والساعة الثانية؟

(3) هل حجم الخرسانة المنتجة بهذه الآلة متناسب مع زمن تشغيلها؟

32 أين أضع النقطة...



وضعت فاطمة على المعلم المقابل النقطة A ثم

أرادت أن تضع نقطة B بحيث تكون النقطتان

A و B في استقامة مع مبدأ المعلم. إذا علمت أن فاصلة النقطة B هي 7 فما هو ترتيبها؟

33 أبرهن

في المعلم المقابل، (Ot) نصف مستقيم يمر من المبدأ. M نقطة إحداثياتها (x; y) و A نقطة فاصلتها 1 وترتيبها a على نصف المستقيم (Ot).

(1) باستعمال خاصية المثلثين المعيّنين بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين، بيّن أن

$$\frac{1}{x} = \frac{a}{y}$$

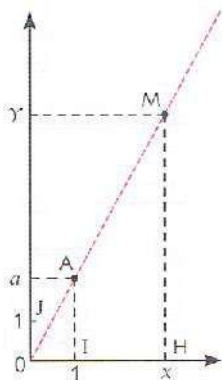
(2) لماذا يُمكن أن نكتب $y = ax$ ؟

(3) عمّ تُعبّر المُساواة $y = ax$ ؟

(4) هل العلاقة بين إحداثيي النقطة M مرتبطة بموضع النقطة M؟ برّر.

(5) انقل وأتمم:

إذا كانت نقط مع مبدأ المعلم فإن هذه النقطة مع



34 عداد السيارة

يُشير العدّاد إلى 56782km عندما تنطلق سيارة على الساعة 12h30min، وعند وصولها على الساعة 14h10min نقرأ على العدّاد 56887km. ما هي السرعة المتوسطة بالكيلومتر في الساعة لهذه السيارة خلال هذا الانتقال؟

35 الصاعقة والبرق

ينتشر الصوت بسرعة 330m/s.

يُرافق ظاهرة حدوث الصاعقة في فصل الشتاء مُشاهدة البرق وسماع دوي الرعد.

- (2) ما هي النسبة المئوية الكلية للتخفيض؟
 (3) إذا كان التخفيض بـ 10% أولا ثم بـ 20% ثانيا هل يكون سعر الغسالة هو السعر نفسه الذي تحصلت عليه في السؤال 1؟

41 الكتلة والوزن

وزن جسم في مكان ما مرتبط بكتلته وتسارع الجاذبية ويُعبر عن هذا بعلاقة نيوتن $p = mg$.

حيث P : هو وزن هذا الجسم في هذا المكان معبراً عنه بالنيوتن (N) (هو مقدار قوة جذب الكوكب لهذا الجسم).

m كتلة الجسم بـ kg . g تسارع جاذبية هذا الكوكب.

(1) على الأرض تسارع جاذبية الأرض هي $g_r = 9,8$.

احسب الوزن (بالنيوتن) على الأرض لرجل كتلته $70kg$.

(2) العلاقة $p = mg$ تبقى صحيحة على كوكب القمر.

الجدول الآتي يُعطي قيمًا لكتل تُقابلها أوزانها على سطح كوكب القمر.

كتلة (kg)	3	10	25	40	55
الوزن (N)	5,1	17	42,5	68	93,5

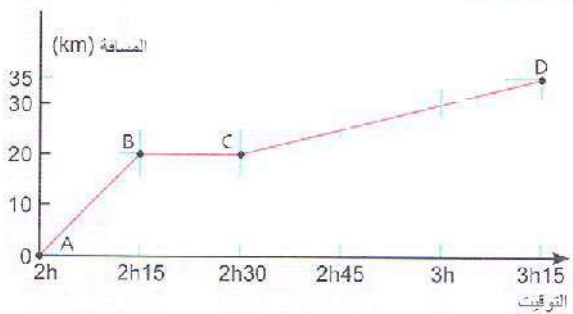
(أ) هل الجدول جدول تناسبية؟

(ب) احسب تسارع جاذبية القمر (نرمز له بـ g_c)

(ج) هل صحيح أننا نزن على القمر 6 مرات أقل من الأرض؟

42 أفهم بيانا تخرج معلومات

البيان الآتي يُمثل المسافة المقطوعة بدلالة الزمن لمركبة.



احسب السرعة المتوسطة لهذه المركبة في مختلف المراحل.

(1) إذا سمعت صوت دوي الرعد بعد 6s من رؤية البرق، فما هي المسافة التي تفصله عن المكان الذي سقطت فيه الصاعقة الرعدية؟

(2) يتواجد أيوب على مسافة 9,9km من سقوط صاعقة رعدية. ما هي المدة الزمنية الفاصلة بين رؤيته للبرق وسماعه لدوي الرعد؟

36 سرعة دوران الأرض حول الشمس

تدور الأرض حول الشمس خلال سنة (365 يوماً). عندما تدور دورة كاملة فإنها تقطع مسافة $9,5 \times 10^8 km$. احسب سرعة دوران الأرض حول الشمس بالكيلومتر في الثانية. تدور النتيجة إلى الوحدة.

37 دوران الأرض حول نفسها

يُقدر نصف القطر المتوسط للأرض بـ 6371km. نعلم أن الأرض تدور دورة كاملة حول نفسها خلال 24h. (1) يتواجد رجل على سطح الأرض على مستوى خط الاستواء، بين أنه يقطع حوالي 40030km خلال 24h. (2) حدّد سرعته المتوسطة بـ km/h.

38 ساعة الوصول

ينطلق أيوب بدراجته من منزله على الساعة 7h55min بسرعة 12km/h متوجهاً إلى المتوسطة التي تبعد عن منزله بمسافة 6km. على أي ساعة يلتحق بالمتوسطة؟

39 ارتفاع ثم انخفاض للأسعار

(1) اشترى شخص معطفاً في فترة ارتفعت فيها الأسعار بـ 25%. دفع 3875DA ثمناً لهذا المعطف. كم كان ثمنه قبل ارتفاع الأسعار؟
 (2) بعد فترة انخفضت الأسعار بنسبة 25%. ما هو الثمن الجديد للمعطف؟

40 تخفيضان متتاليان

تُباع غسالة بـ 20800DA. خضع سعرها إلى تخفيضين متتاليين في إحدى الفترات بـ 20% ثم بـ 10%. (1) ما هو السعر الجديد للغسالة؟

وضعية

رحلة من القالة إلى تلمسان



انطلقت عائلة مريم في رحلة على متن سيارة من القالة إلى تلمسان على الطريق السيار غرب شرق وكان الأب قد قرّر أن تكون سرعته المتوسطة خلال هذه الرحلة 100km/h ، لكنه في البداية قطع 40% من المسافة الكلية في مدة $3\text{h } 2\text{min } 24\text{s}$. هل يواصل رحلته بنفس السرعة؟ إذا كان الجواب بالنفي فما هي السرعة الثابتة التي يجب أن يقود بها السيارة كي يحترم قراره؟ ما هي تكلفة البنزين خلال هذه الرحلة؟ (تدور إلى الوحدة من الدينار). (استعمل الوثائق المرفقة بهذا النص).



استهلاك البنزين: $5\text{L}/100\text{Km}$
سعر اللتر من البنزين: $35,72\text{DA}$

وضعية للتقويم

يُصدر مؤشر بطارية كمبيوتر محمول صوتاً ثم تظهر رسالة على الشاشة تفيد بقرب نفاد البطارية. أتساءل، ما المدة الزمنية التي يمكن أن أعمل خلالها بهذا الكمبيوتر بعيداً عن مأخذ التيار الكهربائي حينما تكون البطارية مشحونة كلياً.



أعط تقديراً لذاتية هذا الكمبيوتر حينما تكون البطارية مشحونة كلياً.

توجيهات

قراءة وفهم الوضعية

- عمّ يتحدّث النص؟
- رتّب المعطيات ثم حدّد التعليمية (أو التعليمات).
- تحليل الوضعية واختيار استراتيجية حل مناسبة
- ما هي المقادير المتداخلة في النص؟
- ما علاقتها ببعضها؟

• ما المقصود بالسرعة المتوسطة؟

• ماذا نحسب في البداية؟ ماذا نوظف؟ ولماذا؟

• هل هذا كافٍ؟ إذن عمّ نبحت فيما بعد؟

تنفيذ استراتيجية الحل المختارة

أفكر في تقسيم ثلاث مراحل ثم أجب...

• أستخدم الوحدات بعناية.

• أختار العملية المناسبة لكل مرحلة.

• أنجز الحسابات.

• أفسر نتائج الحسابات.

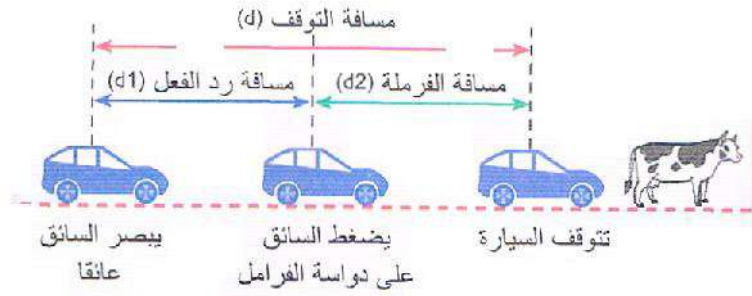
• أحزّر حلاً.

حل مختصر

السرعة الثابتة التي يجب أن يقود بها السيارة كي يحترم قراره هي 90km/h .
تكلفة البنزين 1629DA .

مسافة التوقف والأمان من الحوادث

نشاط



يسير سائق عربة مُحترس بسرعة V مُعَبَّر عنها بـ km/h .

(1) **حساب مسافة رد الفعل:** حين يُشاهد هذا السائق عائقاً أمامه فإنَّ 1s هي مُدة ضرورية تسمح له بالترنث قبل اتخاذ أي إجراء. خلال هذه المُدة تكون العربة قد قطعت مسافة d_1 (يُعبَّر عنها بالمتر) وتُسمى **مسافة ردّ الفعل** وتُعطى بالعلاقة $d_1 = \frac{V}{3,6}$.

اشرح لماذا خلال 1s تُعطى هذا المسافة بالعلاقة $d_1 = \frac{V}{3,6}$.
انقل على ورقة اكسل مُعطيات الورقة الحسابية الآتية ثمَّ احجز في الخلية B_2 الطلبة المُناسبة لحساب $d_1(m)$ مسافة رد الفعل من أجل $V = 20\text{km/h}$. ومن ثمَّ عمِّم محتوى الخلية B_2 إلى الخلية $M2$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	V(km/h)	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
2	d1(m)												
3													

(2) **حساب مسافة الفرملة:** مسافة الفرملة d_2 هي المسافة التي تقطعها العربة خلال المُدة الزمنية التي يضبط فيها السائق على دواسة الفرامل.

نقبل أن قيمة مقربة لهذه المسافة تُعطى بالعلاقة $d_2 = \frac{V^2}{254 \times C}$ حيث d_2 يُعبَّر عنها بـ (m) و V بـ (km/h) و C مُعامل الالتصاق يتعلّق بوضع الطريق. في كُل ما يلي نعتبر الطريق جافاً إذن $C = 0,8$.

	A	B
1	V(km/h)	20
2	d1(m)	5,56
3	d2(m)	

عُدْ إلى ورقة الحساب السابقة واملأ الخلية $A3$ كما هو مبين على الورقة المقابلة.
ثمَّ احجز في الخلية $B3$ الطلبة $= B_1^2 / (254 * 0,8)$. ومن ثمَّ عمِّم محتوى الخلية $B3$ إلى الخلية $M3$.

(3) **حساب مسافة التوقف:** نرمز بـ d لمسافة التوقف، لدينا $d = d_1 + d_2$.

(أ) عُدْ مرّة أخرى إلى ورقة الحساب السابقة واملأ الخلية $A4$ كما هو مبين على الورقة المقابلة. ثمَّ احجز في الخلية $B4$ الطلبة $= B2 + B3$ ومن ثمَّ عمِّم محتوى الخلية $B4$ إلى الخلية $M4$.

	A	B	C
1	V(km/h)	20	30
2	d1(m)	5,56	8,33
3	d2(m)	1,97	4,43
4	d(m)	=B2+B3	

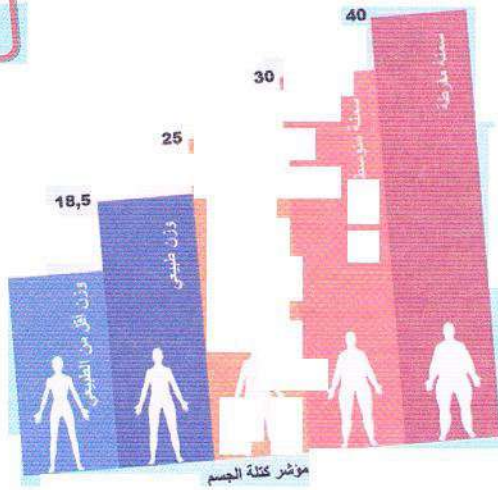
(ب) هل مسافة التوقف متناسبة مع السرعة؟ اشرح.

(ج) ما السلوكيات الواجب أن تُحرّك مشاعر وتصرفات السائق عند قراءته لمسافات التوقف هذه؟

تنظيم معطيات

سأتعلم في هذا الباب

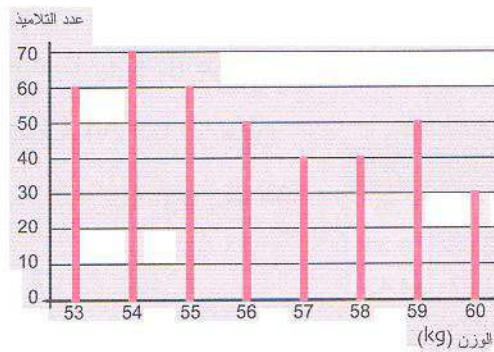
تجميع معطيات إحصائية في فئات و تنظيمها في جداول.
تقديم سلسلة إحصائية في جدول و تمثيلها بمخطط أو بيان.
حساب المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية.
استعمال المجدولات في استغلال معطيات إحصائية.



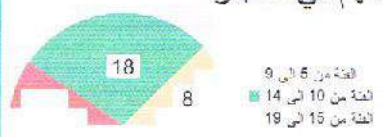
يعرف الوزن الزائد و السمنة عند الإنسان بأنها تراكم غير طبيعي أو مفرط للدهون قد يلحق الضرر بالصحة. نسمي مؤشر كتلة الجسم حاصل قسمة الوزن بالكيلو غرام على مربع القامة بالمتر. يشيع استعمال هذا المؤشر لتصنيف الوزن الزائد و السمنة لدى البالغين.
تعرف المنظمة الصحة العالمية الوزن الزائد و السمنة على النحو التالي:
• الوزن الزائد هو أن يكون المؤشر أكبر أو يساوي 25.
• السمنة هي أن يكون المؤشر أكبر من أو يساوي 30.

تحدي

المخططان الآتيان يعبران على توزيع تلاميذ متوسطة حسب قاماتهم و أوزانهم.
احسب معدل أوزان هؤلاء التلاميذ ثم أعط تقديرا لمعدل قاماتهم.



جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إياها.

الإجابات			الأسئلة
(3)	(2)	(1)	
3,6°	36°	20°	1. في مخطط نصف دائري تمثل 20% بقطاع دائري زاويته
18,75%	6%	0,6	2. المخطط نصف الدائري التالي يبين توزيع 32 تلميذا حسب علاماتهم في اختبار
			 التكرار النسبي للفة « من 5 إلى 9 » هو
عدد مرات ظهور هذه القيمة في السلسلة الإحصائية.	تكرارها النسبي في التكرار الكلي	تكرارها النسبي في 100	3. تكرار قيمة يساوي
عدد f حيث $0 \leq f \leq 1$	كسر بسطه أصغر من مقامه.	عدد أصغر من 1.	4. التكرار النسبي هو
عدد موجب.	أقل من 1.	يساوي 1.	5. مجموع التكرارات النسبية
بقية مقربة لـ $\frac{7}{8}$.	بالنسبة المئوية 87,5%	بالعدد 0,875	6. يمكن التعبير عن التكرار النسبي $\frac{7}{8}$.
13,4	13	13,5	7. معدل العلامات 13 ، 12,5 ، 13 ، 15,5 ، 13 هو
40%	45%	30%	8. يبين المخطط الدائري التالي المواد المفضلة لدى 30 تلميذا.
			 النسبة المئوية للذين يفضلون العلوم الطبيعية هي

1 متوسط سلسلة إحصائية

- تم تقسيم قطعة أرضية إلى أربعة أجزاء بين رشيد و أحمد وسعيد و عمر كما يلي:
حصة رشيد: $1214m^2$ ، حصة أحمد: $1142m^2$
حصة سعيد: $1221m^2$ ، حصة عمر: $1303m^2$
ماذا سيكون نصيب كل واحد لو كانت الأجزاء الأربعة متساوية المساحة.
إليك توزيع مجموعة من تلاميذ حسب قاماتهم بالسنتيمتر.

القامات	146	150	155	159
التكرار	5	12	8	5

لو كانت قامات كل التلاميذ متساوية، ماذا ستكون القامة m لكل تلميذ؟ ماذا يمثل العدد m ؟

2 تجميع معطيات إحصائية في فئات وتنظيمها في جدول

- سألنا 25 شخصا من مالكي السيارات الخاصة عن المسافة (بالكيلومتر) التي يقطعونها يوميا و كانت النتائج كالآتي:

20	32	43	55	21	34	48	50	22	33
45	22	33	44	27	35	43	28	35	28
35	29	37	40	39					

اجمع هذه المعطيات في أربع فئات متساوية المدى ثم نظمها في جدول تكراري.

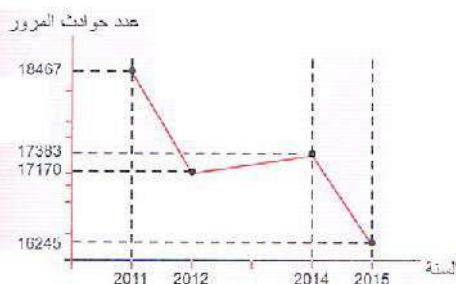
3 حساب تكرارات و تكرارات نسبية

- قامت مؤسسة بدراسة مدة صلاحيات مصابيح كهربائية (بالساعة) على عينة من مصابيح و كانت النتائج كمايلي:

المدة	من 350 إلى 650	من 655 إلى 955	من 960 إلى 1260	المجموع
عدد المصابيح	225	825	...	...
التكرار النسبي	0,15	...	0,3	...

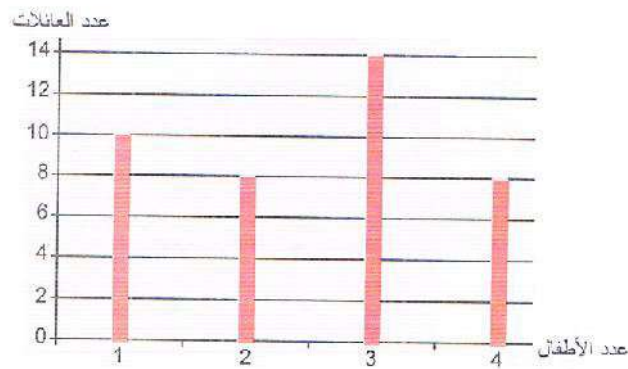
أتم هذا الجدول.

- يعطي البيان أدناه عدد حوادث المرور في المناطق الحضرية في السنوات 2011، 2012، 2014، 2015.



السنة	2011	2012	2014	2015
التكرار	...	...	17170	...
التكرار النسبي	...	...	...	...

أنشطة



يمثل المخطط بالأعمدة التالي توزيع عائلات قرية حسب عدد الأطفال.

نقل ثم أتمم الجدول التالي:

عدد الأطفال	...	...	...
التكرار	...	...	...
التكرار النسبي بنسبة مئوية	...	...	...



يتعلق المخطط التالي بمعدلات تلاميذ متوسطة في شهادة التعليم المتوسط.

نقل ثم أتمم الجدول التالي:

المجموع	من 16 إلى 18,99	من 13 إلى 15,99	من 10 إلى 12,99	من 6 إلى 9,99	الفئة (معدلات على 20)
...	...	...	...	...	التكرار
...	...	...	...	...	التكرار النسبي

4 تمثيل سلسلة إحصائية بمخطط أو بيان

يتعلق الجدول التالي بأجور عمال مؤسسة (بالدينار).

الفئة	من 35 000DA إلى 40 000DA	من 45 000DA إلى 50 000DA	من 55 000DA إلى 60 000DA	من 65 000DA إلى 70 000DA
(مرتبات بـ DA)	20%	40%	30%	10%
التكرار النسبي				

مثل هذا الجدول بمخطط بأعمدة ثم بمخطط دائري.

1 متوسط سلسلة إحصائية

مثال

• إليك أجور عمال مؤسسة صغيرة بالدينار.

40 000	60 000	55 000	45 000
43 000	90 000	40 000	80 000

• متوسط الأجور في هذه المؤسسة هو 56 625DA لأن:

• مجموع كل الأجور هو 453 000DA

• عدد العمال (أي التكرار الكلي) هو 8 و $56\,625 = \frac{453\,000}{8}$

التكرار الكلي لسلسلة إحصائية

هو عدد قيمها

متوسط سلسلة إحصائية هو حاصل

قسمة مجموع قيمها على التكرار الكلي.

ملاحظة

• في نفس المثال السابق، لا يتغير مجموع الأجور 453 000DA لو كان لكل عامل نفس الراتب 56 625DA.
• متوسط سلسلة إحصائية لا يساوي حتما قيمة من قيم السلسلة.

2 المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية

مثال

• إليك توزيع تلاميذ قسم حسب قاماتهم بالسنتيمتر.

القامة	130	135	140	145	150
التكرار	3	8	9	6	4

• متوسط قامات هؤلاء التلاميذ هو 140cm لأن:

• مجموع جداء كل قيمة في تكرارها أي

$4200 = 150 \times 4 + 145 \times 6 + 140 \times 9 + 135 \times 8 + 130 \times 3$ يساوي 4200

• عدد التلاميذ (أي التكرار الكلي) هو 30 و $140 = \frac{4\,200}{30}$

المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية هو

حاصل قسمة العدد الذي نتحصل عليه

بجمع جداء كل قيمة في تكرارها على

التكرار الكلي.

ملاحظة

إذا تساوت التكرارات يكون المتوسط المتوازن هو متوسط السلسلة الإحصائية.

3 حساب المتوسط باستعمال مجداول إكسال

نحسب المتوسط باستعمال الطليبة MOYENNE و المتوسط المتوازن باستعمال الطليبتين

SOMME و SOMMEPROD

نفس مثال الفقرة الثانية							نفس مثال الفقرة الأولى				
• نحجز سلسلة قامات التلاميذ:							• نحجز سلسلة أجور العمال:				
1	A	B	C	D	E	F		A	B	C	D
1	القامة	130	135	140	145	150	1	40000	60000	55000	45000
2	التكرار	3	8	9	6	4	2	43000	90000	40000	80000
• نحجز في الخلية G1 :							• نحجز في الخلية E3				
=SOMMEPROD(B1:F1;B2:F2)							=MOYENNE (A1:D2)				
• نحجز في الخلية G2 :							ثم نضغط على ENTER في الخلية E3				
=SOMME (B2:F2)							معدل الأجور (56 625DA).				
• نحجز في الخلية G3 : =G1/G2 و نضغط على											
ENTER فيظهر في الخلية G3 متوسط القامات (140cm)											

• حساب متوسط سلسلة إحصائية

تمرين

تحصل رشيد على العلامات الآتية في العلوم الطبيعية و الرياضيات.

10	2	17	5	16	العلوم الطبيعية
----	---	----	---	----	-----------------

13	11,5	12	11,5	الرياضيات
----	------	----	------	-----------

احسب معدل رشيد في كل مادة ثم متوسط المعدلين.

حل

$$m_1 = \frac{13 + 11,5 + 12 + 11,5}{4} = \frac{48}{4} = 12 \text{ : المعدل في الرياضيات}$$

$$m_2 = \frac{10 + 2 + 17 + 5 + 16}{5} = \frac{50}{5} = 10 \text{ : المعدل في العلوم الطبيعية}$$

$$M = \frac{10 + 12}{2} = \frac{22}{2} = 11 \text{ إذن متوسط المعدلين هو 11}$$

طريقة

لحساب معدل (أي متوسط) علامات ، نحسب مجموعها ثم نقسمه على عدد العلامات.

• حساب المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية

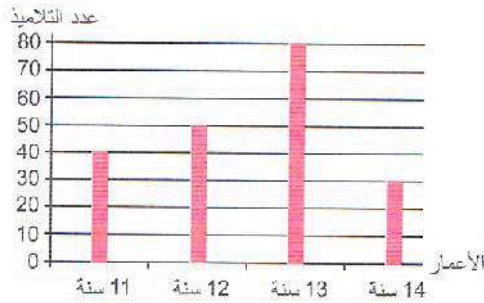
تمرين

يمثل المخطط المقابل توزيع مجموعة

من تلاميذ متوسطة حسب أعمارهم.

احسب متوسط أعمار هؤلاء التلاميذ.

حل



متوسط الأعمار هو

$$\frac{11 \times 40 + 12 \times 50 + 13 \times 80 + 14 \times 30}{40 + 50 + 80 + 30} = \frac{2500}{200} = 12,5$$

طريقة

يمكن استعمال الجدول:

العمر n	11	12	13	14	المجموع
التكرار a	40	50	80	30	200
الجداء a x n	440	600	1040	420	2500
متوسط الأعمار					2500 ÷ 200 = 12,5

دوري الآن

الجدول المقابل يعبر عن توزيع المنخرطين في نادي

ملاكمة حسب أوزانهم بالكيلو غرام.

احسب متوسط أوزان هؤلاء الملاكمين.

الوزن	50	53	65	59
التكرار النسبي	20%	40%	30%	10%

4 تجميع سلسلة إحصائية في فئات

• تجميع معطيات في فئات و تنظيمها في جداول

- عندما تكون المعطيات الإحصائية كثيرة، يمكن تجميعها في فئات لتسهيل استغلالها.
- مركز فئة هو نصف مجموع طرفيها.

مثال

3	5	8	11	4	6	9	11	3	6
9	12	7	9	13	7	10	12	6	10
11	7	8	13	5	10	9	8		

إليك توزيع مدد المكالمات الهاتفية (بالدقيقة) في مؤسسة خاصة.

يمكن تلخيص هذه المعطيات في الجدول:

المدة (بالدقيقة)	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
عدد المكالمات	2	1	2	3	3	3	4	3	3	2	2

يمكن تلخيص هذه المعطيات في الجدول:

الفئة (المدة x بالدقيقة)	$2 \leq x < 5$	$5 \leq x < 8$	$8 \leq x < 11$	$11 \leq x \leq 14$
عدد المكالمات	3	8	10	7
مركز الفئة	3,5	6,5	9,5	12,5

مركز الفئة « $2 \leq x < 5$ » (أي «من 2 إلى 5 ماعدا 5») هو $\frac{2+5}{2}$ أي 3,5. بنفس الطريقة نجد مراكز كل الفئات الأخرى و نسجلها في الجدول.

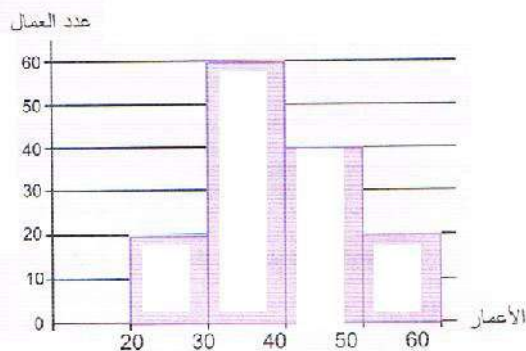
ملاحظة: نفقد معلومات عندما ننظم المدد في فئات، مثلا الجدول الثاني لا يعطي عدد المكالمات الهاتفية التي دامت 4 دقائق.

• تمثيل سلسلة إحصائية مجمعة في فئات بمدرج تكراري

المدرج التكراري هو تمثيل بمخطط للسلاسل الإحصائية التي جمعت قيمها في فئات و يتكون من مستطيلات متجاورة مساحاتها متناسبة مع تكرارات الفئات.

مثال

العمر x	$20 \leq x < 30$	$30 \leq x < 40$	$40 \leq x < 50$	$50 \leq x \leq 60$
التكرار	20	60	40	20



إليك توزيع عمال مؤسسة حسب أعمارهم.

لاحظ أن الفئات متساوية المدى الذي يساوي 10.

بصفة عامة، إذا كانت كل الفئات متساوية

المدى كما في هذا المثال فإن ارتفاعات

المستطيلات متناسبة مع تكرارات الفئات.

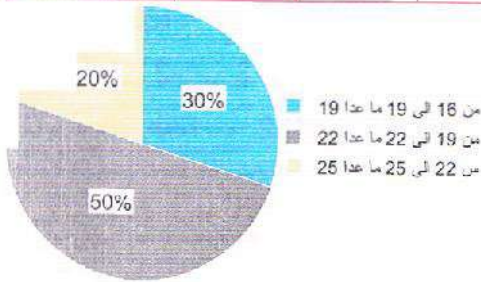
ندرج المحور الأفقي بانتظام من 20 إلى 60

وننشئ مستطيلات عرضها 10 تدريجات

وارتفاعاتها 20، 40، 60، 20 وحدة.

تمثيل سلسلة بمدرج تكراري

درجة الحرارة t	$16 \leq t < 19$	$19 \leq t < 22$	$22 \leq t \leq 25$
التكرار	...	...	...

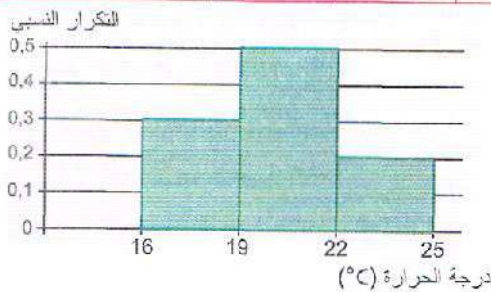


تمرين: يمثل المخطط الدائري المقابل توزيع درجات الحرارة (ب $^{\circ}\text{C}$) في ولاية الجزائر في نوفمبر 2016، حسب عدد الأيام.

- انقل ثم أتمم الجدول المقابل ثم مثله بمدرج تكراري.
- أعط تقديرا M لمتوسط درجات الحرارة المذكورة في النص.

حل

درجة الحرارة ($^{\circ}\text{C}$)	$16 \leq t < 19$	$19 \leq t < 22$	$22 \leq t \leq 25$
التكرار النسبي	30%	50%	20%
التكرار	9	15	6



(1) التكرار الكلي هو 30 إذن:

تكرار الفئة « $16 \leq t < 19$ » هو $0,3 \times 30$ أي 9،

تكرار الفئة « $19 \leq t < 22$ » هو $0,5 \times 30$ أي 15

و تكرار الفئة « $22 \leq t \leq 25$ » هو

$0,2 \times 30$ أي 6. نستنتج الجدول المقابل.

الفئات متساوية المدى الذي يساوي 3.

ندرج المحور الأفقي بانتظام من 16 إلى 25

ثم ننشئ مستطيلات عرضها 3 تدرجات و ارتفاعاتها 0,3 ، 0,5 ، 0,2 وحدة.

(2) نعين مراكز الفئات كما يوضح الجدول ثم نحسب M :

درجة الحرارة ($^{\circ}\text{C}$) t	$16 \leq t < 19$	$19 \leq t < 22$	$22 \leq t \leq 25$
مركز الفئة	17,5	20,5	23,5
التكرار	9	15	6

$$M = \frac{9 \times 17,5 + 15 \times 20,5 + 6 \times 23,5}{9 + 15 + 6} = \frac{606}{30} = 20,2$$

طريقة

لحساب تكرار قيمة، نضرب تكرارها النسبي في التكرار الكلي.

لتقدير المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية مجمعة في فئات، نعوض كل فئة بمركزها.

دوري الآن

سجل صحفيان A و B المعطيات أدناه المتعلقة بالمدة (بالدقيقة) التي يستغرقها تلاميذ متوسطة للالتحاق بمؤسستهم. لخص المعطيات التي سجلها الصحفيان في مخطط واحد.

المدة	الصحفي A				
	أقل من 5	من 5 إلى 9	من 10 إلى 14	من 15 إلى 19	من 20 إلى 24
النسبة المئوية	30%	25%	15%	20%	10%

المدة	الصحفي B		
	أقل من 5	من 5 إلى 14	من 15 إلى 24
عدد التلاميذ	20	30	10

متوسط سلسلة إحصائية

1 إليك ثلاث سلاسل إحصائية متوسطاتها 1، 80، 130.

السلسلة 1: -2، 3، -8، 7، 400.

السلسلة 2: 130، 132، 128.

السلسلة 3: 4، 7، -0، 9، -0، 8.

أرفق ذهنيًا كل سلسلة بمتوسطها.

2 إليك كشف رواتب عمال مؤسسة بالدينار.

39 000 57 000 52 000 43 000 38 000 47 000

احسب معدل هذه الرواتب.

3 إليك علامات إبراهيم وإسماعيل في استجابات الفصل الأول في مادة الرياضيات.

إبراهيم: 2، 14، 17، 3، 18.

إسماعيل: 10، 9، 12، 13، 12.

أيهما تحسّل على أكبر معدل؟

4 بيّن الجدول التالي عدد زوار موقع أنترنت

من 1 ماي 2017 إلى 5 ماي 2017.

1 ماي	2 ماي	3 ماي	4 ماي	5 ماي
214	213	123	125	215

1 احسب متوسط الزوار في اليوم.

2 انقل ثم أتمم الجملة:

« لا يتغير عدد الزوار من 1 ماي 2017 إلى 5 ماي

2017 لو كان عددهم ... في كل يوم ».

5 أجب بصحيح أو خاطئ.

يكون متوسط سلسلة إحصائية دائمًا:

• بين أصغر و أكبر قيمة لها.

• لا يساوي إحدى قيمها.

• يساوي نصف مجموع قيمها.

6 بيّن المخطط بالأعمدة التالي الزلازل الخمسة

الأكثر قوة في التاريخ.



احسب متوسط قوة شدة زلزال.

المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية

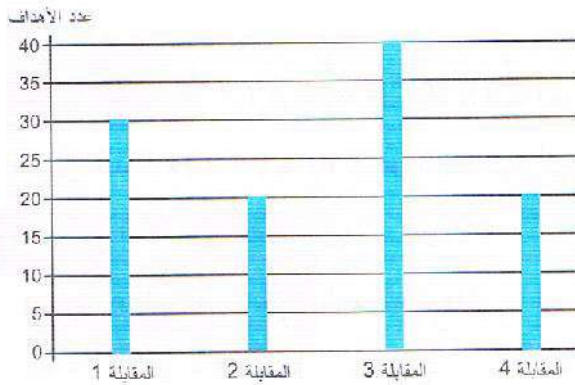
7 إليك علامات أحد اختبارات مادة الرياضيات لمجموعة من تلاميذ متوسطة.

13 12 12 10 9 8 7 5
19 18 15 14 14 14 14 13

احسب متوسط هذه السلسلة الإحصائية.

8 بيّن المخطط بالأعمدة التالي عدد الأهداف التي سجلها فريق كرة السلة.

احسب معدل الأهداف في مقابلة واحدة.



9 الجدول التالي يمثل مبيعات 200 حذاء خلال أسبوع

الدخول المدرسي في أحد دكاكين العاصمة.

قياس الحذاء	36	37	38	39	40	41	42
التكرار	45	55	25	30	20	10	15

احسب متوسط هذه السلسلة الإحصائية.

10 في قطيع من 150 حيوان، 70% أغنام و في قطيع

من 250 حيوان، 40% أغنام.

احسب متوسط عدد الأغنام في القطيعين.

11 بلغ متوسط الدخل الشهري لـ 36 من موظفي

مؤسسة 49 000DA، بينما بلغ متوسط الدخل الشهري

لباقى الموظفين 45 000DA.

ما هو متوسط الدخل الشهري في هذه المؤسسة إذا

علمت أن عدد العمال هو 80.

12 تحسّل يوسف على 40 000DA شهريًا لمدة

8 أشهر ثم 45 000DA شهريًا لمدة 17 شهرًا. ما هو

متوسط ربح يوسف خلال هذه الفترة؟

أوظف تعلماتي

16 يبين الجدول التالي توزيع 30 تلميذا داخل نادٍ موسيقي حسب أعمارهم.

السَّن a	$10 \leq a < 12$	$12 \leq a < 14$	$14 \leq a \leq 16$
عدد التلاميذ	12	10	8

(1) مثل هذه السلسلة الإحصائية بمخطط دائري

(2) مثل هذه السلسلة الإحصائية بمدرج تكراري.

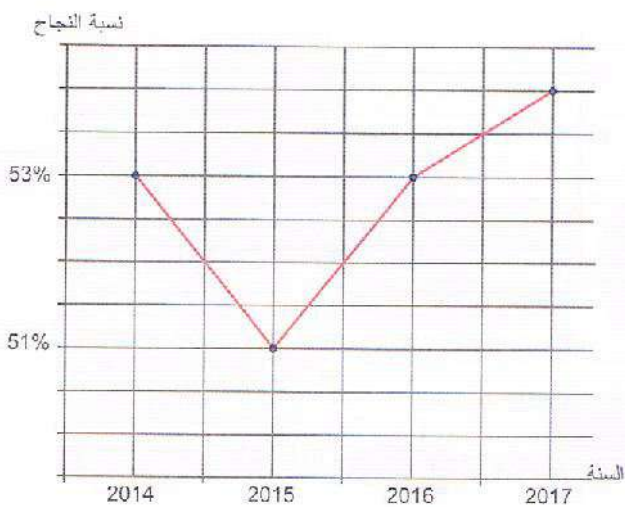
(3) احسب معدل أعمار هؤلاء التلاميذ.

17 وصلت دراسة إحصائية حول إنتاج مادة الحليب الطبيعي (باللتر) بمزارع منطقة، إلى الجدول التالي:

الإنتاج a	$150 \leq a < 200$	$200 \leq a < 250$	$250 \leq a \leq 300$
عدد المزارع	5	2	3

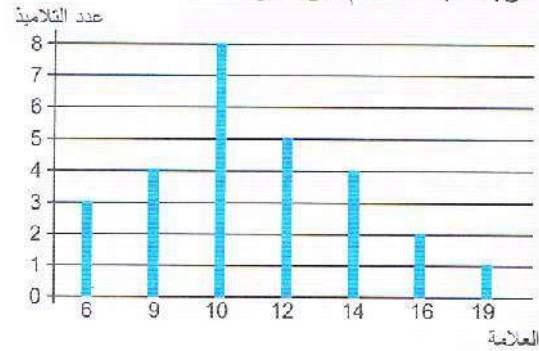
احسب متوسط إنتاج الحليب بهذه المزارع.

18 التمثيل البياني التالي يبين نسبة النجاح في متوسطة من سنة 2014 إلى سنة 2017.



احسب نسبة النجاح المتوسطة بين سنة 2014 وسنة 2017.

13 المخطط التالي يمثل علامات اختبار الفصل الثالث لمادة الرياضيات لقسم من متوسطة.



(1) احسب معدل القسم.

(2) احسب معدل التلاميذ الذين تحصلوا على علامة أكبر من 9.

14 المخطط الدائري التالي يبين توزيع أجوبة مجموعة من أشخاص عن السؤال:



«كم عدد الرسائل SMS التي أرسلتها هذا اليوم؟»

احسب متوسط عدد الرسائل SMS التي أرسلت.

تجميع معطيات و تنظيمها و تمثيلها بيانيا

15 تمثل القائمة التالية الاستهلاك السنوي من الكهرباء (بالميغاوات MW) بمجمع سكني يضم 50 عائلة.

0,5	1	1,5	2	2,5	0,5	1	1,5	2	2,7
0,5	1	1,5	2,3	0,6	1,1	1,6	2,4	0,6	1,1
1,6	2,4	0,6	1,2	1,6	0,7	1,2	1,6	0,7	0,3
1,7	0,7	1,3	1,7	0,7	1,3	1,8	0,8	1,3	1,8
0,8	1,4	1,9	0,8	1,4	0,8	1,4	0,9	0,9	0,9

(1) انقل ثم أتمم الجدول التالي:

الاستهلاك a بـ MW	$0,5 \leq a < 1$	...	...	...
مركز الفئة	...	...	...	...
التكرار	...	...	...	...

(2) جد قيمة مقربة لمعدل استهلاك الكهرباء للعائلة الواحدة.

استعمال مجداول

	A	B	C	D	E
1	-4	8	10	-15	12
2	13	54	-9	6	5
3					

22 تعطى سلسلة إحصائية في صفحة إكسال:

اختر الاقتراحات الصحيحة فيما يلي لحساب متوسط هذه السلسلة.

(1) =MOYENNE(A1:E2)

(2) =MOYENNE(B1:E2)

(3) =SOMME (A1 :E2)/10

(4) =(13*A1+54*B1-9*C1+6*D1+5*E1)/11

(5) =MOYENNE(A1:E2)/10

(6) =MOYENNE(B1:E2)/10

	A	B	C	D	E
1	القيمة	12	15	10	9
2	التكرار	2	1	5	3
3					

23 تعطى سلسلة إحصائية في صفحة إكسال:

اختر الاقتراحات الصحيحة فيما يلي لحساب متوسط هذه السلسلة.

(1) =MOYENNE(B1:E2)

(2) =MOYENNE(B1;E2)

(3) =SOMME (B1 :E1)/4

(4) =(2*B1+C1+5*D1+3*E1)/11

(5) =SOMMEPROD(B1:E1;B2 :E2)

(6) =SOMMEPROD(B1:E1;B2 :E2)/11

	A	B	C
1	قائمة التلاميذ	المعدل السنوي	ملاحظة
2	حسين	10,66	
3	نوار	11,85	
4	إبراهيم	9,98	

24 (1) انقل ما يلي على صفحة إكسال.

(2) احجز في الخلية C2 الطلبية

(«ناجح» ؛ «راسب» ؛ «SI(B2<10

ثم اضغط على ENTER

(3) حدد الخلية C2 و ضع الفأرة على أسفل C2 حتى

تظهر الإشارة «+»، انقر مرتين على هذه الإشارة.

ماذا تلاحظ؟

19 سجّل الدّرك الوطني سرعة 120 سيارة:

السرعة a (km/h)	$10 \leq a < 30$	$30 \leq a < 50$	$50 \leq a < 70$	$70 \leq a \leq 90$
عدد السيارات	40	30	38	12

مثّل هذا الجدول بمخطط دائري.

20 تم رصد سرعة عيّنة من السيارات و عددها 200 على طريق السيار فكانت النتائج كالآتي:

السرعة v (km/h)	$60 \leq v < 80$	$80 \leq v < 100$	$100 \leq v < 120$	$120 \leq v \leq 140$
التكرار	80	90	20	10

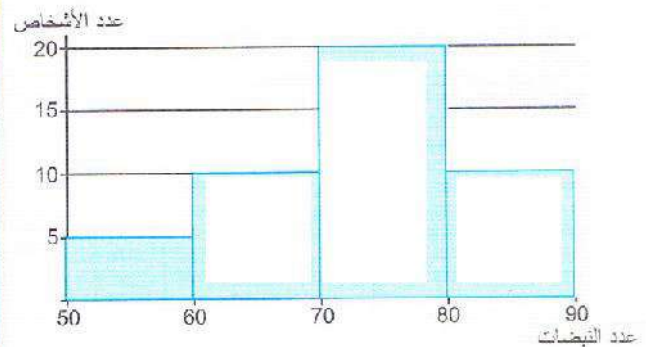
(1) مثّل هذه المعطيات بمدرج تكراري.

(2) احسب قيمة مقربة لمتوسط السرعة.

(3) عيّن النسبة المئوية للسيارات التي تسير بسرعة بين 120km/h و 140km/h.

(4) مثّل هذه السلسلة الإحصائية بمخطط دائري.

21 يمثّل المدرج التكراري التالي توزيع مجموعة من الأشخاص حسب عدد نبضات القلب في الدقيقة الواحدة في وقت استراحة.



(1) انقل ثم أتمم الجدول التالي

عدد النبضات	$50 \leq t < 60$	$60 \leq t < 70$	$70 \leq t < 80$	$80 \leq t \leq 90$
التكرار	...	...	...	...

(2) أعط تقديرا لمتوسط هذه السلسلة الإحصائية.

عند الإخفاق أعود إلى الصفحة:

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرزاً إياها.

106

متوسط السلسلة: 9، -8، -1، 4 هو:

1 (أ) 11 (ب) 4 (ج) 1

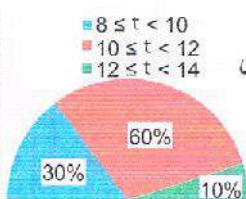
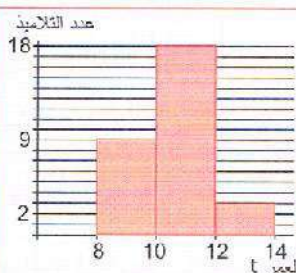
106 و 107

القيمة	2	0	-4	1
التكرار	5	10	2	3

متوسط السلسلة الآتية هو:

2 (أ) 0,25 (ب) -0,25 (ج) 2

108 و 109

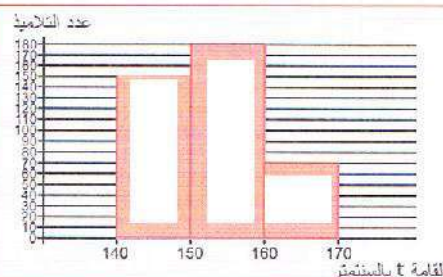


المخططان الآتيان يمثلان

(أ) نفس السلسلة (ب) متناقضان

(ج) سلسلتين مختلفتين

106 و 107



لتقدير متوسط السلسلة التي يمثلها

المدرج التكراري المقابل، نختار:

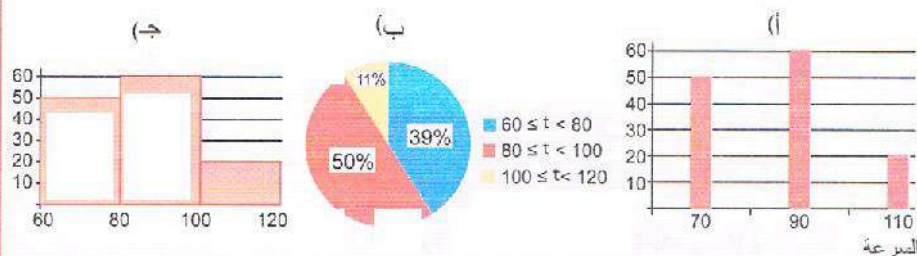
4 (أ) 153 (ب) 133,33 (ج) 155

108 و 109

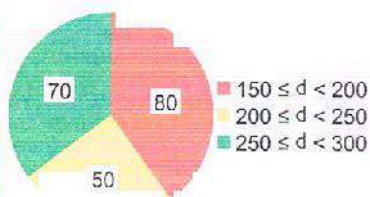
سجل الذرك الوطني سرعة 120 سيارة (ب km/h) كما يلي:

السرعة t	$60 \leq t < 80$	$80 \leq t < 100$	$100 \leq t \leq 120$
عدد السيارات	50	60	20

المخطط الذي يمثل هذا الجدول هو:



108 و 109



يمثل المخطط الدائري التالي المسافة d

بالمتر بين مدرسة و مساكن مجموعة من تلاميذ.

التكرار النسبي للفئة $150 \leq d < 200$ هو:

6 (أ) 0,4 (ب) 80% (ج) 80

25 عدد تلاميذ قسم هو 30 علما أن

60% من هؤلاء التلاميذ بنات.

متوسط أعمار الإناث هو 12 سنة و متوسط أعمار الذكور هو 13 سنة.

ما هو معدل أعمار تلاميذ هذا القسم.

26 تحصلت لينة في 4 استجابات على العلامات التالية:

الاستجابات	الاستجابات	الاستجابات	الاستجابات
الرابع	الثالث	الثاني	الأول
10	b	a	12
العلامة			

احسب كلا من a و b إذا علمت أن:

- في الاستجابات الثاني تحصلت لينة على أعلى علامة.
- الفرق بين أعلى علامة و أدنى علامة هو 4.
- معدل الاستجابات الأربعة هو 12.

27 معدل قسم السنة الثالثة في متوسطة في فرض مادة الرياضيات هو 11.

إليك تفاصيل حول توزيع هذه العلامات.

العلامة	7	9	10	12	a	16
النسبي	0,10	b	0,30	0,15	0,25	0,10

احسب a و b.

28 معدل قسم من متوسطة هو 9,96. في حالة عدم احتساب العلامة 3 يصبح هذا المعدل 10,25.

ما هو عدد تلاميذ هذا القسم؟

29 متوسط أعمار الجدة و الجد و أحفادهم السبعة هو 28 سنة.

متوسط أعمار الأحفاد هو 15 سنة.

احسب عمر الجد علما أن عمره يفوق عمر الجدة بثلاث سنوات.

30 اخترنا عينة من 20 فلاحا للتعرف على مردوديتهم من القمح (بالطن) خلال موسم فكانت النتائج كالآتي:

23	25	14	26	16	17	28	31	18
19	12	20	13	19	12	11	18	10

(1) احسب متوسط هذه السلسلة.

(2) إذا أخذنا فئات مدى كل واحدة 5، أتمم الجدول الآتي و مثله بيانيا.

الفئة				
(الكمية a من القمح بالطن)				
التكرار	...	...	...	...
التكرار النسبي	...	...	...	...

31 سئل 50 شخصا عن عدد الكتب التي يقرأها كل واحد منهم في سنة. فكانت النتائج كما يلي:

1	1	3	2	1	7	4	4	6
1	2	3	2	1	1	3	2	10
3	2	1	1	3	2	1	4	9
2	1	2	1	3	2	1	5	8
10	3	2	2	1	3	1	5	8

(1) احجز هذه السلسلة الإحصائية في صفحة للمجدول إكسال (من الخلية A1 إلى الخلية A50) ثم رتبها ترتيبا تصاعديا بتحديد السلسلة ثم النقر على



وعلى Trier du plus petit au plus grand.

(2) احسب متوسط هذه السلسلة.

(3) قدم هذه النتائج في جدول توزيع تكراري ذي فئات متساوية المدى (الفئة الأولى هي الفئة « من 1 إلى 4 »).

(4) أعط قيمة مقربة لمتوسط هذه السلسلة و قارنها مع نتيجة السؤال 2. اشرح.

32 تتكون فرقة مسرح من 3 ممثلين عمرهم 20 سنة و 4 ممثلين عمرهم 30 سنة و 5 ممثلين عمرهم 40 سنة.

احسب متوسط أعمار عناصر هذه الفرقة.

33 اجتمع 12 طفلا لاحتفال بعيد ميلاد.

أعمار هؤلاء الأطفال هي 6 ، 7 ، 8 ، 9 ، 10 سنوات و عمر 4 منهم هو 6 سنوات و عمر الأغلبية منهم هو

8 سنوات.

احسب معدل أعمار هؤلاء التلاميذ.

الفئة (الكتلة x بالغرام)	$40 \leq x < 45$	$45 \leq x < 50$	$50 \leq x < 55$	$55 \leq x < 60$	$60 \leq x < 65$	المجموع
التكرار (عدد البيض)	...	...	...	...	...	500
مركز الفئة	...	...	...	...	...	...
التكرار النسبي	8%	12%	20%	...	36%	...

(1) انقل ثم أتمم هذا الجدول.

(2) أعط تقديرا لمتوسط هذه السلسلة الإحصائية.

(3) مثل الجدول بمدرج تكراري وبمخطط نصف دائري.

39 أجب بصحيح أم خاطئ.

. لا يتغير معدل تلميذ عندما نضيف 3 علامة ونطرح

3 من علامة أخرى.

. يكون متوسط سلسلة إحصائية منحصرًا دوماً بين

القيمة الصغرى و القيمة الكبرى للسلسلة.

. متوسط مجموعة من قيم هو القيمة التي لو حلت مكان

كل قيمة من مجموعة القيم لكان مجموع القيم الجديدة

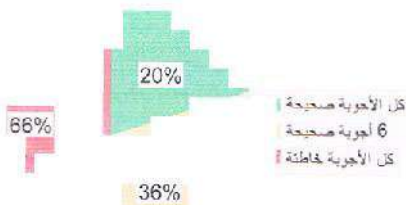
مساويا لمجموع القيم الأصلية.

40 اقترحت في مسابقة 10 أسئلة.

أجوبة 30 تلميذا كلها صحيحة.

قدّم 36% من التلاميذ 6 أجوبة صحيحة

وأجوبة 44% منهم كلها خاطئة.



احسب معدل الأجوبة الصحيحة للتلميذ الواحد.

34 الجدول التالي يمثل توزيع عدد سكان الجزائر

حسب أعمارهم (إلى 01/07/2015).

(المصدر: الديوان الوطني للإحصائيات)

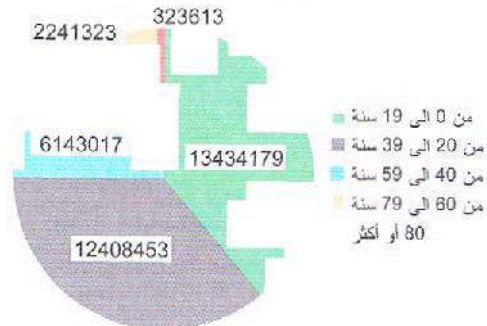
فئات الأعمار	الذكور	الإناث
من 0 إلى 19	7 505 521	7 124 250
من 20 إلى 39	7 088 142	6 932 808
من 40 إلى 59	3 908 301	3 920 264
من 60 إلى 79	1 483 173	1 489 344
أكثر من 80	250 067	261 377

مثل هذا الجدول بمدرج تكراري.

35 المخطط الدائري التالي يمثل توزيع عدد سكان

الجزائر حسب أعمارهم إلى 01/07/2008

(المصدر: الديوان الوطني للإحصائيات)



مثل هذه المعطيات بمدرج تكراري.

36 متوسط السلسلة الإحصائية التي يمثلها الجدول

الآتي هو 4. احسب a .

القيمة	3	2	a
التكرار	2	5	3

37 كان في قفص 5 ببغاوات متوسط سعرها €5000.

في يوم من الأيام المخصصة للتنظيف طار أجمل

الببغاوات فأصبح متوسط سعر الببغاء €4000.

ما هو سعر الببغاء الذي فر.

38 صنف مربّي دجاج البيض المنتج في يوم حسب

الكتلة بالغرام و تحصل على الجدول التالي:

وضعية

مرتبات عمال

الراتب المتوسط	للعامل الإداريين	35 000DA
	لعمال الإنتاج	43 000DA

استخدمت شركة 50 عاملا في المصلحة الإدارية و في مصلحة الإنتاج. الرواتب الشهرية المتوسطة هي كالآتي:

احسب عدد عمال كل مصلحة من المصلحتين إذا علمت أن الراتب المتوسط لكل هؤلاء العمال هو 41 400DA.

توجيهات

قراءة بتمعن

فهم سياق الوضعية المتمثل في حساب عدد العمال في كل مصلحة من المصلحتين انطلاقا من عددهم الإجمالي و رواتبهم المتوسطة.

تحليل المعطيات و إيجاد ترابطات بينها

عدد العمال و متوسط رواتبهم و متوسط رواتب عمال كل مصلحة معلومة. يمكن ربط هذه المعطيات باستعمال الدستور المتعلق بحساب المتوسط المتوازن. المطلوب: حساب عدد عمال كل مصلحة.

تجنييد الموارد و إعداد خطة حلّ

نستعمل المتوسط المتوازن، ترجمة نص إلى معادلة، نشر عبارة، اختزال كسر.

تنفيذ الخطة: نحلّ معادلة من الدرجة الأولى لمجهول واحد.

تبليغ الحلّ: تحرير الحلّ.

حل مختصر

نسمي a عدد عمال الإدارة؛ إذن عدد عمال الإنتاج يكون $50 - a$.

$$\frac{35000a + 43000(50 - a)}{50} = 41\,400$$

نحلّ هذه المعادلة و نجد $a = 10$.

إذن عدد عمال الإدارة هو 10 و عدد عمال الإنتاج 40.

ملاحظة: يمكن استعمال الجدول إكسال (انظر الصفحة الخاصة بتكنولوجيات الإعلام و الاتصال)

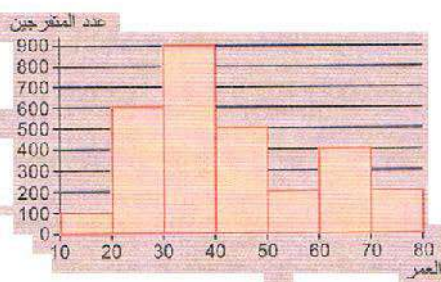
وضعية للتقويم

اتصل رئيس ناد رياضي بمؤسسة تجارية لرعاية ناديه.

وافقت المؤسسة و لكن بشرط أن تكون أعمار

أكثر من 50% من المتفرجين بين 30 و 50 سنة.

حسب المدرّج التكراري التالي، هل يبرم الاتفاق؟



معالجة وضعية باستعمال مجدول إكسال.

تهنئة: «الوضعية المتعلقة برواتب العمال، المقترحة في الصفحة السابقة».

	A	B	C	D	
	عدد العمال في الإدارة	عدد العمال في الإنتاج	المعادلة	الإجابة	
1	0				
2					

حجز الدساتير

- احجز في الخلية B2 الدّستور: 50-A2=

ثم اضغط على ENTER.

حدد الخليتين A2 و B2 ثم ضع الفأرة

أسفل B2 حتى تظهر الإشارة +

و اسحب الفأرة حتى الخلية A52 .

-احجز في الخلية C2 الدستور: $(35000 \cdot A2 + 43000 \cdot B2) / 50$

ثم اضغط على ENTER .

أظهرت النتيجة

- احجز في الخلية D2 الدستور:

=SI(C2=41400 ; «لا» ; «هذه هي الإجابة»)

ثم اضغط على ENTER .

حدد الخليتين C2 و D2 ثم ضع الفأرة

أسفل D2 حتى تظهر الإشارة +

و انقر مرتين على الإشارة + .

ماذا تلاحظ؟

	A	B	C	D
1	عدد العمال في الإدارة	عدد العمال في الإنتاج	المعجلة	الإجابة
2	0	50	43000	Y
3	1	49	42840	Y
4	2	48	42680	Y
5	3	47	42520	Y
6	4	46	42360	Y
7	5	45	42200	Y
8	6	44	42040	Y
9	7	43	41880	Y
10	8	42	41720	Y
11	9	41	41560	Y
12	10	40	41400	هذه هي الإجابة
13	11	39	41240	Y
14	12	38	41080	Y

دوری الآن

الوزن الزائد لشخص هو أن يكون مؤشر كتلة جسمه أكبر أو يساوي 25 .

(انظر الصفحة الأولى من هذا الباب).

احجز أسماء وقامات (بـ m) و أوزانا (بـ kg) لأشخاص واستخرج ألياً في صفحة إكمال

« وزن عادي » أو « وزن زائد » بالنسبة لكل شخص.

البرهان في الرياضيات



إقليدس (325 - 265 ق.م)

سأتعلم في هذا الباب

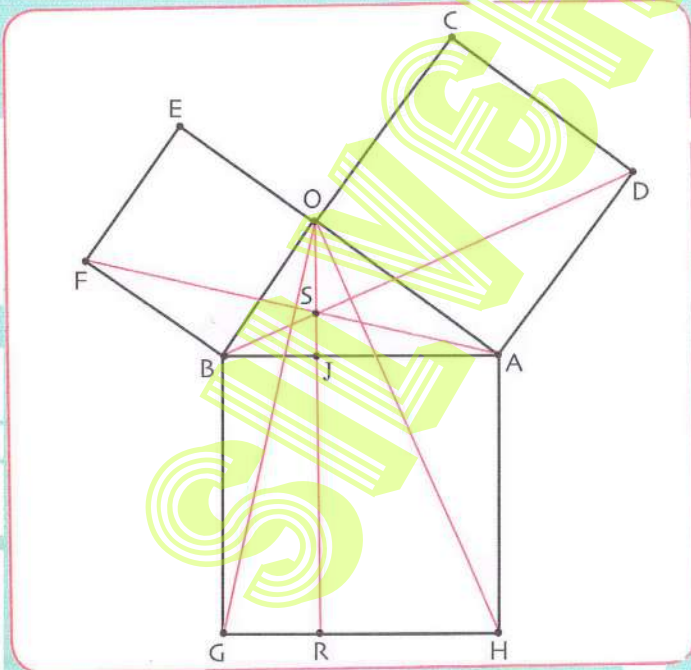
- استعمال قواعد النقاش الرياضي.
- كيف نبرّر أن نصّا رياضيا صحيح.
- كيف نبرّر أن نصّا رياضيا خاطئ باستعمال مثال مضاد.
- استعمال نصوص من الشكل: إذا، فإن
- كتابة نصّ عكسيّ لنصّ رياضي والتمييز بينهما.
- كيف نبحث في برهان.
- كيف نحرّر برهاننا.

إقليدس هو عالم رياضيات يوناني عاش بين (325 - 265 ق.م). اشتهر بوضع نظام البديهيات وجمع عمله في الهندسة في كتاب أسماه الأصول. وقد اعتبرت هندسة إقليدس منذ ذلك العهد نموذجا للبرهان المنطقي. ومن مسلّمات إقليدس:

- من نقطتين متميزتين يمر مستقيم واحد وواحد فقط
- كل قطعة مستقيم يمكن أن تُمدّد إلى مستقيم.

- تعطى نقطتان متميزتان. توجد دائرة واحدة وواحدة فقط مركزها النقطة الأولى وتُمر بالنقطة الثانية.
- كل الزوايا القائمة متساوية فيما بينها.
- من نقطة خارج مستقيم يدّرس مستقيم واحد وواحد فقط يوازيه ويشمل هذه النقطة.

ويتكوّن النظام الهندسي لإقليدس من التعاريف والبديهيات والفرضيات والمبرهنات.



جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إياها.

الإجابات

الأسئلة

(3)

$$\begin{aligned} AB &= 4,3\text{cm} \\ AC &= 3,6\text{cm} \\ BC &= 2,5\text{cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KL &= 5\text{cm} \\ KM &= 9\text{cm} \\ LM &= 6\text{cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB &= 7\text{cm} \\ \hat{A} &= 32^\circ \\ \hat{C} &= 130^\circ \end{aligned}$$



(2)

$$\begin{aligned} AB &= 8\text{cm} \\ AC &= 3\text{cm} \\ BC &= 2\text{cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KL &= 14\text{cm} \\ KM &= 8\text{cm} \\ LM &= 7\text{cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{A} &= 50^\circ \\ AC &= 7\text{cm} \\ AB &= 9\text{cm} \end{aligned}$$

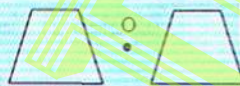


(1)

$$\begin{aligned} AB &= 11\text{cm} \\ AC &= 4\text{cm} \\ BC &= 13\text{cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KL &= 9\text{cm} \\ KM &= 5\text{cm} \\ LM &= 4\text{cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{A} &= 60^\circ \\ \hat{B} &= 40^\circ \\ \hat{C} &= 80^\circ \end{aligned}$$



1. المثلث ABC موجود في الحالات:

2. تكون النقاط K و L و M في استقامية في الحالة:

3. يمكن رسم مثلث المثلث ABC في الحالات:

4. الشكلان متناظران بالنسبة إلى النقطة O في الحالات:

5. الحرف الذي له مركز تناظر هو:

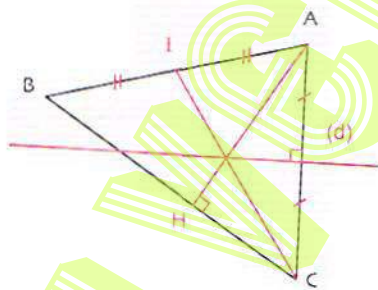
6. فيما يلي، نعتبر الشكل المقابل:

في المثلث ABC،

1-6. أحد الارتفاعات هو:

2-6. أحد المحاور هو:

3-6. أحد المتوسطات هو:



(d)

(CI)

(AH)

(CI)

(AH)

(d)

(CI)

(d)

(AH)

1 أعرف قواعد النقاش الرياضي

بالنسبة إلى كل تمرين، المطلوب الإجابة على السؤال المطروح مع التبرير.

(1) في العبارة $n \times n - n + 11$ ، عندما نعوض n بأي عدد طبيعي، هل نحصل دائما على عدد له قاسمان اثنان بالضبط؟

(2) هل يوجد مثلث أطوال أضلاعه 5cm، 9cm و 4cm؟

(3) ABCD مربع بحيث $AB = 10\text{cm}$. O نقطة داخل المربع بحيث يكون المثلث OAB متقايس الأضلاع. نبحث عن x قياس الزاوية COD. وجد تلميذ 149° ، هل توافقه؟

2 أدرس نصوصا من الشكل: « إذا ...، فإن ... »

(أ) إليك النص: « إذا كان عدد يقبل القسمة على 5، فإن رقم وحداته هو 5 ». هذه إجابات 3 تلاميذ:

① النص صحيح من أجل كل الأعداد التي أرقام وحداتها 5، مثل: 5، 15، 25، ...	② النص صحيح من أجل الأعداد مثل: 5، 15، 25، ... وخاطئ من أجل الأعداد مثل: 10، 20، 30، ...	③ النص خاطئ، لأن 10 يقبل القسمة على 5 ورقم وحداته ليس 5.
---	--	--

ما رأيك في هذه الإجابات؟

(ب) برّر صحة أو خطأ النص الآتي: « إذا كان عدد يقبل القسمة على 5، فإن رقم وحداته هو 0 أو 5 ». (للتبرير، نعتبر حالة الأعداد الطبيعية الأصغر من 10000).

(ج) اذكر إن كان النص صحيحا أم خاطئا.

إذا كان ...	فإن ...	صحيح	خطأ
(1) ABCD رباعيا قطراه متعامدان.	ABCD متوازي أضلاع.		
(2) EFGH رباعيا فيه ضلعان متقابلان متوازيان.	EFGH متوازي أضلاع.		
(3) IJKL رباعيا له ضلعان متقابلان متقايسان ومتوازيان.	IJKL متوازي أضلاع.		
(4) MNOP رباعيا فيه كل ضلعين متقابلين متقايسان.	MNOP متوازي أضلاع.		
(5) STIP رباعيا مركزه O بحيث $SO = IO$ و $TO = PO$.	STIP متوازي أضلاع.		
(6) PACK رباعيا بحيث $PA = AC = 4\text{cm}$ و $CK = KP = 5\text{cm}$.	PACK متوازي أضلاع.		
(7) FACE رباعيا بحيث $(FA) \parallel (CE)$ و $FE = AC$.	FACE متوازي أضلاع.		

* كل الرباعيات غير متصالبة.

3 الخاصية والخاصية العكسية

النصوص الآتية من الشكل: إذا **شرط** ، فإن **نتيجة** .

(أ) اذكر، في كل مرة، إن كان النص صحيحا أم خاطئا.

(ب) اكتب النص العكسي (بتبديل الشرط بالنتيجة والنتيجة بالشرط) لكل نص واذكر إن كان صحيحا أم خاطئا.

النص	صحيح	خطأ	النص العكسي	صحيح	خطأ
(1) إذا كان مستقيمان متعامدين، فإنهما متقاطعان.					
(2) إذا كان لرباعي قطران متناصفان، فإنه متوازي أضلاع.					
(3) إذا كان رباعي مربعاً، فإنه معين.					
(4) إذا كان رباعي متوازي أضلاع، فإن أضلاعه متوازية مثني مثني.					
(5) إذا كان عدد يقبل القسمة على 5، فإنه ينتهي بالرقم 5.					
(6) إذا كان عدد يقبل القسمة على 3، فإن مجموع أرقامه مضاعف لـ 3.					

(ج) ماذا تستنتج بالنسبة إلى النص والنص العكسي له؟

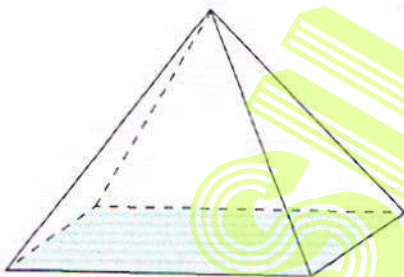
4 المثال المضاد

(1) تمنع أمين في مكعب، فلاحظ أن له 6 أوجه و 8 رؤوس، فوضع القاعدة الحرفية:

$$F + 2 = S \text{ حيث } F \text{ هو عدد الأوجه و } S \text{ عدد الرؤوس.}$$

هل القاعدة صحيحة في حالة متوازي مستطيلات؟ في حالة الشكل المقابل؟

ماذا تستنتج؟

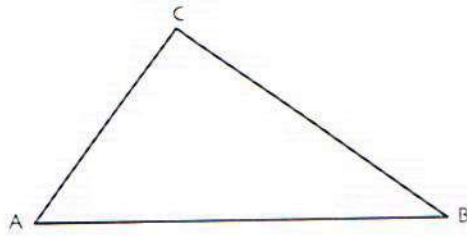


(2) هل النص الآتي صحيح أم خاطئ.

مهما كان العدد الصحيح النسبي المختار r ، إذا كان r أصغر من 5

فإن مربعه يكون أصغر من 25.

5 أبحث في برهان في الهندسة



ABC مثلث. والنقطة K منتصف [AC].

ضع نقطة كيفية M على [BC].

أنشئ النقطة R نظيرة M بالنسبة إلى النقطة K.

هل يكون (AM) و (RC) متوازيين من أجل كل نقطة M من [BC]؟

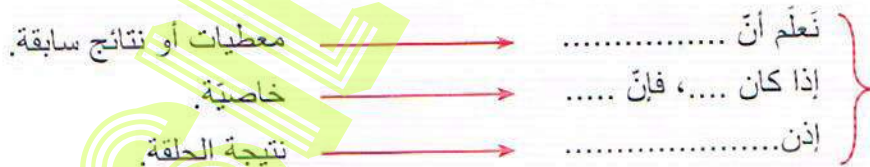
(1) أشكل علبة الأدوات (سجل الموارد المرتبطة بالموضوع، تعاريف، خواص).

أكمل كل نص مما يلي مع رسم شكل مناسب له.

متوازي الأضلاع	التناظر المركزي
خ ₁ : إذا كان رباعي متوازي أضلاع، فإن أضلاعه المتقابلة	
خ ₂ : إذا كان رباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه	
خ ₃ : إذا كان رباعي متوازي أضلاع، فإن أضلاعه المتقابلة	
خ ₄ : في رباعي، إذا كان كل ضلعين متقابلين متوازيين، فإن الرباعي	خ: إذا كانت A و B متناظرتين بالنسبة إلى K، فإن ...
خ ₅ : في رباعي، إذا كان للقطرين نفس المنتصف، فإن الرباعي	

(2) حرّر البرهان

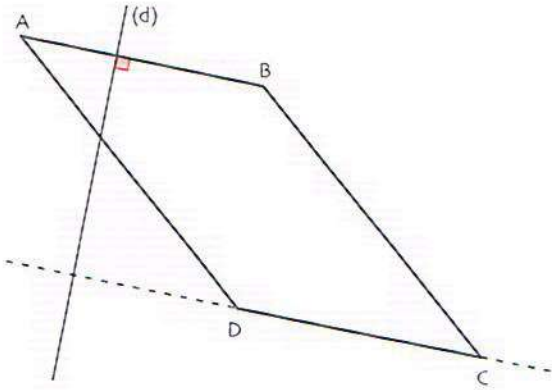
في الهندسة، يُعتبر البرهان سلسلة حلقات استنتاجية. نمثل كل حلقة بمخطط كالآتي:



حلقة استنتاجية

باستعمال علبة الأدوات ومخطط الحلقة الاستنتاجية، حرّر برهاناً مناسباً تبرّر فيه إجابتك عن السؤال المطروح في التمرين.

6 أصادق على برهان في الهندسة



ABCD متوازي أضلاع. (d) مستقيم عمودي على (AB).

برهن أن (d) عمودي على (CD).

(1) هذه أعمال ثلاثة تلاميذ، اذكر بالنسبة إلى كل عمل،

ما هو مقبول وما هو مرفوض في البرهان.

أيمن

تحققت باستعمال الكوس من أن (d) عمودي على (CD).

أمين

(AB) و (CD) متوازيان. (d) عمودي على (AB). منه $(d) \perp (CD)$.

سليان

نعلم أن ABCD متوازي أضلاع.

كما نعلم أنه في متوازي الأضلاع، الأضلاع المتقابلة تكون متوازية.

منه: $(AB) \parallel (CD)$.

نعلم الآن أن $(AB) \parallel (CD)$ وأن $(d) \perp (AB)$.

لكن، إذا كان مستقيم عموديا على أحد المستقيمين المتوازيين، فإنه يعامد الآخر.

لن: المستقيمان (d) و (CD) متعامدان.

(2) أعد صياغة البرهان باتباع الخطوات الآتية مع إبراز المحطات المختلفة لكل حلقة استنتاجية (يمكنك

استعمال المخطط أكثر من مرة).

...	أجد في النص المعطيات المفيدة	المرحلة الأولى
...	أستعمل الخاصية التي تمكنني من الانتقال من النص إلى النتيجة	المرحلة الثانية
...	أكتب النتيجة	المرحلة الثالثة

1 قواعد النقاش الرياضي

للتبادل حول نص رياضي وللحكم على صحته أو خطئه، نستعمل بعض القواعد:

مثال

نعتبر النص الرياضي: « إذا قبل عدد القسمة على 5، فإنه ينتهي بالرقم 5 ».

حسب القاعدة (1)، يكون هذا النص صحيحا

أو خاطئا وليس الاثنين معا.

يبدو أن النص صحيح.

الأعداد 5، 15، 25، 35 تقبل القسمة على 5

وتنتهي كلها بالرقم 5.

لكن، حسب القاعدة (2)، هذا المثال لا يكفي

لتبرير صحة النص.

العدد 10 يقبل القسمة على 5 ولا ينتهي بالرقم 5.

حسب القاعدة (3)، نستنتج أن النص خاطئ.

(1) يكون نص رياضي صحيحا أو خاطئا.

(2) الأمثلة التي تحقق نصا لا تكفي لتبرير أن هذا

النص صحيح.

(3) المثال الذي لا يحقق نصا يكون كافيا لتبرير أن

هذا النص خاطئ. يسمى هذا المثال «مثالا مضادا».

(4) في الهندسة، الملاحظة والقياس لا يسمحان

بتبرير صحة نص.

ملاحظة: في الرياضيات، التخمين هو نص يبدو

صحيحا ولم يبرر بعد.

نستعمل أمثلة ونجرب لوضع تخمينات وليس للتبرير.

نعني بدحض تخمين، تبرير أنه خاطئ.

ونعني بالبرهان على تخمين، تبرير أنه صحيح.

2 النصوص من الشكل: « إذا ...، فإن ... »

مثال

إذا كان لرباعي أربعة أضلاع متقايسة، فإنه معين.

لرباعي أربعة أضلاع متقايسة: الشرط

الرباعي معين: النتيجة.

في الرياضيات، غالبا ما نستعمل نصوصا من

الشكل « إذا ...، فإن ... ».

3 النص العكسي

مثال

النص العكسي لنص المثال السابق هو:

« إذا كان رباعي معين، فإن أضلاعه الأربعة

متقايسة ».

النص العكسي لنص من الشكل « إذا ...، فإن ... »

هو النص الذي نتحصل عليه بتبديل الشرط

بالنتيجة و النتيجة بالشرط في هذا النص.

ملاحظة: يمكن أن يكون لنص صحيح نص عكسي

خاطئ.

4 المثال المضاد

مثال

بالنسبة إلى النص: « إذا قبل عدد القسمة على 5،

فإنه ينتهي بالرقم 5 »، العدد 10 هو مثال مضاد.

من أجل نص من الشكل « إذا ...، فإن ... »،

المثال المضاد هو حالة تحقق الشرط ولا تحقق

النتيجة.

• كيف نبرّر أنّ نصّا خاطئ؟

تمرين

« مهما كان العددين العشريين المختاران، إذا ضربنا هذين العددين بينهما، فإنّ الجداء أكبر من كلّ من العاملين ».

برّر أنّ هذا النصّ خاطئ.

حل

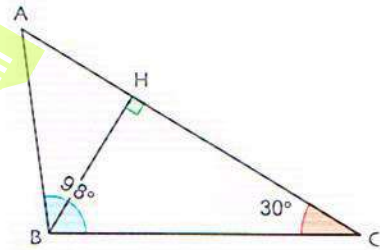
من أجل العددين العشريين 5 و 0,1
لدينا: $5 \times 0,1 = 0,5$ و 0,5 أصغر من 5.
منه النصّ خاطئ.

• كيف نبرّر أنّ نصّا صحيح؟

تعليق

تمرين

باستعمال معلومات الرّسم المشفّر الآتي،
احسب $\widehat{CAB}$. برّر إجابتك.



حل

في المثلث ABC:

$$\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB} = 180^\circ$$

$$98^\circ + 30^\circ + \widehat{CAB} = 180^\circ$$

$$128^\circ + \widehat{CAB} = 180^\circ$$

$$\widehat{CAB} = 180^\circ - 128^\circ$$

$$\widehat{CAB} = 52^\circ \text{ منه:}$$

دوري الآن

اقترح كيفية أخرى لحساب $\widehat{CAB}$.

نعلم أنّه لتبرير أنّ نصّا من الشكل « إذا ...، فإنّ ... »
خاطئ، يكفي إيجاد مثال مضاد، أي حالة تحقق الشرط
ولا تحقق النتيجة.

في هذه الحالة، المعطيات واردة على الرّسم.
نبدأ بتعيين كلّ المثلثات: توجد 3 مثلثات هي ABC،
BHC و AHB.

نستغني عن المثلثات غير المناسبة (المثلثات التي
لا تحوي الزاوية المطلوبة).

في المثلث ABC، نعلم $\widehat{ABC}$ و $\widehat{BCA}$.

نستعمل خاصية مجموع زوايا مثلث.

نستبدل الزوايا المعلومة بأقياسها.

نبحث عن العدد الذي إذا أضفناه إلى 128، وجدنا 180.

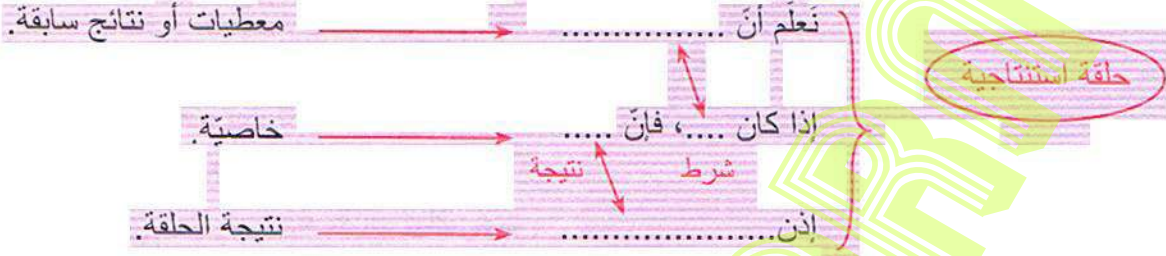
نُجيب على السؤال.

5 البرهان

لتبرير نتائج في الرياضيات، نستعمل براهين.

• البرهان في الهندسة

في الهندسة، يُعتبر البرهان سلسلة **حلقات استنتاجية**. يمكن تمثيل كل حلقة على الشكل:



مثال

(d) هو محور [AB] ويقطع (AB) عند النقطة I.

لتبرير أن I هي منتصف [AB]، نبرهن:

برهان

نَعْلَمُ أَنَّ (d) هو محور [AB] ويقطع (AB) عند النقطة I.

إذا كان مستقيم محور قطعة مستقيم، فإنه يعامد حامل هذه القطعة ويمر من منتصفها

إذن I هو منتصف [AB].

• البرهان في الجبر

نستعمل غالبا في البرهان في الجبر الحساب الحرفي.

مثال

برهن أنه، إذا اخترنا أي عدد، وأضفنا إليه 3 وضربنا النتيجة في 2، ثم طرحنا ضعف العدد المختار في

البداية، فإن النتيجة هي 6 دائما.

برهان

نسمي العدد المختار x.

نضيف 3 إلى هذا العدد: $x + 3$

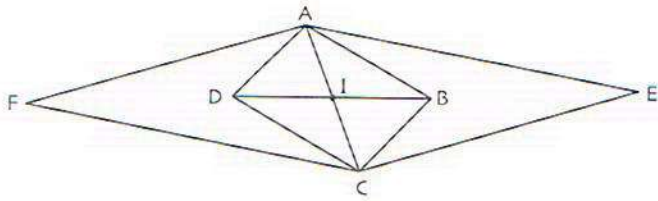
نضرب النتيجة في 2: $2 \times (x + 3)$

نطرح ضعف عدد البداية: $2 \times (x + 3) - 2 \times x$

نحسب بتطبيق خواص الأعداد والعمليات ونقرأ النتيجة: $2x + 6 - 2x = 6$

• كيف أبحث عن برهان في الهندسة ؟

تمرين



الرباعيان ABCD و AECF متوازي أضلاع.

القطعتان [AC] و [BD] تتقاطعان عند النقطة I.

برّر أن I منتصف [EF].

تعاليق

ماذا نريد أن نبرهن؟	I منتصف [EF].
ما هي الخواص التي تسمح بالبرهان على هذه النتيجة؟	(1) إذا كانت نقطة هي نقطة تقاطع قطعة مستقيم ومحورها، فإن النقطة هي منتصف القطعة.
ما هي الخاصية التي نختارها؟	(2) إذا كانت نقطة هي نقطة تقاطع قطري متوازي أضلاع (وبالتالي مستطيل أو معين أو مربع)، فإن النقطة هي منتصف لكل قطر.
هل شروط تطبيق الخاصية المختارة متوفرة في النص؟	لا يمكن استعمال الخاصية 1، لأن I ليست نقطة تقاطع قطعة مستقيم ومحورها. لكن، يمكن استعمال الخاصية 2 إذا توفرت شروط تطبيقها.
نحزّر البرهان.	نعلم. لأن ABCD متوازي أضلاع و [AC] و [BD] قطراه. و AECF متوازي أضلاع و [AC] و [EF] قطراه. نعلم أن الرباعيين ABCD و AECF متوازي أضلاع. إذا كانت نقطة هي نقطة تقاطع قطري متوازي أضلاع، فإن النقطة هي منتصف لكل قطر. منه I منتصف [AC]. لكن، [AC] هو قطر في متوازي الأضلاع AECF كذلك. منه I منتصف [EF].

طريقة

في البحث عن برهان في الهندسة، غالبا ما ننتبع المراحل الآتية ونسأل:

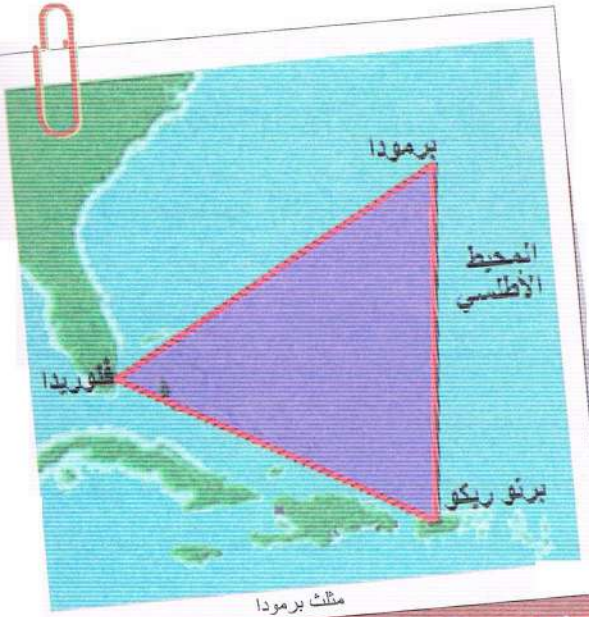
(1) ماذا نريد أن نبرهن؟

(2) ما هي الخواص التي تسمح بالبرهان على هذه النتيجة؟

(3) ما هي الخاصية التي نختارها؟

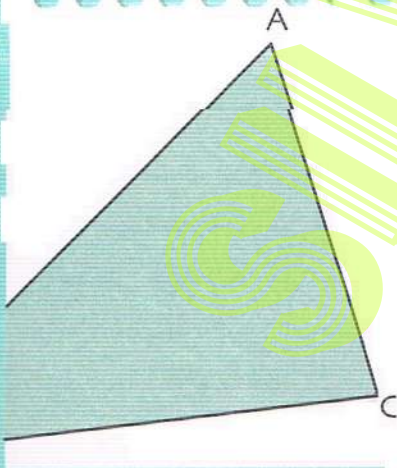
(4) هل شروط تطبيق الخاصية المختارة متوفرة في النص؟

(5) في حالة الإجابة بنعم، ننتقل إلى تحرير البرهان وفي حالة الإجابة بلا، نبرهن على الشروط أو نغير الخاصية.



مثلث برمودا

مثلث، ولكن ليس ككل المثلثات !
 "مثلث برمودا هو منطقة جغرافية تقع في المحيط الأطلسي، وسميت بهذا الاسم نسبة إلى جزر برمودا، وتقدر مساحته بحوالي 1140000 km^2 . اشتهرت بتعدد حوادث السفن والطائرات وكذا اختفاء بعضها. وقد كتبت عدة مؤلفات حول الموضوع، حملت تفسيرات وتحليل منها ما هي طبيعية (كالأمواج والعواصف) ومنها ما هي غير طبيعية (كالأخطاء البشرية) للغز تكرر الحوادث والاختفاءات في مثلث برمودا"



سأتعلم في هذا الباب

إنشاء مثلث (المتباينة المثلثية)
 معرفة حالات تقايس المثلثات واستعمالها في براهين بسيطة.
 معرفة خواص مستقيم المنتصفين في مثلث واستعمالها في براهين بسيطة.
 معرفة واستعمال تناسبية الأطوال لأضلاع المثلثين المعيّنين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين.
 تعريف وإنشاء المستقيمات الخاصة في المثلث (المحاور، الارتفاعات، المتوسطات، المنصفات).
 تعريف بُعد نقطة عن مستقيم وتعيينه.
 معرفة خواص هذه المستقيمات (خاصية الارتفاعات تُقبل دون برهان) واستعمالها في وضعيات بسيطة.

تحدي

نوع منقلبة !

كيف تعين مركز ثقل المثلث دون الخروج من إطار جزء ورقة الكراس (أي دون تعيين الرأس B).

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إياها.

الإجابات

الأسئلة

(3)

لا يمكن الحكم

(2)

خطأ

(1)

صحيح

1. يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه 4,5cm و 11cm و 5cm.

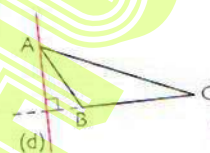
2. إذا كانت النقط A، B، C في استقامة و $AB = 7cm$ و $BC = 2cm$ فإن

3. إذا كانت النقط A، B، C و $AB = 5cm$ و $BC = 3cm$ و $AC = 8cm$ فإن

4. مجموع أقياس زوايا مثلث يساوي

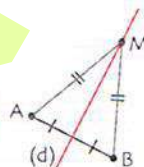
5. ماذا يمثل

المستقيم (d) في المثلث ABC؟



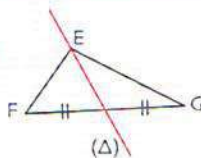
6. ماذا يمثل

المستقيم (d) بالنسبة للقطعة [AB]؟



7. ماذا يمثل

المستقيم (Δ) في المثلث EFG؟

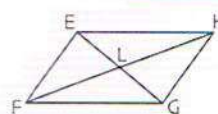


8. إذا كان $\frac{3}{7} = \frac{6}{x}$ فإن

9. في الشكل النقطه M تحقق



10.



EFGH متوازي أضلاع، L نقطة تقاطع قطريه.

(d) متوسط متعلق بـ [AB] في المثلث ABM

(d) عمودي على (AB)

(d) محور [AB]

متوسطا

ارتفاعا

منصفا

$$x = 6 \times \frac{7}{3}$$

$$x = 14$$

$$x = 7$$

$$AM = \frac{1}{2} AB$$

$$\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$$

$$AM = \frac{2}{5} AB$$

[FH] و [EG] متناصفان في L.

(LH) متوسط في المثلث EGH.

(LH) منصف زاوية الرأس H.

1 المتباينة المثلثية (إنشاء مثلث انطلاقاً من أطوال معينة)

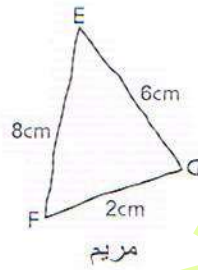
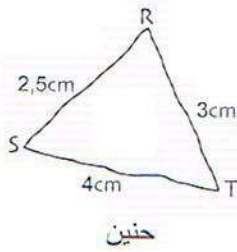
برنامج رسم باليد الحرة

• اختر ثلاثة أطوال بين 2cm و 10cm.

• ارسم باليد الحرة مثلثاً أطوال أضلاعه الأبعاد المختارة.

• سم المثلث وشفّره بالأطوال المختارة.

هذه أعمال ثلاث تلاميذ تنفيذاً للبرنامج أعلاه :



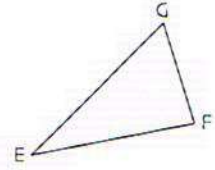
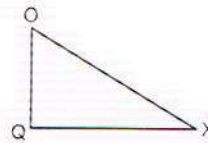
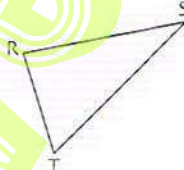
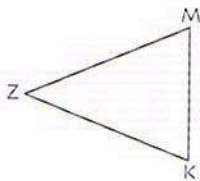
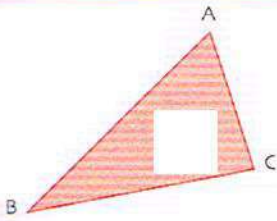
حاول، على ورقة غير مُسطرة، أن تنشئ بالأبعاد الحقيقية اقتراح كل تلميذ. أي من التلاميذ الثلاثة رسم مثلثاً قابلاً للإنشاء بالأبعاد الحقيقية ؟ اشرح.

2 المثلثات المتقايسة

(أ) أي من المثلثات الخمسة الآتية مطابق للمثلث ABC ؟

• كيف تتحقق من ذلك ؟

(ب) اكتب العناصر المتماثلة من المثلث ABC والمثلث المطابق له في كل حالة.



(ج) أنشئ المثلث ABC في كل من الحالات الآتية:

(1) $AB=3cm$ و $AC=4,8cm$ و $BC=6cm$.

(2) $\widehat{ACB}=70^\circ$ و $\widehat{ABC}=35^\circ$ و $BC=5,2cm$.

(3) $\widehat{CAB}=100^\circ$ و $AC=3cm$ و $AB=4cm$.

• قارن، في كل حالة، المثلث الذي أنشأته مع المثلث الذي أنشأه زميلك: هل هما متطابقان ؟

3 مستقيم المنتصفين (من التخمين إلى التبرير)

ارسم مثلثا كفييا ABC. وعين E و G منتصفي الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب، ثم ارسم المستقيم (EG).

(أ) من وضع تخمينات

- 1 ما هو التخمين الذي يمكن وضعه بالنسبة إلى المستقيمين (EG) و (BC) ؟
 - 2 قس بدقة [EG] و [BC] وضع تخمينا حول العلاقة بين الطولين BC و EG.
 - 3 تقول مريم: «إذا رسمنا المستقيم الذي يشمل النقطة G والموازي لـ (AB) فسيقطع [BC] في منتصفها».
- هل توافقها ؟ تحقق.

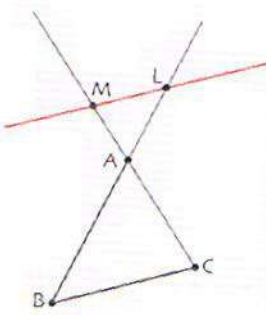
(ب) إلى التبرير

أعد رسم مثلث كفيي ABC والنقطتين E و G منتصفي الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب.

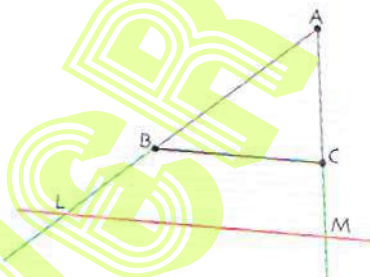
- 1 عين النقطة M نظيرة النقطة E بالنسبة إلى G. وأثبت أن AMCE متوازي أضلاع.
 - 2 قارن الطولين CM و EB واستنتج طبيعة الرباعي EMCB.
 - 3 كيف تستنتج أن المستقيمين (EG) و (BC) متوازيان، وأن $BC = 2EG$ ؟
 - 4 ارسم المستقيم الذي يشمل G والموازي لـ (AB) ويقطع [BC] في N.
- أثبت أن EGNB متوازي أضلاع.
- أثبت أن النقطة N هي منتصف [BC].

4 المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين

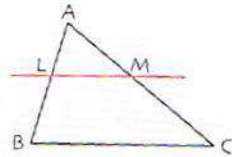
في كل من الحالات الآتية $(ML) \parallel (BC)$:



الحالة 3



الحالة 2

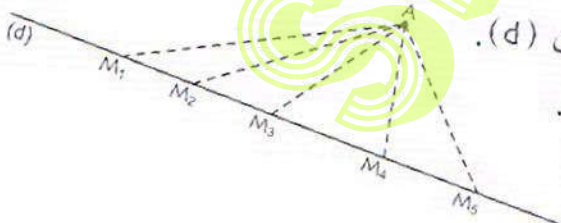


الحالة 1

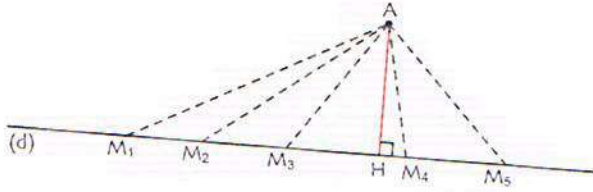
- 1 أنجز مثيلا للشكل في كل حالة، ثم خذ الأقياس اللازمة واحسب كلاً من النسب: $\frac{LM}{BC}$ ، $\frac{AM}{AC}$ ، $\frac{AL}{AB}$.
- 2 ما هو التخمين الذي يمكن وضعه حول هذه النسب ؟

5 بُعد نقطة عن مستقيم

- (d) مستقيم، و A نقطة لا تنتمي إليه، و M نقطة متغيرة من (d).
- في الشكل المرفق تم تحديد خمسة مواضع متميزة للنقطة M. يتناقش يونس وإيناس حول موضع M من (d) بحيث يكون الطول AM أصغر ما يمكن.



قال يونس : يكون الطول AM أصغر ما يمكن عندما تنطبق M على M_4 .
 قالت إيناس : أنا لا أوافق، بل يكون الطول AM أصغر ما يمكن عندما تنطبق M على H المبيّنة في الشكل المقابل، وعندي تبرير لذلك.



• ما رأيك فيما قال كل منهما ؟

• ما هو التبرير الذي قصده إيناس ؟

6 المستقيمات الخاصة في المثلث

• المحاور

(أ) من وضع تخمين

• ارسم مثلثا كيفيا، ومحاور أضلاعه.

• ماذا تلاحظ بالنسبة إلى تقاطع محاور أضلاع المثلث ؟

(ب) إلى التبرير

انقل الشكل المقابل، وأجب عما يلي :

• ماذا يمثل (d_1) و (d_2) بالنسبة إلى $[AB]$ و $[BC]$ على الترتيب ؟

• كيف تبرّر أنّ النقطة O (نقطة تقاطع (d_1) و (d_2)) تنتمي إلى محور $[AC]$ ؟

• ارسم الدائرة التي مركزها O وتشمل A ، كيف تستنتج أنّ نقطة تقاطع محاور

مثلث هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث ؟

• المنصفات

(أ) من وضع تخمين

• ارسم مثلثا كيفيا، ثمّ منصفات زواياه الثلاث.

• ماذا تلاحظ بالنسبة إلى تقاطع منصفات زوايا المثلث ؟

(ب) إلى التبرير

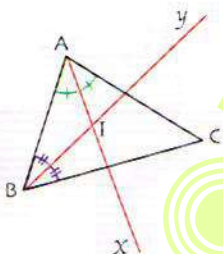
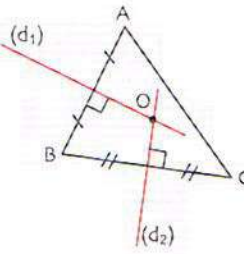
انقل الشكل المقابل، وأجب عما يلي :

• ماذا يمثل (Ax) و (By) بالنسبة إلى $\widehat{BAC}$ و $\widehat{ABC}$ على الترتيب ؟

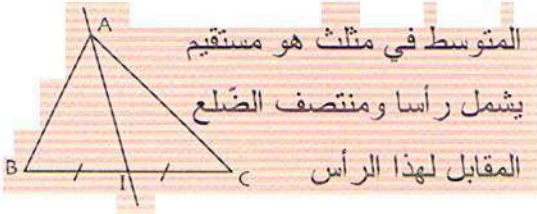
• كيف تبرّر أنّ النقطة I (تقاطع (Ax) و (By)) تنتمي إلى منصف $\widehat{ACB}$ ؟

• ارسم الدائرة التي مركزها I ونصف قطرها يساوي بُعد I عن ضلع المثلث، كيف تستنتج أنّ نقطة

تقاطع منصفات زوايا مثلث هي مركز الدائرة المماسّة لأضلاع هذا المثلث ؟



• المتوسطات



(أ) من وضع تخمين

• ارسم مثلثاً كيفياً، ثمّ متوسطاته الثلاثة.

• ماذا تلاحظ بالنسبة إلى تقاطع متوسطات المثلث ؟

(ب) إلى التبرير

انقل الشكل المقابل، وأجب عما يلي :

• ماذا يمثل (AA') و (BB') في المثلث ABC ؟

• انقل وأكمل :

لنبرّر أنّ النقطة G (تقاطع (AA') و (BB')) تنتمي إلى المتوسط المتعلق بالضلع [AB] يكفي إثبات أنّ

المستقيم يشمل منتصف

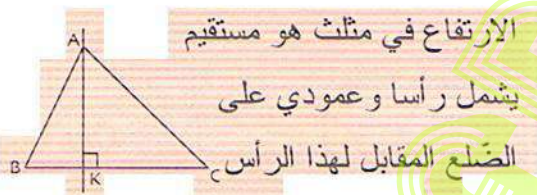
• عيّن النقطة D نظيرة النقطة C بالنسبة إلى النقطة G ؟

• كيف تبرّر أنّ الرباعي ADBG متوازي أضلاع ؟

• كيف تستنتج أنّ (CG) يشمل النقطة C' منتصف [AB] .

• كيف تستنتج أنّ $C'G = \frac{1}{3}CC'$ ؟

• الارتفاعات



(أ) من وضع تخمين

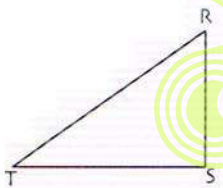
• ارسم مثلثاً كيفياً، ثمّ ارتفاعاته الثلاثة.

• ماذا تلاحظ بالنسبة إلى تقاطع ارتفاعات المثلث ؟

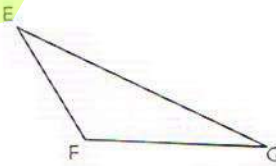
(ب) إلى التطبيق

• انقل المثلث وأنشئ ارتفاعاته في كل حالة.

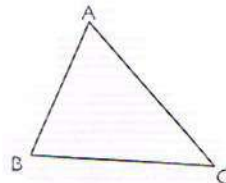
• ماذا تلاحظ بالنسبة إلى نقطة تقاطع الارتفاعات في كل حالة ؟



مثلث قائم الزوايا



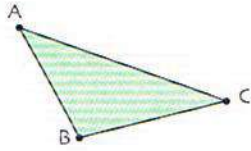
مثلث فيه زاوية منفرجة



مثلث حاد الزوايا

1 المتباينة المثلثية

مثال



• في المثلث ABC لدينا :

$$AB < AC + CB$$

$$AC < AB + BC \text{ و}$$

$$BC < AB + AC \text{ و}$$

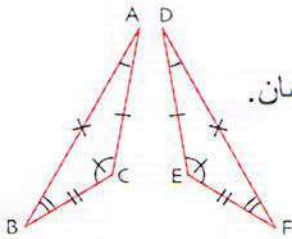
في مثلث، طول أي ضلع أصغر من مجموع طولي الضلعين الآخرين.

ملاحظات

- (1) من أجل كل ثلاث نقط A ، B ، C المساواة $BC = AB + AC$ تعني أن A تنتمي إلى [BC].
 (2) لتحديد إمكانية إنشاء مثلث عُلمت أطوال أضلاعه، يكفي التحقق من أن أكبر طول فيه هو أصغر من مجموع الطولين الآخرين.

2 المثلثات المتقايسة - حالات تقايس مثلثين

مثال

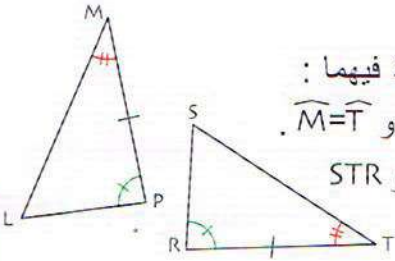


• المثلثان ABC و DEF متقايسان.

القول عن مثلثين أنهما متقايسان معناه أنهما قابلان للتطابق.

• حالات تقايس مثلثين

مثال



المثلثان LMP و STR فيهما :

$$MP = TR \text{ و } \widehat{M} = \widehat{T} \text{ و } \widehat{P} = \widehat{R}$$

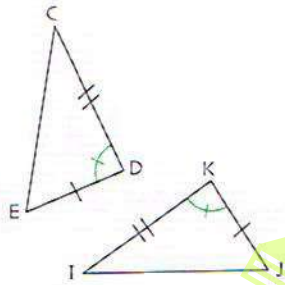
ومنه المثلثان LMP و STR

متقايسان.

الحالة الأولى

يتقايس مثلثان إذا تقايس فيهما زاويتان والضلع المحصور بينهما.

مثال



المثلثان IKJ و CDE فيهما :

$$IK = CD \text{ و } JK = ED$$

$$\widehat{IKJ} = \widehat{CDE}$$

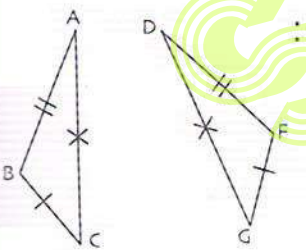
ومنه المثلثان IKJ و CDE

متقايسان.

الحالة الثانية

يتقايس مثلثان إذا تقايس فيهما ضلعان والزاوية المحصورة بينهما.

مثال



المثلثان ABC و DFG فيهما :

$$AB = DF$$

$$BC = FG \text{ و } AC = DG$$

ومنه المثلثان ABC و DFG

متقايسان.

الحالة الثالثة

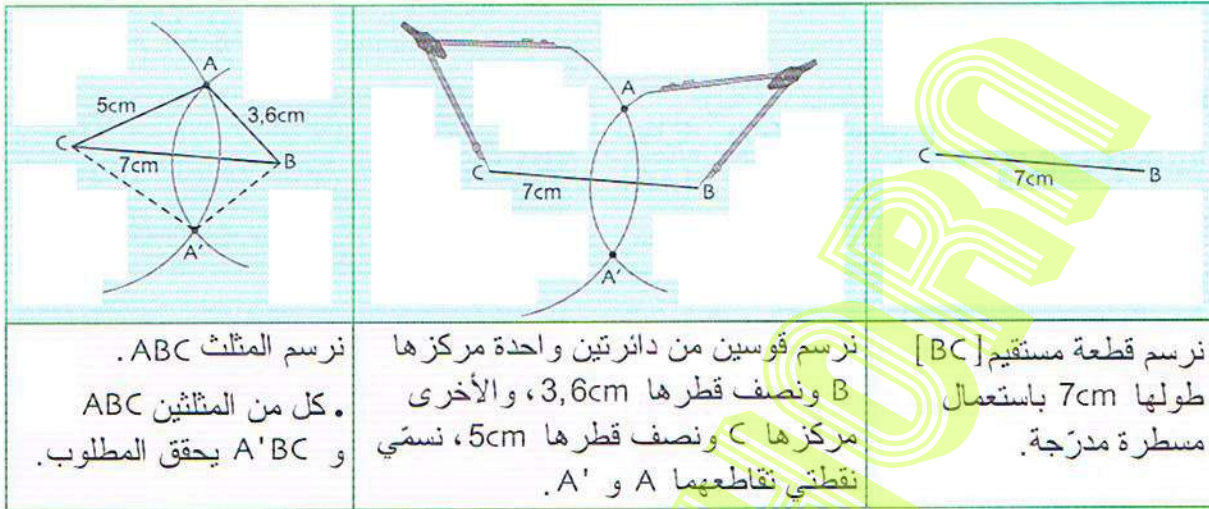
يتقايس مثلثان إذا تقايست الأضلاع الثلاثة لأحدهما مع الأضلاع الثلاثة للآخر.

• إنشاء مثلث عُلِمَت أطوال أضلاعه

تمرين: أنشئ مثلثا ABC حيث $AB = 3,6\text{cm}$ و $AC = 5\text{cm}$ و $BC = 7\text{cm}$.

حل: في البداية نتحقق من أن المثلث قابل للإنشاء :

لدينا $AB + AC = 8,6\text{cm}$ أي $AB + AC > BC$ ، ومنه المثلث ABC قابل للإنشاء.



نرسم المثلث ABC.

• كل من المثلثين ABC و $A'BC$ يحقق المطلوب.

نرسم قوسين من دائرتين واحدة مركزها B ونصف قطرها $3,6\text{cm}$ ، والأخرى مركزها C ونصف قطرها 5cm ، نسمي نقطتي تقاطعهما A و A' .

نرسم قطعة مستقيم [BC] طولها 7cm باستعمال مسطرة مدرجة.

طريقة

يؤول إنشاء مثلث إلى إنشاء رؤوسه، وإنشاء نقطة بالمدور ينتج من تقاطع قوسي دائرتين.

• استعمال المثلثات المتقايسة لإثبات

تمرين: ABCD و DMPR مربعان.

انقل الشكل، وأثبت أن $AM = CR$.

حل

لدينا في المثلثين AMD و CDR :

• $AD = DC$ (ضلعان في المربع ABCD).

• $MD = DR$ (ضلعان في المربع DMPR).

• $\widehat{ADM} = \widehat{ADC} + \widehat{CDM} = 90^\circ + \widehat{CDM}$ لأن $\widehat{ADM} = \widehat{CDR}$.

$\widehat{CDR} = \widehat{CDM} + \widehat{MDR} = \widehat{CDM} + 90^\circ$

تعليل

يمكن استنتاج العناصر المتماثلة

من تقايس المثلثين AMD و CDR،

و هي : $AM = CR$ و $\widehat{DAM} = \widehat{DCR}$

و $\widehat{AMD} = \widehat{CRD}$

فحسب الحالة الثالثة لتقايس مثلثين، المثلثان AMD و CDR

متقايسان، وبالتالي فإن $AM = CR$.

ملاحظة: لإثبات تقايس قطعتي مستقيمين، يمكن اعتبار كل منهما

ضلعًا في مثلث، وإثبات تقايس هذين المثلثين.

دوري الآن

③ أنشئ مثلثا LMP حيث $\widehat{MPL} = 120^\circ$

و $MP = LP = 2,6\text{cm}$ ما طبيعة

المثلث LMP ؟

② أنشئ مثلثا RST حيث

$\widehat{RTS} = 30^\circ$ و $\widehat{RST} = 100^\circ$

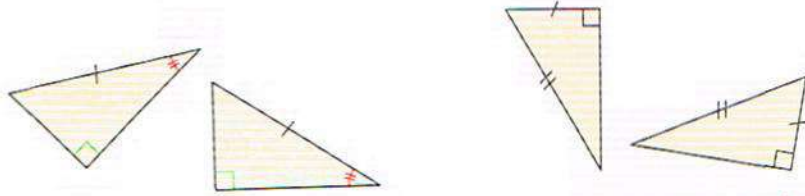
و $ST = 3,5\text{cm}$

① أنشئ مثلثا ABC حيث

$AC = 3,8\text{cm}$ و $AB = 3\text{cm}$

و $BC = 4\text{cm}$

ملاحظة: يكفي لتقايس مثلثين قائمين أن يتقايس فيهما ضلعان، أو ضلع وزاوية حادة.



3 مستقيم المنتصفين

خاصية 1

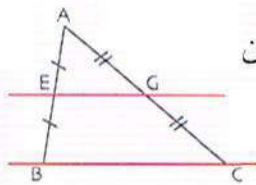
في مثلث، إذا شمل مستقيم منتصفي ضلعين، فإنه يوازي الضلع الثالث.

خاصية 2

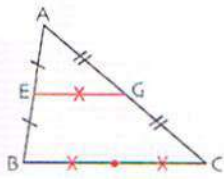
في مثلث، طول القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين يساوي نصف طول الضلع الثالث.

خاصية 3

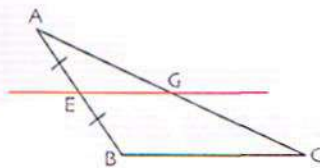
في مثلث، إذا شمل مستقيم منتصف أحد أضلاعه وكان موازيا لضلع ثانٍ، فإنه يقطع الضلع الثالث في منتصفه.



مثال
لدينا E و G منتصفا الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب. ومنه $(EG) \parallel (BC)$.

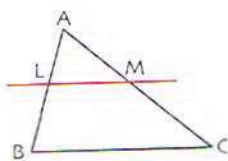


مثال
لدينا E و G منتصفا الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب. ومنه $EG = \frac{1}{2} BC$.



مثال
لدينا E منتصف [AB] و $(EG) \parallel (AC)$ ومنه G منتصف [BC].

4 تناسبية الأطوال لأضلاع المثلثين المعيّنين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين



مثال
بما أن L و M من [AB] و [AC] على الترتيب، و $(LM) \parallel (BC)$. فإن $\frac{AL}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{LM}{BC}$.

ABC مثلث، إذا كانت L نقطة من (AB) و M نقطة من (AC) وكان (LM) و (BC) متوازيين، فإن: $\frac{AL}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{LM}{BC}$.

5 بُعد نقطة عن مستقيم

بُعد نقطة عن مستقيم هو أصغر مسافة بين هذه النقطة وهذا المستقيم.

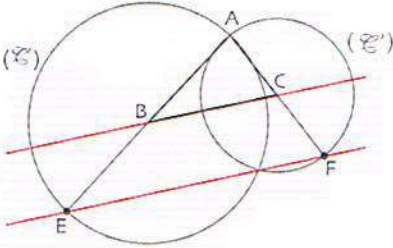


مثال
بُعد النقطة A عن المستقيم (d) هو طول قطعة المستقيم [AH] (المحمولة على العمودي على (d) الذي يشمل A).

استعمال خاصية مستقيم المنتصفين في مثلث للبرهنة

تمرين

ABC مثلث كفي، الدائرة (C) ذات المركز B التي تشمل A تقطع [AB] في E، والدائرة (C') ذات المركز C التي تشمل A تقطع [AC] في F.
ارسم شكلاً مناسباً، وأثبت أن (BC) // (EF).



حل و توجيهات

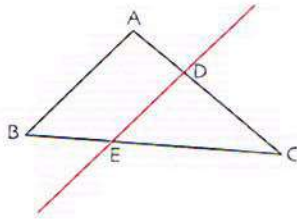
نبدأ برسم شكل مناسب (انظر الشكل المقابل).
• لدينا [AE] قطر في الدائرة (C)، ومنه B منتصف [AE]، وكذلك [AF] قطر في الدائرة (C').
• في المثلث AEF: B منتصف [AE]، C منتصف [AF]، ونعلم أنه إذا شمل مستقيم منتصفين ضلعين في مثلث، فإنه يوازي الضلع الثالث.
ومنه المستقيمان (BC) و (EF) متوازيان أي: (BC) // (EF).

طريقة

لإثبات أن مستقيمين متوازيين يمكن اعتبار أحدهما حاملاً لضلع في مثلث، والتأكد من أن الآخر يشمل منتصفين الضلعين الآخرين إذا كانت الوضعية مواتية.

استعمال تناسبية الأطوال الناتجة عن المستقيم الموازي لأحد أضلاع مثلث

تمرين



لدينا في الشكل المقابل (DE) // (AB) و $AB = 7\text{cm}$ و $AD = 3\text{cm}$ و $CD = 6\text{cm}$ و $CE = 8\text{cm}$.
والمطلوب هو حساب الطول BE.

حل و توجيهات

في المثلث ABC لدينا (DE) // (AB)،
ومنه حسب خاصية تناسبية الأطوال الناتجة عن المستقيم الموازي لأحد أضلاع مثلث فإن: $\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} = \frac{DE}{AB}$
• نعوض في التناسب $\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB}$ فنجد $\frac{6}{9} = \frac{8}{CB}$ معناه $CB = 8 \times \frac{9}{6} = 12$ ومنه $BE = 12 - 8 = 4\text{cm}$ أي $BE = 4\text{cm}$ أي $CA = 9\text{cm}$
نبدأ بحساب الطول CB ثم نحسب BE من العلاقة: $BE = CB - CE = CB - 8$
كما أن $CA = CD + DA$ أي $CA = 9\text{cm}$

طريقة

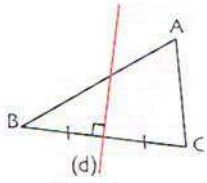
لحساب أطوال يمكن استعمال تناسبية الأطوال الناتجة عن المستقيم الموازي لأحد أضلاع مثلث.

دوري الان

- 1 ABCD متوازي أضلاع، E منتصف [CD]، و F نقطة 2 عد إلى المسألة الثانية أعلاه، واحسب القيمة المقاطع (AE) و (BC). أثبت أن C منتصف [BF]. المضبوطة للطول DE.

6 المستقيمات الخاصة في المثلث

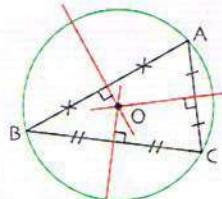
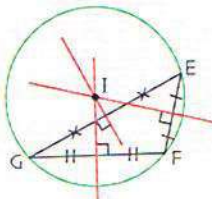
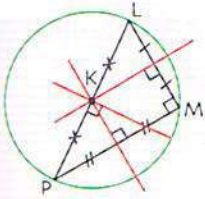
المحاور



مثال
(d) محور في المثلث ABC
متعلق بالضلع [BC].

محور ضلع في مثلث هو المستقيم العمودي على هذا الضلع ويشمل منتصفه.

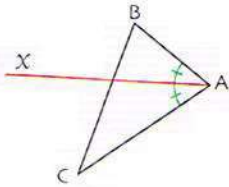
أمثلة



خاصية

محاور أضلاع مثلث متقاطعة في نقطة واحدة تسمى نقطة تلاقي المحاور، وهي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث.

المنصفات



مثال
(Ax) منصف زاوية الرأس A.
أي $\widehat{BAx} = \widehat{CAx}$

منصف زاوية في مثلث هو نصف المستقيم الذي يشمل رأس هذه الزاوية ويقسمها إلى زاويتين متقاسمتين.

أمثلة

خاصية

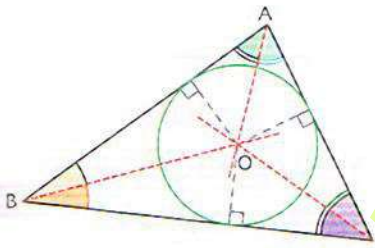
في مثلث، المنصفات الثلاثة

متقاطعة في نقطة واحدة، تسمى نقطة تلاقي المنصفات.

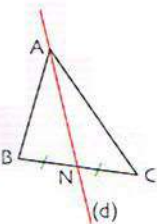
نقطة تلاقي منصفات زوايا مثلث هي مركز الدائرة المماسية لأضلاع

هذا المثلث، هذه الدائرة مرسومة داخل هذا المثلث.

• O نقطة تلاقي منصفات زوايا المثلث ABC
• وهي مركز الدائرة المماسية لأضلاع هذا المثلث.



المتوسطات



مثال
(d) المتوسط المتعلق بالضلع [BC].
أو (d) المتوسط الذي يشمل الرأس A.

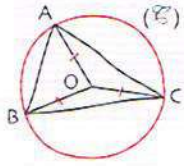
المتوسط في مثلث هو مستقيم يشمل رأساً ومنتصف الضلع المقابل لهذه الرأس.

• إنشاء الدائرة المحيطة بمتثلث

تمرين

ارسم متثلثا كيفيا ABC ، ثم أنشئ الدائرة $(\mathcal{C})$ المحيطة بالمتثلث ABC .

حل و توجيهات



يمكن البدء برسم باليد الحرة، ودراسة خصائص عناصره التي تسمح بإنشاء المطلوب :
فنجد أن O مركز الدائرة $(\mathcal{C})$ متساوي البعد عن رؤوس المتثلث ABC ، فهو ينتمي إلى محاور أضلاع هذا المتثلث.

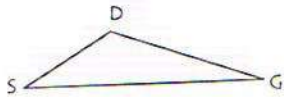
نرسم الدائرة ذات المركز O والتي تشمل النقطة A . إنها الدائرة المحيطة بالمتثلث ABC .	نرسم محاور أضلاع المتثلث ABC ، ويمكن الاكتفاء برسم محورين، ونسمي نقطة تقاطعها O .	نرسم متثلثا كيفيا ABC .

طريقة

لإنشاء الدائرة المحيطة بمتثلث، نبدأ بتعيين مركزها وهو نقطة تلاقي محاور هذا المتثلث.

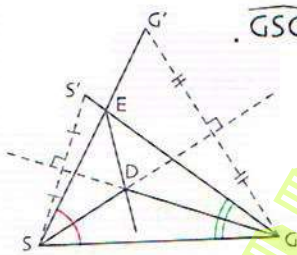
• استعمال خاصية المنصفات

تمرين



المتثلث SDG المنفرج الزاوية في D ، نظير $[GS]$ بالنسبة إلى (GD) ونظير $[GS]$ بالنسبة إلى (SD) متقاطعان في E .
انقل الشكل وأكمه، ثم أثبت أن (ED) منصف الزاوية SEG .

حل و توجيهات



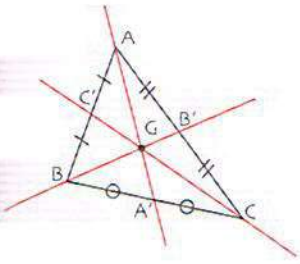
• بما أن $[SG']$ نظير $[SG]$ بالنسبة إلى (SD) ، فإن (SD) منصف الزاوية GSG' .
وبما أن $[GS']$ نظير $[GS]$ بالنسبة إلى (GD) ، فإن (GD) منصف الزاوية SGS' .
• ومنه D هي نقطة تلاقي المنصفات في المتثلث ESG .
وبالتالي فإن (ED) منصف الزاوية SEG .

ملاحظة : يمكن استغلال كون النقطة D متساوية المسافة عن أضلاع المتثلث ESG .

دوري الآن

ارسم زاوية $\widehat{xAy}$ وضع نقطة M داخلها، أنشئ النقطتين L و P نظيرتي M بالنسبة إلى (Ax) و (Ay) على الترتيب.
ماذا تمثل النقطة A بالنسبة إلى المتثلث MPL ؟ برّر إجابتك.

مثال



G نقطة تلاقي المتوسطات
في المثلث ABC.

خاصية 1

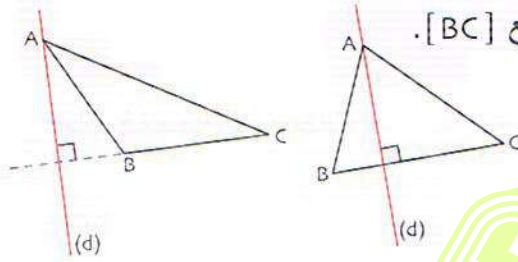
في مثلث، المتوسطات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة، تُسمى نقطة تلاقي المتوسطات، وتُسمى أيضا مركز ثقل المثلث.

خاصية 2

في مثلث ABC نقطة تلاقي المتوسطات G تحقق: $GA' = \frac{1}{3}AA'$ ، $GB' = \frac{1}{3}BB'$ ، $GC' = \frac{1}{3}CC'$ حيث A' ، B' ، C' منتصفات الأضلاع [CB]، [AC]، [AB] على الترتيب.

الارتفاعات.

مثال



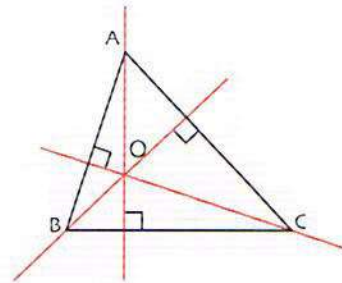
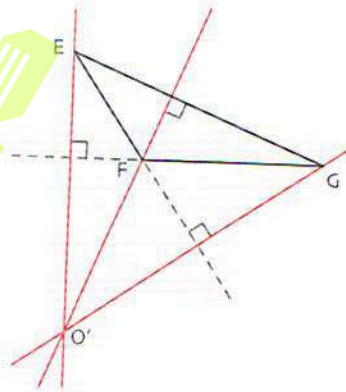
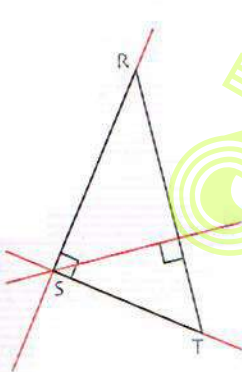
الارتفاع في مثلث هو مستقيم يشمل رأسا وعمودي على الضلع المقابل لهذه الرأس.
في كل من الحالتين (d) الارتفاع المتعلق بالضلع [BC].

أمثلة

- O نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC.
- O' نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EFG.
- S نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث القائم RST.

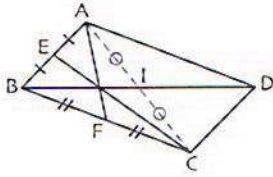
خاصية

في مثلث الارتفاعات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة، تُسمى نقطة تلاقي الارتفاعات.



• إثبات أن مستقيمتين متقاطعة في نقطة واحدة

تمرين



• يمكن، على الرسم، إضافة
تفسير تناصف قطري
متوازي الأضلاع.

ارسم متوازي أضلاع ABCD، عَيِّن E منتصف [AB] و F منتصف [BC].

أثبت أن المستقيمتين (AF) و (CE) و (BD) متقاطعة في نقطة واحدة.

حل و توجيهات

• نَعْلَم أن قطري متوازي الأضلاع متناصفان، ومنه [BD] و [AC] متناصفان.

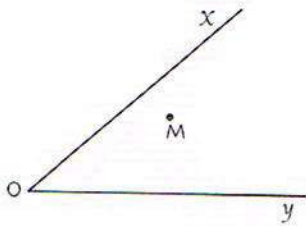
• لدينا كل من (AF) و (CE) و (BD) هو متوسط في المثلث ABC. وحسب الخاصية 1 للمتوسطات في مثلث، فإن (AF) و (CE) و (BD) متقاطعة في نقطة واحدة، هي نقطة تلاقي المتوسطات.

طريقة

يمكن استغلال خاصية نقطة تلاقي المتوسطات في مثلث لإثبات أن مستقيمتين متقاطعة في نقطة واحدة.

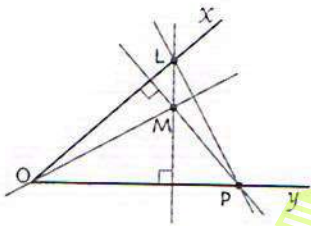
• استعمال خاصية نقطة تلاقي الارتفاعات في مثلث لإثبات أن مستقيمين متعامدان

تمرين



انقل الشكل المقابل، وارسم المستقيم الذي يشمل النقطة M العمودي على (Ox) فيقطع (Oy) في P والمستقيم الذي يشمل النقطة M العمودي على (Oy) في L فيقطع (Ox) في Q. أثبت أن المستقيمين (OM) و (PL) متعامدان.

حل و توجيهات



• في المثلث LOP : (PM) هو الارتفاع المتعلق بالضلع [OL]، و (LM) هو الارتفاع المتعلق بالضلع [OP].

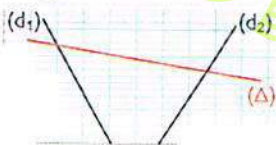
وبما أن في مثلث الارتفاعات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة، فإن (OM) هو الارتفاع المتعلق بالضلع [PL].

• ومنه فإن المستقيمين (OM) و (PL) متعامدان.

ملاحظة : يمكن استغلال خاصية نقطة تلاقي الارتفاعات في مثلث لإثبات أن مستقيمين متعامدان.

دوري الآن

2 اشرح كيف ترسم المستقيم (V) العمودي على (Δ) والذي يشمل نقطة تقاطع (d₁) و (d₂) دون الخروج من إطار ورقة الكراس.



1 عد إلى المسألة الأولى أعلاه، وعلمنا أن قطر متوازي الأضلاع [BD] طوله 12cm، وأن مركز ثقل المثلث ABC هو G. احسب الطول BG.

المثابينة المثلثية

1 حدد، دون أن ترسم، في أي حالة يمكن إنشاء مثلث ABC (وحدة الطول هي السنتيمتر).

(أ) $AB = 4$ و $AC = 7$ و $BC = 9$.

(ب) $AB = 1,6$ و $AC = 3,4$ و $BC = 5$.

(ج) $AB = 6,2$ و $AC = 1,3$ و $BC = 8$.

2 لاحظ الشكل المرفق.



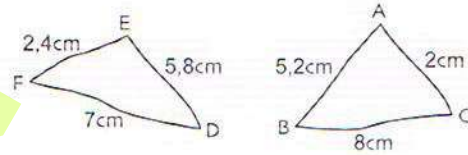
أكمل ما يأتي بما يناسب من ($=$; $>$; $<$)، و اشرح.

(أ) $FE + EH \dots\dots FH$

(ب) $FH + HD \dots\dots FD$

(ج) $FD + DH \dots\dots FH$

3 (1) أي المثلثين المرسومين أدناه باليد الحرة يمكن إنشاؤه بالأبعاد الحقيقية؟ برّر إجابتك.



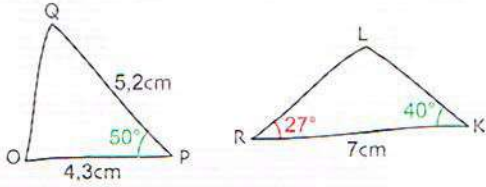
(2) حاول، على ورقة غير مُسطرة، أن تنشئ بالأبعاد الحقيقية كلا من المثلثين.

4 ارسم قطعة مستقيم [AB] طولها 6cm، ثم أنشئ نقطة C بحيث محيط المثلث ABC يساوي 18cm. هل يمكنك إنشاء نقطة ثانية C تختلف عن الأولى؟ وثالثة؟ ماذا تستنتج؟

5 يقول إلياس «أستطيع إنشاء مثلث محيطه 18cm، وطول أحد أضلاعه 10cm». هل أنت موافق؟ برّر إجابتك.

المثلثات المتقايسة

6 أنشئ بالأبعاد الحقيقية كلا من المثلثين المرفقين.

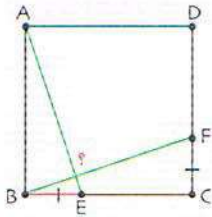


7 (1) أنشئ مثلثًا قائمًا في B حيث $AB = 5cm$ ، و $\widehat{BAC} = 40^\circ$.

(2) أنشئ مثلثًا EDF قائمًا في D حيث $DE = 5cm$ ، و $\widehat{DFE} = 50^\circ$.

(3) أثبت أن المثلثين ABC و EDF متقايسان.

8 في الشكل المرفق ABCD مربع، و $BE = CF$.



أثبت أن $AE = BF$ ، وأن $(AE) \perp (BF)$.

9 $\angle xLy$ زاوية حادة، M و Q نقطتان من $[Lx]$.

P و R نقطتان من $[Ly]$ حيث $LM = LP$

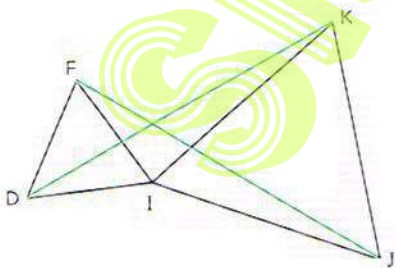
و $LQ = LR$.

[MR] و [PQ] متقاطعتان في S.

أثبت أن [LS] منصف للزاوية $\angle xLy$.

10 IFD و IJK مثلثان كل منهما متقايس الأضلاع.

أثبت أن $JF = KD$.

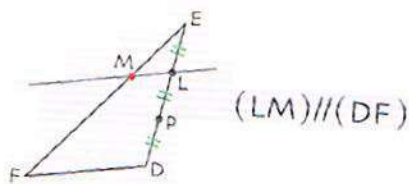


16 RSTU متوازي أضلاع. E و F منتصفا الضلعين [RS] و [UT] على الترتيب.

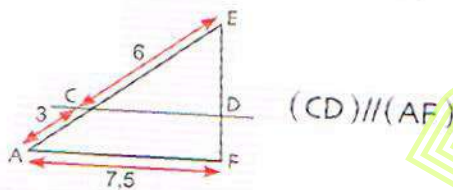
- 1) ما طبيعة الرباعي ESFU؟ برّر إجابتك.
- 2) [EU] و [SF] يقطعان [RT] في M و N على الترتيب. أثبت أن $RM = MN = NT$.

المتلّان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين

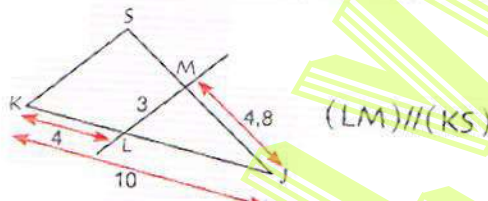
17 كيف تبرّر باستعمال معطيات الشكل المرفق أن النقطة M تحقق $\frac{EM}{EF} = \frac{1}{3}$.



18 الأطوال معطاة بالسنتيمتر. أحسب، باستعمال معطيات الشكل المرفق، الطول CD.



19 الأطوال معطاة بالسنتيمتر. أحسب، باستعمال معطيات الشكل المرفق، كلا من الطولين SK و SM.



20 ABC مثلث كفي، L منتصف [BC]. M نقطة من [AL]. المستقيم الموازي لـ (AC) ويشمل M يقطع [BC] في R، والمستقيم الموازي لـ (AB) ويشمل M يقطع [BC] في S. أثبت أن L منتصف [SR].

11 أثبت أن المستقيم الذي يشمل مركز دائرة ومنتصف وتر فيها عمودي على هذا الوتر.

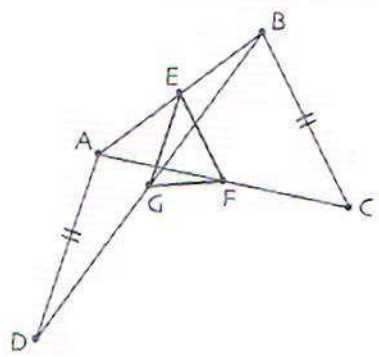
مستقيم المنتصفين

12 ABC مثلث أطوال أضلاعه $AB = 3\text{cm}$ و $AC = 4.2\text{cm}$ و $BC = 3.6\text{cm}$.

- 1) A' و B' و C' منتصفات أضلاعه [BC] و [AC] و [AB] على الترتيب. احسب محيط المثلث A'B'C'.

13 [OO'] قطعة مستقيم حيث $OO' = 5\text{cm}$ ، و (C) و (C') دائرتان مركزاهما O و O' ومتقاطعتان في A و B. [AE] قطر في (C)، و [AD] قطر في (C'). أنجز شكلا مناسباً. أثبت أن $(OO') \parallel (ED)$ ، واستنتج طول قطعة المستقيم [ED].

14 لدينا في الشكل المرفق $AD = BC$ و E و F، G منتصفات [AB]، [AC]، [BD] على الترتيب.



- 1) أثبت أن المثلث EFG متساوي الساقين.
- 2) H منتصف [CD]، ما طبيعة الرباعي EFHG؟ برّر إجابتك.

15 ABCD رباعي كفي، E، F، G، H منتصفات أضلاعه [AB] و [BC] و [CD] و [DA] على الترتيب.

- 1) أثبت أن EFGH متوازي أضلاع.
- 2) أثبت أن محيط EFGH يساوي $AC + BD$.

أنجز شكلا مناسباً، وأثبت أن النقط E و R و S في استقامية.

27 ABCD متوازي أضلاع، E منتصف $[CD]$.

$[BE]$ يقطع $[AC]$ في K . (DK) يقطع $[BC]$ في M .

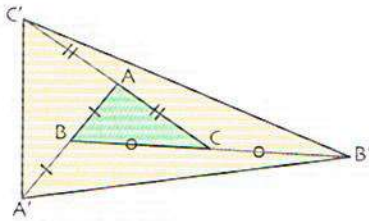
أثبت أن M منتصف $[BC]$.

28 أثبت أن المتوسط في مثلث يقسمه إلى مثلثين لهما

نفس المساحة.

29 في الشكل المرفق A' نظير A بالنسبة إلى B ، و B'

نظير B بالنسبة إلى C ، و C' نظير C بالنسبة إلى A .



عبر عن مساحة المثلث $A'B'C'$ بدلالة مساحة

المثلث ABC .

إرشاد : استعمل النتيجة التي توصلت إليها

في التمرين السابق.

30 لاحظ الشكل المرفق، وأجب عما يلي :

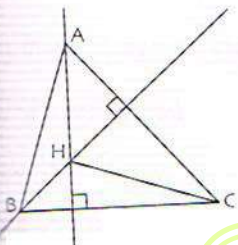
(1) ماذا تمثل النقطة H

في المثلث ABC ؟ برّر إجابتك.

(2) ما هي نقطة تلاقي

ارتفاعات المثلث HBC ؟

برّر إجابتك.



31 انقل الشكل وأكمله

بحيث تكون L نقطة تلاقي

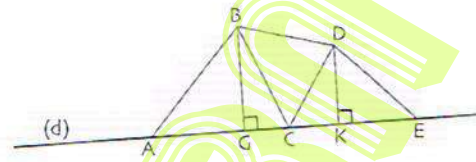
ارتفاعات المثلث EFG .



بعد نقطة عن مستقيم

21 حدّد باستعمال الشكل المرفق بُعد كل من النقط A

و B و C و D و E بالنسبة إلى (d) .



22 ارسم مستقيماً (d) و عيّن نقطة A بعدها عن (d)

يساوي 2cm .

ما هي مجموعة كل النقط التي تبعد 2cm عن (d) ؟

المستقيماً الخاصة في المثلث

23 (1) أنشئ مثلثاً ABC حيث $AB = 2\text{cm}$

و $BC = 4,5\text{cm}$ و $\angle ABC = 110^\circ$.

(2) أنشئ الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

24 (1) أنشئ مثلثاً RST حيث $RS = 3\text{cm}$

و $RT = 5,4\text{cm}$ و $ST = 6\text{cm}$.

(2) أنشئ الدائرة المماسية لأضلاع المثلث RST

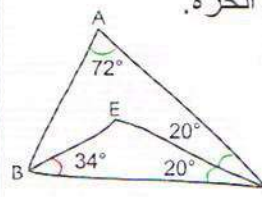
من الداخل.

25 الشكل المرفق مرسوم باليد الحرة.

(1) احسب قياس الزاوية $\widehat{EBA}$.

(2) ماذا تمثل النقطة E

في المثلث ABC ؟ برّر إجابتك.



26 EFG مثلث كيفي، K نقطة من $[EF]$ و L

نقطة من $[EG]$. منصفاً الزاويتين $\widehat{EFG}$ و $\widehat{EGF}$

يتقاطعان في S ، ومنصفاً الزاويتين $\widehat{ELK}$ و $\widehat{EKL}$

يتقاطعان في R .

عند الحاجة أعود إلى الصفحة

أجب عن الأسئلة الآتية :

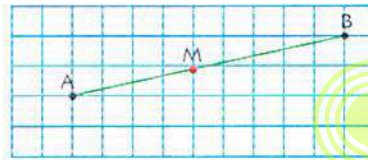
134

علما أن $AB = 3,2\text{cm}$ و $BC = 9\text{cm}$ و $AC = 5,8\text{cm}$ أي من الاقتراحات الآتية صحيح ؟
(أ) النقط A ، B ، C في استقامية. (ب) A تنتمي إلى $[BC]$.
(ج) B تنتمي إلى $[AC]$.

1

136 و 137

لاحظ الشكل، وبيّن إذا كان كل مما يأتي صحيحا أو خاطئا :



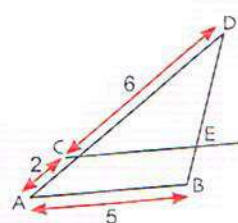
(أ) $AB + BM = AM$

(ب) $AM = \frac{2}{5} AB$

(ج) $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$

2

136 و 137



وحدة الطول هي السنتيمتر، و $(AB) \parallel (EC)$.
أكمل ما يأتي، واحسب الطول CE :

• لدينا $\frac{DC}{DB} = \frac{CE}{AB}$

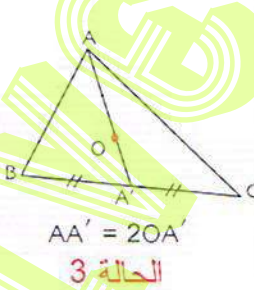
• ومنه $\frac{CE}{5} = \frac{6}{5}$

• أي $CE = \dots\dots\dots$

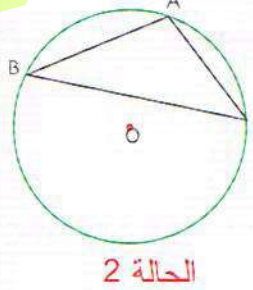
3

139

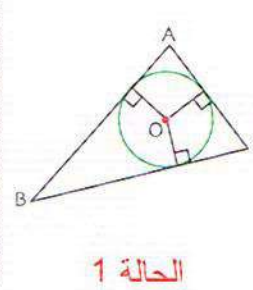
• ماذا تمثل النقطة O بالنسبة إلى المثلث ABC في كل حالة مما يأتي :



الحالة 3



الحالة 2



الحالة 1

4

138

بيّن إذا كان كل مما يأتي صحيحا أو خاطئا، وبرّر إجابتك.
(أ) يوجد مثلث نقطة تلاقي ارتفاعاته هي أحد رؤوسه.
(ب) يوجد مثلث نقطة تلاقي محاوره تنتمي إلى أحد أضلاعه.
(ج) يوجد مثلث نقطة تلاقي منصفاته تقع خارجه.
(د) يوجد مثلث نقطة تلاقي ارتفاعاته تقع خارجه.

5

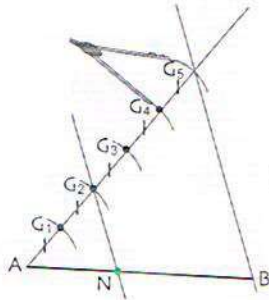
38 باستعمال مدور ومسطرة غير مدرجة

ارسم قطعة مستقيم $[AB]$.

(1) أنشئ نقطة M من $[AB]$ بحيث $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{4}$.

(2) الشكل المرفق يمثل كيفية لإنشاء نقطة N من

$[AB]$ بحيث $\frac{AN}{AB} = \frac{2}{5}$.



$(G_2N) \parallel (G_5B)$

• اكتب برنامجا يسمح بإنجاز هذا الشكل.

• كيف تبرّر أن $\frac{AN}{AB} = \frac{2}{5}$.

G

39 أنقل الشكل المرفق و أكمل

B ————— C

إنشاء المثلث ABC بحيث

G تكون مركز ثقله.

40 ارسم زاوية حادة $\widehat{xOy}$ ، ودون استعمال منصف

زاوية، أنشئ نقطة M متساوية المسافة عن ضلعي

هذه الزاوية.

أثبت أن (OM) منصف الزاوية $\widehat{xOy}$.

41 يهدف هذا التمرين إلى إثبات أن ارتفاعات مثلث

متقاطعة في نقطة واحدة

ABC مثلث كفي. (d_1) يشمل A ويوازي (BC)

(d_2) يشمل B ويوازي (AC)، (d_3) يشمل C

ويوازي (AB). E نقطة تقاطع (d_1) و (d_2) ، F نقطة

تقاطع (d_2) و (d_3) ، G نقطة تقاطع (d_1) و (d_3) .

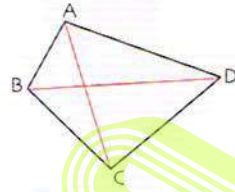
(1) أنجز شكلا مناسباً.

(2) أثبت أن الرباعيات ABCG، ABFC، ACBE

متوازيات أضلاع.

32 ABCD رباعي كفي، أثبت أن $AC + BD < P$

حيث P محيط الرباعي ABCD.



33 (1) أنشئ مثلثا EDS قائما في D، حيث $DS = 3cm$

و $\widehat{DES} = 30^\circ$.

(2) أنشئ S' نظير النقطة S بالنسبة إلى (ED).

(3) ما طبيعة المثلث ESS' ؟ برّر إجابتك.

34 ABCD متوازي أضلاع، I نقطة تقاطع قطريه،

E و F و G و H منتصفات [IA] و [IB] و [IC] و

[ID] على الترتيب.

(1) أثبت أن EFGH متوازي أضلاع.

(2) عبّر عن محيط EFGH بدلالة محيط ABCD.

35 LMPQ متوازي أضلاع، S منتصف [PQ].

المستقيمان (LS) و (PM) متقاطعان في R.

أثبت أن P منتصف [MR].

36 DLK مثلث، P منتصف [DL]، S نظير P

بالنسبة إلى D، المستقيم الموازي ل (DK) الذي يشمل

P يقطع (KL) في A، والمستقيم الموازي ل (KL)

الذي يشمل S يقطع (KD) في B.

ارسم شكلا مناسباً، وأثبت أن المثلثين DSB و PLA

متقايسان.

37 ABC مثلث أطوال أضلاعه $AB = 3cm$

و $AC = 5cm$ و $BC = 6cm$ ، منصف الزاوية $\widehat{BAC}$

يقطع [BC] في M.

لحساب الطولين BM و CM، أنجز ما يلي :

(1) ارسم الموازي ل (AM) الذي يشمل C، فيقطع

(BA) في E، وأثبت أن المثلث ACE متساوي الساقين.

(2) أثبت أن $\frac{BM}{BC} = \frac{3}{8}$ ، واستنتج كلا من BM و CM.

أثبت أن O هي منتصف $[AF]$ ، وأن $AH = 2OL$.
 (4) أثبت أن المستقيم الذي يشمل O والعمودي على $[AC]$ هو محور $\perp [AC]$.

(5) استنتج أن النقط A, B, C, F تنتمي إلى نفس الدائرة وعين مركزها.

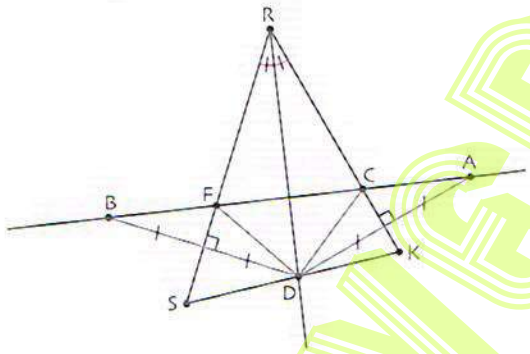
45 ABC مثلث كيفي، M نقطة تلاقي منصفات زواياه.

أثبت أن الجدول الآتي هو جدول تناسبية، وعين معامل التناسبية.

AB	AC	BC
A_{ABM}	A_{ACM}	A_{BCM}

(يرمز A_{ABM} إلى مساحة المثلث ABM).

46 KRS مثلث كيفي، $[RD]$ منصف الزاوية KRS ،
 A نظير D بالنسبة إلى (RK) ، و B نظير D بالنسبة إلى (RS) ، والنقط A, B, C, F في استقامية.



(1) بين لماذا $DA = DB$ ؟

(2) أثبت أن المثلثين DAC و DBF متقايسان.

(3) استنتج طبيعة المثلث DCF .

(4) أثبت أن المثلث CRF متساوي الساقين.

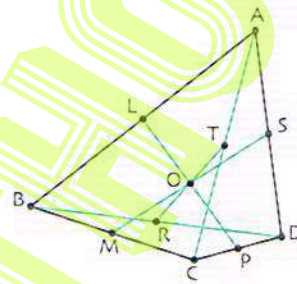
(هـ) بين لماذا (RD) هو محور $[AB]$ ، واستنتج مركز الدائرة التي تشمل النقط A, B, D .

(3) ماذا تمثل نقطة تلاقي محاور المثلث EFG بالنسبة إلى المثلث ABC ؟ برّر إجابتك.
 (4) استنتج.

42 LMP مثلث. S منتصف $[LM]$ ، و G نقطة من $[PS]$ بحيث $PG = 2GS$.

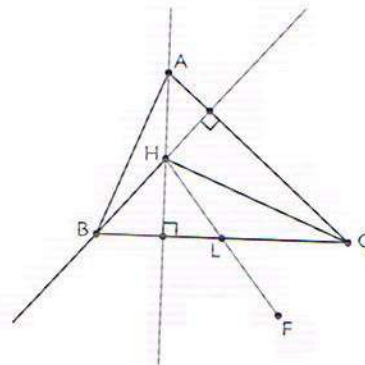
أنجز شكلاً مناسباً، وأثبت أن G هي مركز ثقل المثلث LMP .

43 ABCD رباعي كيفي. L, S, P, M, R, T منتصفات $[AB], [AD], [DC], [CB], [AC], [BD]$ على الترتيب.



أثبت أن $[LP], [SM], [TR]$ لها نفس المنتصف O .

44 في الشكل المرفق H نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC ، L منتصف $[BC]$ ، F نظير H بالنسبة إلى L .



(1) انقل الشكل، وأثبت أن الرباعي $BFCH$ متوازي أضلاع.

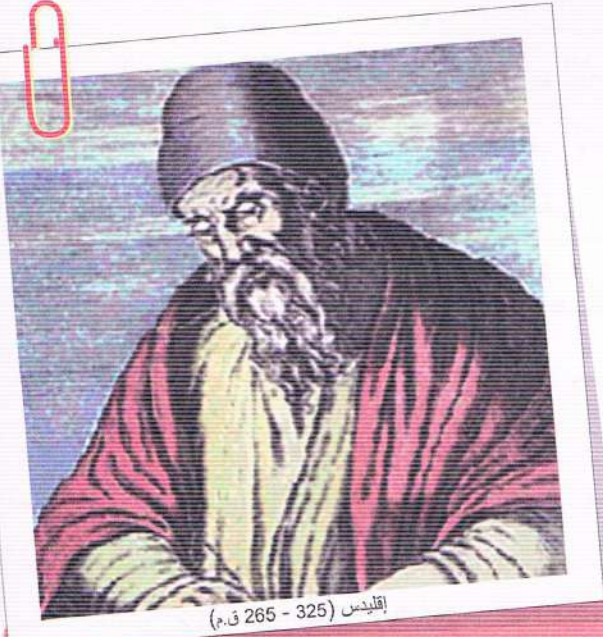
(2) أثبت أن كلا من المثلثين ABF و ACF قائم.

(3) محور $[BC]$ يقطع $[AF]$ في O .

البرهان في الرياضيات

سأتعلم في هذا الباب

- استعمال قواعد النقاش الرياضي.
- كيف نبرّر أنّ نصّاً رياضياً صحيح.
- كيف نبرّر أنّ نصّاً رياضياً خاطئ باستعمال مثال مضاد.
- استعمال نصوص من الشكل: إذا، فإنّ
- كتابة نصّ عكسيّ لنصّ رياضي والتمييز بينهما.
- كيف نبحث في برهان.
- كيف نحرّر برهاناً.



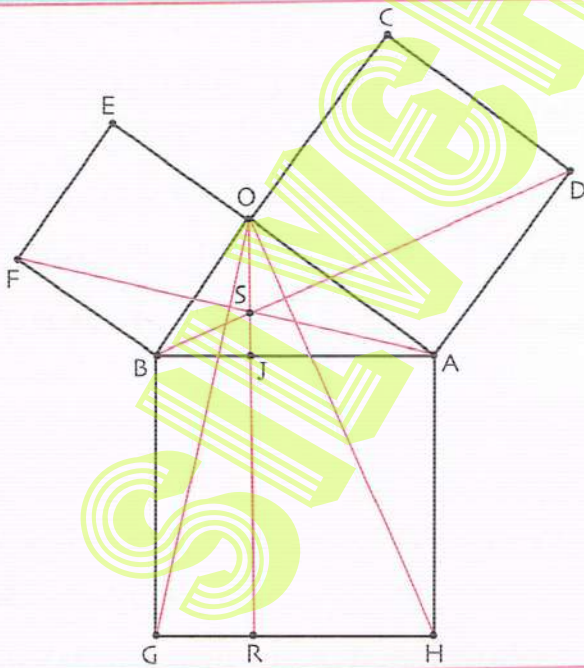
إقليدس (325 - 265 ق.م)

إقليدس هو عالم رياضيات يوناني عاش بين (325 - 265 ق.م). اشتهر بوضع نظام البديهيات وجمع عمله في الهندسة في كتاب أسماه الأصول. وقد اعتُبرت هندسة إقليدس منذ ذلك العهد نموذجاً للبرهان المنطقي. ومن مسلّمات إقليدس:

- من نقطتين متميزتين يمر مستقيم واحد وواحد فقط.
- كل قطعة مستقيم يمكن أن تُمدّد إلى مستقيم.

- تعطى نقطتان متميزتان. توجد دائرة واحدة وواحدة فقط مركزها النقطة الأولى وتُمر بالنقطة الثانية.
- كل الزوايا القائمة متساوية فيما بينها.
- من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد وواحد فقط يوازيه ويشمل هذه النقطة.

ويتكوّن النظام الهندسي لإقليدس من التعاريف والبديهيات والفرضيات والمبرهنات.



وضعية

حساب ارتفاع الهرم بطريقة طالس

حسب العالم اليوناني طالس (546-625 ق.م) ارتفاع الهرم انطلاقاً من فكرة أن النسبة بين طوله واصله كالنسبة بين ارتفاع الهرم واصله.

باستعمال الوثائق المقدمة أنجز شكلاً يمكنك من حساب ارتفاع الهرم، واحسبه.

تحليل الوضعية

قراءة وتحليل الوضعية

• مم تتكون الوضعية ؟

• كيف تترجم فكرة تساوي النسبتين ؟

• ما المهمة المطلوب إنجازها ؟

تحليل التعليمات واختيار استراتيجية حل مناسبة

• فيما تتمثل المهمة المطلوب إنجازها ؟

• حدّد على الشكل الطول المطلوب حسابه.

• هل في الشكل توازي ؟

تنفيذ استراتيجية الحل المختارة

• الخاصية المناسبة لإنجاز المهمة.

• ثم كيفية المواصلّة ...

• تحرير الحل والشرح بجمل واضحة.

وضعية للتقويم

(ضبط أضواء السيارة)

من السلامة المرورية أن يضيء ضوء التقاطع

في السيارة بين 30m و 45m. هل تعرف لماذا ؟

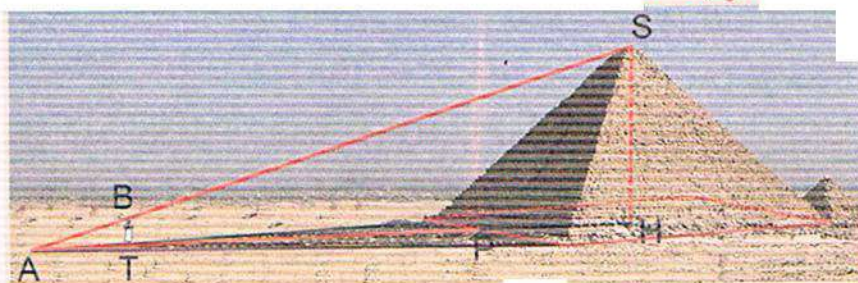
لضبط أضواء سيارته يضع سائق سيارته

على بُعد $AM = 4m$ أمام حائط شاقولي (انظر الوثيقة المرفقة) ، حيث الطول AL يمثل مدى الضوء في

غياب أي حاجز، و $AB = 0,65m$ يمثل ارتفاع أضواء السيارة عن الأرض.

ما هو الشرط اللازم وضعه على PM مسقط ضوء السيارة على هذا الحائط لتحقيق شروط السلامة ؟

الوثيقة 1

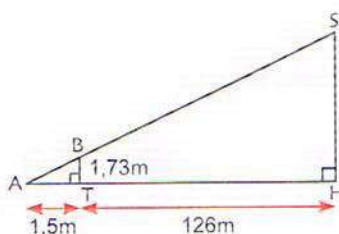


الوثيقة 2

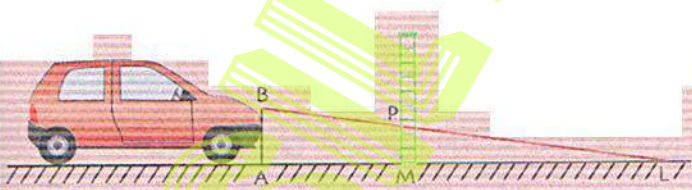
عندما يقف طالس في الموضع T على بعد 97m من الهرم ينطبق ظله الذي يبلغ 1,5m مع ظل رأس الهرم. الهرم قاعدته مربع طول ضلعه 58m. طالس طوله 1,73m.

حل مختصر

• إنجاز شكل مناسب.



• ارتفاع الهرم يساوي 147,05m.

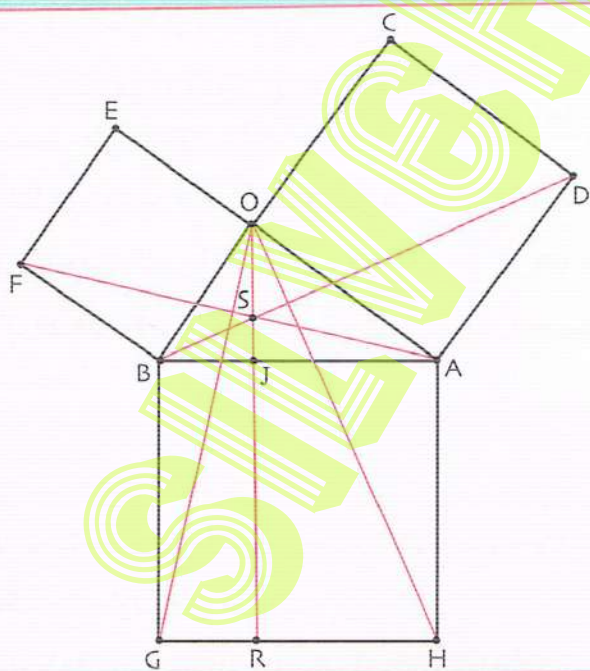




اقلیدس (325 - 265 ق.م)

سأتعلم في هذا الباب

- استعمال قواعد النقاش الرياضي.
- كيف نبرّر أنّ نصّا رياضيا صحيح.
- كيف نبرّر أنّ نصّا رياضيا خاطئ باستعمال مثال مضاد.
- استعمال نصوص من الشكل: إذا....، فإنّ ..
- كتابة نصّ عكسيّ لنصّ رياضي والتمييز بينهما
- كيف نبحث في برهان.
- كيف نحرّر برهاننا.



حل مسائل هندسية باستعمال جيوجيبرا

نشاط : مستقيم أولر

أثبت العالم الرياضي السويسري ليونارد أولر (1707-1753) أن في مثلث غير متقايس الأضلاع نقطة تلاقي المحاور ونقطة تلاقي المتوسطات ونقطة تلاقي الارتفاعات تنتمي إلى نفس المستقيم الذي سُمي باسمه (مستقيم أولر).

• ارسم مثلثا ABC (مثل المقابل).

• أنشئ O نقطة تلاقي محاور ABC

(يمكن رسم محور $[AB]$

ومحور $[BC]$ فقط).

• أنشئ G نقطة تلاقي

متوسطات ABC برسم متوسطين.

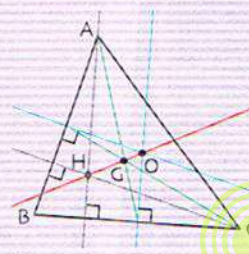
• أنشئ H نقطة تلاقي ارتفاعات ABC (يمكن الاختصار على رسم ارتفاعين).

• ارسم المستقيم (OG) .

• ماذا تلاحظ بالنسبة إلى H و (OG) ؟

• حرّك أحد رؤوس المثلث ABC ، ماذا تلاحظ بالنسبة إلى

النقط O و G و H ؟



إرشادات

• لرسم مثلث كفي حدّد في شريط الأدوات «مضلع» بالنقر عليها بزر الفأرة الأيسر، ثم بالنقر في ورقة العمل لتحديد الرأس، وللانتهاء عد من جديد إلى النقطة الأولى.

• لرسم محور قطعة مستقيم استعمل

«متوسط عمودي»

• لرسم المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$

مثلا، استعمل «مستقيم مار من نقطتين

» وانقر على النقطة A ثم على

منتصف $[BC]$.

• لرسم الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$

مثلا، استعمل «مستقيم عمودي»

وانقر على النقطة A ثم على $[BC]$.

كيف تصبح النقط O و G و H عندما يكون المثلث ABC متقايس الأضلاع ؟

تمرين : مستقيم سيمسون

اشتهر العالم الرياضي البريطاني روبرت سيمسون (1687-1768) بأعماله في ميدان الهندسة، والخاصية الآتية خلّدت اسمه.

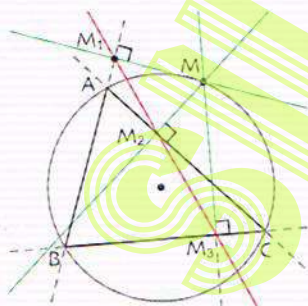
« M نقطة من الدائرة التي تشمل رؤوس مثلث، النقط M_1 ، M_2 ، M_3 هي تقاطع المستقيمات التي تشمل النقطة M والعمودية على حوامل أضلاع هذا المثلث. إن النقط M_1 ، M_2 ، M_3 تنتمي إلى نفس المستقيم (مستقيم سيمسون)».

• أنجز شكلا مناسباً.

• حرّك النقطة M أو شغل تنشيط هذه النقطة بالنقر

عليها بزر الفأرة الأيمن وانتق تنشيط في النافذة الظاهرة.

• ما هو التخمين الذي يمكن وضعه حول النقط M_1 ، M_2 ، M_3 ؟

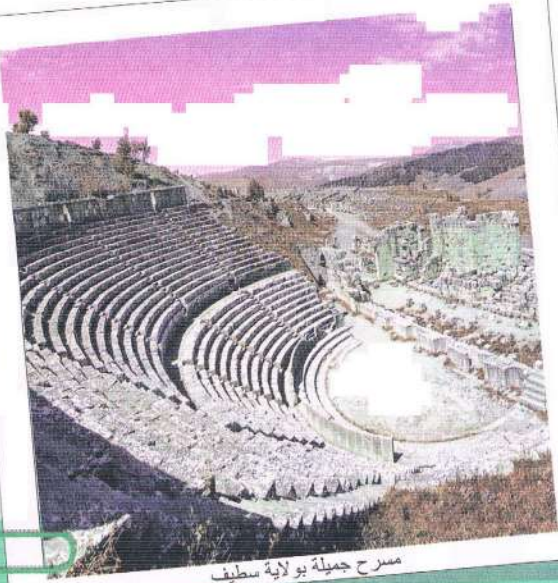


ملاحظة: لإيقاف تنشيط النقطة M انقر بزر الفأرة الأيمن وانتق ☒ تنشيط في النافذة الظاهرة.

المثلث القائم والدائرة

سأتعلم في هذا الباب

- معرفة و استعمال خاصية الدائرة المحيطة بالمثلث القائم.
- معرفة خاصية المتوسط المتعلق بالوتر في مثلث قائم و استعمالها.
- معرفة الأوضاع النسبية لدائرة و مستقيم.
- إنشاء مماس لدائرة في نقطة منها.

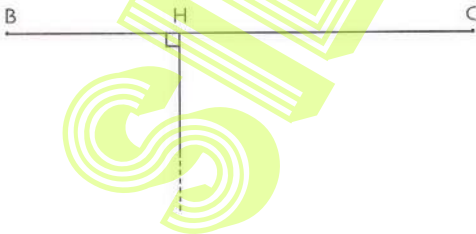


مسرح جميلة بولاية سطيف

جميلة أو "كويكول" قديما، موقع أثري روماني يقع شمال شرق ولاية سطيف، صنفته منظمة اليونسكو ضمن قائمة التراث العالمي سنة 1982، وتُصوّر الآثار مدينة بأحيائها وشوارعها وساحاتها ومرافقها المختلفة من منازل وأسواق ودكاكين وحمامات... ومن أبرز هذه المرافق المسرح الذي يلفت انتباه الزائر، فقد حُفر في هضبة تستند إليها مقاعد المتفرجين في شكل نصف دائرة، والتي يمكن أن تستوعب أكثر من 3000 متفرج.

تحدي

رسم يونس مثلثا ABC قائما في النقطة A و الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$ ؛ لكن للأسف قام أخوه الصغير أمين بمحو أجزاء من الشكل، فلم يتبق إلا الضلع $[BC]$ و جزء من الارتفاع. باستعمال مسطرة غير مدرّجة و مدور مساعد زميلك يونس على تحديد موقع النقطة A .



جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إياها.

الإجابات

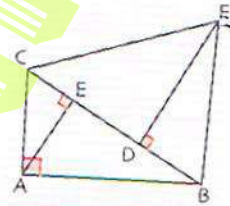
الأسئلة

1. في المثلث LMN، المستقيم (LI) يمثل :

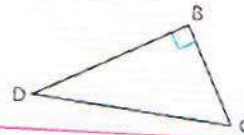


2. مركز الدائرة المحيطة بـ مثلث هو نقطة تقاطع...

3. عدد المثلثات القائمة في الشكل هو :

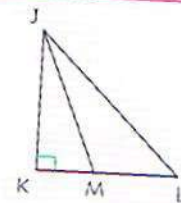


4. الوتر في المثلث القائم الآتي هو :

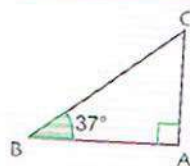


5. الرباعي الذي فيه قطران متناصفان ومتقايسان هو

6. في الشكل



7. يتقايس مثلثان قائمان إذا تقايس فيهما :



8. في المثلث القائم ABC :

(3)

(2)

(1)

محور

متوسط

منصف

متوسطاته

محاورة

ارتفاعاته

5

4

2

[DC]

[BC]

[BD]

مستطيل

مربع

معيّن

$JL = JM$

$JK < JM$

$JK = JM$

الوتر وزاوية حادة

الوتر وضلع قائم

ثلاث زوايا

$\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ زاويتان

$\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ زاويتان

$\widehat{C} = 90^\circ - 37^\circ$

متكاملتان

متتامتان

1 من المثلث القائم إلى الدائرة المحيطة به

(1) أ) ارسم ثلاثة مثلثات قائمة، ثم ارسم الدائرة المحيطة بكل مثلث.

ب) ضع تخميناً حول موقع مركز كل دائرة.

(2) أ) ارسم مثلثاً ABC قائماً في A . عَلمْ النقطة I منتصف الضلع $[BC]$.

ب) أنشئ النقطة D نظيرة A بالنسبة إلى I .

ج) أثبت أن الرباعي $ABDC$ مستطيل.

(3) أ) ماذا يمثل الضلع $[BC]$ بالنسبة إلى المثلث ABC ؟

ب) ارسم الدائرة ذات القطر $[BC]$ ، ثم برّر انتماء النقطة A إلى هذه الدائرة.

ج) انقل ثم أتمم :

إذا كان مثلث قائماً، فإن وتره للدائرة المحيطة بهذا المثلث.

2 من الدائرة إلى المثلث القائم

(1) أ) ارسم دائرة $(\mathcal{C})$ مركزها نقطة O .

ب) عَلمْ على الدائرة $(\mathcal{C})$ ثلاث نقط متمایزة R ، S و T بحيث يكون $[RT]$ قطراً للدائرة $(\mathcal{C})$.

(2) نريد فيما يأتي تحديد نوع المثلث RST .

لتكن S' نظيرة النقطة S بالنسبة إلى النقطة O .

أ) ما نوع الرباعي $RSTS'$ ؟ برّر إجابتك.

ب) استنتج نوع المثلث RST .

ج) انقل ثم أتمم :

إذا كان أحد أضلاع مثلث قطراً للدائرة، فإن هذا المثلث

3 الأوضاع النسبية لدائرة ومستقيم

($\mathcal{C}$) دائرة مركزها نقطة O و $[AB]$ قطر فيها، حيث $AB = 4\text{cm}$

M نقطة متغيرة من المستقيم (AB)

(Δ) المستقيم الذي يشمل M ويعامد (AB) .

(1) أنجز شكلاً مناسباً في كل حالة مما يأتي :

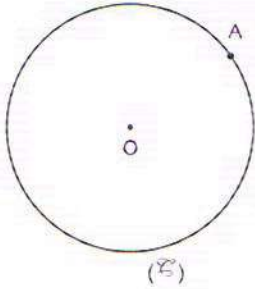
- (أ) $OM = 1,5\text{cm}$ (ب) $OM = 2\text{cm}$ (ج) $OM = 3,5\text{cm}$
 خمن في كل حالة عدد نقط تقاطع الدائرة (C) والمستقيم (Δ).
 (2) نفرض أن $OM = 2\text{cm}$.

لتكن p نقطة كيفية من المستقيم (Δ) تختلف عن M
 بين أن $OP > 2\text{cm}$ ، واستنتج عندئذ أن الدائرة (C) والمستقيم (Δ) يتقاطعان في نقطة وحيدة.

4 رسم مماس لدائرة في نقطة منها

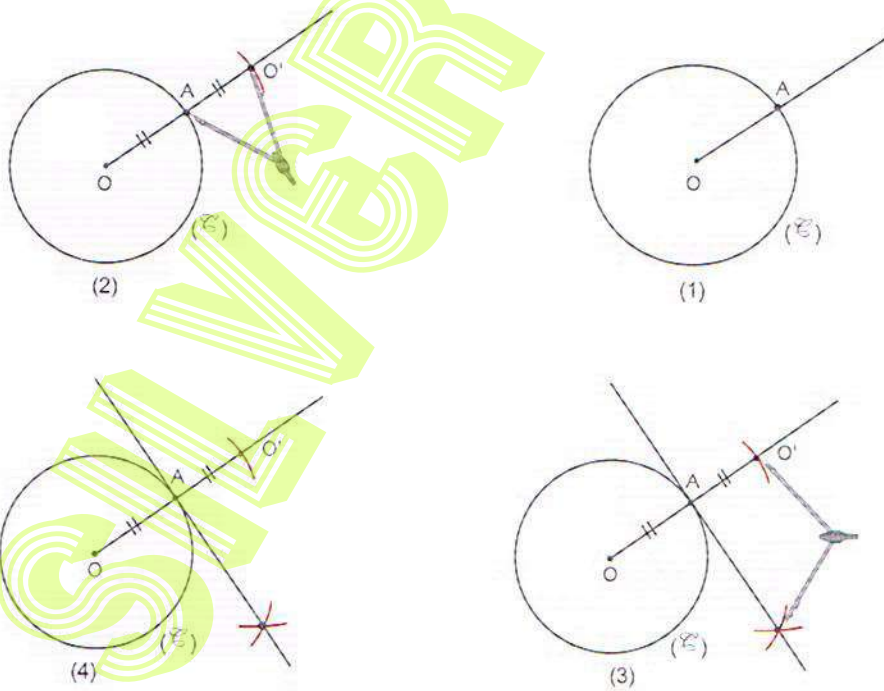
• استعمال الكوس والمسطرة

- (1) ارسم قطعة مستقيم [AB]، ثم الدائرة (C) ذات القطر [AB].
 (2) استعمل الكوس والمسطرة لرسم المماسين (Δ₁) و (Δ₂) للدائرة (C) في كل من النقطتين A و B.
 (3) ماذا يمكنك القول عن هذين المماسين؟ برّر إجابتك.



• استعمال المدور والمسطرة

طلب الأستاذ من تلاميذه إنشاء المماس للدائرة (C) في النقطة A،
 لكن هذه المرة باستعمال المدور والمسطرة فقط.
 إليك المراحل التي قام بها زميلك يونس لإنجاز ما طلب منه.



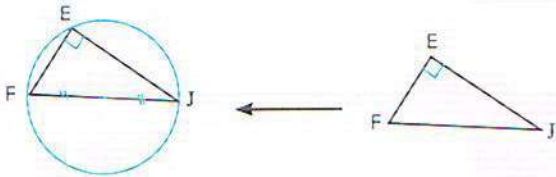
يبدو أن العمل الذي قام به زميلك يونس صحيح، ماهي الخواص التي استند إليها؟

1 الدائرة المحيطة بمثلث قائم

خاصية 1

إذا كان المثلث قائما، فإن وتره قطر للدائرة المحيطة به.

مثال



نعلم أن المثلث FEJ قائم في E .
نستنتج أن $[FJ]$ قطر للدائرة المحيطة بالمثلث FEJ

مثال



نعلم أن المثلث FEJ قائم في E .
نستنتج أن O منتصف الوتر $[FJ]$.
 $OE = \frac{FJ}{2}$

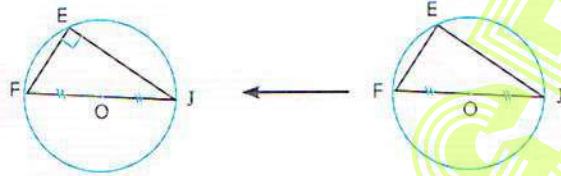
نتيجة

إذا كان المثلث قائما، فإن طول المتوسط المتعلق بوتر هذا المثلث، يساوي نصف طول هذا الوتر.

خاصية 2

إذا كان أحد أضلاع مثلث قطرا للدائرة المحيطة به، فإن هذا المثلث قائم.

مثال



نعلم أن $[FJ]$ قطر للدائرة المحيطة بالمثلث FEJ .
نستنتج أن المثلث FEJ قائم في E

مثال



نعلم أن $EO = \frac{FJ}{2}$.
نستنتج أن المثلث FEJ قائم في E

نتيجة

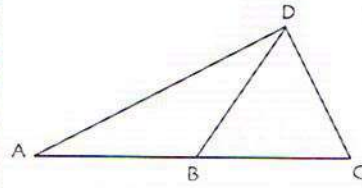
إذا كان في مثلث طول المتوسط المتعلق بأحد الأضلاع مساويا لنصف طول هذا الضلع، فإن هذا المثلث قائم.

• إثبات أن مثلثا قائم

تمرين

تعاليق
الملاحظة بالعين تمكن من تخمين علاقات بين الأطوال، نوع المثلث، ...
تشفير الشكل يساعد على تذكر خواص سابقة مثل :

إذا كان في مثلث طول المتوسط المتعلق بأحد الأضلاع مساويا نصف طول هذا الضلع، فإن هذا المثلث قائم.



في الشكل المقابل، النقطة B منتصف [AC].
 $BD = 3,8\text{cm}$ و $AC = 7,6\text{cm}$.
أثبت أن المثلث ADC قائم.

حل

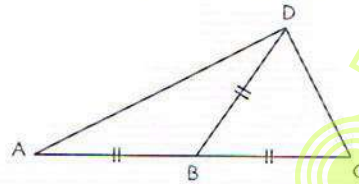
لدينا :

[DB] المتوسط في المثلث ADC المتعلق بالضلع [AC]

$$BD = \frac{1}{2} AC$$

$$7,6 \div 2 = 3,8$$

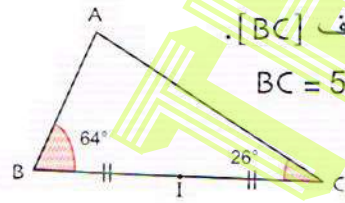
فالمثلث ADC قائم في D.



• إثبات أن رباعيا متوازي أضلاع

تمرين

تعاليق
حتى يمكن تطبيق الخواص التي لها علاقة بالتمرين، لا بد من إثبات أن المثلث ABC قائم.
إذا كان مثلث قائما فإن وتره قطر للدائرة المحيطة به.



في الشكل المقابل، النقطة I منتصف [BC].

$$\widehat{B} = 64^\circ \text{ و } \widehat{C} = 26^\circ \text{ و } BC = 5\text{cm}$$

(1) أثبت أن النقطة A تنتمي إلى

الدائرة ذات القطر [BC].

(2) احسب IA.

حل

$$\widehat{B} + \widehat{C} = 64^\circ + 26^\circ = 90^\circ$$

المثلث الذي فيه زاويتان متتامتان هو مثلث قائم.

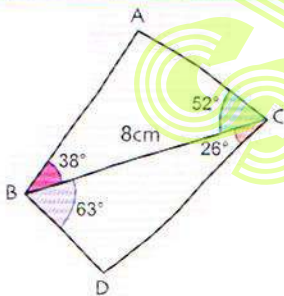
إذن : المثلث ABC قائم في A و وتره [BC].

الدائرة التي [BC] قطر فيها، هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC. فهي حتما تشمل النقطة A

(2) النقطة I منتصف وتر المثلث ABC.

$$\text{وأيضا مركز الدائرة المحيطة به ؛ إذن : } IA = \frac{BC}{2} = 2,5\text{cm}$$

دوري الآن



(1) أعد إنشاء الشكل المقابل بأبعاده الحقيقية.

(2) ارسم الدائرة (L) التي قطرها [BC].

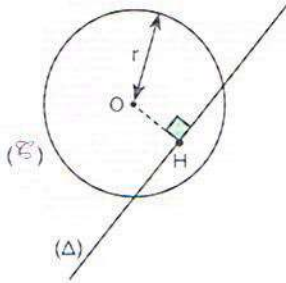
(3) هل النقطتان A و D تنتميان إلى الدائرة (L)؟ برّر إجابتك.

2 الأوضاع النسبية لدائرة ومستقيم

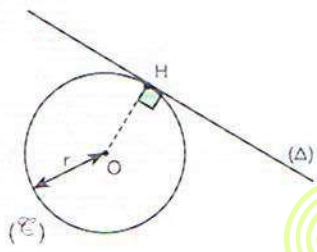
(C) دائرة مركزها O ونصف قطرها r ، (Δ) مستقيم.

OH بُعد النقطة O عن المستقيم (Δ) H المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (Δ)

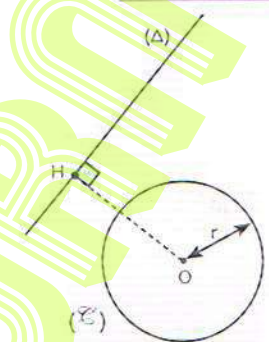
نميز ثلاث حالات :



إذا كان $OH < r$ فإن المستقيم (Δ) والدائرة (C) يتقاطعان في نقطتين متميزتين.
(نقول إن المستقيم (Δ) قاطع للدائرة).

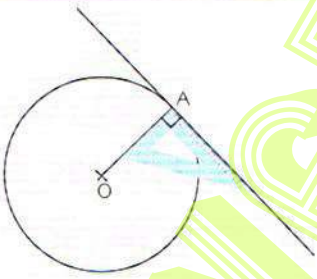


إذا كان $OH = r$ فإن المستقيم (Δ) والدائرة (C) يتقاطعان في نقطة وحيدة.
(نقول إن المستقيم (Δ) مماس للدائرة).



إذا كان $OH > r$ فإن المستقيم (Δ) والدائرة (C) لا يتقاطعان في أية نقطة.
(نقول إن المستقيم (Δ) خارج الدائرة).

• المماس لدائرة

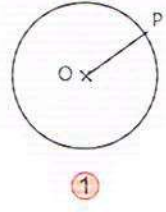
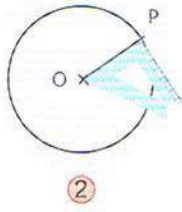
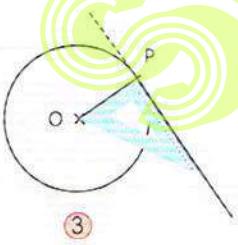


C دائرة مركزها O ، A نقطة من الدائرة (C).
المماس للدائرة (C) في النقطة A هو المستقيم العمودي على المستقيم (OA) في النقطة A.

خاصية

المماس لدائرة في نقطة A يقطع هذه الدائرة في نقطة وحيدة هي A نفسها.

• رسم مماس لدائرة في نقطة منها



• إنشاء مماس لدائرة يشمل نقطة خارجها

تمرين

(ع) دائرة مركزها O و نصف قطرها 4cm .

A نقطة تحقق $OA = 9\text{cm}$

أنشئ باستعمال المبرور والمسطرة مستقيما (Δ)

يشمل A ويكون مماسا للدائرة (ع).

حل

(1) إذا كانت F هي نقطة تقاطع المماس (Δ) والدائرة (ع) فإن المثلث AOF قائم في F .

F هي نقطة تقاطع الدائرة المحيطة بالمثلث AOF والدائرة (ع) .

أي F هي نقطة تقاطع الدائرة المحيطة التي [OA] قطر فيها. (الدائرة التي مركزها منتصف [OA] نصف قطرها $\frac{OA}{2} = \frac{9}{2} = 4,5\text{cm}$) .

(2) لتعيين النقطة F (نقطة التماس) نرسم الدائرة

التي مركزها منتصف [OA] وطول نصف قطرها 4,5cm

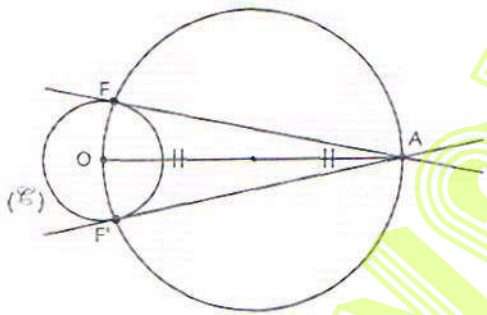
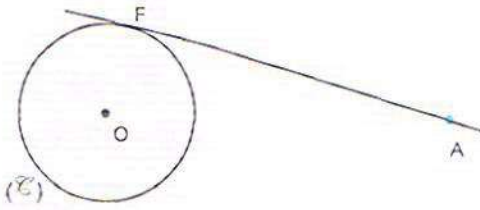
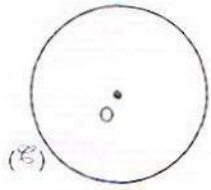
فتقطع الدائرة (ع) في نقطتين F و F' .

إذا : بالكيفية السابقة ، يمكن رسم مماسين للدائرة

(ع) يشمل كل منهما النقطة A .

تعاليق

• إنجاز رسم تقريبي ولو بيد حرة قد يساعد على استخراج علاقات من شأنها تسهيل الإنشاء الدقيق.



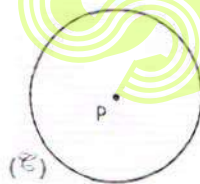
دوري الآن

(ع) دائرة مركزها P ونصف قطرها r .

B نقطة تحقق $PB > r$

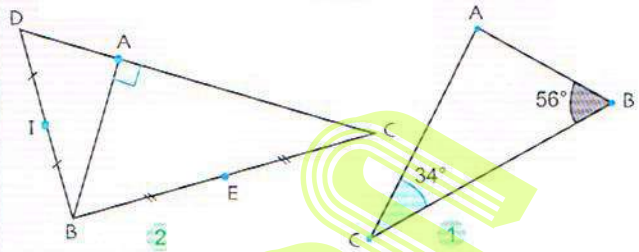
أنشئ باستعمال المدور والمسطرة

مستقيما (Δ) يشمل B ويكون مماسا للدائرة (ع) .

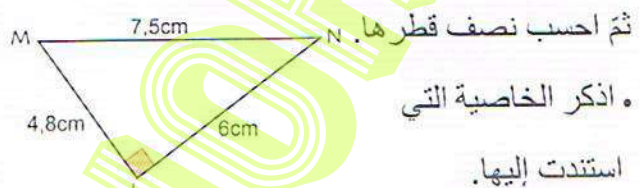


المثلث القائم والدائرة

1. ماهو مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC في كل من الحالتين :



2. عيّن مركز الدائرة المحيطة بالمثلث MNL



ثم احسب نصف قطرها .
اذكر الخاصية التي استندت إليها.

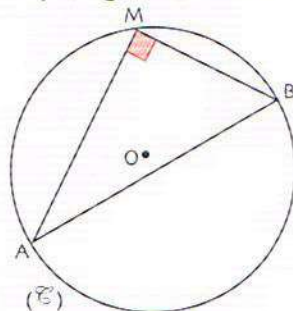
3. في أية حالة من الحالتين الآتيتين يكون مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC منتصف [BC] ؟

(أ) $\widehat{C} = 36^\circ$ و $\widehat{B} = 54^\circ$
(ب) $\widehat{C} = 20^\circ$ و $\widehat{B} = 60^\circ$

4. دون إجراء قياسات، برّر خطأ الشكلين الآتيين

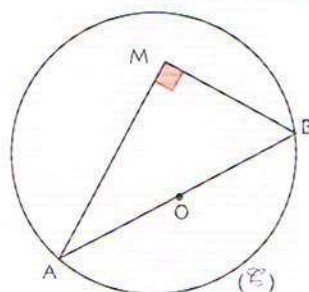
(1) (ع) دائرة مركزها النقطة O.

A، M، B ثلاث نقط من الدائرة بحيث $\widehat{AMB} = 90^\circ$



(2) (ع) دائرة مركزها O و [AB] قطر فيها.

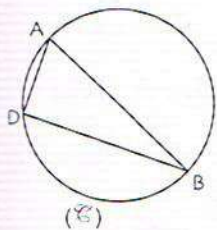
M نقطة تحقق $\widehat{AMB} = 90^\circ$



5. ارسم مستطيلا ABCD

ما هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ؟
برّر انتماء النقطة D إلى الدائرة السابقة.

6. استنادا إلى المعطيات الموالية، برهن أنّ المثلث ADB قائم.



• دائرة نصف قطرها 4,5cm (ع).

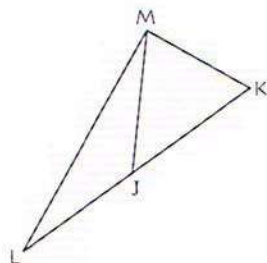
• A، D، B نقط من (ع).

• $AD = 5,4\text{cm}$ ، $DB = 7,2\text{cm}$

7. استنادا إلى المعطيات الموالية، برهن أنّ المثلث LMK قائم.

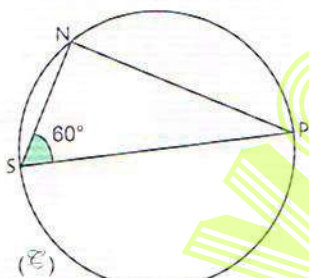
• $JK = JL = 2\text{cm}$ و $J \in [KL]$

• $MJ = 2\text{cm}$

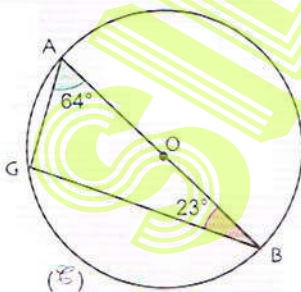


8. [SP] قطر للدائرة (ع) و N نقطة من (ع).

احسب مع التبرير قياس الزاوية SPN



9. في الشكل الموالي، [AB] قطر للدائرة (ع).



هل النقطة G تنتمي إلى الدائرة (ع) ؟ برّر جوابك ؟

14 (1) باستعمال مسطرة مدرّجة و مدور أنشئ في كل حالة ممّا يأتي مثلثا ABC قائما في A وبحيث :

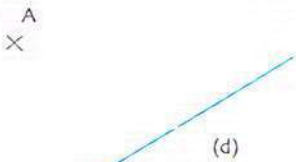
- (أ) $AB = 4\text{cm}$ و $AC = 6\text{cm}$
 (ب) $AC = 7\text{cm}$ و $BC = 10\text{cm}$
 (ج) $AB = 5\text{cm}$ و $\widehat{ABC} = 50^\circ$

(2) احسب في الحالة (ب) محيط ومساحة القرص المحدّد بالدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

15 (1) ارسم مثلثا كيفيا ABC.
 ارسم الدائرة ذات القطر [AB]، ثمّ الدائرة ذات القطر [AC].

لتكن I نقطة تقاطعهما الأخرى.
 (2) ما نوع كل من المثلثين ABI، ACI؟ برّر جوابك.
 (3) استنتج أنّ النقاط B، I، C في استقامة.

16 طلب الأستاذ من تلاميذه إنشاء المستقيم الذي يشمل النقطة A ويعامد (d).

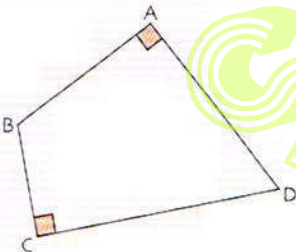


يصف زميلك

«يونس» مراحل الإنشاء كالآتي :

- (1) اختار نقطة N من (d).
 (2) أعين منتصف [AN]، ثمّ أرسم الدائرة ذات القطر [AN] فتقطع (d) في نقطة أخرى M.
 (3) أرسم المستقيم (AM).
 • أنجز المراحل السابقة
 • هل توافق يونس في العمل الذي قام به؟ برّر إجابتك.

17 نريد فيما يأتي إثبات أنّ النقط A، B، C، D تنتمي إلى نفس الدائرة.



(1) حاول على كراس المحاولات الإجابة عن السؤال.

10 ABC مثلث كيفي.

H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (AC)،
 ولتكن I منتصف [AB].

برهن أنّ المثلث AIH متساوي الساقين رأسه الأساسي A.
 (1) أنجز شكلا مناسباً.

(2) إليك ما قاله زميلك يونس :
 لإثبات أنّ المثلث AIH متساوي الساقين رأسه الأساسي A، يكفي إثبات أنّ المثلث ABH قائم في H.
 هل توافقه؟ إذا كان الجواب بنعم، ماهي الخواص التي تُبرّر ذلك؟

(3) انقل ثمّ أتم البرهان الآتي مستعينا بالشكل الذي رسمته.
 بما أنّ النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (AC) فإنّ المثلث ABH

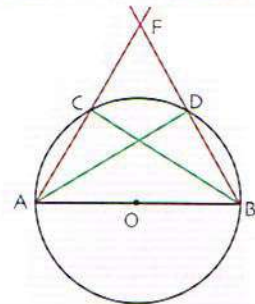
بما أنّ المثلث ABH فإن النقطة I هي مركز الدائرة ، حسب الخاصية (أكتب نص الخاصية) :

إذن $IA = \dots = \dots$

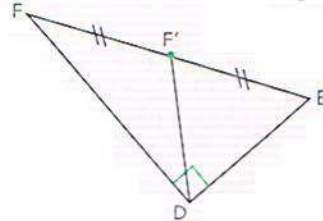
11 ABCD معين، قطراه يتقاطعان في النقطة I.

أثبت أنّ الدائرة ذات القطر [AB] تشمل I.

12 ميّز في الشكل أدناه جميع الزوايا القائمة، علما أنّ C و D نقطتان من الدائرة و [AB] قطر لها.



13 احسب الطول DF علما أنّ $FE = 5\text{cm}$.



(2) إليك ما كتبه يونس :

- لإثبات أن النقط A ، B ، C ، D تنتمي إلى نفس الدائرة يكفي إثبات أن ثلاثاً منها تنتمي إلى دائرة معينة و أن النقطة المتبقية تنتمي إلى نفس الدائرة.
- اعتماداً على التشفير الموجود على الشكل نستنتج أن المثلثين ABD و BCD قائمان.

(أ) هل توافقه ؟

(ب) أتم البرهان الآتي :

بما أن المثلث ABD قائم في A فإن وتره

.....

أي أن النقط A ، B ، D تنتمي إلى الدائرة التي مركزها هذا من جهة،

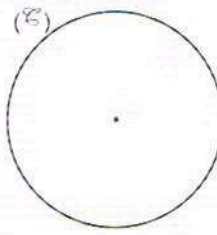
ومن جهة أخرى :

بما أن المثلث BCD قائم في فإن النقطة C تنتمي إلى الدائرة التي

نستنتج مما سبق أن النقط A ، B ، C ، D تنتمي إلى الدائرة التي

18 هل يمكن تعيين نقطة A

من الدائرة (ع) بحيث يكون المثلث ABC قائماً في A ؟



B

المماس لدائرة

19 (ع) الدائرة التي مركزها H ونصف قطرها 3cm .

(JI) المماس للدائرة (ع) في النقطة I .

(1) حدد نقط تقاطع الدائرة (ع) والمستقيم (JI).

(2) ما نوع المثلث JIH ؟

برر جوابك.

(3) ما هو بعد النقطة H

عن المستقيم (JI) ؟ برر جوابك.

20 ABC مثلث قائم في C .

(1) ارسم الدائرة (ع) التي مركزها A وتشمل C

(2) ما هو مماس الدائرة (ع) في النقطة C ؟ برر جوابك.

21 (1) ارسم دائرة (ع) مركزها نقطة K ونصف قطرها 5cm .

(2) عين نقطة N على الدائرة (ع).

(3) ارسم المماس (d) للدائرة (ع) في N .

(4) ما هو بعد النقطة K عن (d) ؟

22 (1) ارسم مستقيماً (d)، ثم علم نقطة A تبعد عن (d) مسافة 2cm .

(2) ارسم الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 2cm .

(3) ما هو عدد نقط تقاطع المستقيم (d) والدائرة (ع) ؟ برر إجابتك.

23 ارسم مثلثاً ABC بحيث :

$$\widehat{ACB} = 48^\circ \text{ و } \widehat{ABC} = 42^\circ , BC = 7\text{cm}$$

(1) ارسم الدائرة التي مركزها B ونصف قطرها AB .

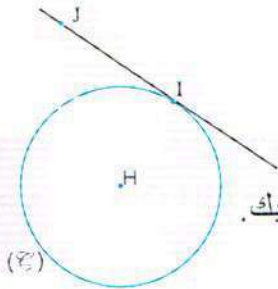
(2) برر كون المستقيم (AC) مماساً للدائرة في النقطة A .

24 (1) ارسم مثلثاً KLM متقايس الأضلاع.

(2) ارسم خارج المثلث KLM نصف المستقيم (Mx) بحيث $\widehat{KMx} = 30^\circ$.

(3) ارسم الدائرة التي مركزها L وتشمل K .

(4) أثبت أن المستقيم (Mx) مماس للدائرة السابقة في النقطة M .

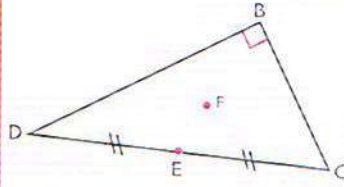


(ع)

عند الحاجة أعود إلى
الصفحة : ...

أجب عن الأسئلة الآتية :

154

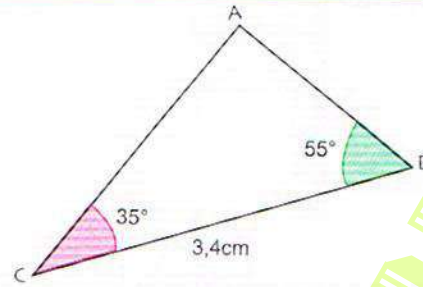


1 ما هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث DBC ؟

154

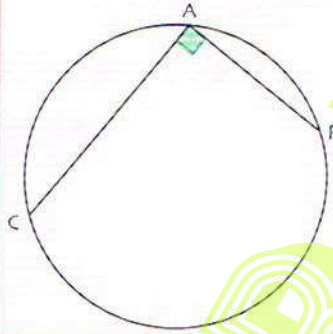
2 ما هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث KLM القائم في M ؟

154



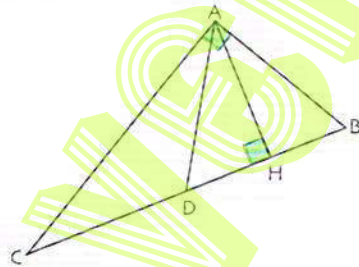
3 هل يمكن حساب نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ؟
إذا كان الجواب بنعم أحسبه.

154 و 155



4 هل المستقيم (FC) يشمل مركز الدائرة ؟
برّر إجابتك.

154 و 155



5 ABC مثلث قائم في A
[AD] متوسط في المثلث ABC
[AH] ارتفاع في المثلث ABC
AH = 3cm ، AD = 4cm
احسب BC ثم مساحة المثلث ABC

156

6 ارسم دائرة (C) مركزها نقطة O، عيّن عليها ثلاث نقاط متميزة مثلى مثلى
K ، J ، I .

ارسم المماس للدائرة (C) في كل نقطة من النقاط I ، J ، K .

156

7 ارسم دائرة (C) قطرها [AB]
ارسم المماس للدائرة في كل من النقطتين A و B
ماذا يمكن القول عن المماسين السابقين ؟ برّر جوابك

المثلث القائم والدائرة

35 مثلث متساوي الساقين ABC

حيث $AB = AC = 4\text{cm}$ و $\angle ABC = 43^\circ$

E نظيرة B بالنسبة إلى A

(1) أعد رسم الشكل بالأبعاد الحقيقية.

(2) ما نوع المثلث BCE؟

برر إجابتك.

(3) أثبت أن $\angle EAC = 86^\circ$

36 مثلث متقايس الأضلاع.

O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

D نظيرة B بالنسبة إلى O.

ما نوع المثلث ABD؟

برر إجابتك.

أثبت أن $\angle OBA = 30^\circ$.

استنتج أن $\angle ADB = 60^\circ$.

E النقطة التي من أجلها يكون الرباعي OCED

متوازي أضلاع.

برهن أن المستقيمين (DC) و (OE) متعامدان.

37 في الشكل :

النقط B ، E ، D في استقامة.

النقط A ، E ، C في استقامة.

أثبت أن الدائرة

المحيطة بالمثلث ACD

تشمل النقطة B.

38 ABCD معين مركزه النقطة O.

الدائرة المحيطة بالمثلث COD تقطع المستقيم (BC)

في النقطة E تختلف عن C.

برهن أن المستقيمين (BC) و (ED) متعامدان..

39 E نقطة من نصف دائرة ذات قطر [TN]

R نظيرة T بالنسبة إلى E

A نظيرة N بالنسبة إلى E

ارسم الشكل بيد حرّة

أثبت أن الرباعي TARN معين.

40 اعتمادا على المعطيات

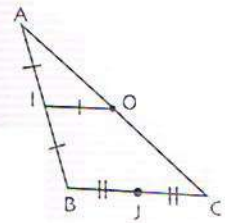
الواردة في الشكل

ما نوع المثلث AOB؟

هل المثلث JOC متساوي

الساقين رأسه الأساسي J؟

برر إجابتك.



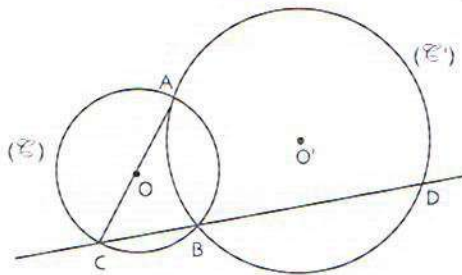
41 (C) و (C') دائرتان مركزاهما O و O' على

الترتيب، تتقاطعان في نقطتين A و B

[AC] قطر للدائرة (C).

المستقيم (CB) يقطع الدائرة (C') في نقطة D تختلف

عن B.

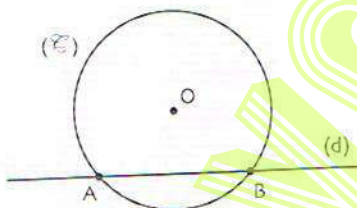


برهن أن [AD] قطر للدائرة (C').

42 دائرة مركزها النقطة O.

(d) المستقيم الذي يقطع الدائرة (C) في نقطتين

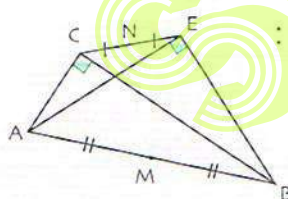
A و B غير متقابلتين قطريا.



ارسم باستعمال المسطرة فقط، المستقيم العمودي على

المستقيم (d) في كل من النقطتين A و B، مبررا ما

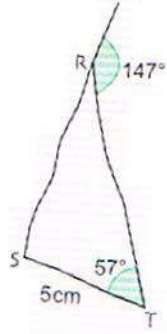
قامت به.



43 في الشكل المقابل :

المثلثان ACB و ABE قائمان في النقطتين C و E

47. أعد رسم الشكل الآتي بالأبعاد الحقيقية



- احسب قياسي الزاويتين $\widehat{RST}$ و $\widehat{RST}$
- ارسم الدائرة $(\mathcal{C})$ التي مركزها T ونصف قطرها 5cm

أثبت أن المستقيم (RS) مماس للدائرة $(\mathcal{C})$

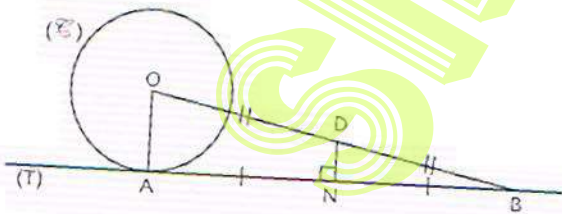
46. 1) ارسم مثلثا ABC قائما في A حيث

$$AC = 5,5\text{cm} , AB = 4\text{cm}$$

- ارسم الدائرة التي مركزها A وتشمل النقطة B. هذه الدائرة تقطع الضلع [AC] في نقطة E.
- ارسم المماس (d_1) للدائرة $(\mathcal{C})$ في B.
- ارسم المماس (d_2) للدائرة $(\mathcal{C})$ في النقطة E.
- المستقيمان (d_1) و (d_2) متقاطعان في نقطة D.
- برهن أن الرباعي ABDE مربع.

47. في الشكل الموالي :

- النقاط O ، D ، B في استقامية.
- النقاط A ، N ، B في استقامية.



برهن أن المستقيم (AB) مماس للدائرة $(\mathcal{C})$.

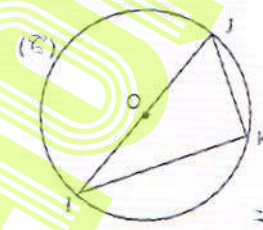
على الترتيب.

النقطتان M و N هما على الترتيب منتصفا [AB] و [CE].

- أثبت أن المثلث MCE متساوي الساقين.
- استنتج أن المستقيمين (MN) و (CE) متعامدان.

44. الدائرة التي مركزها النقطة O ونصف قطرها 8cm.

I و J نقطتان من الدائرة $(\mathcal{C})$ متقابلتان قطريا. K نقطة من الدائرة $(\mathcal{C})$ حيث JK = 4cm



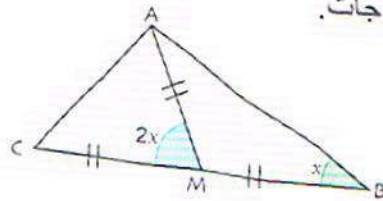
1) حدّد نوع المثلث IJK. برّر إجابتك.

2) حدّد نوع المثلث OJK. برّر إجابتك.

لتكن R نظيرة K بالنسبة إلى (IJ).

3) أثبت أن النقطة K تنتمي إلى الدائرة $(\mathcal{C})$.

45. يشير x في الشكل الآتي إلى قياس الزاوية $\widehat{B}$ مقدرا بالدرجات.



أثبت أن النقاط C ، M ، B في استقامية برهن أن المثلث ABC قائم.

المماس لدائرة

46. دائرة $(\mathcal{C})$ وقطر لها [AB].

علم نقطة M على $(\mathcal{C})$

- ارسم المماس (d) للدائرة $(\mathcal{C})$ في النقطة B.
- ارسم الارتفاع (d') المتعلق بالضلع [AB].
- أثبت أن المستقيمين (d) و (d') متوازيان.

على
رأما

وضعية



مساحة أكبر ما يمكن

يرغب العم أحمد في تبليط حيز على شكل مثلث قائم يستند وتره إلى واجهة منزله بحيث تكون مساحته أكبر ما يمكن.

• ما هو التوجيه الذي تقدمه له؟

• ماهي عندئذ قيمة هذه المساحة؟

توجيهات

قراءة وفهم الوضعية

• ما المقصود بالعبار «مساحته أكبر ما يمكن»؟

• ماهي المتغيرات التي تدخل في حساب :

مساحة مثلث كيفي؟ مساحة المثلث القائم المرسوم في الشكل؟

تحليل الوضعية واختيار استراتيجية حل مناسبة

• يمكن تسمية رؤوس المثلث القائم في الشكل لتسهيل العمل.

• اكتب عبارة مساحة المثلث القائم المرسوم في الشكل.

• ماهي أضلاع المثلث المعلوم الطول؟

• ماهي الخواص التي يبدو لك إمكانية توظيفها؟

تنفيذ الاستراتيجية المختارة

• تسمية رؤوس المثلث.

• توظيف الخاصية «إذا كان مثلث قائما فإن وتره قطر للدائرة المحيطة به»

• تحديد وضعية الارتفاع المتعلق بالوتر التي تكون من أجلها مساحة الحيز أكبر ما يمكن.

حل مختصر

• قيمة المساحة هي : $56,25m^2$.

وضعية للتقويم

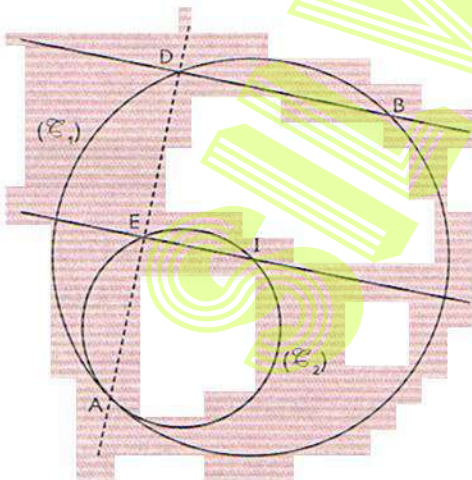
في الشكل المقابل :

• [AB] قطر للدائرة $(\mathcal{C}_1)$.

• [AI] قطر للدائرة $(\mathcal{C}_2)$.

$E \in (\mathcal{C}_2)$ ، $D \in (\mathcal{C}_1)$

هل المستقيمان (EI) و (BD) متوازيان ؟



استعمال جيوجيبرا لوضع تخمين.

استعمل الأيقونة

الموجودة في المرتبة الأولى على اليمين في

قائمة الأدوات

الموجودة في المرتبة الأولى على اليمين في

قائمة الأدوات

اضغط على السهم الصغير الموجود أسفل

الأيقونة على اليمين، فتظهر نافذة بها عدة خيارات ،

انقر على الخيار « تقاطع عنصرين »



علم ثلاث نقط A ، B ، C .

ارسم المستقيم العمودي على (AC) والذي يشمل B

علم M نقطة تقاطع هذين المستقيمين.

حدّد النقطة M

(انقر بمؤشر الفأرة على النقطة M) ثم اضغط بزر

الفأرة الأيمن فتظهر نافذة ، اضغط على الخيار

غير في موضع النقطة C

وذلك بالضغط وتحريك الفأرة في نفس الوقت.

ما هو الشكل الذي يبدو أنّ النقطة M قد رسمته ؟

الأيقونة موجودة في المجموعة الأولى من قائمة

الأدوات.

يتم ذلك برسم القطع المستقيمة $[IA]$ ، $[IB]$ ، $[IC]$

وملاحظة أطولها في نافذة الجبر.

علم I منتصف $[AB]$

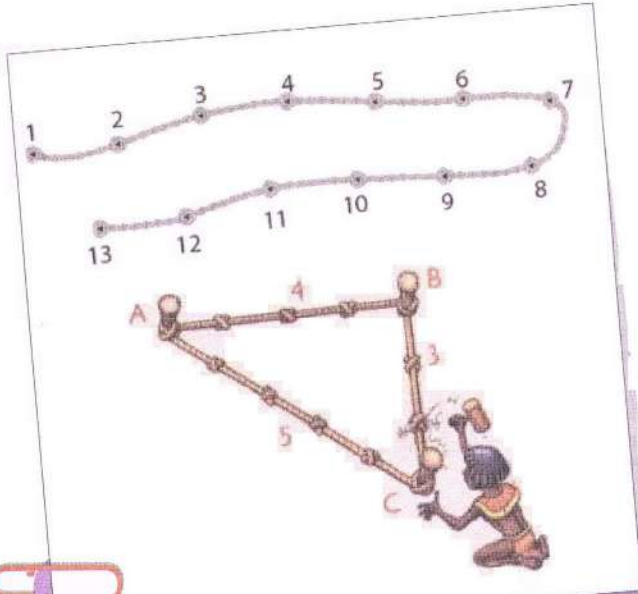
تحقق أنّ $IA = IB = IM$

استعمل الخواص التي درستها للحكم على صحة التخمين الذي قمت به.

خاصية فيثاغورس ، جيب تمام زاوية

سأتعلم في هذا الباب

- معرفة خاصية فيثاغورس واستعمالها.
- التعرف على جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم.
- تعيين القيمة المضبوطة أو قيمة مقربة لجيب تمام زاوية حادة، أو لزاوية بمعرفة جيب تمامها.
- حساب أطوال بتوظيف جيب تمام زاوية.



فيثاغورس (495-580 ق.م) هو فيلسوف وعالم رياضيات يوناني، عُرفت باسمه الخاصية الرياضية « في مثلث قائم، مساحة المربع المنشأ على الضلع المقابل للزاوية القائمة يساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين » رغم أنها استُعملت من قبل من طرف المصريين والبابليين. كان المصريون يستعملون حبالا مكوّنا من 12 قطعة متقايسة محدّدة بعقد، يقومون بوصل طرفي الحبل وطيه حول ثلاث عقد بكيفية تسمح بتشكيل مثلثات خاصة.

تحدي

يُعدّ كوكب الزهرة ثاني كواكب المجموعة الشمسية قربا من الشمس وأقربها إلى الأرض. مداره حول الشمس ليس دائريا تماما. يمكن رؤيته من على سطح الأرض فقط قبل الشروق أو بعد المغيب بوقت قصير لذلك يطلق عليه أحيانا تسمية نجم الصبح أو نجم المساء، وعند ظهوره في تلك الفترة يكون أسطع جسم مضيء في السماء. حين يكون كوكب الزهرة أبعد ما يمكن عن الشمس، يشكّل معها ومع الأرض زاوية قائمة، عندئذ تُقدّر الزاوية α بحوالي 46° .

• احسب المسافة بين الزهرة والشمس.



جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إياها.

الإجابات

الأسئلة

(3)	(2)	(1)
الضلع المقابل للزاوية القائمة	أقصر ضلع	أطول ضلع
13,69	$3,7 \times 3,7$	$3,7 \times 2$
52	20	10^2
36	84	6^2
لا يمكن تحديد نوعه.	مقاييس الأضلاع	متساوي الساقين
49cm^2	25cm^2	28cm^2
8cm	16cm	$(64 \div 2)\text{cm}$
$\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ زاويتان متكاملتان	$\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ زاويتان متتامتان	$\widehat{C} = 90^\circ - 37^\circ$
$180 < \alpha < 360$	$90 < \alpha < 180$	$0 < \alpha < 90$
$\frac{x}{5} = 6$	$x = \frac{5}{6}$	$x = 6 \times 5$
$x = \frac{4}{7}$	$4 = 7x$	$x = 4 \times 7$

1. الوتر في مثلث قائم هو:

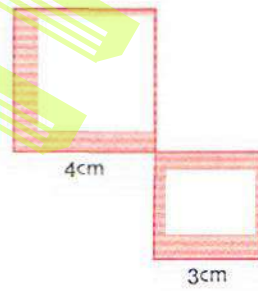
2. $3,7^2 = \dots$

3. $6^2 + 4^2 = \dots$

4. $10^2 - 4^2 = \dots$

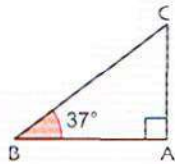
5. المثلث الذي أطوال أضلاعه 5cm ؛ $3,2\text{cm}$ ؛ $3,2\text{cm}$ هو مثلث:

6. في الشكل الآتي:



مجموع مساحتي المربعين تساوي:

7. طول ضلع مربع مساحته 64cm^2 يساوي:



8. في المثلث القائم ABC:

9. إذا كان α قياس زاوية حادة فإن:

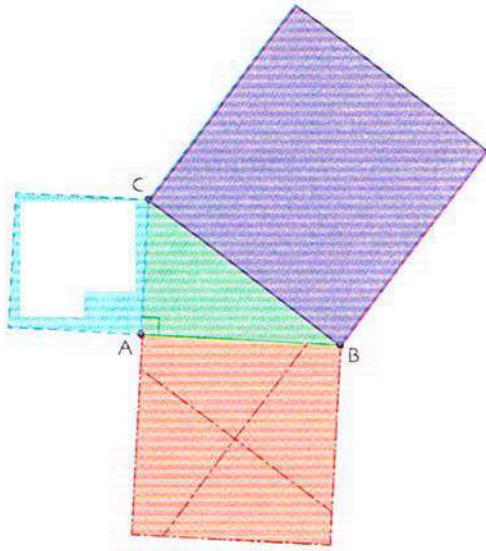
10. إذا كان $\frac{x}{6} = 5$ فإن:

11. إذا كان $\frac{4}{x} = 7$ فإن:

4 خاصية فيثاغورس

في الشكل المقابل، ABC مثلث قائم في A أضلاعه

$[AB]$ ، $[AC]$ و $[BC]$



(1) أنجز مثيلا للشكل المقابل مستعملا الورق الشفاف.

(2) قم بقص المربع الأزرق والأجزاء الأربعة من المربع البني وفق الخطوط المنقطعة.

(3) تأكد أنه باستعمال الأجزاء الخمسة السابقة يمكن تغطية سطح المربع البنفسجي بالضبط.

(4) استنتج أنه في المثلث ABC القائم في A ، المساواة $BC^2 = AB^2 + AC^2$ صحيحة.

2 الممساة

(1) ثلاثة مربعات مساحتها على الترتيب 16cm^2 ، 49cm^2 ، $0,81\text{cm}^2$

احسب ذهنيا طول ضلع كل مربع.

(2) a طول ضلع مربع مساحته 26cm^2 .

اشرح لماذا يمكن القول إن a محصور بين العددين 5 و 6.

يقول يونس: إن الممساة $\sqrt{\quad}$ الموجودة على الآلة الحاسبة تُعطي قيمة تقريبية للعدد a هل هذا صحيح؟ برّر جوابك.

(3) أعط القيمة المضبوطة أو قيمة تقريبية للعدد b في كل حالة مما يأتي:

(أ) $b^2 = 144$ (ب) $b^2 = 28,09$ (ج) $b^2 = 32,04$

3 الخاصية العكسية لفيثاغورس

(1) أنشئ مثلثا ABC بحيث $AB = 3,9\text{cm}$ ، $AC = 5,2\text{cm}$ ، $BC = 6,5\text{cm}$

(2) قارن بين $AB^2 + AC^2$ و BC^2 .

(3) D النقطة التي تحقق في أن واحد الشروط الثلاثة الآتية :

$(AD) \perp (AC)$ ، $AD = 3,9\text{cm}$ و D تقعان في جهتين مختلفتين بالنسبة إلى (AC)

احسب CD ، ثم استنتج نوع المثلث ABC .

4 جيب تمام زاوية حادة

1 ارسم مثلثا EFR قائما في R.

2 ما هما الزاويتان الحادثتان في هذا المثلث؟

3 ما هما ضلعي الزاوية REF ؟ أحد الضلعين هو وتر المثلث ، ماهو؟

الضلع الآخر يُسمى الضلع المجاور للزاوية REF .

4 حدّد الضلع المجاور للزاوية RFE .

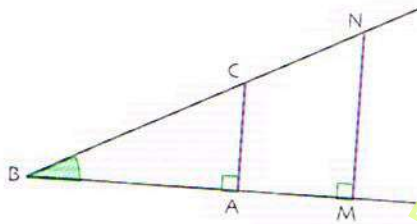
أ) ارسم مثلثا قائما قيس إحدى زواياه 35°

ب) قم بالقياسات اللازمة لتحسب:
 $\frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية } 35^\circ}{\text{طول الوتر}}$

قارن ما توصلت إليه مع ما وجدته زملاؤك.

في الشكل المقابل المثلثان ABC و MBN قائمان

في النقطتين A و M على الترتيب.



أ) اشرح لماذا $\frac{BA}{BM} = \frac{BC}{BN}$

ب) استنتج أن $\frac{BA}{BC} = \frac{BM}{BN}$

النسبة $\frac{BA}{BC}$ تُسمى جيب تمام الزاوية B ؛ ونرمز إليها بالرمز $\cos B$

5 حساب جيب تمام زاوية حادة باستعمال الحاسبة

لحساب قيمة تقريبية لـ $\cos 41^\circ$ مثلا، نضغط من اليسار إلى اليمين على:

$\cos 41^\circ \approx 0,75$ ، يمكن أن نكتب $\cos 41^\circ \approx 0,75470958$ ، يظهر على الشاشة

أعط قيمة مقربة إلى الجزء من 10 لكل من:

$\cos 43^\circ$ (1) $\cos 30^\circ$ (2) $\cos 15^\circ$ (3) $\cos 77^\circ$ (4)

6 حساب قيس زاوية علم جيب تمامها باستعمال الحاسبة

لحساب قيمة القيس α لزاوية حادة علما أن $\cos \alpha = 0,7$ مثلا، نضغط من اليسار إلى اليمين على:

$\cos 0,7 = \text{SHIFT} \cos$ أو $\cos 2^{\text{nde}} = 0,7$

يظهر على الشاشة 45.572996 يمكن أن نكتب $\alpha \approx 46^\circ$

أعط القيمة التامة أو قيمة مقربة إلى الجزء من عشرة بالدرجات لقيس زاوية جيب تمامها:

$0,0001$ (4) $0,046$ (3) $0,5$ (2) $0,6$ (1)

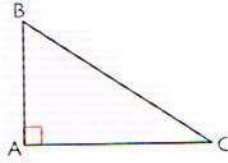
1 خاصية فيثاغورس

إذا كان مثلث قائمًا، فإن مربع طول وتره يساوي مجموع مربعي طولي ضلعيه الآخرين.

مثال

المثلث ABC قائم في A وتر هذا المثلث هو الضلع $[BC]$

فالمساواة $BC^2 = AB^2 + AC^2$ صحيحة



يمكن ترجمة ما جاء في المثال بالمخطط الآتي

نستنتج أن
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$

حسب خاصية فيثاغورس

نعلم أن المثلث
 ABC قائم في A

ملاحظات :

- خاصية فيثاغورس لا تُطبق إلا في المثلثات القائمة.
- تسمح خاصية فيثاغورس بحساب طول ضلع في مثلث قائم بمعلومية طولي الضلعين الآخرين.

نتيجة

إذا كان في مثلث، مربع أطول أضلاعه لا يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن هذا المثلث غير قائم.

2 الخاصية العكسية لفثاغورس

إذا كان في مثلث مربع طول أحد الأضلاع مساويا مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن هذا المثلث قائم.

مثال

نستنتج أن
المثلث ABC قائم في A

الخاصية العكسية لفثاغورس

إذا كان في مثلث ABC المساواة
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$ صحيحة

ملاحظة :

تسمح الخاصية العكسية لفثاغورس بإثبات أن مثلثا عُلِمَت أطوال أضلاعه الثلاثة قائم.

• حساب طول ضلع في مثلث قائم

تمرين

احسب القيمة المضبوطة أو قيمة مقربة إلى الجزء من 100 للطول AB. في كل مما يأتي.

(1) ABC مثلث قائم في C حيث AC = 2,4cm و BC = 3,2cm

(2) ABC مثلث قائم في A حيث AC = 2cm و BC = 5cm

حل

(2) المثلث ABC قائم في A، حسب خاصية فيثاغورس $BC^2 = AB^2 + AC^2$ $5^2 = AB^2 + 2^2$ $25 = AB^2 + 4$ $AB^2 = 25 - 4$ $AB^2 = 21$ $AB \approx 4,58cm$ لحساب AB نستعمل الحاسبة $\sqrt{21} = 4,58257569$ يظهر على الشاشة	(1) المثلث ABC قائم في C، حسب خاصية فيثاغورس. $AB^2 = CB^2 + CA^2$ أي $AB^2 = 3,2^2 + 2,4^2$ أي $AB^2 = 10,24 + 5,76$ $AB^2 = 16$ منه $(16 = 4 \times 4) AB = 4cm$
--	---

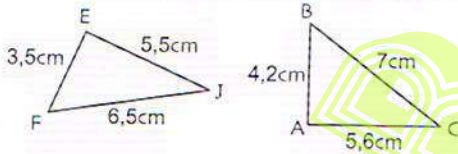
طريقة

- (1) يمكن رسم شكل بسيط بيد حرة للمثلث القائم وتسمية رؤوسه.
- (2) كتابة مساواة فيثاغورس المناسبة، ثم إجراء الحسابات بعد التعويضات العددية.
- (3) يمكن عند الضرورة استعمال الآلة الحاسبة لتحديد الطول المطلوب.

• المثلث قائم أم لا

تمرين

هل المثلثان ABC و FEJ قائمان؟ برّر جوابك.



حل

بالنسبة إلى المثلث FEJ: نقارن بين FJ^2 و $EF^2 + EJ^2$ أطول الأضلاع هو [FJ] $EF^2 + EJ^2 = 3,5^2 + 5,5^2$ $EF^2 + EJ^2 = 12,25 + 30,25$ $EF^2 + EJ^2 = 42,5$ $FJ^2 = 6,5^2 = 42,25$ بما أن $EF^2 + EJ^2 \neq FJ^2$ فحسب خاصية فيثاغورس، المثلث FEJ ليس قائما	بالنسبة إلى المثلث ABC: نقارن بين BC^2 و $AB^2 + AC^2$ أطول الأضلاع هو [BC] $AB^2 + AC^2 = 4,2^2 + 5,6^2$ $AB^2 + AC^2 = 17,64 + 31,36$ $AB^2 + AC^2 = 49$ $BC^2 = 7^2 = 49$ بما أن $AB^2 + AC^2 = BC^2$ فحسب الخاصية العكسية لفيثاغورس فالمثلث ABC قائم في A
---	--

دوري الآن

1. EFG مثلث قائم في F، حيث FG = 0,7cm ، 2. بيّن في كل حالة مما يأتي، إن كان المثلث RST قائما أم لا.

(أ) ST = 74mm ، RT = 70mm ، RS = 24mm

(ب) ST = 8,7cm ، RT = 6,1cm ، RS = 6,3cm

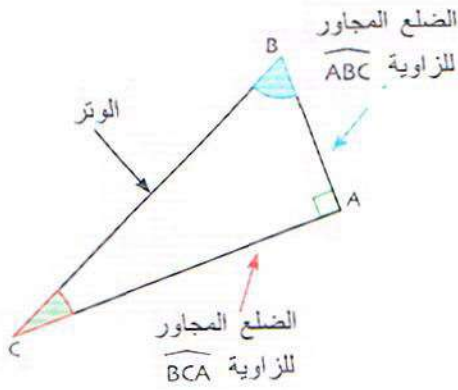
EF = 2,4cm

احسب القيمة المضبوطة للطول EG.

3 جيب تمام زاوية حادة

• تعابير

أمثلة

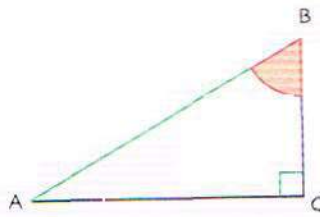


• ABC مثلث قائم في A. نقول إن:

• القطعة المستقيمة [BC] هي الوتر.

• [AB] هو الضلع المجاور للزاوية B.

• [AC] هو الضلع المجاور للزاوية C.



• ABC مثلث قائم في C

• جيب تمام الزاوية B

$$\frac{BC}{AB}$$

نرمز إليه بالرمز $\cos B$

$$\cos B = \frac{BC}{AB}$$

• جيب تمام زاوية حادة في مثلث

• قائم يساوي حاصل قسمة طول

• الضلع المجاور لهذه الزاوية على

• طول الوتر.

• استعمال الآلة الحاسبة لإيجاد جيب تمام زاوية حادة

يمكن استعمال الآلة الحاسبة العلمية لحساب:

• القيمة المضبوطة أو قيمة مقربة لجيب تمام زاوية علم قيسها باستعمال اللمسة $\cos$.• القيمة المضبوطة أو قيمة مقربة لزاوية علم جيب تمامها باستعمال اللمسة $\cos^{-1}$.ملاحظة: يجب التأكد أولاً من الوضع: **Degrés** **MODE**لاستعمال اللمسة $\cos^{-1}$ نضغط على: **inv cos** أو **shif cos** أو **2nd cos**

تبعاً لنوع الآلة الحاسبة.

مثال

تعيين الزاوية الحادة α التي جيب تمامها	حساب $\cos 43^\circ$	نضغط على
$0,8 = \cos^{-1} 0,8$ أو $\cos^{-1} 0,8$	$43 = \cos$ أو $\cos 43$	يظهر
36,86989765	0,731353701	نكتب
$\alpha \approx 36,9^\circ$ (قيمة مقربة إلى الجزء من العشرة)	$\cos 43^\circ \approx 0,73$ (قيمة مقربة إلى الجزء من المائة)	

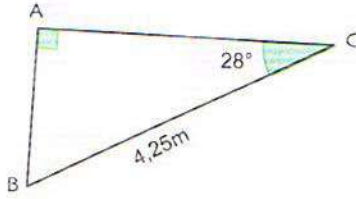
• حساب طولي ضلعين بمعرفة زاوية حادة وطول الوتر

تمرين: اعتمادا على معطيات الشكل المقابل، احسب:

(1) قيمة مقربة إلى الجزء من عشرة للطول AC .

(2) قياس الزاوية $\widehat{B}$.

(3) قيمة مقربة إلى الوحدة للطول AB .



تعاليق

يجب تحديد المثلث القائم حيث نستعمل العلاقة الخاصة بجيب التمام.

$$28 \cos \times 4,25 =$$

$$62 \cos \times 4,25 =$$

يُمكن استعمال خاصية فيثاغورس

$$BA^2 = BC^2 - AC^2$$

$$BA^2 \simeq 4,25^2 - 3,8^2$$

$$BA^2 \simeq 3,62$$

باستعمال اللمسة $\sqrt{\quad}$ نجد $AB \simeq 2m$

حل: (1) في المثلث ABC القائم في A:

$$\cos 28^\circ = \frac{AC}{4,25} \text{ أي } \cos \widehat{C} = \frac{AC}{BC}$$

$$\text{أي: } AC = 4,25 \times \cos 28^\circ$$

باستعمال الآلة الحاسبة نجد $AC \simeq 3,8m$

(2) الزاويتان الحادثتان في مثلث قائم متتامتان.

$$\widehat{B} = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

(3) في المثلث ABC القائم في A:

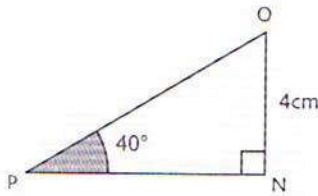
$$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} \text{ أي } \cos 62^\circ = \frac{AB}{4,25} \text{ أي } AB = 4,25 \times \cos 62^\circ$$

باستعمال الآلة الحاسبة نجد $AB \simeq 2m$

• حساب طول وتر مثلث قائم عُلِمَت فيه زاوية حادة وطول ضلع قائم

تمرين: اعتمادا على معطيات الشكل المقابل، احسب

قيمة مقربة إلى الجزء من عشرة للطول OP .



حل: في المثلث PON القائم في N، الزاويتان $\widehat{P}$ و $\widehat{O}$ متتامتان

$$\widehat{O} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

في المثلث PON القائم في N

$$\cos \widehat{O} = \frac{ON}{OP} \text{ أي } \cos 50^\circ = \frac{4}{OP}$$

$$\text{أي: } OP \times \cos 50^\circ = 4 \text{ منه } OP = \frac{4}{\cos 50^\circ}$$

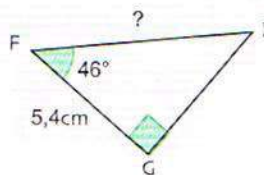
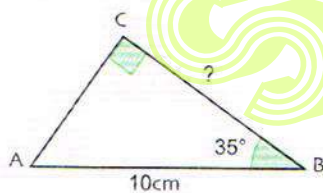
باستعمال الآلة الحاسبة نجد $OP \simeq 6,2cm$

$$\cos 40^\circ = \frac{4}{OP} \text{ احذر الخطأ:}$$

$$\frac{4}{\cos 50^\circ} = 6,222895307$$

دوري الان

احسب في كل حالة، طول الضلع المجهول.



7 MNP مثلث قائم في N حيث MP = 3,7cm

و MN = 3,5cm عند القيام بـ:

$$\sqrt{(3,7^2 - 3,5^2)} =$$

ماذا نريد أن نحسب ؟

أعط قيمة مقربة إلى الجزء من عشرة لنتيجة الحساب السابقة.

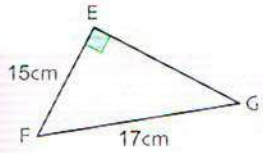
8 RST مثلث قائم في S بحيث RT = 6cm

و ST = 5,5cm

احسب الطول RS مدوراً إلى الجزء من العشرة من السنتمتر.

9 تصويب برهان

طلب الأستاذ من تلاميذه



حساب الطول EG في المثلث القائم EFG المرسوم في الشكل.

إليك البرهان الذي قام به زميلك خالد.

EFG مثلث قائم في E

موجب خاصية فيثاغورس

$$EG^2 = GF^2 + FE^2$$

$$EG^2 = 17^2 + 15^2$$

$$EG^2 = 194$$

$$EG \approx 22,67cm$$

هل البرهان السابق صحيح؟ وضح إجابتك.

10 برّر الطريقة التي يستعملها البنّاؤون عادة للتحقق

من أن ركن غرفة يشكل فعلاً زاوية قائمة.

11 ABCD مستطيل حيث AB = 7cm و AD = 2,4cm

(1 ارسم الشكل بيد حرة.

(2 احسب طول قطر في هذا المستطيل.

خاصية فيثاغورس والخاصية العكسية لها

1 اكتب المساواة التي تعبّر عن خاصية فيثاغورس

في كل ممّا يأتي:

DEF مثلث قائم في E

TUV مثلث قائم ، وتره [UV]

2 اكتب جميع المساويات الممكنة التي تعبّر عن

خاصية فيثاغورس في كل شكل من الشكلين الآتيين:

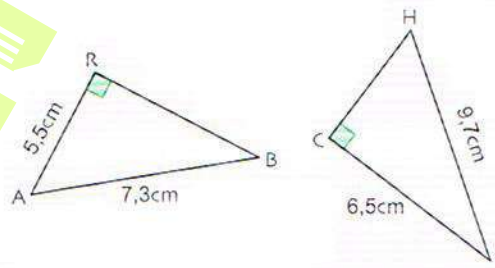


3 احسب طول الضلع الثالث في كل مثلث من

المثلثين الآتيين.

4 احسب طول الضلع الثالث في كل مثلث من

المثلثين الآتيين.



5 نعتبر الشكل المقابل

(1 احسب LC

(2 احسب GE

(3 احسب مساحة المثلث GEL

6 (1 أنجز بآلة حاسبة السلسلة:

$$5x^2 + 12x^2 =$$

(2 استنتج ذهنياً طول الوتر [BC] لمثلث ABC قائم

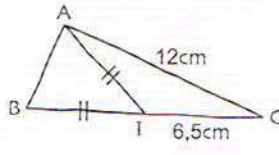
في A و طولاً الضلعين الآخرين [AB] و [AC] هما

5cm و 12cm .

أنشئ المثلث KJL بأبعاده الحقيقية؟

هل يبدو لك المثلث KJL قائما؟ تحقق من ذلك حسابيا.

18 (1) حدّد مع التبرير نوع المثلث ABC



(I منتصف [BC])

(2) احسب محيط ومساحة

المثلث ABC

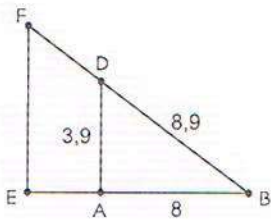
19 ارسم مثلثا TUV بحيث:

$$UV = 5\text{cm}, TU = 4\text{cm}, TV = 6,4\text{cm}$$

(1) ارسم الدائرة (C) التي مركزها T وتشمل U.

(2) هل المستقيم (UV) مماس للدائرة (C)؟ برّر جوابك.

20 في الشكل المقابل، المستقيمان



(EF) و (DA) متوازيان.

برهن أنّ المستقيمين

(EF) و (EB)

متعامدان.

21 للتحقق إن كانت سارية العلم مثبتة شاقوليا على

سطح الأرض، قام زميلك يونس بتوصيل حبل بين

نقطتين، إحداها على السارية والأخرى

على سطح الأرض كما هو

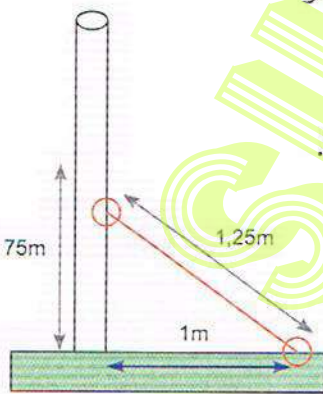
مبين في الشكل،

ثم أجرى قياسات مُحدّدة.

هل السارية عمودية

على سطح الأرض؟

برّر جوابك.



12 EFGH مربع طول ضلعه 3cm.

أعط قيمة مقربة إلى الجزء من 10 لطول قطر في هذا المربع.

13 KJL مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي K.

$$JL = 5\text{cm}, KJ = 3\text{cm}$$

(1) أنشئ المثلث KJL، ثم ارسم الارتفاع [KH].

(2) أعط قيمة مقربة إلى الجزء من 10 للطول KH.

14 KJL مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4cm.

أعط قيمة مقربة إلى الجزء من 10 لكل ارتفاع من ارتفاعاته.

15 أنشئ مثلثا RST متساوي الساقين رأسه الأساسي S

$$\text{حيث } RS = 6\text{cm} \text{ و } RT = 7\text{cm}$$

(1) أثبت أنّ حامل الارتفاع الذي يشمل S يقطع الضلع

[RT] في منتصفه.

(2) أعط قيمة مقربة إلى الجزء من 10 لطول الارتفاع

السابق.

(3) استنتج قيمة مقربة لمساحة المثلث RST.

16 بين في كل حالة مما يأتي، إن كان المثلث RST

قائما أم لا.

$$(1) ST = 60\text{cm}, RT = 45\text{cm}, RS = 75\text{cm}$$

$$(2) ST = 5,5\text{cm}, RT = 4,5\text{cm}, RS = 3,5\text{cm}$$

17 KJL مثلث حيث $KJ = 5,7\text{cm}, JL = 7,6\text{cm}$

$$\text{و } KL = 9,4\text{cm}$$

$\cos 87^\circ$ ، $\cos 62^\circ$ ، $\cos 45^\circ$ ، $\cos 26^\circ$ ، $\cos 15^\circ$

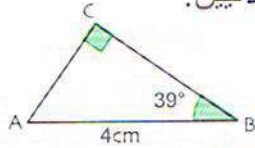
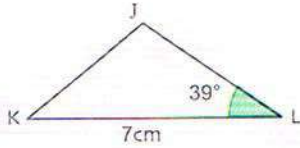
26 باستعمال الآلة الحاسبة، أعط قيمة مقربة إلى الوحدة (الدرجة) للزوايا التي جيوب تمامها:

0,975 ، 0,01 ، 0,426 ، 0,6 ، 0,2

حساب أطوال وزوايا

27 احسب إن أمكن أطوال جميع الأضلاع في الشكلين

الآتيين:



28 MNP مثلث قائم في M

حيث $NP = 6\text{cm}$ ، $MN = 4\text{cm}$

احسب قيمتين مقربتين إلى الجزء من عشرة لكل من $\widehat{P}$ ، $\widehat{N}$.

29 (1) ارسم مثلثا FEG قائما في F بحيث $FG = 5\text{cm}$ ،

$EG = 9\text{cm}$ ،

(2) احسب قيمة تقريبية لـ $\cos \widehat{FGE}$ واستنتج قيمة تقريبية للزاوية $\widehat{FGE}$.

(3) استنتج قيمة تقريبية للزاوية $\widehat{FEG}$.

30 (1) ارسم نصف دائرة (P) مركزها O و [AB]

قطر لها حيث $AB = 10\text{cm}$

(2) علم على (P) نقطة C بحيث $\widehat{BAC} = 40^\circ$

(3) ارسم المماس (d) لـ (P) في النقطة B

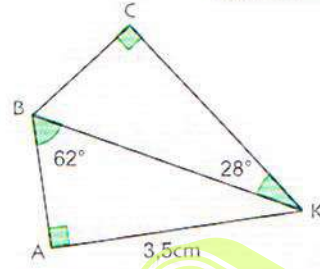
المماس (d) يقطع المستقيم (AC) في النقطة D

(4) احسب قيمة مقربة إلى الجزء من المائة لكل من AC و CB بعد أن تبين نوع المثلث ABC.

(5) أعط القيمتين المضبوطتين لكل من $\widehat{ADB}$ و $\widehat{DBC}$ مبررا العمل الذي قمت به.

(6) احسب قيمة مقربة إلى الجزء من المائة لكل من AD ، BD ، CD.

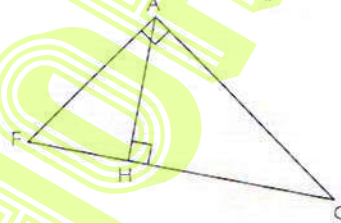
22 احسب الطول CK



جيب تمام زاوية حادة

23 عموميات

نعتبر الشكل الموالي:



(1) في المثلث FAC القائم في A،

(أ) ماهو الضلع الذي يمثل الوتر؟

(ب) انقل ثم أتمم $\cos \widehat{FCA} = \dots$

(2) في المثلث CAH القائم في H،

(أ) ماهو الضلع الذي يمثل الوتر؟

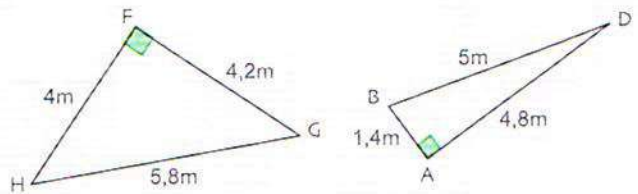
(ب) انقل ثم أتمم:

$\cos \widehat{ACH} = \dots$ ، $\cos \widehat{CAH} = \dots$

(3) ماذا يمثل الضلع [AF] بالنسبة إلى:

(أ) المثلث AFH (ب) FAH ؟

24 اعتمادا على الشكلين الآتيين :



عين القيمة المضبوطة لكل من : $\cos \widehat{H}$ ، $\cos \widehat{D}$

استعمال الآلة الحاسبة

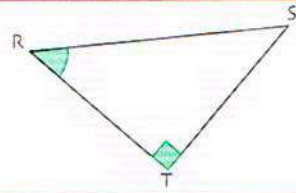
25 باستعمال الآلة الحاسبة، أعط قيمة مقربة إلى الجزء

من المائة لكل مما يأتي:

عند الإخفاق أعود إلى الصفحة :

أجب عن الأسئلة الآتية :

170 و 171



اكتب مساواة تعبر عن خاصية فيثاغورس في المثلث TRS

170 و 171

من بين المساويات الآتية، حدّد تلك التي تعبر عن خاصية فيثاغورس في المثلث RST القائم في R.

(أ) $RS^2 + RT^2 = ST^2$ (ب) $SR^2 + ST^2 = RT^2$ (ج) $TR^2 + TS^2 = RS^2$

171

احسب قيمة مقربة إلى الجزء من المائة لطول الضلع الثالث للمثلث القائم في كل من الحالتين: (أ) مثلث قائم في H حيث $IG = 7\text{cm}$ و $IH = 5,2\text{cm}$ (ب) مثلث قائم في P حيث $PR = 14,1\text{cm}$ و $PU = 18,8\text{cm}$

171

RPM و HDB مثلثان حيث: $RM = 6\text{cm}$ ، $PM = 3,6\text{cm}$ ، $RP = 4,8\text{cm}$ ، $HB = 7\text{cm}$ ، $DB = 5,7\text{cm}$ ، $HD = 4,1\text{cm}$ أنشئ المثلثين RPM و HDB. بين إن كان المثلثان RPM و HDB قائمين أم لا.

172

احسب $\cos 50^\circ$ ، $\cos 1^\circ$ ، $\cos 89^\circ$ ، $\cos 25^\circ$

172

يرمز a إلى قياس زاوية حادة مقدرا بالدرجات. أعط إن أمكن قيمة مقربة إلى $\frac{1}{10}$ للعدد a في كل حالة مما يأتي: $\cos a = 1$ ، $\cos a = 1,5$ ، $\cos a = \frac{2}{3}$ ، $\cos a = 0,547$ ، $\cos a = 0,3$

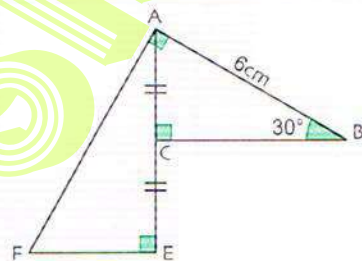
172 و 173

TIC مثلث قائم في C حيث $TI = 6\text{cm}$ ، $\widehat{T} = 30^\circ$ أعط قيمة مقربة إلى الجزء من عشرة للطول TC.

172 و 173

ABC مثلث قائم في B حيث $BC = 8\text{cm}$ ، $AC = 10\text{cm}$ ، $AB = 6\text{cm}$ احسب القيمة المضبوطة لجيب تمام الزاوية $\widehat{A}$.

172 و 173



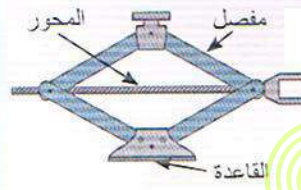
باستعمال معطيات الشكل المقابل : احسب قيمة تقريبية للطول AF.

31 في الشكل الموالي، طول كل مفصل 26cm

ما المقدار الذي ترتفع به السيارة عندما يكون

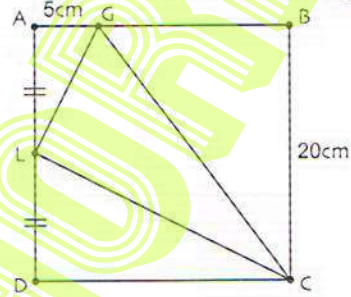
طول المحور بين

المفصلين 20cm؟



32 في الشكل الآتي:

ABCD مربع و AG = 5cm



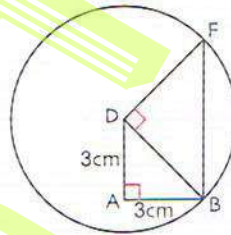
(1) احسب LC و GC.

(2) ما نوع المثلث LGC؟ برر إجابتك.

33 B و F نقطتان من الدائرة

التي مركزها النقطة D.

احسب الطول FB.



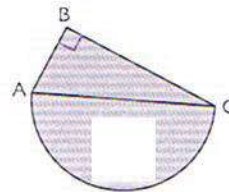
34 في الشكل الموالي [AC]

قطر لنصف الدائرة

AC = 41cm

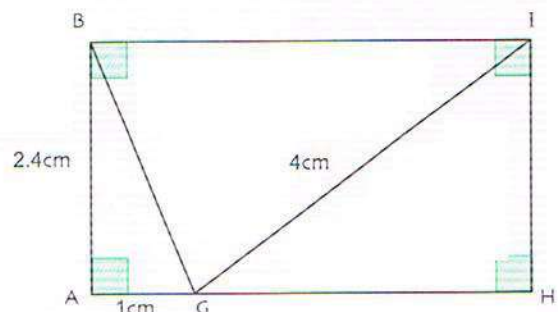
BC = 40cm

احسب مساحة الشكل المظلل



35 ABIH مستطيل، النقاط A ، G ، H في استقامية.

هل المثلث BGI قائم في G؟ برر إجابتك.



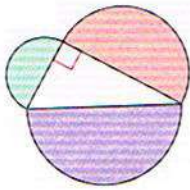
36 بين أن مجموع مساحتي

نصفي القرصين

الصغيرين يساوي

مساحة نصف

القرص الكبير.



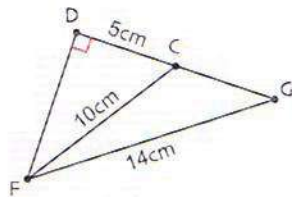
37 أنشئ مستطيلا ABCD حيث AB = 7,5cm

و AC = 8,5cm

(1) احسب BC، ثم مساحة المثلث ABC.

(2) باستعمال مساحة المثلث ABC، احسب بُعد النقطة B

عن المستقيم (AC).



38 أثبت أن محيط

المثلث CGF

يساوي 30cm

39 ABCDEFGH مكعب طول حرفه 3cm.

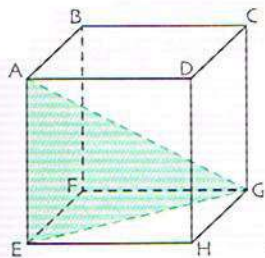
(1) ما نوع المثلث EFG؟

برر إجابتك.

(2) أثبت أن $EG^2 = 18$.

(3) أعط قيمة مقربة إلى المليمتر

لطول القطر [AG].



39 ABCDEFGH متوازي مستطيلات قائم.

HB = 7,5cm

FG = 3,6cm

HG = 4,8cm

(1) ما نوع الرباعي EFGH؟

(2) احسب ارتفاع متوازي المستطيلات ABCDEFGH.

جيب تمام زاوية حادة

40 (1) أنشئ مثلثا GFE حيث:

FG = 13cm ، EG = 5cm ، EF = 12cm



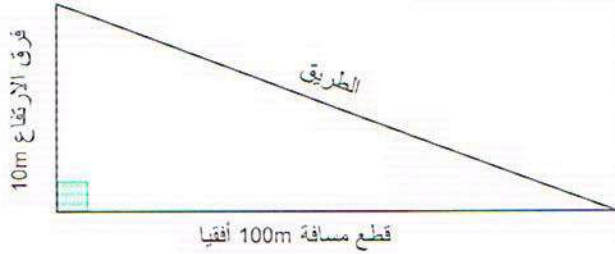
45 تدل الإشارة المرورية

المقابلة على وجود

انحدار قدره 10%.

يعني ذلك أن كل تتقل أفقي لمسافة 100m يقابله فرق

ارتفاع 10 أمتار.



(1) حدد قيس الزاوية $\widehat{BCA}$ ، مدورا إلى الوحدة.

(2) في بعض البلدان لا تستعمل إشارات تتضمن

علامة النسبة المئوية؛ ولكن كتابة مثل «1:5»، والتي

تعني أن «كل تتقل أفقي لمسافة 5 أمتار يقابله فرق

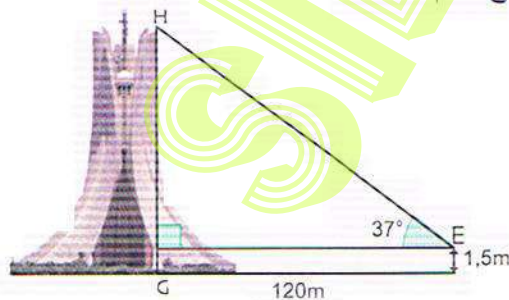
في الارتفاع قدره متر واحد». إليك الإشارتين:



حدد الإشارة التي تعبر عن أشد الانحدارين.

46 باستعمال المعطيات الواردة في الشكل أعط تقديرا

لارتفاع مقام الشهيد.

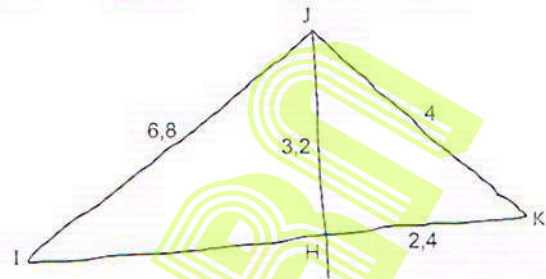


(2) برر كون المثلث EFG قائم في E.

(3) أعط قيمة مقربة إلى الوحدة لقيس الزاوية $\widehat{EFG}$.

41 نعتبر الشكل الآتي المرسوم بيد حرة، حيث النقاط

I، H، K في استقامية. (وحدة الطول هي السنتيمتر)



(1) أعد رسم الشكل بأبعاده الحقيقية.

(2) أثبت أن المستقيمين (JH)، (IK) متعامدان.

(3) بين أن $IH = 6\text{cm}$.

(4) أعط قيمة مقربة إلى الوحدة لقيس $\widehat{HJK}$.

42 (1) أنشئ دائرة (C) مركزها O.

[ST] قطر للدائرة (C) حيث $ST = 7\text{cm}$

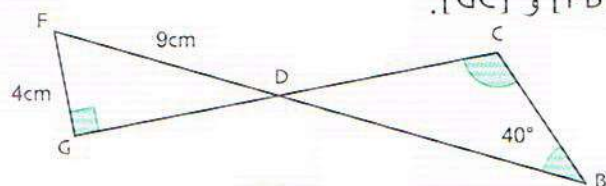
علم نقطة U على الدائرة (C) حيث $SU = 3\text{cm}$

(2) بين أن المثلث STU قائم في U.

(3) احسب قيس الزاوية $\widehat{UST}$ مدورا إلى الوحدة.

43 في الشكل الموالي، النقطة D تنتمي إلى كل من

[GC] و [FB].

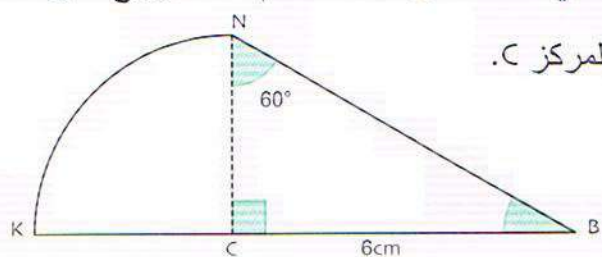


احسب قيمة تقريبية للزاوية $\widehat{DCB}$.

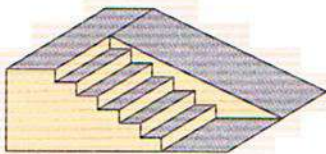
44 احسب قيمة تقريبية لكل من محيط ومساحة الشكل

الآتي المشكل من المثلث القائم NBC وربع دائرة ذات

المركز C.



وضعية



عند مدخل أحد أجنحة مستشفى، تمّ تكليف مقاول
بإنجاز سلّم مشكّل من ست درجات
مُتماثلة يسمح بتخطي مستو مائل ارتفاعه 96cm

معايير المصالح التقنية

$60 \leq 2h + p \leq 65$ حيث h ارتفاع الدّرجة و p

عمق الدّرجة (الوحدة: السنتيمتر).

طول المستوي المائل (الطول AD) محصور بين

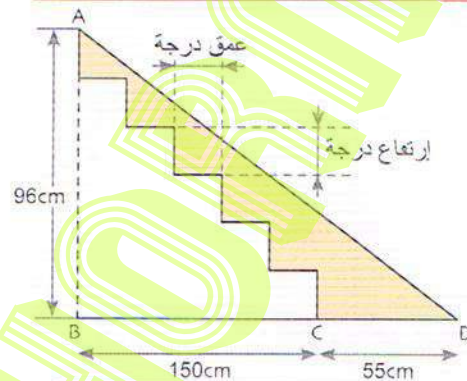
2,20m و 2,50m.

يُشكّل المستوي المائل مع أفق سطح الأرض زاوية

قيسها محصور بين 20° و 30° .

(الزاوية المقصودة هنا هي $\widehat{BDA}$)

المخطط الوصفي المعدّ من طرف المقاول



هل المخطط الذي أعدّه المقاول يستجيب للمعايير المتفق عليها؟ برّر إجابتك.

توجيهات

قراءة بتمعن

ينبغي التمييز بين عمق وارتفاع درجة. ماذا يمثل كل من 55cm و 150cm على المخطط الوصفي؟

ما المقصود بالحصر $60 \leq 2h + p \leq 65$ ؟ ماهي المعايير التي يجب التأكد من احترامها؟

تحليل المعطيات و إيجاد ترابطات بينها

كيف نتأكد من احترام الشرط $60 \leq 2h + p \leq 65$ ؟

كيف نتأكد من احترام الشرط المتعلّق بالزاوية $\widehat{BDA}$ ؟

تجنيد الموارد وإعداد خطة حل

حساب عمق وارتفاع الدرجة الواحدة اختبار صحة الشرط $60 \leq 2h + p \leq 65$ حساب $\widehat{BDA}$ ، إصدار حكم.

حل مختصر $\widehat{BDA} \approx 25,1^\circ$ ، $p = 30\text{cm}$ ، $h = 16\text{cm}$

وضعية للتقويم

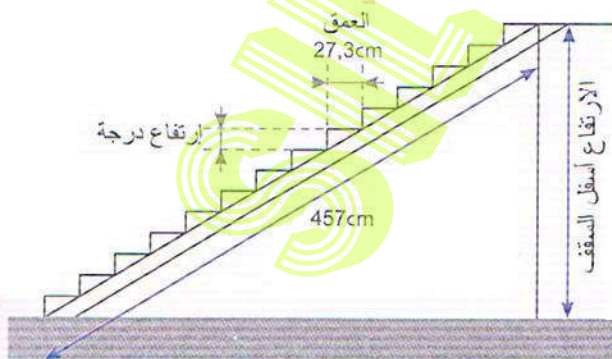
أنجز العم أحمد درجا مواصفاته في الشكل المقابل.

من أجل ضمان راحة في الصعود أو النزول

في أي سلّم يجب أن يكون ارتفاع الدرجة الواحدة

منه محصورا بين 17cm و 21cm

هل يستجيب درج العم أحمد إلى الشروط السابقة؟

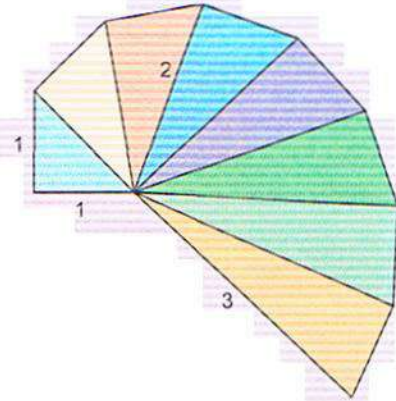


إنشاء حلزونية فيثاغورس باستعمال جيوجيبرا.

نشاط

إنشاء حلزونية فيثاغورس

باستعمال برمجة جيوجيبرا.



المرحلة 1

أنشئ مثلثا قائما ومتساوي الساقين، طول ضلعه القائم 1 ثم احسب طول وتر هذا المثلث.

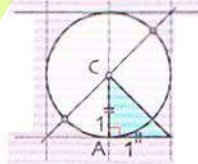
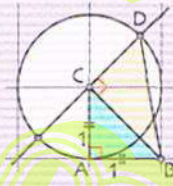
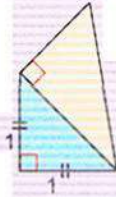
(مربع طول الوتر يساوي 2، أي أن طول الوتر يساوي بالتقريب 1.414).

نضغط على الأيقونة  ونستعمل مربعات المرصوفة.

ملاحظة: قمنا بالتفسير وتسمية الرؤوس فقط لتقديم التفسيرات الضرورية فيما بعد.

المرحلة 2

أنشئ مثلثا قائما آخر، أحد أضلاعه وتر المثلث السابق وطول ضلعه الآخر 1، ثم احسب طول وتره.



ارسم مستقيما (Δ) عموديا على الوتر $[BC]$ ويشمل الرأس C ، وذلك باستعمال الأيقونة .

ارسم دائرة مركزها C ونصف قطرها 1 باستعمال الأيقونة .

لتعيين نقطتي تقاطع الدائرة والمستقيم (Δ) ، نستعمل الأيقونة .

ارسم المثلث القائم BCD ، وذلك باستعمال الأيقونة .

بعد ذلك نضغط على **AA Afficher l'étiquette** / **إظهار / إخفاء التسمية AA**

ونخفي كل العناصر التي لا نريد أن تظهر.

(مربع طول وتر المثلث الأخضر يساوي 3، وطوله يساوي بالتقريب 1.732)

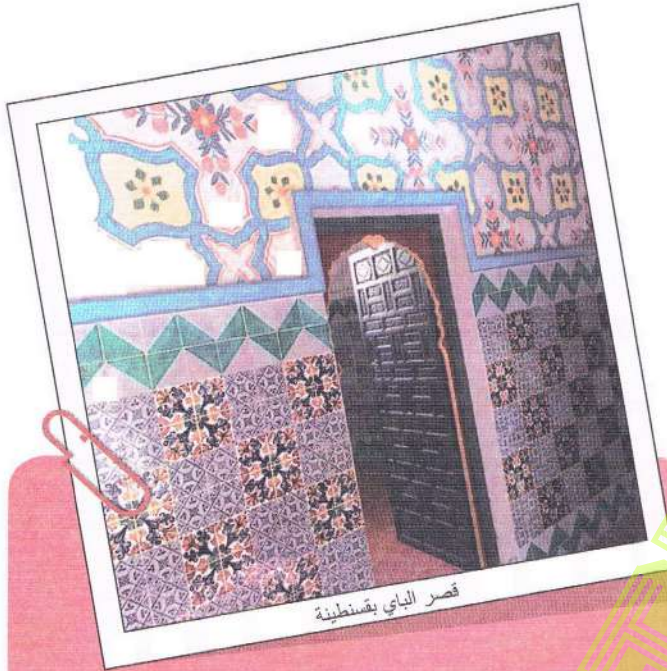
المرحلة 3

واصل الإنشاء كما فعلت في المرحلة 2 إلى غاية الحصول على المثلث القائم الذي طول وتره يساوي 3.

اشرح لماذا ظهر عدنان طبيعيا كطول للوتر؟

كم مثلثا قائما يلزمنا رسمه بالكيفية السابقة للحصول على مثلث قائم طول وتره عدد طبيعي؟

الانسحاب



سأتعلم في هذا الباب

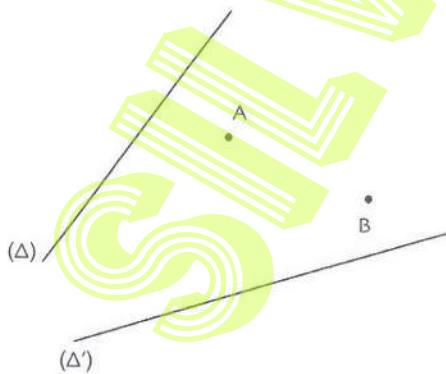
- تعريف الانسحاب انطلاقاً من متوازي الأضلاع.

إنشاء صورة: نقطة، قطعة مستقيم، نصف

المستقيم، مستقيم، دائرة بانسحاب.

معرفة خواص الانسحاب وتوظيفها.

يُعتبر قصر الباي بقسنطينة أثراً حياً للحضارة العثمانية في الجزائر، تم بناؤه سنة 1826، وافتتح سنة 1835، وقد تحول إلى متحف الفنون والتعبير الثقافية التقليدية سنة 2010. ما يُبهر الزائر لأول وهلة المساحة الشاسعة للقصر والتي تُقدَّر بـ $5609m^2$ ، ونجد في هذه التحفة كل ما قدّمته الهندسة المعمارية للجزائر خلال العهد العثماني. ومن أبرز ما يميّز هذا القصر الفنون الخزفية النادرة التي تتكوّن مما يقارب 47000 بلاطة من الخزف تمثّل 167 نوعاً مختلفاً، وهي مزخرفة بأشكال هندسية متنوعة، تبرز في البعض منها تحويلات نقطية مثل الانسحاب والتناظر.



تحلّي

كيف يمكنك اختيار النقطة P من المستقيم

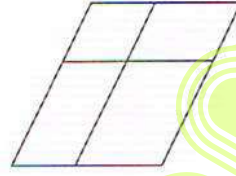
(Δ) و النقطة Q من المستقيم (Δ') بحيث

الرباعي APQB متوازي الأضلاع؟

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إياها.

الأسئلة

1. عدد متوازيات الأضلاع الموجودة في الشكل المقابل



2. متوازي الأضلاع قطراه

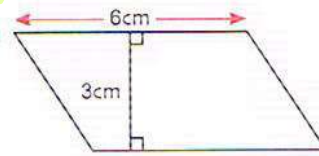
3. يكون الرباعي ABCD متوازي الأضلاع إذا كان

4. متوازي الأضلاع الذي قطراه متقايسان هو

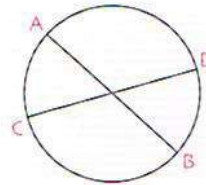
5. متوازي الأضلاع قطراه متعامدان هو

6. رباعي محدب قطراه متقايسان و متعامدان هو

7. مساحة متوازي الأضلاع في الشكل المقابل تساوي



8. [AB] ، [CD] قطران في دائرة واحدة، الرباعي ACBD هو



9. ABC مثلث متقايس الأضلاع و D نظيرة A بالنسبة للمستقيم (BC)، الرباعي ABCD.

الإجابات

(1)

5

متناصفان

$$\widehat{A} + \widehat{B} = \widehat{C} + \widehat{D}$$

مربع

مستطيل

مربع

9cm²

متوازي أضلاع

مستطيل

(2)

12

متقايسان

$$\widehat{A} = \widehat{C}$$

$$\widehat{B} = \widehat{D}$$

مستطيل

معين

معين

18cm²

مستطيل

معين

(3)

9

متعامدان

$$\widehat{A} = \widehat{B}$$

$$\widehat{C} = \widehat{D}$$

معين

مربع

رباعي كيفي

6cm²

معين

مربع

1 متوازي الأضلاع و المرصوفة

(1) باستعمال المرصوفة أكمل الرسم المقابل للحصول

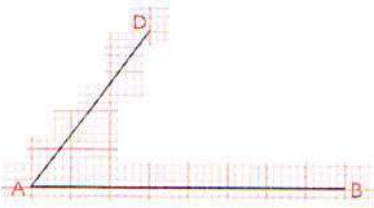
على متوازي الأضلاع ABCD.

(2) عيّن المستقيمات المتوازية.

(3) عيّن القطع المتساوية.

نقول أن C هي صورة النقطة D بالانسحاب الذي

يحول A إلى B.



2 صورة نقطة بالانسحاب

أكمل الفراغات التالية:

(1) صورة النقطة بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

(2) هي صورة النقطة D بالانسحاب الذي يحول E إلى B.

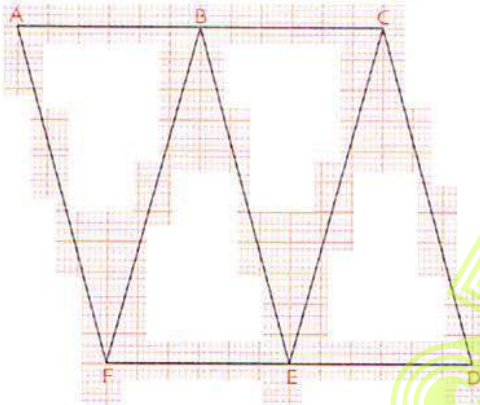
(3) A هي صورة النقطة بالانسحاب الذي يحول D إلى C.

(4) D هي صورة النقطة C بالانسحاب الذي يحول B إلى

(5) F هي صورة النقطة بالانسحاب الذي يحول D إلى E.

(6) D هي صورة النقطة بالانسحاب الذي يحول A إلى C.

(7) صورة النقطة بالانسحاب الذي يحول إلى

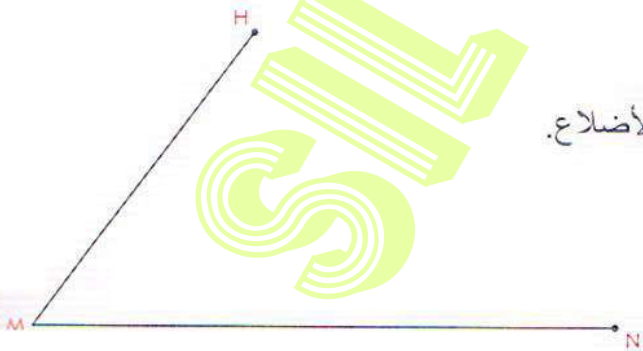


3 إنشاء متوازي الأضلاع (1)

(1) انقل الشكل على كراسك وباستعمال المدور

أنشئ النقطة K حتى يكون الرباعي MNKH متوازي الأضلاع.

(2) ماذا نقول عن قطريه؟



4 إنشاء متوازي الأضلاع (2)



باستعمال المدور والمسطرة غير

المدرجة أنشئ متوازي الأضلاع

ABCD بحيث يكون [AC] قطراً له.

5 صورة مستقيم بانسحاب

[CD] قطعة مستقيمة و M نقطة كيفية

من القطعة [CD].

(1) عيّن النقط C'، D'، M' صور النقط

C، D، M على الترتيب بالانسحاب الذي يحول

إلى B.

(2) ماذا تلاحظ بالنسبة للنقط C'، D'، M'؟

(3) اكمل الفراغات التالية:

القطعة المستقيمة [C'D'] القطعة

المستقيمة [CD].

المستقيم (C'D') المستقيم (CD).

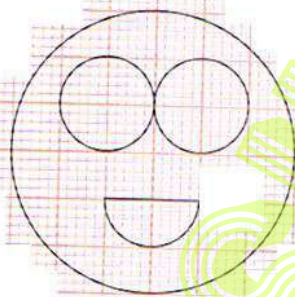
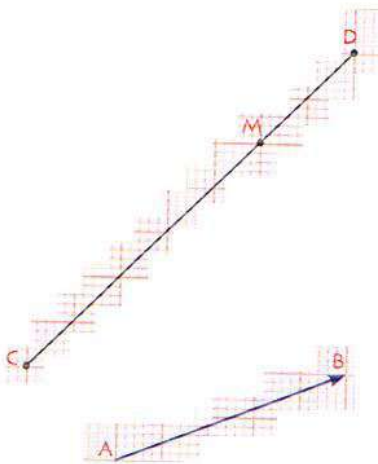
6 صورة شكل هندسي بانسحاب

(1) باستعمال المرصوفة المقابلة أنشئ الشكل (2)

صورة الشكل (1) المقابل بالانسحاب الذي يحول

A إلى B.

(2) ماذا نقول عن الشكلين (1) و(2)؟

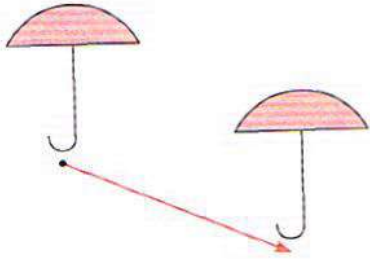


الشكل (1)

الشكل (2)

1 الانسحاب

مثال

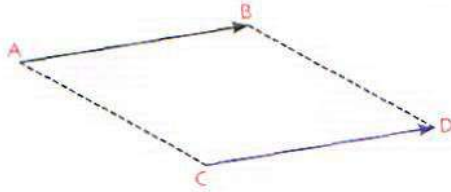


انسحاب شكل هندسي معناه إزاحته على امتداد مستقيم بطول معين وفي اتجاه معين.

ملاحظة: الخواص الهندسية، الطول، المنحى والاتجاه تُمثلُ بشناطية نقطية (A ; B).

خاصية 1

مثال

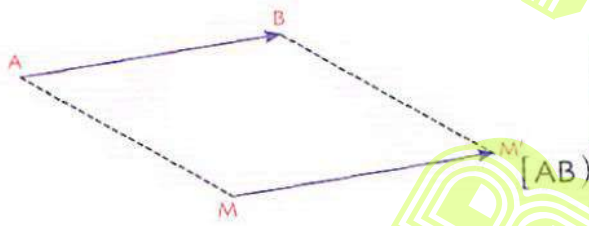


إذا كان الانسحاب الذي يحول A إلى B ويحول كذلك C إلى D فإن الرباعي ABDC متوازي الأضلاع.

2 صور بعض الأشكال الهندسية بالانسحاب

فيما يلي A و B نقطتان ثابتتان ومتمايزتان.

(أ) صورة نقطة بالانسحاب



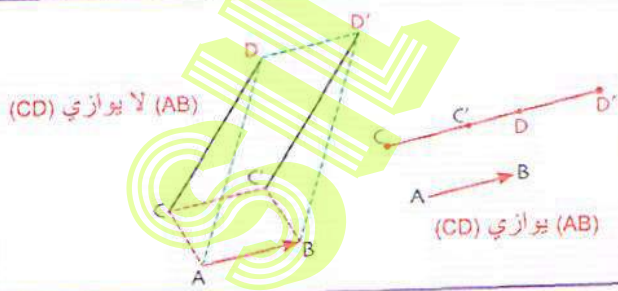
A و B نقطتان و M نقطة كيفية من المستوي. النقطة M' صورة النقطة M بالانسحاب الذي يحول A إلى B. نميز حالتين:

• النقطة A، B و M ليست في استقامية.

معناه أن الرباعي ABM'M متوازي الأضلاع.

• النقطة A، B و M في استقامية معناه النقطة M' من المستقيم (AB) والقطعتين [AB] و [MM'] لهما نفس الطول ونفس المنحى ولنصفى المستقيمين (AB) و (MM') نفس الاتجاه.

(ب) صورة قطعة مستقيم بالانسحاب

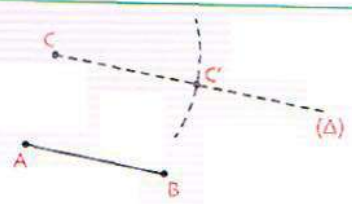


صورة قطعة مستقيم بالانسحاب الذي يحول A إلى B هي قطعة مستقيم توازيها و تقايسها.

ملاحظة: النقطتان C' و D' هما صورتا النقطتين C و D على الترتيب بالانسحاب السابق.

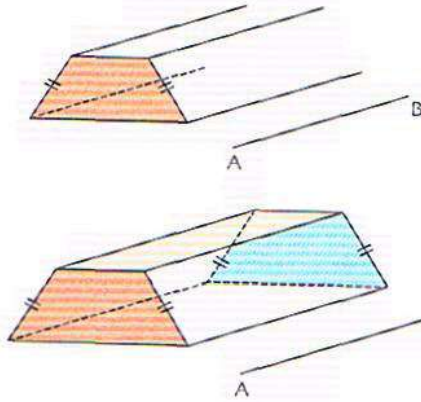
• إنشاء صورة نقطة بالانسحاب

مراحل الإنشاء

 المرحلة (2)	 المرحلة (1)	 المرحلة (0)
رسم دائرة مركزها النقطة C ونصف قطرها AB تتقاطع مع المستقيم (Δ) في النقطة C'.	إنشاء مستقيم (Δ) يشمل النقطة C ويوازي (AB).	إنشاء C' صورة النقطة C بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

تمرين 1: أنشئ على كراسك شبه منحرف متساوي الساقين وباختيار الانسحاب المناسب وباستعمال المنظور المتساوي القياس أكمل الرسم للحصول على موشور قائم قاعدته شبه المنحرف السابق.

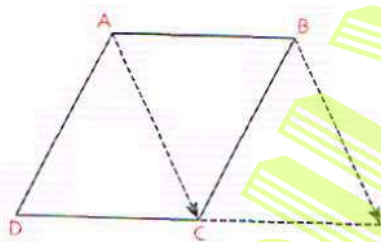
حل



- نرسم شبه المنحرف (باللون البرتقالي).
- نختار نقطتين متميزتين A و B ثم ننشئ صور رؤوس شبه المنحرف بالانسحاب الذي يحول A إلى B.
- نصل بين صور النقط و نحصل على شبه المنحرف المرسوم باللون الأزرق.
- الشكل الناتج هو موشور قائم قاعدته شبه المنحرف.

تمرين 2: أنشئ متوازي الأضلاع ABCD، النقطة I هي صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحول A إلى C. بين أن النقط C، D و I في استقامية وأن C منتصف [ID].

حل



- ABCD متوازي الأضلاع ومنه $(AB) \parallel (CD)$ و $AB = CD$.
- I هي صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحول A إلى C.
- إذن الرباعي ABIC متوازي الأضلاع ومنه $(AB) \parallel (CI)$ و $AB = CI$.
- نستنتج أن $(CD) \parallel (CI)$ وبما أن لهما نقطة مشتركة C إذن هما منطبقان ومنه النقط C، D، I في استقامية.
- كذلك لدينا $AB = CI$ و $AB = CD$ إذن $CD = CI$ أي C منتصف [ID].

دوري الآن

O، A و B ثلاث نقط ليست في استقامية، A' صورة A بالانسحاب الذي يحول O إلى A و B' صورة B بالانسحاب الذي يحول O إلى B. بين أن $A'B' = 2AB$.

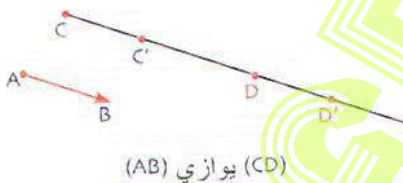
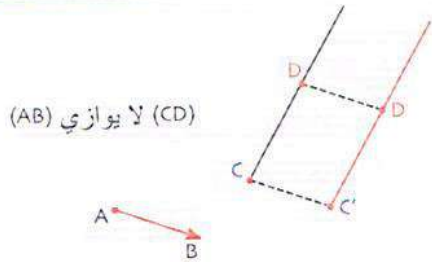
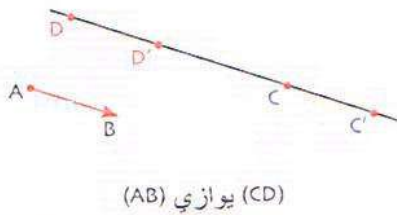
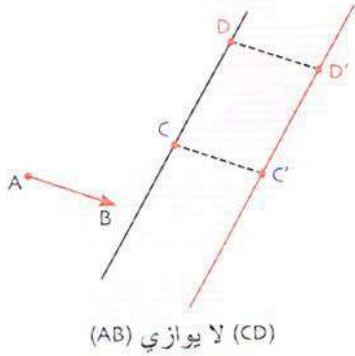
(ج) صورة مستقيم

صورة مستقيم بالانسحاب الذي يحول A إلى B

هو مستقيم يوازيه.

ملاحظة

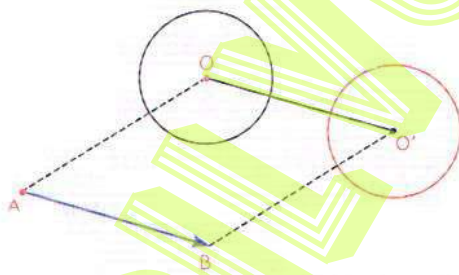
عندما يكون المستقيم (CD) يوازي المستقيم (AB) فإن صورة المستقيم (CD) هو نفسه.

**(د) صورة نصف مستقيم**

صورة نصف مستقيم بالانسحاب الذي يحول A إلى B هو نصف مستقيم يوازيه وفي نفس الاتجاه.

(هـ) صورة دائرة

صورة دائرة مركزها O ونصف قطرها r بالانسحاب الذي يحول A إلى B هي دائرة مركزها O' ونصف قطرها r حيث O' هي صورة O بهذا الانسحاب.

**خواص**

الانسحاب يحافظ على :

- (أ) المسافات ؛
- (ب) استقامية نقط ؛
- (ج) قياس الزوايا ؛
- (د) المساحات .

• استقامية ثلاث نقط

تمرين

ABC مثلث، I، J، K منتصفات الأضلاع [AB] و [AC] و [BC]

على الترتيب.

(أ) أنشئ النقطة E صورة النقطة A بالانسحاب t الذي يحول K إلى C.

(ب) بين أن النقط E، J، K في استقامية.

حل

(أ) إنشاء النقطة E.

(ب) لدينا E هي صورة A بالانسحاب t.

- كذلك حسب مبرهنة المنتصفين المستقيم (IJ) يوازي المستقيم (BC)

والقطعة $IJ = KC$ ومنه فإن الرباعي IJCK متوازي الأضلاع.

إذن J هي صورة I بالانسحاب t.

- K هي صورة B بالانسحاب t.

و بما أن النقط A، I و B في استقامية فإن النقط E، J، K في استقامية.

A	→	E
I	→	J
B	→	K

• صورة زاوية بالانسحاب

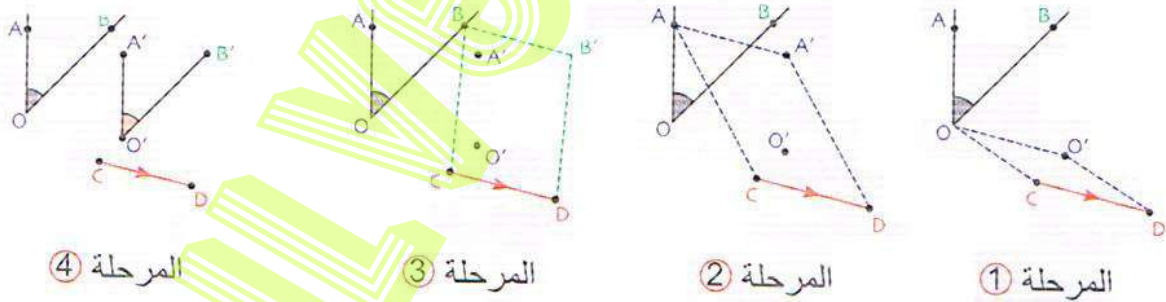
تمرين

أنشئ صورة الزاوية AOB بالانسحاب الذي يحول C إلى D

(الموضح في الشكل المقابل).

حل

• نبحث عن صور النقط O، A، B بالانسحاب الذي يحول C إلى D.



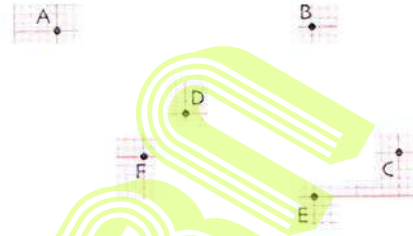
ملخص: صورة الزاوية AOB بالانسحاب الذي يحول C إلى D هي زاوية A'O'B' تقايسها.

دوري الآن

أنشئ صورة المربع ABCD بالانسحاب الذي يحول A إلى C.

1- صحيح أو خطأ.

أجب بصحيح أو خاطئ على ما يلي:



- (أ) النقطة E هي صورة النقطة D بالانسحاب الذي يحول B إلى C.
 (ب) النقطة E هي صورة النقطة D بالانسحاب الذي يحول A إلى D.
 (ج) النقطة C هي صورة النقطة F بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

2- ABC مثلث و (AH) الارتفاع المتعلق بالضلع [BC].

- (1) أنشئ النقطتين B' و C' صورتين للنقطتين B و C على الترتيب بالانسحاب الذي يحول A إلى H.
 (2) ما طبيعة الرباعي CBB'C'؟ برّر جوابك.

3- ABCD معين مركزه O.

- (1) عيّن صورة المستقيم (AB) بالانسحاب الذي يحول D إلى A.
 (2) أنشئ النقطة K صورة النقطة O بالانسحاب الذي يحول A إلى D ثم استنتج صورة المثلث OAB بالانسحاب الذي يحول A إلى D.

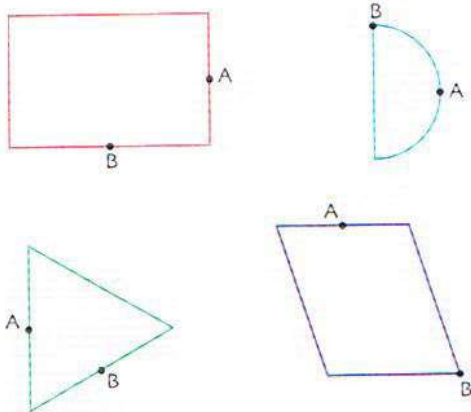
4- (1) أنشئ المعين ABCD حيث $AC = 6\text{cm}$

و $DB = 4\text{cm}$.

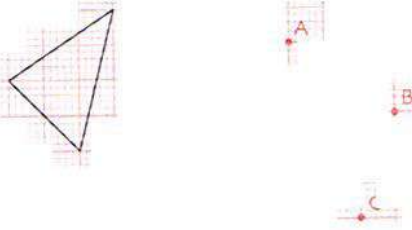
- (2) أنشئ النقط E، F و G صور النقط B، C و D بالانسحاب الذي يحول A إلى C.

ما طبيعة الرباعي EFGC؟ برّر جوابك.

5- أعد رسم الأشكال التالية ثم أنشئ صورها بالانسحاب الذي يحول A إلى B.



6-



- (1) أنشئ باللون الأحمر صورة المثلث الأسود بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

- (2) أنشئ باللون الأخضر صورة المثلث الأحمر بالانسحاب الذي يحول B إلى C.

- (3) عيّن التحويل الذي يحول المثلث الأسود إلى المثلث الأخضر.

7- (أ) دائرة مركزها O، A و B نقطتان من (أ) غير متقابلتين قطرياً.

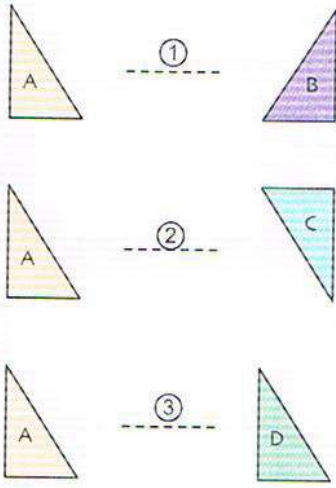
- (1) أنشئ النقطتين O' و B' صورتين للنقطتين O و B بالانسحاب الذي يحول A إلى O.

- (2) ماهي صورة الدائرة (C) بهذا الانسحاب؟

- (3) بيّن أن المستقيمين (OB') و (O'B) متعامدان.

12 A, B, C, D أربع نقط من المستوي حيث المستقيم (AB) لا يوازي (CD) ، E و F صورتا النقطتين C و D على الترتيب بالانسحاب الذي يحول A إلى B .
ما طبيعة الرباعي $CEFD$ ؟ برّر جوابك.

13 ABC مثلث قائم في A حيث $AB = 5\text{cm}$ و $BC = 7\text{cm}$. B' و C' صورتا النقطتين B و C على الترتيب بالانسحاب الذي يحول A إلى C .
احسب طول القطعة $[CC']$ بتقريب $0,01\text{cm}$



بملاحظة الشكل أعلاه ، عيّن نوع التحويل في الحالات الثلاث التالية:

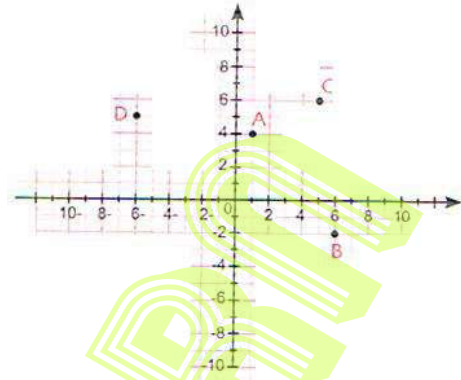
- المثلث A يتحول إلى المثلث B .
- المثلث A يتحول إلى المثلث C .
- المثلث A يتحول إلى المثلث D .

15 (1) أنشئ المثلث ABC حيث $AB = 5\text{cm}$ ، $AC = 8\text{cm}$ و $BC = 11\text{cm}$.

(2) أنشئ M نقطة تقاطع محوري القطعتين $[AB]$ و $[AC]$ ، و النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على $[BC]$.

(3) أنشئ صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي يحول H إلى M .

8 المستوي منسوب إلى مَعْلَم متعامد ومتجانس.



- (1) بقراءة بيانية عيّن إحداثيات النقط A, B, C, D .
- (2) أنشئ النقطتين C' و D' صورتا النقطتين C و D بالانسحاب الذي يحول A إلى B .
- (3) بقراءة بيانية عيّن إحداثيات النقطتين C' و D' .

9 ABC مثلث قائم في A و متساوي الساقين حيث $AB = AC = 4\text{cm}$.

- (1) أنشئ النقطة K نظيرة النقطة C بالنسبة إلى A .
- (2) أنشئ النقطة L نظيرة النقطة A بالنسبة إلى (BC) .
- (3) أنشئ النقطة M صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحول C إلى A .

(4) ما طبيعة الرباعي $ABMK$ ؟ برّر جوابك.

خواص الانسحاب

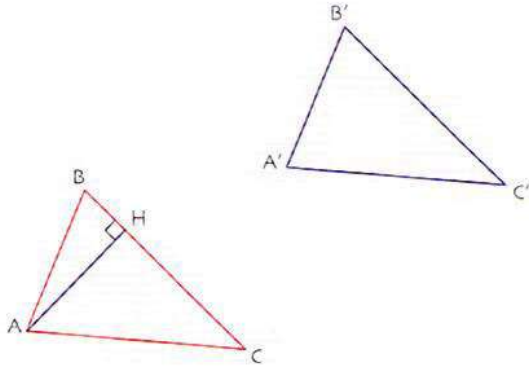
10 (ع) دائرة قطرها $[AB]$ ، M نقطة من الدائرة (ع) تختلف عن A و B ، N صورة النقطة M بالانسحاب الذي يحول A إلى M ، E نظيرة النقطة B بالنسبة إلى النقطة M .

ما طبيعة الرباعي $ABNE$ ؟ برّر جوابك.

11 $[AB]$ قطعة مستقيم طولها $4,5\text{cm}$ ، (ع') صورة الدائرة (ع) التي نصف قطرها 3cm بالانسحاب الذي يحول A إلى B .

هل الدائرتان (ع) و (ع') متقاطعتان؟ علّل.

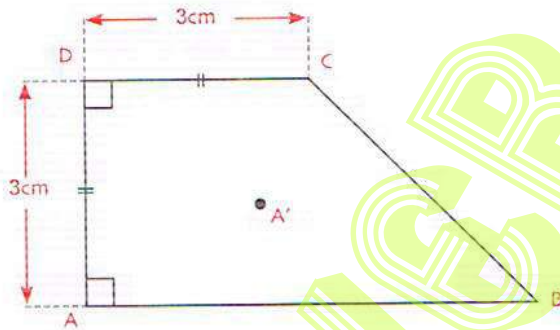
1) باستعمال المِدْوَر و المسطرة غير المدرّجة أنشئ الارتفاع ($A'H'$) في المثلث $A'B'C'$.



2) لتكن النقط E, F, G, H حيث النقطة O هي منتصف الضلعين $[EF]$ و $[GH]$.

• أثبت أن النقطة F هي صورة النقطة G بالانسحاب الذي يحول E إلى H .

22 $ABCD$ شبه منحرف قائم حيث $AD = DC = 3\text{cm}$ و $AB = 2AD$ كما هو موضح في الشكل أدناه.



A' نقطة داخل شبه المنحرف بحيث $AA'D$ مثلث متقايس الأضلاع.

1) باستعمال المِدْوَر فقط، أنشئ $A'B'C'D'$ صورة المضلع $ABCD$ بالانسحاب الذي يحول A إلى A' .

2) ماهو قياس الزاوية $A'D'C'$ ؟ برّر

3) احسب مساحة المضلع $ABCD$.

ثم استنتج (دون حساب) مساحة المضلع $A'B'C'D'$ مع التعليل.

16 ABC مثلث، I, J, K منتصفات الأضلاع $[AB]$

و $[AC]$ و $[BC]$ على الترتيب، E صورة النقطة A بالانسحاب الذي يحول I إلى J .

بيّن أن النقط E, J و K في استقامية.

17 ABC مثلث، I و J منتصفا الضلعين $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب.

1) عيّن النقطة K صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحول I إلى J .

2) قارن بين مساحة المثلث ABC و مساحة المثلث IJK .

18 A, B نقطتان متميزتان من المستوي، D نقطة لا

تنتمي إلى المستقيم (AB) ، النقطة C هي صورة النقطة

D بالانسحاب الذي يحول A إلى B ، O منتصف $[BD]$.

بيّن أن A نظيرة C بالنسبة إلى O .

19 ABC مثلث قائم في A ، I منتصف $[BC]$.

النقطة D هي صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحول A إلى I .

بيّن أن المثلث BID متساوي الساقين.

20 1) ارسم متوازي الأضلاع $ABCD$ مركزه O .

2) أنشئ النقطة D' صورة النقطة D بالانسحاب الذي يحول B إلى D .

3) بيّن أن النقطة D' تنتمي إلى المستقيم (BD) .

4) أثبت أن $DD' = 2OD$.

5) ماذا تمثل النقطة D في المثلث ACD' ؟

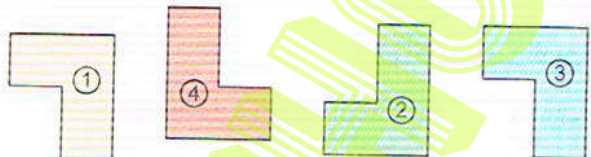
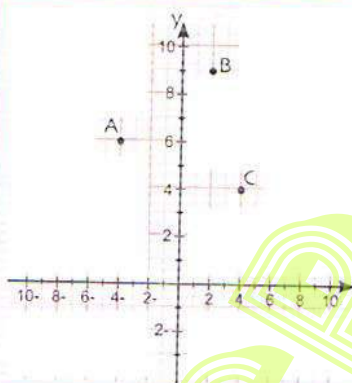
برّر جوابك

21 المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC بالانسحاب

الذي يحول A إلى A' ، (AH) هو الارتفاع المرسوم من A في المثلث ABC .

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إياها.

عدد الإختيارات
إلى الصفحة:

187 و 186	1	إذا كانت النقطة F هي صورة النقطة E بالانسحاب الذي يحول A إلى B فإن: (أ) ABEF متوازي الأضلاع ؛ (ب) ABFE متوازي الأضلاع ؛ (ج) AEBF متوازي الأضلاع.
188	2	صورة دائرة نصف قطرها 5cm بالانسحاب الذي يحول A إلى B هي دائرة قطرها: (أ) 10cm ؛ (ب) 25cm ؛ (ج) 5cm.
186	3	صورة مستقيم بالانسحاب الذي يحول A إلى B هو مستقيم: (أ) يوازيه ؛ (ب) يطابقه ؛ (ج) لا يوازيه.
188	4	من بين الاشكال المقابلة عتين شكلين حيث يكون الأول هو صورة الثاني بالانسحاب. 
186	5	صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحول A إلى C هي النقطة D حيث: (أ) D(-6; 11) (ب) D(-2; 1) (ج) D(10; 7) 
186	6	النقطة B هي صورة النقطة E بالانسحاب الذي يحول A إلى C معناه: (أ) للقطعتين [AB] و [EC] نفس المنتصف. (ب) القطعتان [AC] و [BE] متقايتان. (ج) للقطعتين [AE] و [BC] نفس المنتصف.
186	7	رباعي محدب قطراه [AC] و [BD] متعامدان فإن: (أ) C صورة D بالانسحاب الذي يحول A إلى B. (ب) يوجد تناظر بالنسبة إلى مستقيم يحول B إلى D. (ج) لا يوجد انسحاب.
188	8	(ع) دائرة قطرها [AB]، M نقطة كيفية من (ع)، A'، B'، M' صور النقط A، B، M على الترتيب بالانسحاب الذي يحول A إلى B يكون المثلث A'B'M': (أ) متساوي الساقين ؛ (ب) قائما ؛ (ج) متقايس الأضلاع.

23 صورة قوس من دائرة

انقل الشكل على كراسك
ثم أنشئ في الشكل المقابل
صورة القوس من الدائرة
بالانسحاب الذي يحول A إلى B.



24 (1) أنشئ المثلث ABC حيث $AB = 8\text{cm}$

$AC = 10\text{cm}$ و $BC = 6\text{cm}$. ما طبيعة المثلث ABC؟

برر جوابك.

(2) عيّن قياسا للزاوية $\widehat{BCA}$ مدوّراً للوحدة.

(3) أنشئ النقطة D_2 من القطعة $[AC]$ بحيث

$AD = \frac{2}{5}AC$ ثم أنشئ المستقيم العمودي على (BC)

و يشمل النقطة D ، يقطع المستقيم (BC) في النقطة E .

(4) احسب الطول CE ثم DE .

(5) أنشئ النقطة L صورة النقطة B بالانسحاب الذي

يحول C إلى A .

ما طبيعة الرباعي $CBLA$ ؟ برر جوابك.

(6) بيّن أن المستقيمين (AL) و (AB) متعامدان.

(7) احسب مساحة الرباعي $CBLA$.

(8) أنشئ المستقيم العمودي على (AC) و يشمل B يقطع

$[AC]$ في النقطة K . احسب BK .

25 (Δ) و (Δ') مستقيمان غير متوازيين.

(1) هل يوجد انسحاب يحول (Δ) إلى (Δ')؟ برر.

(2) ارسم مستقيمين متوازيين (Δ) و (Δ').

• عيّن على الأقل ثلاث انسحابات تحول (Δ) إلى (Δ').

26 (1) ارسم دائرة مركزها I ثم عيّن عليها النقط

L, N, M .

A نقطة خارج الدائرة.

(2) أنشئ النقط M', N', L' صور النقط M, N, L

على الترتيب بالانسحاب الذي يحول L إلى A .

(3) باستعمال المدور فقط، أنشئ مركز الدائرة المحيطة

بالمثلث $M'N'L'$.

27 (1) ارسم دائرة قطرها $[MN]$ و مركزها I .

لتكن A نقطة ثابتة من هذه الدائرة.

(2) أنشئ النقط M', N', A' صور النقط M, N, A

على الترتيب بالانسحاب الذي يحول I إلى A .

(3) لماذا المثلث $M'N'A'$ قائم؟ برر جوابك.

(4) ماذا يمثل منتصف القطعة $[M'N']$ ؟

28 (1) أنشئ متوازي الأضلاع $ABCD$ ثم النقط:

(أ) I صورة النقطة B بالانسحاب الذي يحول A إلى C .

(ب) J صورة النقطة A بالانسحاب الذي يحول B إلى D .

(2) بيّن أن النقط J, D, C, I في استقامة.

(3) بيّن أن $JD = CI$.

29 ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A . I منتصف

$[BC]$ و D نظيرة A بالنسبة إلى I .

(1) ارسم الشكل.

(2) أنشئ النقطتين B' و C' صورتين B, C على الترتيب

بالانسحاب الذي يحول A إلى I .

(3) أثبت أن D منتصف $[B'C']$.

(4) ما طبيعة المثلث $B'IC'$ ؟ برر جوابك.

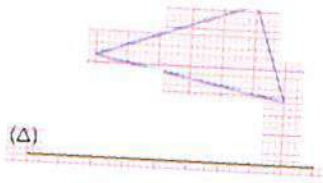
30 في معلّم متعامد ومتجانس مبدؤه O ، أنشئ

النقط $A(1;3)$ ، $B(-4;2)$ ، $C(3;6)$ ، $D(-3;-2)$

و $A'(4;-4)$.

(1) عيّن إحداثيات النقط B', C', D' صور النقط B, C, D

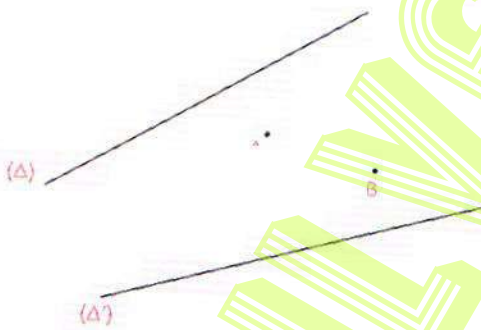
أثبت



باستعمال المرصوفة أعلاه.

- (1) أنشئ باللون الأحمر نظير المثلث الأزرق بالنسبة للمستقيم (Δ).
- (2) أنشئ باللون الأخضر نظير الشكل الأحمر بالنسبة للمستقيم (D).
- (3) ما طبيعة التحويل الذي يحول المثلث الأزرق إلى الشكل الأخضر؟

35 أنشئ النقطة P من المستقيم (Δ) و النقطة Q من المستقيم (Δ') بحيث الرباعي APQB متوازي الأضلاع.



36 ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4cm.

- A', B', C' صور النقط A, B و C على الترتيب بالانسحاب الذي يحول A إلى B.
- احسب مساحة الدائرة التي تشمل النقط A', B', C'.

34 D, C على الترتيب بالانسحاب الذي يحول A إلى A'.
(2) عَيّن إحداثي النقطة E حيث D هي صورة E بالانسحاب السابق.

31 LMN مثلث قائم في L، حيث $LM = 6cm$ و $MN = 8cm$.

- (1) أنشئ النقط:
H المسقط العمودي للنقطة L على القطعة [MN].
I و J صورتي النقطتين M و N على الترتيب بالانسحاب الذي يحول L إلى H.
- (2) عَيّن بقيم تقريبية محيط ومساحة المثلث HIJ.
ما طبيعة الرباعي IMNJ؟ ثم احسب مساحته.

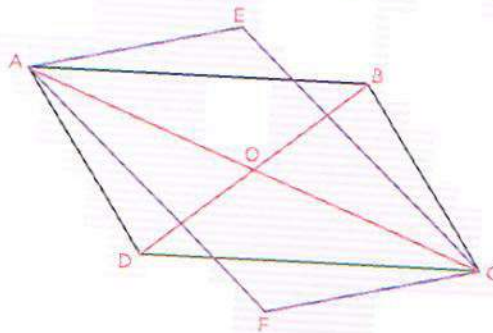
32 (1) ارسم دائرة (C) مركزها O ونصف قطرها 3cm، A, B و C ثلاث نقط من الدائرة (C) بحيث المثلث ABC متساوي الساقين في A حيث $AB = AC = 5cm$.

- (2) أنشئ النقطتين D و E صورتي A, C على الترتيب بالانسحاب الذي يحول B إلى C.

(3) أنشئ بعناية الدائرة (C'') التي تشمل رؤوس المثلث CDE.

- (4) أثبت أن المستقيم (AD) مماس مشترك للدائرتين (C) و (C').

33 ABCD متوازي أضلاع مركزه O و AECF متوازي أضلاع آخر، كما هو موضح في الشكل أدناه.



أثبت أن الرباعي DEBF متوازي الأضلاع.

نقط

L, A

ميط

A, N

:

إلى C.

إلى D.

ننصف

لترتيب

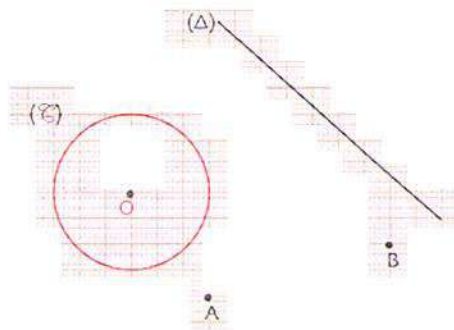
أنشئ

D(-3;

قط B,

وضعية

السند



(Δ) مستقيم، ($\mathcal{C}$) دائرة مركزها O، A و B نقطتان متميزتان (كما هو موضح في الشكل المقابل)

التعليمة

كيف يمكن اختيار نقطة F من ($\mathcal{C}$) و نقطة E من (Δ) بحيث الرباعي ABEF متوازي الأضلاع؟

تحليل وضعية

المشكلة تتعلق بإنشاء نقطتين.

أيهما ترسم أولا E أم F؟

ABEF متوازي الأضلاع معناه النقطة E صورة النقطة

F بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

هل دائما E و F موجودتان؟

تنفيذ استراتيجية الحل المختارة

نرسم الدائرة ($\mathcal{C}'$) صورة الدائرة ($\mathcal{C}$) بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

E هي نقطة تقاطع الدائرة ($\mathcal{C}'$) مع المستقيم (Δ).

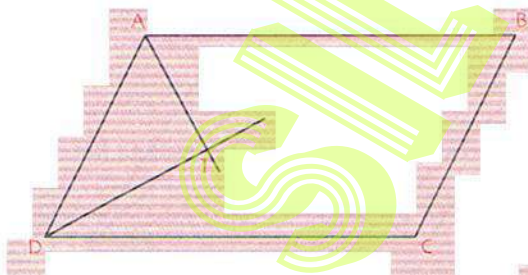
الوضعية في هذه الحالة لها حلان.

ننشئ النقطة F بحيث الرباعي ABEF متوازي الأضلاع.

ملاحظة

يمكن أن يكون متوازي الأضلاع غير موجود في حالة الدائرة ($\mathcal{C}'$) و المستقيم (Δ) لا يتقاطعان.

وضعية للتقويم



ABCD متوازي الأضلاع، منصف الزاويتين $\widehat{A}$ و $\widehat{D}$ يتقاطعان في النقطة I، منصف الزاويتين $\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ يتقاطعان في النقطة J.

نسمي ($\mathcal{C}$) الدائرة التي تشمل النقط A، D، I.

نسمي ($\mathcal{C}'$) الدائرة التي تشمل النقط B، C، J.

بيّن أنه يوجد انسحاب يحول الدائرة ($\mathcal{C}$) إلى الدائرة ($\mathcal{C}'$) (يطلب تعيينه).

استعمال جيوجيبرا لإنشاء صور أشكال هندسية

تهيئة

افتح ورقة عمل جديدة، ثم انقر على أيقونة إخفاء المحاور.

(1) صورة نقطة بالانسحاب

مثلا: صورة النقطة A بالانسحاب الذي يحول B إلى C.

خذ نقطة كيفية بالنقر على ، انقر على ورقة العمل النقطة A، B، C ثم انقر على  واختر (انسحاب) translation انقر أولا على النقطة A ثم B و C تتحصل على النقطة A'. A' هي صورة النقطة A بالانسحاب الذي يحول B إلى C.

(2) صورة دائرة بالانسحاب

(أ) طريقة أولى

نبحث عن صورة دائرة بالانسحاب.

انقر على أيقونة دائرة  ثم انقر  لاختيار النقطتين B و C، انقر على الدائرة ثم على النقطتين B و C تتحصل على دائرة أخرى صورة الدائرة الأولى.

- انقر  ثم اختر ، انقر على الدائرة الأولى اقرأ مساحة القرص ثم على الدائرة الصورة و اقرأ مساحة القرص الصورة، ماذا تلاحظ؟

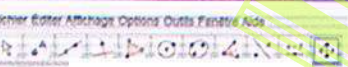
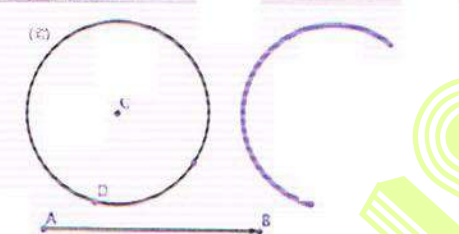
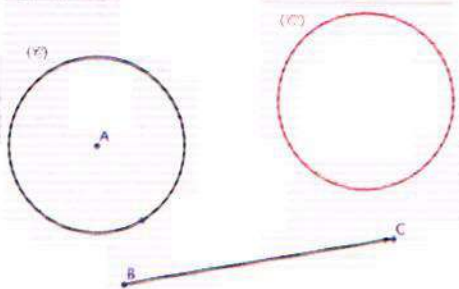
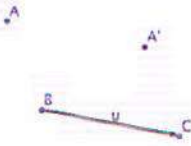
(ب) طريقة ثانية (إنشاء حركي)

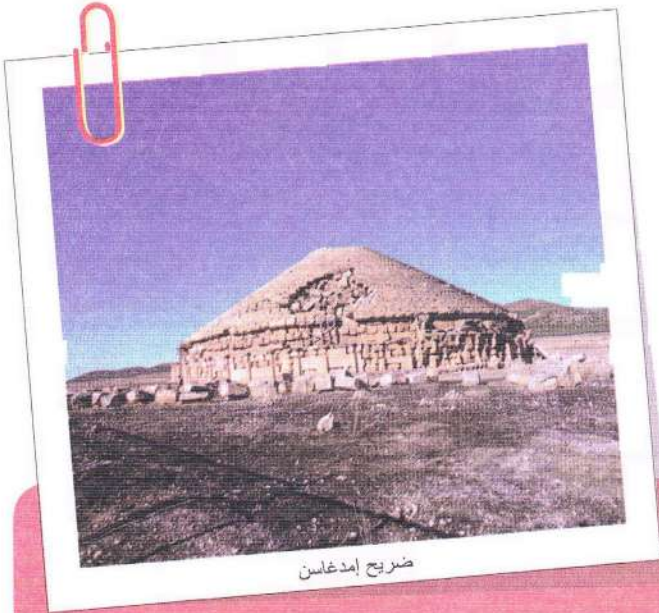
في ورقة العمل ننقر على  لتحديد نقطتين A، B ثم ننقر على  نرسم دائرة مركزها C ونصف قطرها مثلا 3، ثم ننقر على  لفتحها ونختار  لتحديد نقطة كيفية D على الدائرة (C) بالنقر عليها.

أنشئ D' صورة النقطة D بالانسحاب الذي يحول A إلى B. ننقر بيمين الفأرة على النقطة D' تظهر نافذة نختار **Afficher la trace** باستعمال الفأرة نحرك النقطة D على الدائرة (C). ستتشكل نقطة نقطة صورة الدائرة (C) بالانسحاب الذي يحول A إلى B.

دوري الان

- باتباع الطريقتين (أ) أو (ب) عَيّن بالانسحاب صورة قطعة مستقيم، نصف مستقيم، مثلث.
- باستعمال مفهوم الانسحاب أنشئ موشورا قائما قاعدته متوازي الأضلاع.





ضريح إمدغاسن

سأتعلم في هذا الباب

- وصف الهرم ومخروط الدوران.
- تمثيل الهرم ومخروط الدوران.
- إنجاز تصميم لهرم ولمخروط دوران
- أبعادهما معلومة.
- صنع هرم ومخروط دوران أبعادهما معلومة.
- حساب حجم كل من الهرم ومخروط الدوران.

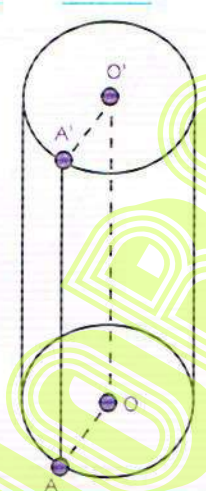
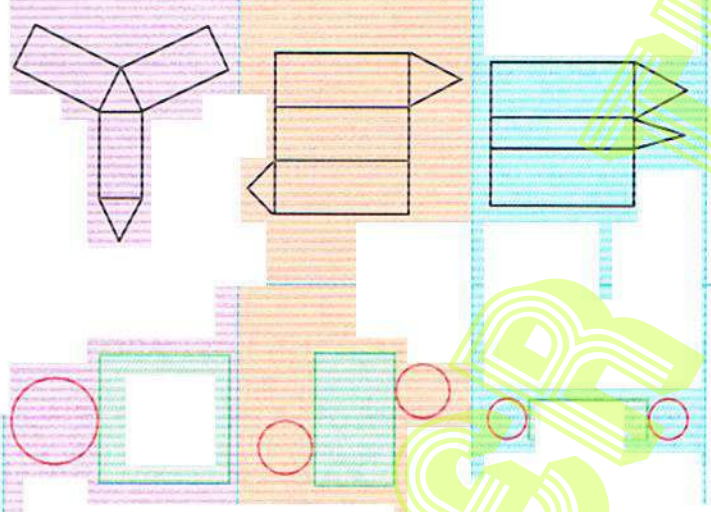
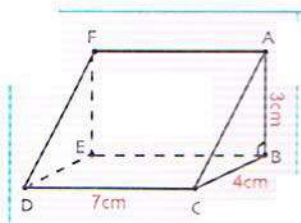
يقع ضريح إمدغاسن في بلدية بومية، ولاية باتنة، حوالي 400 كلم من الجزائر. أثبتت الدراسات الأثرية أنه بُني في أوائل القرن الثالث قبل الميلاد ليكون قبرا لملك عظيم من أسلاف الملك الأمازيغي ماسينيسا مؤسس نوמידيا أول دولة أمازيغية. صُنّف الضريح كمعلم تاريخي قبل سنة 1900م. يبدو الجزء السفلي منه في شكل أسطواني يقدّر قطره بحوالي 59m و ارتفاعه 5m، أما الجزء العلوي فشكله مخروط دوراني له نفس قاعدة الأسطوانة، و ارتفاعه يبلغ 13,50m.

تحدي

(1) باستعمال المنظور متساوي القياس ارسم تمثيلا لضريح إمدغاسن.

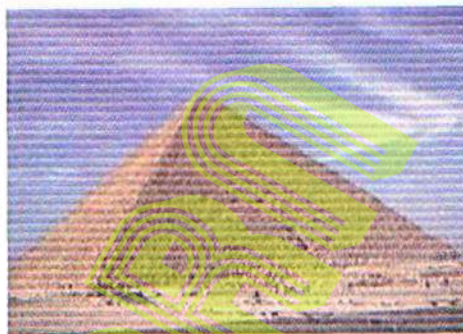
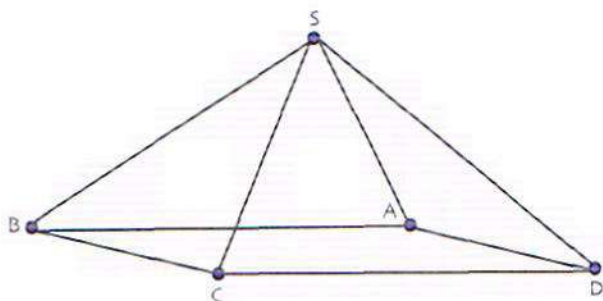
(2) احسب حجم هذا الضريح.

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبررا إياها.

الإجابات	الأسئلة
(3) مربع (2) مستطيل (1) معين	1. هذه الأسطوانة ناتجة عن دوران $AOO'A'$ حول المستقيم (OO')، إذن الرباعي $AOO'A'$: 
	2. تصميم لموشور قائم هو:
84cm³ 48cm² 42cm³ 85,75π cm³ 49π cm³ 24,5π cm³	3. تصميم لأسطوانة دوران هو: 4. حجم الموشور القائم الآتي هو:  5. أسطوانة دوران نصف قطر قاعدتها 3,5cm وارتفاعها 7cm، حجمها هو:

2 وصف الهرم

قامت مريم بتمثيل الهرم المقابل وفق المنظور متساوي القياس فتحصّلت على المجسم ABCDS كما هو مبين في الشكل.



(1) أ) أعد رسم الشكل وصحّح الأخطاء المرتكبة.

. نقول إن النقطة S هي رأس الهرم ABCDS وقاعدته هي الرباعي ABCD.

(ب) اذكر عناصر أخرى للهرم ABCDS.

(2) مثل في الحالتين - وفق المنظور متساوي القياس - هرما قاعدته:

(أ) مثلث.

(ب) مضلع كفي.

2 حجم الهرم

ABCDEFGH مكعب طول حرفه 6cm، مثلنا داخل هذا المكعب ثلاثة أهرامات، قاعدة كل هرم هي وجه وارتفاعه هو طول الحرف في المكعب. (انظر الأشكال أدناه)

(1) أ) حدّد قاعدة ورأس كل هرم.

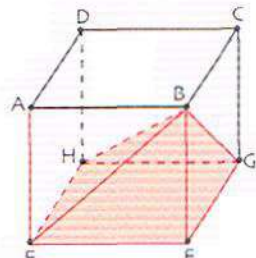
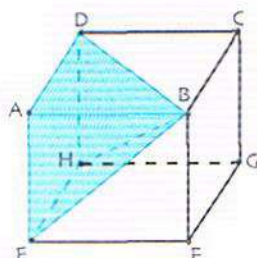
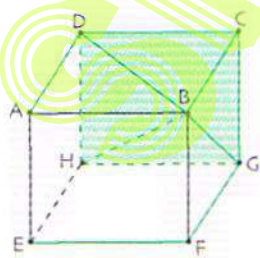
(ب) تحقّق أن الأوجه المتماثلة للأهرامات الثلاثة قابلة للتطابق مثلي مثلي.

(2) أ) احسب حجم المكعب ABCDEFGH.

(ب) استنتج حجم كل هرم.

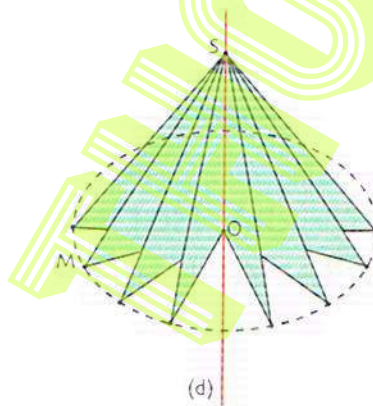
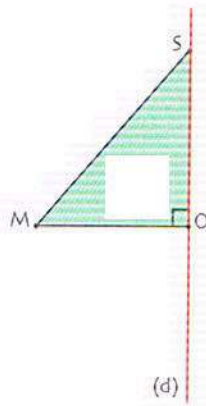
(3) أ) حدّد مساحة قاعدة كل هرم وارتفاعه.

(ب) اقترح دستوراً يسمح بحساب حجم الهرم في الحالة العامة انطلاقاً من مساحة قاعدته وارتفاعه.



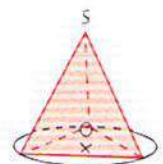
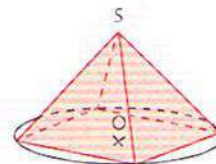
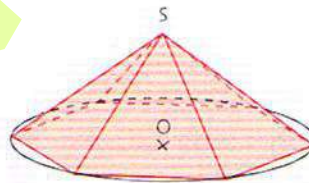
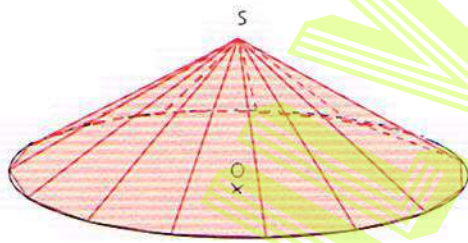
3 وصف مخروط الدوران

- (1) أ) أرسم على ورق مقوى مثلثاً OSM قائماً في النقطة O بحيث $OS = 6\text{cm}$ و $OM = 4\text{cm}$.
 ب) ثبت الضلع $[OS]$ على قلم بشريط لاصق ثم دوّر القلم.
 ج) في حالة الدوران دورة كاملة حول المحور (d) ما طبيعة الشكل الذي ترسمه النقطة M ؟
- (2) عند دوران المثلث OSM حول المحور (d) فإنه يولّد مجسماً يسمى مخروط الدوران نصف قطر قاعدته 4cm وارتفاعه 6cm .
 أ) هل توجد مجسّمات دورانية أخرى؟
 ب) إذا كان الجواب نعم، فبأي شكل نستبدل المثلث OSM للحصول على هذا المجسم الدوراني.



4 حجم مخروط الدوران

- باستعمال برمجة هندسية رسمنا مجموعة من الأهرامات، حيث في كل حالة رمزنا إلى رأس كلّ هرم بالحرف S ، كما أنّ رؤوس قاعدة كلّ هرم تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز O .



- (1) بزيادة عدد رؤوس قاعدة الهرم، إلى أي مجسم يؤول هذا الهرم؟
- (2) اقترح دستوراً يسمح بحساب حجم مخروط الدوران في الحالة العامة انطلاقاً من طول نصف قطر قاعدته وارتفاعه.

٤ الهرم

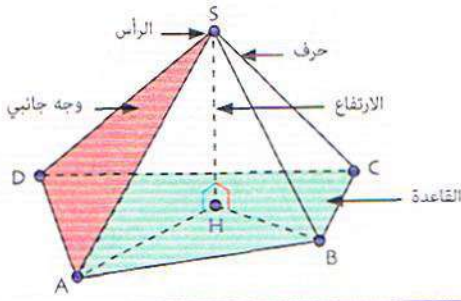
• وصف الهرم

الهرم هو مجسم في الفضاء حيث:

• أحد أوجهه هو مضلع ويسمى **القاعدة**.

• الأوجه الأخرى هي مثلثات لها رأس مشترك

يسمى **رأس الهرم**، وتسمى هذه الأوجه **الأوجه الجانبية**.



ملاحظات ونتائج

• نسمي **ارتفاع الهرم**: الضلع [SH] الذي يعمد

القاعدة، وأيضا الطول SH.

• إذا كانت القاعدة مضلعا منتظما (مثلث متقايس

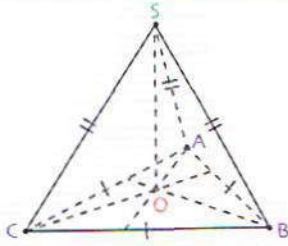
الأضلاع، مربع، خماسي منتظم، ...) فيسمى

الهرم **هرما منتظما**.

• الأوجه الجانبية لهرم منتظم هي مثلثات متقايسة،

وكل منها متساوي الساقين.

- ارتفاع الهرم المنتظم يشمل مركز القاعدة.

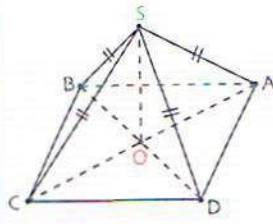


هرم منتظم قاعدته مثلث

متقايس الأضلاع مركزه O.

الارتفاع [SO] يشمل مركز

المثلث ABC.



هرم منتظم قاعدته مربع

مركزه O.

الارتفاع [SO] يشمل

مركز المربع ABCD.

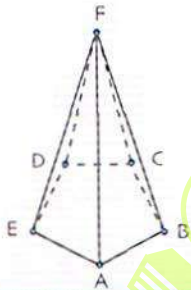
• تمثيل الهرم

نمثل هرما باستعمال التمثيل بالمنظور المتساوي

القياس، مع مراعاة قواعد هذا التمثيل. (الخطوط

غير المرئية تمثل بخطوط متقطعة، حفظ التوازي

والاستقامية والمنتصفات ...)



مثال

• حجم الهرم

• حجم الهرم يساوي ثلث جداء مساحة قاعدة

وارتفاع هذا الهرم.

إذا رمزنا بـ A إلى مساحة القاعدة وإلى الارتفاع

بـ h وإلى الحجم بـ v فإن: $v = \frac{A \times h}{3}$.

مثال

في الهرم المقابل، القاعدة مستطيلة الشكل بعدها 4cm،

5cm وارتفاعه 9cm.

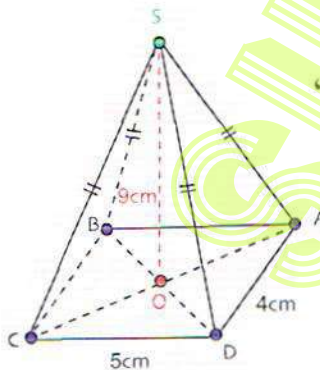
مساحة القاعدة: $4 \times 5 = 20$.

إذن: $A = 20\text{cm}^2$

و منه حجم الهرم:

$$\frac{20 \times 9}{3} = 60$$

إذن: $v = 60\text{cm}^3$.



• تصميم وصنع هرم

تعاليق

الهرم المراد انجاز تصميم له وصنعه هو هرم منتظم قاعدته مثلث متقايس الأضلاع والأوجه الجانبية له هي مثلثات متقايسة، وكل منها متساوي الساقين.

نستعمل مسطرة غير مدرجة ومدور لرسم المثلث متقايس الأضلاع والمثلثات متساوية الساقين فنحصل على التصميم المقابل.

نقص التصميم مع ترك حاشيات على حافات الأوجه الجانبية ثم نضع عليها الغراء.

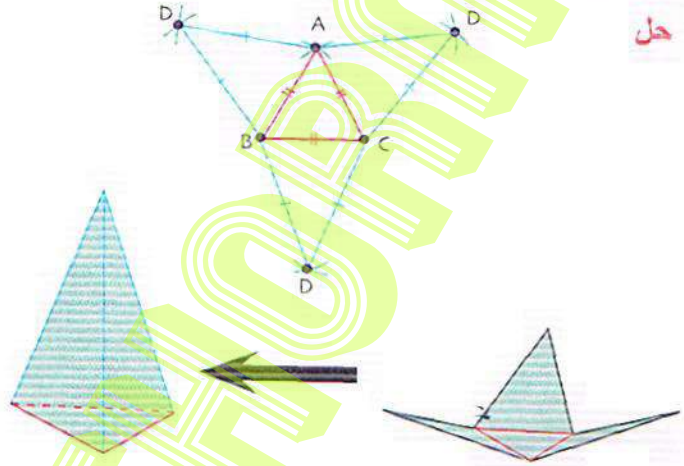
نصنع هذا الهرم وذلك بلصق الحاشيات بطريقة مناسبة.

تمرين: ABCD هرم منتظم قاعدته مثلثية طول ضلعها 3cm وأطوال أحره الجانبية 4cm.

(1) ارسم بالأطوال الحقيقية تصميمًا للهرم المعتبر على ورق مقوى، ثم قصه.

(2) اصنع هذا الهرم.

حل



طريقة

لإنجاز تصميم لهرم ثم صنعه على ورق مقوى:

- (1) أحصي أولاً عدد أوجه هذا الهرم.
- (2) ارسم قاعدة هذا الهرم ثم أوجهه الجانبية بأبعادها الحقيقية المعطاة مستعملاً الأدوات المناسبة.
- (3) اصنع الهرم بعد القص واللصق بالطريقة المناسبة.

تدري الآن

1 (أ) ارسم بالأطوال الحقيقية تصميمًا لهرم منتظم قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها 4cm وارتفاعه 5cm وارفعه

هذا الهرم هو 8cm.

احسب حجم هذا الهرم.

4 ارتفاع هرم منتظم هو 5cm وحجمه هو 81cm^3 .

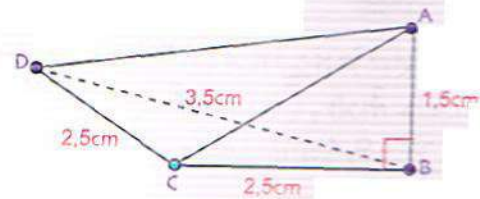
احسب مساحة قاعدة هذا الهرم.

5 هرم منتظم قاعدته مثلث.

ارتفاع كل وجه جانبي فيه يساوي 1,5cm ومساحته

الجانبية تساوي $1,35\text{cm}^2$.

• احسب طول ضلع القاعدة.



2 مخروط الدوران

• وصف مخروط الدوران

مخروط الدوران هو الجسم المولد بدوران مثلث قائم حول أحد ضلعيه القائمين.

في المخروط المرسوم في الشكل المقابل لدينا:

• رأس هو النقطة S.

• قاعدة هي القرص الذي مركزه O ونصف

قطره [OA].

• القطعة [SO] هي ارتفاع المخروط.

(الطول SO هو كذلك ارتفاع المخروط)

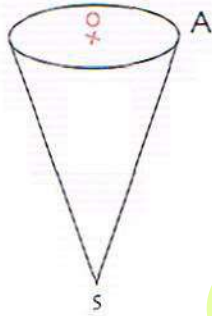
• كل قطعة [SA] حيث A نقطة من الدائرة هي

مولد السطح الجانبي للمخروط.

• تمثيل وتصميم مخروط الدوران

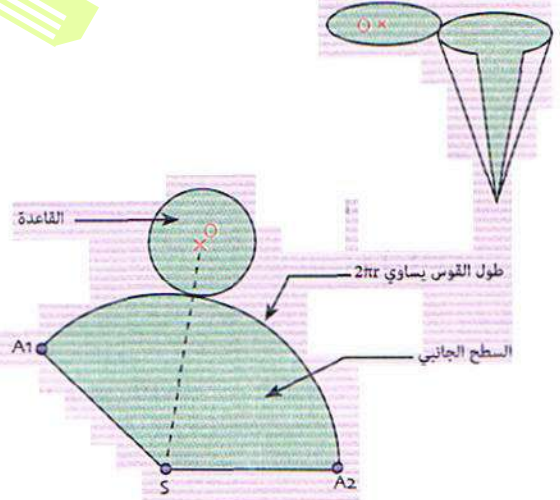
مثال

نعتبر مخروط الدوران الذي نصف قطر قاعدته يساوي r وتمثيله بالمنظور متساوي القياس كما يلي:



الشكل المقابل يمثل تصميم هذا المخروط.

• يتكون تصميم مخروط الدوران من قرص يمثل قاعدته ومن قطاع قرص يمثل سطحه الجانبي.



• حجم مخروط الدوران

مثال

مخروط دوران ارتفاعه $h = 4\text{cm}$ ونصف قطر قاعدته $r = 1,5\text{cm}$ ، حجمه:

$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times (1,5)^2 \times 4}{3} = 3\pi\text{cm}^3$$

إذن: $V = 3\pi\text{cm}^3$ ومنه $V \approx 9,4\text{cm}^3$.

• حجم مخروط الدوران يساوي ثلث جداء

مساحة قاعدة وارتفاع هذا المخروط.

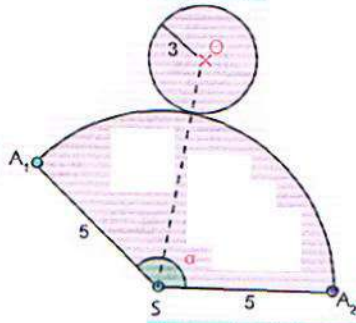
• إذا رمزنا إلى نصف قطر القاعدة بـ r وإلى

الارتفاع بـ h وإلى الحجم بـ V فإن:

$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$

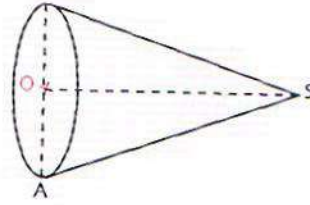
تصميم وصنع مخروط دوران

تعاليلق



لإنشاء القوس A_1A_2 نعين
أولا القيس α .

في الدائرة التي مركزها S
ونصف قطرها SA، طول
القوس متناسب مع قيس الزاوية
التي تعين هذه القوس.



تمرين

في المخروط المقابل، لدينا:

$OA = 3\text{cm}$ و $SA = 5\text{cm}$

أنجز تصميم لهذا المخروط.

حل

- نرسم بالتقريب شكلا يمثل تصميمًا للمخروط. (انظر الشكل المقابل)

- لحساب α نبحث عن طول القوس A_1A_2 ، وليكن L .

بما أن L يساوي محيط القاعدة فإن $L = 2 \times \pi \times r$

أي $L = 18,84$ ، إذن: $L = 2 \times 3,14 \times 3 = 18,84$

محيط الدائرة التي مركزها S ونصف قطرها SA هو $2 \times \pi \times SA$

أي: $2 \times 3,14 \times 5 = 31,4$

لدينا جدول التناسبية الآتي:

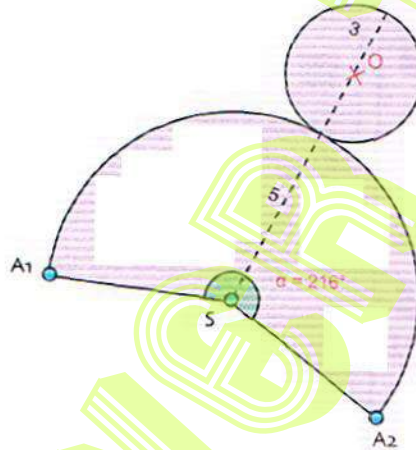
الزاوية المركزية بالدرجات	360	α
طول القوس بـ cm	31,4	18,84

نستنتج أن: $\alpha \times 31,4 = 360 \times 18,84$

ومنه: $\alpha = \frac{360 \times 18,84}{31,4} = 216$

إذن: $\alpha = 216^\circ$

- إنجاز التصميم:



طريقة

تصميم مخروط دوران هو شكل مستو يتألف من:

(1) قطاع قرص نصف قطره L ، حيث L هو طول مولد للمخروط.

(2) قرص نصف قطره r حيث r هو نصف قطر قاعدة المخروط.

دوري الآن

① أشرح كيف تصنع مخروطا دورانيا إذا علمت أن ارتفاع مخروط دوراني هو $5,5\text{cm}$ وحجمه

$51,27\text{cm}^3$

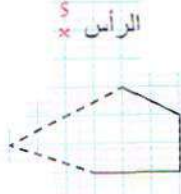
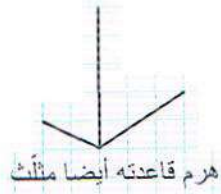
احسب نصف قطر قاعدة هذا المخروط.

قطر قاعدته 6cm وارتفاعه 9cm .

ب) احسب حجم هذا المخروط.

التمثيل بالمنظور متساوي القياس لهرم

- 4 (1) ارسم هرما منتظما قاعدته مربع طول ضلعه 5cm وارتفاعه 6cm.
- (2) وضح على الرسم خواص هذا الهرم.
- (3) ما هو عدد أوجهه الجانبية وعدد أحرفه؟
- 5 (1) ارسم هرما منتظما قاعدته مثلث طول ضلعه 2cm وارتفاعه 4cm.
- (2) وضح على الرسم خواص هذا الهرم.
- (3) ما هو عدد أوجهه الجانبية وعدد أحرفه؟
- 6 انقل كلاً من المرصوفتين ثم أتمم تمثيل الهرمين.



تصميم وصنع هرم

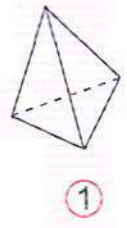
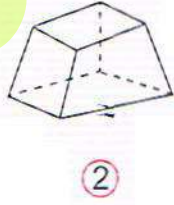
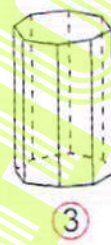
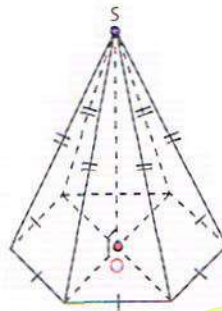
- 7 (1) أنجز تصميم لهرم منتظم قاعدته سداسي طول ضلعه 2.5cm وارتفاع كل وجه جانبي 9cm.
- (2) اصنع هذا الهرم.
- 8 انقل، على مرصوفة، ثم أكمل التصميم لهرم علما أن كل أوجهه الجانبية مثلثات متساوية الساقين.



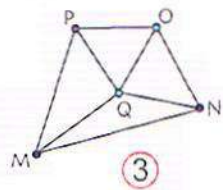
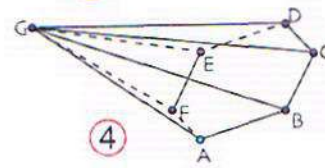
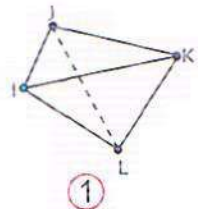
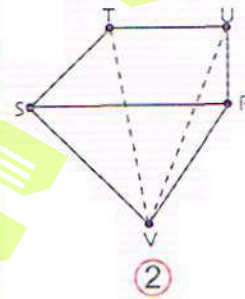
- 9 التصميم المقابل هو لهرم.
- (1) باعتبار ABF قاعدة له، حدد ارتفاع هذا الهرم.
- (2) أنجز التصميم للهرم باعتبار الأبعاد الحقيقية له.
- (3) اصنع الهرم وتحقق من إجابتك في السؤال أ.

وصف الهرم

- 1 تمعن في المجسم المقابل.
- (1) كيف يسمى هذا المجسم؟
- (2) ما اسم الشكل الهندسي لقاعدته؟
- (3) ما هو الشكل الهندسي لأوجهه الجانبية؟
- (4) ماهي نقطة تقاطع ارتفاع هذا المجسم مع قاعدته؟ علل.
- 2 من بين المجسمات الآتية، حدد الذي يمثل هرما والذي لا يمثل هرما مع التعليل.



- 3 تمعن في التمثيلات الآتية لأربعة أهرامات:



- انقل ثم أتمم الجدول الآتي:

الهرم	1	2	3	4
تسميته	IJKL			
قاعدته			MNOP	
قمته (رأسه)				G
شكل قاعدته				
عدد أوجهه الجانبية				
عدد أحرفه		8		

حساب حجم هرم

10 اقرأ النصّ والحلّ المنجز من طرف أحد التلاميذ، ثم حرّر حلا خاص بك مع الأخذ بملاحظات الأستاذ.

النص: احسب حجم

الهرم ABCD. علما أن

$AK = 8\text{cm}$, $BD = 12\text{cm}$, $CH = 9\text{cm}$

حل التلميذ مع ملاحظات الأستاذ بالأحمر:

مجمّع الهرم:

$\frac{1}{3} S \times h$. على ماذا يدلّ الرمز S في هذا الدستور؟

$$\frac{1}{3} \times 8 \times 9 = \frac{8 \times 9}{3} = 24$$

فمجمّع الهرم هو 24. أين وحدة الحجم؟

11 انقل ثم أكمل الجدول الآتي:

الهرم	①	②	③
مساحة القاعدة	15cm ²	5dm ²	
الارتفاع	10cm		45mm
الحجم		8dm ³	1200mm ³

12 (1) SABCD هرم رأسه S وقاعدته مستطيلة الشكل، بحيث $AB = 4,2\text{cm}$, $BC = 3,5\text{cm}$ وارتفاعه $6,3\text{cm}$. احسب حجم هذا الهرم بـ cm^3 ثم بـ mm^3 .

(2) MATH هرم قاعدته ATH مثلث قائم ومتساوي الساقين في A بحيث $AT = 3\text{cm}$ وارتفاعه 4cm . احسب بـ cm^3 حجم هذا الهرم.

13 هرم خفرع بمصر هو هرم

منتظم قاعدته مربع طول ضلعه

215m وارتفاعه 143m.

• أعط القيمة التقريبية إلى 0,1 لحجمه.

14 ABC مثلث متقايس الأضلاع مساحته $62,35\text{cm}^2$

احسب حجم الهرم المنتظم الذي قاعدته المثلث ABC

وارتفاعه يساوي طول ضلع هذا المثلث.

15 مكعب ABCDEFGH

طول حرفه 6cm، النقطتان

I و J منتصفا القطعتين

[AE] و [DH] على الترتيب.

(1) أنجز تصميمًا للهرم IDJC.

(2) احسب حجم الهرم IDJC.

16 مثلنا المكعب ABCDEFGH

الذي طول حرفه 3cm.

(1) أعد تمثيل المكعب ومثل عليه

الهرم ADCH.

(2) أنجز تصميمًا للمكعب ABCDEFGH بالأبعاد

الحقيقية له، مع رسم أضلاع المثلث ACH.

(3) أعط أوجه الهرم ADCH ثم أنجز تصميمًا له

بالأبعاد الحقيقية.

(4) احسب مساحة المثلث ADH ثم استنتج حجم

الهرم ADCH.

وصف مخروط الدوران

17 تمعن في الجسم المقابل.

(1) كيف يسمّى هذا الجسم؟

(2) ما هو الشكل الهندسي لقاعدته؟

(3) هل يتكوّن سطحه الجانبي من مصلّعات؟

(4) ما هو ارتفاع هذا الجسم؟

• ما هي نقطة تلاقي الارتفاع والقاعدة؟

(5) ما اسم القطعة [SL]؟ هل $SL = SM$ ؟

(6) ماذا يمثل OM؟

18 نعتبر المثلث STR

القائم في النقطة T.

(1) • ما هو الجسم الناتج عن

دوران المثلث STR حول الضلع [ST]؟

• ما هو رأسه؟

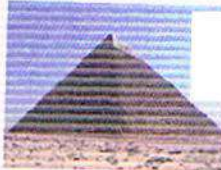
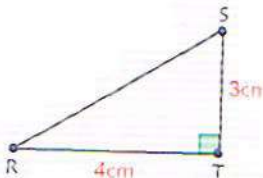
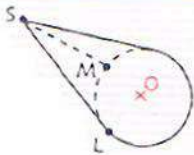
• ما هي قاعدته؟ احسب مساحتها.

• ما هو ارتفاع هذا الجسم؟

• ماذا يمثل [SR] لهذا الجسم؟

(2) هل الجسم الناتج عن دوران المثلث STR حول

الضلع [RS] هو مخروط دوران؟ علّل



$$\widehat{M_1SM_2} = 120^\circ, OM = 3\text{cm}, SM = 4,5\text{cm}$$

(2) اصنع هذا المخروط.

24 بين أن الشكل

المقابل هو تصميم

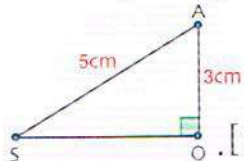
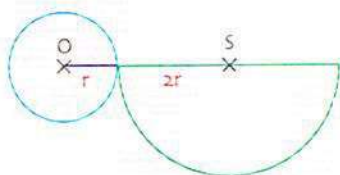
لمخروط دوران.

25 باستعمال أدوات هندسية، أنجز تصميمًا

بالأطوال الحقيقية لمخروط

الدوران الناتج عن دوران

المثلث SOA حول الضلع [SO].



حجم مخروط دوران

26 وعاء بهيئة مخروط دوران، ارتفاعه 10cm

ونصف قطر قاعدته 5cm.

(1) احسب بـ cm^3 القيمة المضبوطة لحجم هذا الوعاء.

(2) أعط قيمة تقريبية إلى 0,1 لحجم هذا الوعاء.

27 للمجسمين المقابلين

قاعدتان قابلتان للتطابق

ولهما نفس الارتفاع.

(1) احسب حجم الأسطوانة.

(2) استنتج حجم مخروط

الدوران مع التعليل.

28 انقل ثم أكمل الجدول الآتي:

مخروط الدوران	①	②	③
نصف قطر القاعدة	6cm	2,5dm	
الارتفاع	9cm		36mm
الحجم		58,6dm ³	300πmm ³

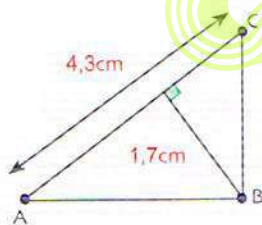
29 احسب بـ mm^3

حجم المجسم الناتج

عن تدوير المثلث

ABC حول الضلع [AC]

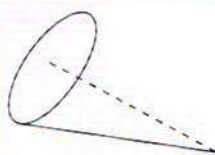
في الشكل المقابل.



التمثيل بالمنظور متساوي القياس لمخروط

19 أتمم الشكل المقابل

لكي يمثل مخروط دوران.



20 في كل من المرحوفتين، أتمم الشكل لكي يمثل

مخروط دوران.



21 (1) باستعمال أدوات

هندسية مناسبة، ارسم بالأطوال

الحقيقية المثلث القائم SOM.

(2) باليد الحرة، ارسم وفق المنظور

متساوي القياس مخروط الدوران الذي يولده دوران

المثلث SOM حول الضلع [SO].

(3) احسب طول مولد لهذا المخروط.

تصميم وصنع مخروط دوران

22 الشكل المقابل

هو تصميم لمخروط

دوران.

(1) سم رأس هذا المخروط.

(2) سم مركز القاعدة.

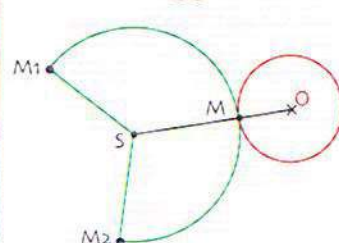
ما نصف قطر القاعدة؟

(3) ما هو طول أحد مولدات هذا المخروط؟

(4) احسب طول القوس MN بالتقريب إلى 0,1.

(5) ارسم بالأطوال الحقيقية هذا التصميم على ورق مقوى.

(6) اصنع المجسم الذي يمثل هذا المخروط.



23 (1) ارسم على

ورق مقوى تصميمًا

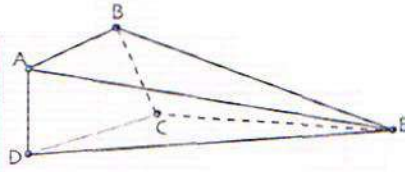
لمخروط الدوران

المقابل علماً أن:

عند الإخفاق أعود
إلى الصفحة:

جد الإجابة الصحيحة (أو الإجابات الصحيحة) في كل حالة، مبرراً إياها.

202



قاعدة الهرم المقابل هي المثلث:

(أ) CDE ؛ (ب) ABCD ؛ (ج) CBE.

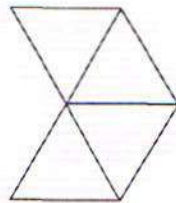
202

الأوجه الجانبية لهرم منتظم هي:

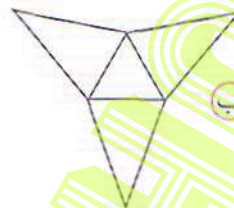
(أ) مثلثات كيفية ؛ (ب) مربعات ؛ (ج) مثلثات متقايسة وكل منها متساوي الساقين.

تصميم لهرم قاعدته مثلثية هو:

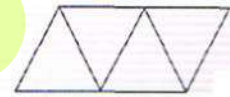
203



(ج)

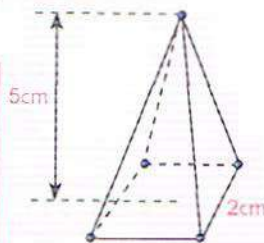


(ب)



(أ)

202

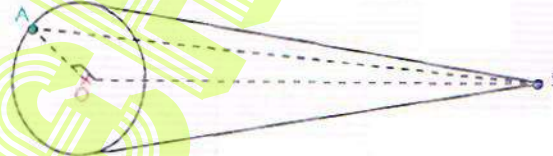


الهرم المقابل قاعدته مربع، حجم هذا الهرم يساوي:

(أ) $2 \times 5 \text{ cm}^3$ ؛ (ب) 20 cm^3 ؛ (ج) $\frac{20}{3} \text{ cm}^3$.

4

204



ارتفاع مخروط الدوران المقابل هو:

(أ) OS ؛ (ب) OA ؛ (ج) SA.

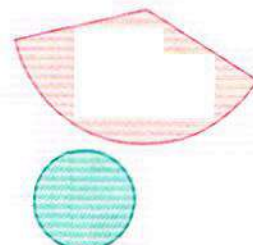
5

تصميم لمخروط دوران هو:

205



(ج)



(ب)



(أ)

6

204

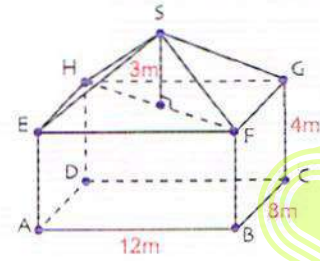
مخروط دوران ارتفاعه 9cm ونصف قطر قاعدته 3cm، حجمه يساوي بالتقريب:

(أ) 254 cm^3 ؛ (ب) 85 cm^3 ؛ (ج) 56 cm^3 .

7

30 حجم منزل

الشكل المقابل هو تمثيل لمنزل حيث ABCDEFGH متوازي مستطيلات



و EFGHS هرم.

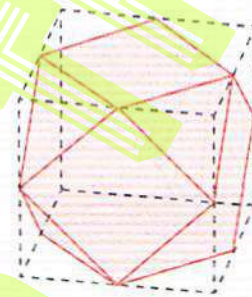
احسب الحجم الكلي لهذا المنزل.

31 تحدي

تقول صفاء لزميلتها مريم: كيف يمكنك تشكيل 4 مثلثات، بحيث كل مثلث متقايس الأضلاع وباستعمال 6 أعواد كبريت فقط؟
ساعد مريم في هذه المهمة.

32 إنجاز تصميم لمجسم مركب

المجسم الملون نحصل عليه بعد قص 8 أهرامات متماثلة ومنظمة من علبه على شكل مكعب طول حرفه 6cm، بحيث رأس كل

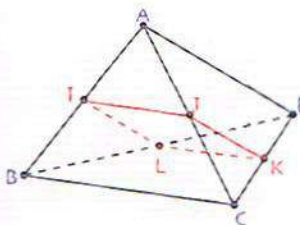


هرم هو رأس في المكعب وكل رأس في قاعدة هرم هو منتصف حرف في المكعب.
(1) احسب حجم هذا المجسم.
(2) أنجز تصميمًا للمجسم.

33 هل يمكن إنجاز تصميم لهرم، قاعدته مستطيل بُعده 9,5cm ، 5,5cm وكل وجه جانبي له هو مثلث متساوي الساقين طول ضلعيه المتقايسين 12cm، على ورق مقوى من النمط A4؟ برّر إجابتك.

34 إثبات توازي مستقيمات

ABCD رباعي وجوه منتظم. (هرم منتظم قاعدته مثلث وجميع أوجهه قابلة للتطابق مع القاعدة).



النقط I، J، K، L هي على الترتيب منتصفات القطع [AB]، [AC]، [CD]، [BD].

(1) أثبت أن $IJ = LK$ و $IJ \parallel LK$.
(2) استنتج طبيعة الرباعي IJKL مع التبرير.

35 المساحة الجانبية (والكلية) لهرم

SABCD هرم منتظم قاعدته ABCD مربع حيث:

$AB = 14\text{dm}$ وارتفاعه:

$SO = 25\text{dm}$ ، النقطة L

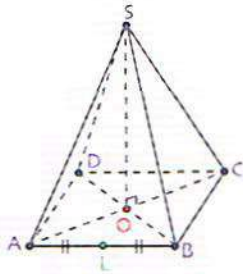
منتصف القطعة [AB].

(أ) احسب الطول SL مبررا

طريقة الحساب.

(ب) احسب مساحة المثلث SAB.

(ج) استنتج المساحة الجانبية ثم المساحة الكلية لهذا الهرم واحسبهما.



36 حجوم مجسمات

هرم منتظم قاعدته مربع طول ضلعه 5cm، ومساحته الجانبية تساوي ضعف مساحة القاعدة.

(1) احسب المساحة

الكلية للهرم.

(2) احسب حجم الهرم.

(3) نقطع هذا الهرم

بمستوى يوازي قاعدته

على بُعد نصف الارتفاع

من القاعدة.

هذا المستوي يقطع الأحرف الجانبية للهرم في النقط E، F، G، H. (انظر الشكل).

(أ) ما هو نوع المجسم SEFGH؟

(ب) ما هي مساحة قاعدة هذا المجسم؟ علّل.

(ج) ما هي مساحته الجانبية؟

(د) ما هو حجمه؟

(هـ) استنتج حجم المجسم ABCDEFGH.

37 دستور: أولر - بوان كاري Euler-Poincaré

هرم قاعدته مضلع عدد أضلاعه n.

عين بدلالة n عدد كل من:

أوجه ورؤوس وأحرف هذا الهرم.

- وقطره $AB = 10\text{cm}$ أعطى طول مولده $SA = 13\text{cm}$.
- (1) باستعمال المعطيات السابقة مثل هذه الشمعة بمخروط وفق المنظور متساوي القياس.
 - (2) عيّن ارتفاع هذه الشمعة ثم احسبه.
 - (3) كم شمعة من هذا النمط يمكن صنعها باستعمال 4 لترات من الشمع؟

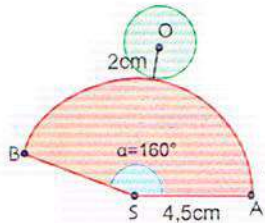


43 حجم وكتلة خدروف

- (1) احسب حجم الخدروف المقابل، حيث قطر قاعدة الأسطوانة الدائرية القائمة 5mm وارتفاعها 15mm وطول قطر قاعدة المخروط 2cm وارتفاعه 2cm .
- (2) ما هي كتلة هذا الخدروف، علما أن كتلة السنتمتر المكعب الواحد من الخشب الذي صنع منه هي $0,8\text{g}$ ؟

44 المساحة الجانبية (والكلية) لمخروط دوران

- الشكل المقابل هو تصميم لمخروط دوران.
- (1) تحقق أن طول القوس $\widehat{AB}$ يساوي محيط القرص الدائري الذي مركزه النقطة O .
 - (2) باستعمال تناسبية مناسبة، احسب المساحة الجانبية لهذا المخروط.
 - (3) استنتج المساحة الكلية للمخروط.
 - (4) تطبيق:



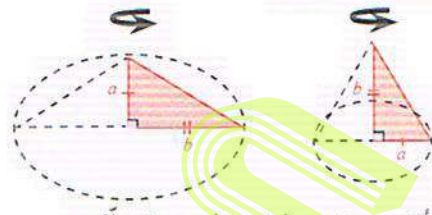
- تريد بلقيس تصميم تاج على شكل مخروط دوران باستعمال ورق مقوى مزين بحيث يكون ارتفاعه 30cm وقطر قاعدته 16cm .
- أعط القيمة التقريبية إلى $0,1$ لمساحة الورق المقوى اللازم لصناعة هذا التاج.

45 مشكل مفتوح

- مخروط C_1 ارتفاعه 4cm ومخروط C_2 طول نصف قطر قاعدته 2cm وارتفاعه يساوي طول نصف قطر قاعدة المخروط C_1 .
- عيّن كل الحالات الممكنة بحيث يكون للمخروطين C_1 و C_2 نفس الحجم.

38 مخروطان من نفس المثلث

بدوران مثلث قائم حول أحد ضلعيه القائمين نحصل على مخروطي دوران.



- (أ) ما هو أكبر مخروط في الحجم؟ علّل.
- (ب) بيّن أن فرق حجمي المخروطين يساوي:

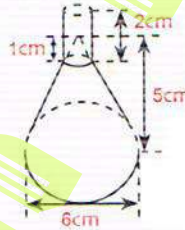
$$\frac{\pi ab(a-b)}{3}$$

39 مخروط دوران داخل مكعب

- (1) احسب حجم مكعب طول حرفه 8cm .
- (2) احسب القيمة المضبوطة لحجم مخروط دوران ارتفاعه 8cm وطول نصف قطر قاعدته نصف ارتفاعه.
- (3) نضع المخروط داخل المكعب، هل يشغل المخروط 30% من حجم المكعب؟ علّل

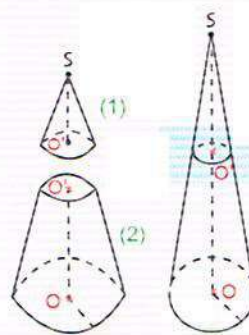
40 سعة قمع

الشكل المقابل يمثل قُمعا (محقنا). احسب باللتر سعة هذا القمع.



41 مخروط دوران ارتفاعه 8cm ونصف قطر قاعدته 5cm

قطعنا هذا المخروط بمستوي يوازي قاعدة المخروط على بعد $2,5\text{cm}$ من القاعدة وذلك للحصول على المجسمين (1) و (2).



- احسب حجم كل من المجسمين (1) و (2).

42 شمعة

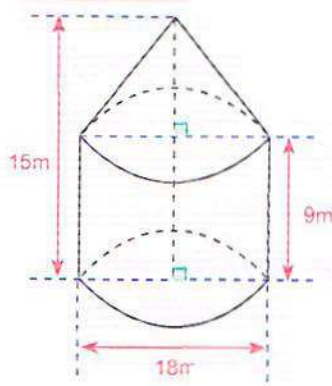
الشكل المقابل يمثل شمعة بهيئة مخروط دوران رأسه S وقاعدته قرص دائري مركزه O



وضعية

خزان القمح

طالب منك القيام بزيارة لأحد مخازن القمح في البلدية، ووضع بطاقة تقنية للخزان الواحد تتضمن معلومات معينة. (انظر الوثيقة 1)
تحصلت من المصالح التقنية للإدارة على معلومات تخص شكل المخزن وأبعاده. (انظر الوثيقة 2)
اقترح بطاقة تقنية لهذا الخزان.



الوثيقة 2

• كمية القمح بالقنطار التي يمكن أن يحويها الخزان على أن

لا يفوق ذلك 90% من حجمه.

علما أن كثافة القمح هي تقريبا 800kg/m^3

(أي 800kg يوافق 1m^3)

• عدد المخازن الواجب استعمالها من أجل 20 000 هكتار إذا كان معدل

الإنتاج بها هو 40 قنطار بالهكتار.

• كمية الطلاء اللازمة لصبغ سطح الخزان الخارجي الكلي إذا كان 1m^2

من السطح يتطلب 200g من الطلاء.

• تكلفة كمية الطلاء اللازمة إذا كان سعر 1kg من الطلاء هو

200DA.

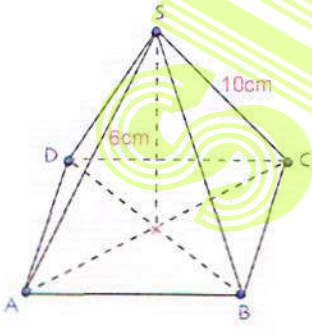
الوثيقة 1

وضعية للتقويم

تحليل وضعية

الشكل المقابل هو تمثيل لأحد الأهرامات من شركة مختصة في صناعة وبيع قطع على شكل أهرامات.

هل يمكن لهذه الشركة تغليب مثل هذه القطع في علب مكعبة الشكل طول حرف المكعب 6cm ؟
برّر إجابتك.



لمعالجة الوضعية السابقة، استعن بالعناصر الآتية:

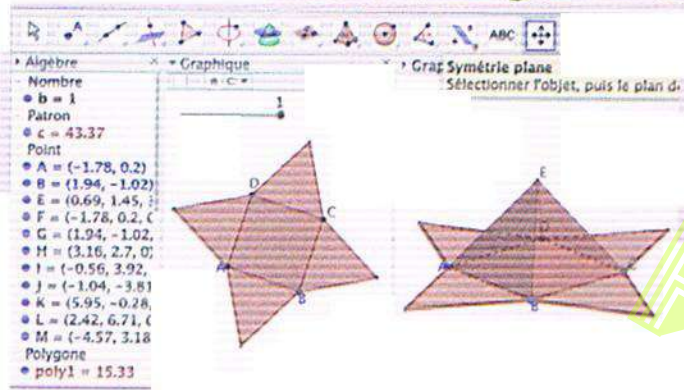
- قراءة وفهم النص.
- تحليل المعطيات وإيجاد ترابطات بينها.
- تجنيد الموارد وإعداد خطة حل.
- تنفيذ الخطة.
- تبليغ الحل.

حل مختصر

البطاقة التقنية للمخزن.

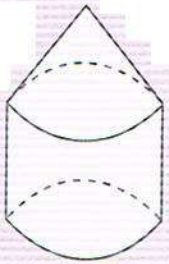
تمثيل هرم وإنجاز تصميم له باستعمال برمجية جيوجيبرا

- افتح نافذة جديدة على برمجية جيوجيبرا.
- من شريط القوائم، اختر القائمة **Affichage** ثم من القائمة الفرعية، اختر **Graphique 3D** عندها ستلاحظ ظهور ورقتي عمل، على اليسار **Graphique** وعلى اليمين **Graphique 3D**.
- انقر بالزر الأيسر للفأرة داخل ورقة العمل **Graphique** واحذف المَعْلَم **Axes** وشبكة الرسم **Axes** وذلك بعد النقر على كل منهما، أعد نفس العمل على ورقة العمل **Graphique 3D** من أجل **Axes** و **Axes**.
- انقر داخل ورقة العمل **Graphique** ثم من القائمة **⚙️**، اختر الأداة **⚙️** بعدها أدرج نقطتين ستكونان A و B وعند ظهور علبة الحوار صادق بـ **OK** لإنشاء مربع (ABCD) الذي يمثل قاعدة الهرم. (يمكن استبدال العدد 4 بعدد آخر للحصول على قاعدة هي مضلع منتظم).



- انقر داخل ورقة العمل **Graphique 3D** ثم من القائمة **⚙️**، اختر الأداة **⚙️** ثم اضغط على داخل المربع المنشأ على ورقة العمل، بعد ظهور علبة الحوار اكتب مثلا 3 الذي يمثل ارتفاع هذا الهرم وصادق بـ **OK** (ستلاحظ تشكل الهرم EABCD).
- من القائمة **⚙️**، اختر الأداة **⚙️** ثم انقر على الهرم عندئذ سينجز تصميم للهرم.
- اضغط على النقطة الزائقة **⚙️** وحركها ثم انظر ماذا ترى.

حل مشكلة بمساعدة مجلد إكسال



- الحجم الداخلي لقصص صقور في حديقة حيوانات هو $40m^3$. هذا الققص مؤلف من أسطوانة دوران قائمة ارتفاعها $1,95m$ ومخروط دوران، طول نصف قطر قاعدة كل منهما $2m$. نهدف إلى تعيين قيمة مقربة إلى $\frac{1}{10}$ لارتفاع هذا المخروط بالاستعانة بمجلد إكسال، علما أن هذا الارتفاع محصور بين $3m$ و $4m$.
- (1) في ورقة حساب مجلد، أنجز الجدول الآتي:

	G	F	E	D	C	B	A
1	ارتفاع المخروط	ارتفاع المخروط	ارتفاع المخروط	ارتفاع المخروط	ارتفاع المخروط	ارتفاع الأسطوانة	نصف القطر
2					3	1,95	2
3					3,1		
					3,2		
					3,3		

- في خلايا نفس السطر من D2 إلى G2، أحجز العبارات المناسبة.
- انسخ محتوى الخلايا في السطر 2 في كل من الأعمدة A، B، D، E، F، G إلى غاية السطر 12.
- حل المشكلة المطروحة.

إرشاد: لكتابة العدد π نستعمل الطليقة: $\pi()$.
لكتابة الأس 2 نستعمل الطليقة: 2 .

ات

15n

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

؟6

من

كل

في

Simplify a fraction
Height
Cylinder of revolution
Translation
Sign
Dimensions
Exponent
Bands
Demonstration
Numerator
Distance from a point to a right line
Algebraic expression
Grouping of diatre
Round
Mathematization
Reduction
Pattern
Isometry of triangles
The enlargement
Effective
Relative frequency
Representation
Graphic Representation
Proportionality
Proportionality of lengths
Symmetry - axial - central
Calculation program
Organization of data
Reduction to the same denominator
Cosine of an acute angle
Quotient
Volume
Term
Uniform movement
Literal calculation
Framing
Solving an equation
Solutions
Circle
Circum circle
Degree
Fourth proportional
Magnitude
Right angle
Straight angle
Obtuse angle
Average speed
Image
Substraction
Relative integer
Decimal number
Rational number
Relative number
Operations
Abscissa
Difference

Simplifier une fraction
Hauteur
Cylindre de révolution
Translation
Signe
Dimension
Exposant
Bandes
Démonstration
Numérateur
distance d'un point à une droite
Expression algébrique
Regroupement de données
Arrondi
Mathématisation
Réduction
Patron
Isométrie de triangles
Agrandissement
Effectif
Fréquence relative
Représentation
Représentation graphique
Proportionnalité
Proportionnalité des longueurs
Symétrie - axiale - centrale
Organiser un calcul
Organisation des données
Réduction au même dénominateur
Cosinus d'un angle aigu
Quotient
Volume
Terme
Mouvement uniforme
Calcul littéral
Encadrement
Résoudre une équation
Solutions
Cercle
Cercle circonscrit
Degré
Quatrième proportionnelle
Ordre de grandeur
Angle droit
Angle plat
Angle obtus
Vitesse moyenne
Image
Soustraction
Nombre entier relatif
Nombre décimal
Nombre rationnel
Nombre relatif
Opérations
Abscisse
Différence

اختزال كسر
ارتفاع
اسطوانة دوران
انسحاب
إشارة
أبعاد
أس
أشرطة
برهان
بسط كسر
بعد نقطة عن مستقيم
عبارة جبرية
تجميع معطيات
ندوير مدور
تربيض
تصغير
تصميم
نقايس مثلثات
تكبير
تكرار
تكرار نسبي
تمثيل
تمثيل بياني
تناسبية
تناسبية الأطوال
تناظر - محوري - مركزي
تنظيم حساب
تنظيم معطيات
توحيد مقامات
جيب تمام زاوية حادة
حاصل قسمة
حجم
حد
حركة منتظمة
حساب حرفي
حصر
حل معادلة
حلول
دائرة
دائرة محيطية
درجة
رابع متناسب
رتبة مقدار
زاوية قائمة
زاوية مستقيمة
زاوية حادة
سرعة متوسطة
صورة
طرح
عدد صحيح نسبي
عدد عشري
عدد ناطق
عدد نسبي
عمليات
فاصلة
فرق

Pythagoras
Class
Divisor
Secant
Base
Power
Power of a relative number
Power of ordre n
Exact value
Approximate value
Scientific writing
Fractional writing
Fraction
Inequality
Parallelogram
Median of a triangle
Average of a series
Weighted average
Triangle
Right triangle
Excel spreadsheet
Sum
Unknown
Perpendicular bisector
Cone of revolution
Bar graph
Histogram
Area
Distance
Right of the media
Parallel lines
Problem
Common multiple
Equation
Opposed by a relative number
Coefficient of proportionality
Rhombus
Comparison
Common denominator
Inverse of a fraction
Cube
Tangent to a circle
Midpoint
Bisector
Generator of a cone of revolution
Right prisme
Percentage
Radius
Ray
Theorem
Point
Pyramid
Chord
Hypotenuse
Time Units
Description
Situation of proportionality
Relative position

Pythagore
Classe
Diviseur
Sécante
Base
Puissance
Puissance d'un nombre relatif
Puissance d'ordre n
Valeur exacte
Valeur approchée
Ecriture scientifique
Ecriture fractionnaire
Fraction
Inégalité
Parallélogramme
Médiane d'un triangle
Moyenne d'un série
Moyenne pondérée
Triangle
Triangle rectangle
Tableurs Excel
Somme
Inconnue
Médiatrice
Cône de révolution
Diagramme en baton
Histogramme
Aire
Distance
Droite des milieux
Droites parallèles
Problème
Multiple commun
Equation
Opposé d'un nombre relatif
Coefficient de proportionnalité
Losange
Comparaison
Dénominateur commun
Inverse d'une fraction
Cube
Tangente à un cercle
Milieu
Bissectrice
Génératrice d'un cône de révolution
Prisme droit
Pourcentage
Rayon
Demi-droite
Théorème
point
Pyramide
Corde
Hypoténuse
Unités de temps
Description
Situation de proportionnalité
Position relative

فيثاغورس
فئة
قاسم
قاطع
قاعدة
قوة
قوة عدد نسبي
قوة من المرتبة n
قيمة مضبوطة
قيمة مقربة
كتابة علمية
كتابة كسرية
كسر
متباينة
متوازي أضلاع
متوسط في مثلث
متوسط سلسلة
متوسط متوازن
مثلث
مثلث قائم
مجدول
مجموع
مجهول
محور
مخروط دوران
مخطط بأعمدة
مدرج تكراري
مساحة
مسافة
مستقيم المنتصفين
مستقيمان متوازيان
مشكلة
مضاعف مشترك
معادلة
معاكس عدد صحيح
معامل التناسبية
معين
مقارنة
مقام مشترك
مقلوب كسر
مكعب
مماس لدائرة
منتصف
منتصف
مولد مخروط الدوران
موشور قائم
نسبة مئوية
نصف قطر
نصف مستقيم
نظرية - مبرهنة
نقطة
هرم
وتر دائرة
وتر مثلث قائم
وحدات الزمن
وصف
وضعية تناسبية
وضعية نسبية

Simpli
Heigh
Cylinc
Trans
Sign
Dime
Expor
Band
Demo
Num
Dist
Algeb
Grou
Roun
Math
Redu
Patte
Isom
The
Effec
Relat
Repr
Grap
Prop
Prop
Sym
Calci
Orga
Redu
Cos
Quo
Volu
Terr
Unir
Lite
Frac
Solv
Solu
Circ
Circ
Deg
Fou
Ma
Rig
Str
Obi
Ave
Ima
Sub
Rel
De
Ra
Re
Op
Ab
Dit

المصادر :

- الصفحة 22 : http://www.maths-et-tiques.fr/index.php?option=com_content&view=article&id=207&Itemid=290
- الصفحة 38 : [/http://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/univers-unite-astronomique-63](http://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/univers-unite-astronomique-63)
- الصفحة 70 : <http://histoiredechiffres.free.fr/histoire%20notations/equations.htm>
- الصفحة 86 : https://www.lesnoeuds.com/noeuds_marins.html
- الصفحة 102 : [/http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs311/fr](http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs311/fr)
- الصفحة 118 : <http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/euclide>
- الصفحة 128 : https://fr.wikipedia.org/wiki/Triangle_des_Bermudes
- الصفحة 150 : [/http://whc.unesco.org/fr/list/191](http://whc.unesco.org/fr/list/191)
- الصفحة 166 : [/http://www.futura-sciences.com/sciences/personnalites/mathematiques-pythagore-samos-204](http://www.futura-sciences.com/sciences/personnalites/mathematiques-pythagore-samos-204)
- الصفحة 182 : <http://www.constantine-hier-aujourd'hui.fr/LaVille/palaisdubey.htm>
- الصفحة 198 : Les Aurés (Beau livre Chihab Editions)

الصور :

- الصفحة 22 : <https://alchetron.com/Abu-al-Wafa-Buzjani-1045438-W>
- الصفحة 38 : [/http://www.astro-coaching.eu/accueil/astro-coaching-terre-soleil-lune](http://www.astro-coaching.eu/accueil/astro-coaching-terre-soleil-lune)
- الصفحة 70 : <http://www.bibmath.net/bios/index.php?action=affiche&quoi=khayyam>
- الصفحة 86 : <http://www.meridienne.org/index.php?page=loch.presentation>
- الصفحة 102 : Chihab Editions
- الصفحة 118 : <http://histoiredelagrece.blogspot.com/p/euclide-dalexandrie-ete-un-genie-qui.html>
- الصفحة 128 : [/https://owdin.live/2017/05/27/le-mystere-du-triangle-des-bermudes-peut-etre-enfin-resolu](https://owdin.live/2017/05/27/le-mystere-du-triangle-des-bermudes-peut-etre-enfin-resolu)
- الصفحة 150 : Chihab Editions
- الصفحة 182 : https://www.tripadvisor.fr/LocationPhotoDirectLink-g734459-d8489661-i224856018-Palais_d_Ahmed_Bey-Constantine_Constantine_Province.html
- الصفحة 198 : Photos du mausolée Imedghacen (Chihab Editions)

تم إنجاز هذا الكتاب ليكون وسيلة بيداغوجية تدعم المساعي التي تهدف إليها مناهج الإصلاح في مادة الرياضيات للسنة الثالثة من التعليم المتوسط، وتحقيق التحسينات المنتظرة في ممارسات القسم عموما، و في تحصيل التلاميذ في المادة خصوصا، فهو :

- منسجم مع متطلبات المنهاج و يحترم الاختيارات والتوجيهات البيداغوجية والتعليمية المقترحة فيه.
- مهيكّل وفق تنظيم متكرّر في كلّ الأبواب يترجم تمثلي التعلم المختار.
- سهل الاستعمال سواء من قبل التلميذ أو من قبل الأستاذ.
- يحتوي على مسهّلات بيداغوجية وتقنية ورسومات وصور توضيحية.
- يركّز تمثلي التعلم المقترح في هذا الكتاب على محطات أساسية، تتيح للتلميذ فرص المشاركة في بناء تعلّماته، وللأستاذ هامشا واسعا للتصرّف.

نأمل أن يكون هذا الكتاب سندا فعّالا للتلميذ والأستاذ.

كتاب مدرسيّ معتمد من طرف

وزارة التربية الوطنية تحت الرقم : 803 / م.ع. 17



MS : 902/17

سعر البيع : 336,30 دج

ISBN 978-9947-39-254-6

