بوسعادة حفيظ للرياضيات
المدة: ساعة واحدة

الفرض المحروس الثاني
للفصل الثاني

السنة الدراسية: 2026/2025
المستوى: 4 متوسط

التمرين الأول: (06 نقاط)

لتكن العبارة الجبرية E حيث: $E = 9x^2 + 30x + 25 - (2x - 3)^2$

1- انشر ثم بسط العبارة E.

2- حلل العبارة $9x^2 + 30x + 25$، ثم استنتج تحليلاً للعبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3- حل المتراجحة: $5x^2 + 42x + 16 \leq (x + 4)(5x + 1)$ ثم مثل حلولها بيانياً.

4- أحسب قيمة العبارة E من أجل $x = \sqrt{2}$ (أعط النتيجة على شكل $a + b\sqrt{2}$).

التمرين الثاني: (06 نقاط)

يملك فلاح قطعة أرض مستطيلة الشكل محيطها $150\ m$.

1- أوجد بعدي هذه القطعة (الطول والعرض) إذا علمت أن طولها يساوي ضعف عرضها منقوص منه 15 متراً.

2- أحسب مساحة هذه الأرض بالمتر المربع (m^2).

التمرين الثالث: (08 نقاط)

ABC مثلث متقايس الضلعين في A حيث: $BC = 6\ cm$ و $AB = 5\ cm$. (M منتصف الضلع $[BC]$).

1- أنشئ الشكل بدقة.

2- أنشئ النقطة D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{MB}$ (أي $\vec{AD} = \vec{MB}$).

3- بين أن الرباعي $ABDM$ متوازي أضلاع.

4- برهن أن: $\vec{AM} + \vec{AB} = \vec{AD}$.

5- بسط المجموع الشعاعي التالي: $\vec{v} = \vec{AC} - \vec{MC} + \vec{BM}$

بالتوفيق والنجاح | أستاذ المادة

www.ency-education.net

حل التمرين الأول: (06 نقاط)

1- نشر وتبسيط العبارة E:

لدينا: $E = 9x^2 + 30x + 25 - (2x-3)^2$

ننشر المتطابقة الشهيرة الثانية:

$$E = 9x^2 + 30x + 25 - [(2x)^2 - 2(2x)(3) + 3^2]$$
$$E = 9x^2 + 30x + 25 - [4x^2 - 12x + 9]$$

نحذف الأقواس ونعكس الإشارات:

$$E = 9x^2 + 30x + 25 - 4x^2 + 12x - 9$$
$$\boxed{E = 5x^2 + 42x + 16}$$

2- تحليل العبارة $9x^2 + 30x + 25$ ثم E:

- **تحليل الجزء الأول:**

نلاحظ أن: $9x^2 = (3x)^2$ و $25 = 5^2$ و $30x = 2(3x)(5)$.

إذن هي متطابقة شهيرة أولى:

$$9x^2 + 30x + 25 = (3x+5)^2$$

- **استنتاج تحليل E:**

$$E = (3x+5)^2 - (2x-3)^2$$

هذه متطابقة ثالثة $a^2 - b^2$:

$$E = [(3x+5) - (2x-3)][(3x+5) + (2x-3)]$$
$$E = (3x+5-2x+3)(3x+5+2x-3)$$
$$\boxed{E = (x+8)(5x+2)}$$

3- حل المتراجحة وتمثيل حلولها:

$$5x^2 + 42x + 16 \leq (x+4)(5x+1)$$

الطرف الأيسر هو نشر E. ننشر الطرف الأيمن:

$$(x+4)(5x+1) = 5x^2 + x + 20x + 4 = 5x^2 + 21x + 4$$

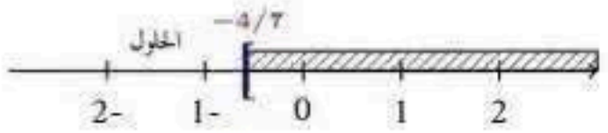
تصبح المتراجحة:

$$5x^2 + 42x + 16 \leq 5x^2 + 21x + 4$$

نطرح $5x^2$ من الطرفين وننقل المجاهيل:

$$42x - 21x \leq 4 - 16$$
$$21x \leq -12$$
$$x \leq \frac{-12}{21} \Longrightarrow x \leq -\frac{4}{7}$$

التمثيل البياني: (الحلول هي الجزء غير المشطب)



4- حساب E من أجل $x = \sqrt{2}$: نعوض في العبارة المنشورة (الأسهل):

$$E = 5(\sqrt{2})^2 + 42(\sqrt{2}) + 16$$
$$E = 5(2) + 42\sqrt{2} + 16$$
$$E = 10 + 16 + 42\sqrt{2}$$
$$\boxed{E = 26 + 42\sqrt{2}}$$

حل التمرين الثاني: (06 نقاط)

1- إيجاد بعدي القطعة: نفرض x هو العرض، و y هو الطول.

المحيط $P = 150m$

يعني: $2(x+y) = 150 \Longrightarrow x + y = 75$.

"الطول يساوي ضعف العرض منقوص منه 15":

$$y = 2x - 15$$

نعوض y في معادلة المحيط:

$$x + (2x - 15) = 75$$
$$3x = 75 + 15 \Longrightarrow 3x = 90$$
$$x = \frac{90}{3} = 30\,m$$

نحسب الطول: $y = 2(30) - 15 = 60 - 15 = 45\,m$.

الأبعاد هي: العرض $30m$ والطول $45m$.

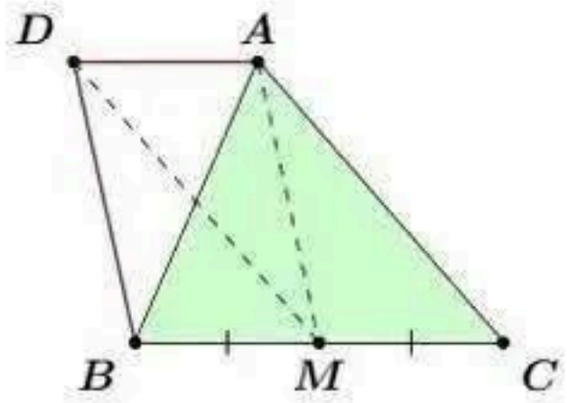
2- حساب مساحة الأرض (S):

$S =$ العرض $\times$ الطول

$$S = 45 \times 30$$
$$\boxed{S = 1350\,m^2}$$

حل التمرين الثالث: (08 نقاط)

1- الإنشاء الهندسي:



2- إنشاء النقطة D: بما أن D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{MB}$، فإن:

$$\vec{AD} = \vec{MB}$$

3- تبيين نوع الرباعي:

بما أن $\vec{AD} = \vec{MB}$ (شعاعان متساويان)، فإن الضلعين $[AD]$ و $[MB]$ متوازيان ومتقايسان وحامل الضلعين الآخرين متوازيان.

إذن الرباعي $ADBM$ متوازي أضلاع.

4- برهان صحة المساواة $\vec{AM} + \vec{AD} = \vec{AB}$:

- لدينا من السؤال السابق (تساوي شعاعين): $\vec{AD} = \vec{MB}$.
- في الطرف الأول للمساواة، نعوض الشعاع $\vec{AD}$ بالشعاع المساوي له $\vec{MB}$:

$$\vec{AM} + \vec{AD} = \vec{AM} + \vec{MB}$$

- بتطبيق علاقة شال على الطرف الثاني $(\vec{AM} + \vec{MB})$:

$$\vec{AM} + \vec{MB} = \vec{AB}$$

- ومنه المساواة محققة:

$$\boxed{\vec{AM} + \vec{AD} = \vec{AB}}$$

5- تبسيط المجموع الشعاعي:

$$\vec{v} = \vec{AC} - \vec{MC} + \vec{BM}$$

نعلم أن: $-\vec{MC} = \vec{CM}$

$$\vec{v} = \vec{AC} + \vec{CM} + \vec{BM}$$

باستعمال علاقة شال $(\vec{AC} + \vec{CM} = \vec{AM})$:

$$\vec{v} = \vec{AM} + \vec{BM}$$

بما أن $\vec{BM} = \vec{DA}$ (لأن الرباعي $ADBM$ متوازي أضلاع)، يمكننا القول:

$$\vec{v} = \vec{AM} + \vec{DA} = \vec{DA} + \vec{AM}$$
$$\boxed{\vec{v} = \vec{DM}}$$

www.ency-education.net