﴿ بسم الله الرحمن الرحيم ﴾

(1) دورة جوان 2008 - الموضوع الأول

a و b عددان طبيعيان حيث: $b = 2006$ و $a = 1428$.

1) أ- عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9.

ب- بين أن: $b \equiv -1[9]$.

جـ- هل العددان a و b متوافقان بترديد 9؟ برر إجابتك.

2) أ- ماهو باقي قسمة العدد $(a + b^2)$ على 9؟

ب- استنتج باقي قسمة $(a + b^2)$ على 3.

(2) دورة جوان 2008 - الموضوع الثاني

1) أحسب باقي قسمة كل من: 3^2، 3^3، 3^4، 3^5 و 3^6 على 7.

2) عين باقي قسمة كل من: 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

- استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7.

3) بين أن العدد: $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n.

(3) دورة جوان 2009 - الموضوع الأول

ليكن العدد الطبيعي a حيث: $a = 25$.

1) أ- تحقق أن: $a \equiv 1[3]$.

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد: $2a^2 + 4$ على 3.

جـ- بين أن: $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$.

2) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة العدد 5^n على 3.

ب- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $5^n + a^2 \equiv 0[3]$.

(4) دورة جوان 2009 - الموضوع الثاني

1) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9.

2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد:

$1429^{2009} + 2008^{1430}$ على 9.

3) بين أن العدد: $A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n.

(5) دورة جوان 2010 - الموضوع الأول

a و b عددان طبيعيان حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.

1) أ- عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب- استنتج مما سبق، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7.

جـ- تحقق أن: $a^3 \equiv 1[7]$ و $b^3 \equiv 6[7]$ واستنتج أن: $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$.

2) أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق:

$n + 2010^3 \equiv 1431[7]$.

- استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

(6) دورة جوان 2010 - الموضوع الثاني

في كل من الأسئلة الآتية، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة، مع التعليل.

1) باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو:

أ) -3 ب) 2 جـ) 3

2) x عدد صحيح، إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو 5، فإن باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x + 5$ على 7 هو:

أ) 0 ب) 1 جـ) 2

3) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$g(x) = x^3 + 3x + 4$ و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم.

1- الدالة g:

أ) متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

ب) متناقصة تماما على $\mathbb{R}$

جـ) ليست رتيبة على $\mathbb{R}$

2- (C_g) يقبل نقطة انعطاف إحداثياها:

أ) $(-1\,;0)$ ب) $(0\,;4)$ جـ) $(0\,;0)$

(7) دورة جوان 2011 - الموضوع الأول

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث:

$a = 619$ و $b = 2124$.

1) بين أن العددين a و b متوافقان بترديد 5.

2) أ- بين أن: $2124 \equiv -1[5]$.

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} و 619^{721} على 5.

جـ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، فإن:

$2124^{2n} \equiv 1[5]$.

د- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون:

$2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$.

(8) دورة جوان 2011 - الموضوع الثاني

a، b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 و باقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6.

1) عين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين:

$a \times b$ و $a^2 - b^2$.

2) أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $c^{2n} \equiv 1[7]$.

ب- تحقق أن: $48 \equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: 48^{2010} و 48^{2011} على 7.

(9) دورة جوان 2012 - الموضوع الأول

أذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل.

1) n و n' عددان طبيعيان حيث: $n = 3n' + 5$. باقي قسمة n على 3 هو 5.

2) باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4.
(لاحظ أن: $2012 = 3\times 670 + 2$)

3) n عدد صحيح حيث: $n \equiv 2[11]$. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو 10.

4) g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$. (C_g) التمثيل البياني للدالة g في مستو منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ- (C_g) يشمل النقطة $A\left(\frac{1}{2};\frac{4}{3}\right)$.

ب- المنحنى (C_g) يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي -2.

(10) دورة جوان 2012 - الموضوع الثاني

a و b عددان طبيعيان بحيث:
$a+b \equiv 7[11]$ و $a-b \equiv 5[11]$.

1) أ- عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على العدد 11.

ب- بين أن: $2a \equiv 1[11]$ و $2b \equiv 2[11]$ ثم استنتج أن: $a \equiv 6[11]$ و $b \equiv 1[11]$.

2) أ- أثبت أن: $a^5 \equiv -1[11]$.

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k: $a^{10k} \equiv 1[11]$.

3) أ- تحقق أن: $2012 = 10\times 201 + 2$.

ب- عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11.

(11) دورة جوان 2013 - الموضوع الأول

1) هل العددان 2013 و 718 متوافقان بترديد 7.

2) أ- عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7.

ب- استنتج أنه، من أجل كل عدد طبيعي n:
$4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$.

3) أ- عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين:
2013 و 718 على 7.

ب- بين أنه، من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $2013 + 3\times 718^{6n}$ يقبل القسمة على 7.

4) أ- تحقق أن: $1434 \equiv -1[11]$.

ب- عين الأعداد الطبيعية n، الأصغر من 25، بحيث:
$1434^{2n} + n \equiv 0[11]$.

(12) دورة جوان 2013 - الموضوع الثاني

a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv 6[7]$.

1) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a+b$ على 7.

2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7.

3) أ- تحقق أن: $b \equiv -1[7]$.

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7.

4) عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a+b)^n + n \equiv 0[7]$.

(13) دورة جوان 2014 - الموضوع الأول

1) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 28 على العدد 9.

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي k: $10^k \equiv 1[9]$.

3) استنتج أن:
$4\times 10^4 + 3\times 10^3 + 2\times 10^2 + 28 \equiv 1[9]$.

4) أ- تحقق أن: $2^3 \equiv -1[9]$.

ب- عين الأعداد الطبيعية بحيث: $2^{6n} + n - 1 \equiv 0[9]$.

(14) دورة جوان 2014 - الموضوع الثاني

عين الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث في كل حالة من الحالات الخمس مع التبرير.

1) عدد قواسم العدد 1435 هو:

$\boxed{1}$ 8
$\boxed{2}$ 5
$\boxed{3}$ 2

2) إذا كان: $a \equiv -1[8]$ فإن باقي قسمة a على 8 هو:

$\boxed{1}$ -1
$\boxed{2}$ 7
$\boxed{3}$ 6

3) العددان 1435 و 2014 متوافقان بترديد:

$\boxed{1}$ 2
$\boxed{2}$ 4
$\boxed{3}$ 3

4) إذا كان $x \equiv 2[5]$ و $y \equiv 2[5]$ فإن:

$\boxed{1}$ $x^9 + y^9 \equiv 3\ [5]$
$\boxed{2}$ $x^9 + y^9 \equiv 2\ [5]$
$\boxed{3}$ $x^9 + y^9 \equiv 4\ [5]$

5) لدينا $27 \equiv 21[6]$ إذن:

$\boxed{1}$ $9 \equiv 7\ [6]$
$\boxed{2}$ $9 \equiv 7\ [2]$
$\boxed{3}$ $9 \equiv 7\ [3]$

(15) دورة جوان 2015 - الموضوع الأول

عين الاقتراح الصحيح الوحيد مع التعليل، من بين الاقتراحات الثلاث في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

1) إذا كان عددا a صحيحا حيث: $a \equiv -1[5]$ فإن:

$\boxed{1}$ $a \equiv 2[5]$
$\boxed{2}$ $a \equiv 6[5]$
$\boxed{3}$ $a \equiv 99[5]$

2) باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو:

$\boxed{1}$ -1
$\boxed{2}$ 6
$\boxed{3}$ 1

3) من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على:

$\boxed{1}$ 3
$\boxed{2}$ 5
$\boxed{3}$ 2

4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوما:

$\boxed{1}$ عدد زوجي

$\boxed{2}$ مضاعف للعدد 3

$\boxed{3}$ مضاعف للعدد 4

(16) دورة جوان 2015 - الموضوع الثاني

a و b عددان صحيحان يحققان: $a \equiv 13[7]$ و $b \equiv -6[7]$.

1) عين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b.

2) بين أن العددين a^3+1 و b^3-1 يقبلان القسمة على 7.

3) أ- تحقق أن: $a \equiv 2015[7]$ و $b \equiv 1436[7]$.

ب- عين باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2015^3+1436^3.

جـ- استنتج أن:

$2015^3+1436^3-1962^3+1 \equiv 0[7]$.

﴿ الكثير ممن فشلوا لم يدركوا مدى قربهم من النجاح عندما استسلموا ﴾

حظ سعيد في البكالوريا

تذكر أن:

n عدد طبيعي غير معدوم، القول أن عددين صحيحين a و b متوافقان بترديد n يعني أن للعددين a و b نفس الباقي في القسمة الإقليدية على n.

a و b عددان صحيحان، و n عدد طبيعي غير معدوم. يكون للعددين a و b نفس الباقي في القسمة الإقليدية على n إذا وفقط إذا كان $a-b$ مضاعفا للعدد n.

إذا كان $a \equiv r\ [n]$، نقول عن r أنه باقي قسمة a على n في حالة إذا كان $0 \le r < n$.

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، ومن أجل كل عدد صحيح a لدينا: $a \equiv a\ [n]$.

a و b عددان صحيحان و n عدد طبيعي غير معدوم.
إذا كان: $a \equiv b\ [n]$ فإن: $b \equiv a\ [n]$.

n عدد طبيعي غير معدوم، a، b و c أعداد صحيحة.
إذا كان $a \equiv b\ [n]$ و $b \equiv c\ [n]$ فإن $a \equiv c\ [n]$.

n عدد طبيعي غير معدوم، a، b، c و d أعداد صحيحة.
إذا كان: $a \equiv b\ [n]$ و $c \equiv d\ [n]$ فإن: $a+c \equiv b+d\ [n]$.

n عدد طبيعي غير معدوم، a، b، c و d أعداد صحيحة.
إذا كان: $a \equiv b\ [n]$ و $c \equiv d\ [n]$ فإن: $a \times c \equiv b \times d\ [n]$.

n و p عددان طبيعيان غير معدومين، a و b عددان صحيحان.
إذا كان: $a \equiv b\ [n]$ فإن: $a^p \equiv b^p\ [n]$.