حول الدوال اللوغاريتمية

المسألة الأولى: **I**. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0\ ,+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 + 1 - lnx$

1- ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها

2- بين أن $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ موجب ثم استنتج إشارة $g(x)$

II. لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0\ ,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + \frac{lnx}{x}$

(C_f) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) عين نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.

2) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0\ ,+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول التغيرات

4) بين أن (C_f) المنحنى البياني للدالة f يقبل (Δ) مستقيم مقارب مائل $y = x$ معادلة له

5) عين احداثيات نقطة تقاطع المستقيم(Δ) و المنحنى (C_f)

6) أنشئ المنحنى (C_f)

7) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على R^* بـ: $h(x) = f(|x|)$

- بين أن الدالة h دالة زوجية و باستعمال المنحني (C_f) أنشئ المنحني (C_h) في المعلم السابق

المسألة الثانية: لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]-1\ ;1[\cup]1\ ;\ +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{x-1} + ln(x+1)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتائج هندسيا

2) أ- بين أن من أجل كل x من $]-1\ ;1[\cup]1\ ;\ +\infty[$: $f'(x) = \frac{x(x-3)}{(x+1)(x-1)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

جـ- أوجد معادلة المماس (T) في النقطة ذات الفاصلة 2

3) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]1\ ,+\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{1}{x-1} + ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

أ) بين أن من أجل كل x من $]1\ ,+\infty[$: $\frac{x+1}{x} > 1$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1\ ,+\infty[$

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و ماذا تستنتج ؟

4) نسمي (C_h) التمثيل البياني للدالة : $x \to \ln x$

أ) حدد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمنحني (C_h) على المجال $]1\ ,+\infty[$

ب) أرسم المماس (T) والمنحنيين (C_f) و (C_h)

5) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة $1 - (x-1)[m - ln(x+1)] = 0$

المسألة الثالثة: نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي: $f(x) = ln(1 + e^{-x})$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1. أدرس تغيرات الدالة f .
2. أثبت أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + ln(1 + e^{x})$.
3. أثبت أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $(-\infty)$ معادلته $y = -x$
4. A , B , C ثلاث نقط فواصلها على الترتيب 0 , 1 و -1
و (T_0) , (T_1) , (T_{-1}) مماسات المنحني (C_f) عند النقط A , B , C على الترتيب.
- أثبت أن المستقيم (BC) يوازي المماس (T_0) ثم عين نقط تقاطع المستقيمين (T_1) و (T_{-1})
5. أرسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f).

المسألة الرابعة: نعتبر الدالة f المعرفة على $]-2,-1[\cup]-1,+\infty[$ كما يلي: $f(x) = x + 1 - \frac{1}{ln(x+2)}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1) حل في R المعادلة $ln(x + 2) = 0$ ، ثم تحقق من أن : $D_f =]-2,-1[\cup]-1,+\infty[$
2) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.
3) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4) أثبت أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $(+\infty)$معادلته $y = x + 1$
5) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ و $-2 < \beta < -\frac{3}{2}$
6) أرسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f).
7) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة $\ln(x + 2)\,[2m + x + 1] = 1$

المسألة الخامسة : نعتبر الدالة g المعرفة على $]-2,+\infty[$ كما يلي: $f(x) = ax + b - ln(x + 2)$

حيث a و b عددين حقيقيين . و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب الدالة المشتقة للدالة g بدلالة a.
2) عين a و b ، إذا علمت أن (C_g) يقبل مماس عند النقطة $A(-1,-2)$ يوازي محور الفواصل.
3) نأخذ في ما يلي $a = 1$ و $b = -1$
- أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجال التعريف.
- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم أنجز جدول تغيراتها.
- بين أن المنحني (C_g) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β حيث $\alpha \in]2\,,3[$ و $\beta \in]-2\,,-1[$
- ارسم المنحني (C_g)
4) لتكن الدالة h المعرفة على $]-2,+\infty[$ بـ : $h(x) = |x - 1 - ln(x + 2)|$
- ارسم (C_h) المنحنى البياني للدالة h في المعلم السابق

المسألة السادسة : f دالة معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1+lnx}{x^2}$ و (C_f) بيانها في معلم متعامد و متجانس

1) أحسب نهايات الدالة f ثم فسر النتائج بيانيا.

2) أ/ بين انه من أجل كل عدد حقيقي h من $]0,+\infty[$: $f'(x) = \frac{-1-2lnx}{x^3}$.

ب/ حل في المجال $]0,+\infty[$ المتراجحة : $-1 - 2lnx > 0$ و استنتج اتجاه تغير $f(x)$.

ج/ شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يتقاطع مع محور الفواصل في نقطة وحيدة يطلب حساب فاصلتها .

ب/ استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]0,+\infty[$ ثم أرسم (C_f)

4) من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ نضع I_n مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين ذي المعادلتين: $x = \frac{1}{e}$ و $x = n$: أ/ بين أن: $0 \leq I_2 \leq e - \frac{1}{2}$

ب/ تحقق أن الدالة F المعرفة على المجال $]0,+\infty[$: $F(x) = \frac{-2-lnx}{x}$ دالة أصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$

جـ/ أحسب I_n بدلالة n ثم أوجد $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.

(تمرين من باكلوريا تجريبية ع ت 2015 لثانوية لحمر عمار سطارة ولاية جيجل)

المسألة السابعة : **I)** في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty,3[$ كمايلي : $g(x) = \frac{-x+1}{-x+3} + ln(-x+3)$

1) احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجال تعريفها .

2) أدرس تغيرات الدالة g

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1.7, 1.5[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty,3[$ كمايلي: $f(x) = (x-1)ln(-x+3)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$) .

1°) أ/- احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها . ب/ أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2°) بين أن $f(\alpha) = \frac{(\alpha-1)^2}{3-\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

3°) حل في المجال $]-\infty,3[$ المعادلة: $f(x) = 0$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]-\infty,3[$

4°) احسب $f(-2)$ و $f(-3)$ ثم ارسم بدقة المنحنى (C_f) .

5°) F دالة معرفة على المجال $]-\infty,3[$ كمايلي: $F(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}\right) ln(-x+3)$

تحقق أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty,3[$

(تمرين من باكلوريا تجريبية ع ت 2015 للمقاطعة02 تقرت ولاية ورقلة)

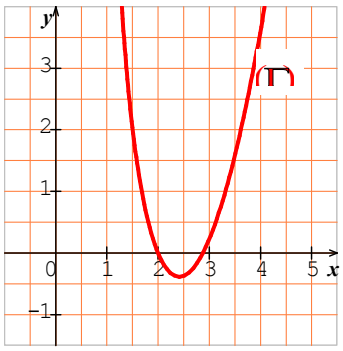
المسألة الثامنة : **I)** لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1,+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2x + 4ln(x-1)$

(حيث ln: اللوغاريتم النيبيري) , (Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.

1) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ، عين عدد حلول المعادلة: $g(x) = 0$.

2) أحسب $g(2)$ ، ثم بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2.87 < \alpha < 2.88$

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1,+\infty[$



II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث: $f(x) = x - 3 + \frac{4ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا ، ثم أحسب

2) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) أ/ بين أنه من أجل كل x من $]1,+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$.

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 3.9$)

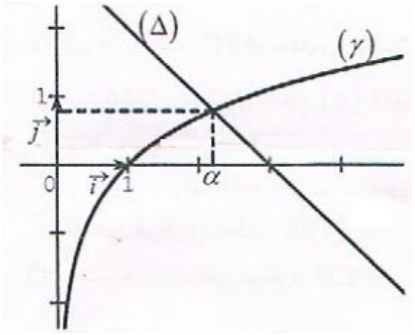
5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1,+\infty[$ كما يلي: $h(x) = [ln(x-1)]^2$

أ/ أحسب $h'(x)$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1,+\infty[$

ب/ أحسب التكامل $\int_2^5 f(x)\,dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

(تمرين من باكلوريا تجريبية ع ت 2015 لمدرسة أشبال الأمة)

المسألة التاسعة : المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$



I) (γ) التمثيل البياني للدالة $x \to lnx$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -x + 3$ ؛ α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ)

1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $]0,+\infty[$

2) الدالة المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $g(x) = x - 3 + lnx$.

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ ثم تحقق أن : $2.2 < \alpha < 2.3$.

II) f الدالة المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(lnx - 2)$ و (C_f) تمثيلها البياني.

a) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) أثبت أنه من أجل كل x من $]0,+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$؛ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

c) بين أن: $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ؛ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

d) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل؛ ثم أنشئ (C_f) على المجال $]0\,,e^2[$

III) F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$ و التي تحقق: $F(1) = -3$

- بين أن منحنى الدالة F يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين فاصلتيهما.
- بين أن $x \to xlnx - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \to lnx$ على $]0,+\infty[$؛ ثم استنتج عبارة الدالة F

(تمرين من باكلوريا ع ت 2015)

المسألة العاشرة : f دالة معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x}{x+1} - ln(x+1)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1. احسب نهايتي الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

2. أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1,+\infty[$ فان : $f'(x) = \frac{1-x}{(x+1)^2}$

ب/ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3. اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها

5. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3.9 < \alpha < 4$

6. ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x) = x - 3m$

8. F دالة معرفة على $]-1,+\infty[$ بـ : $F(x) = (-3-x)ln(x+1) + 3x$

أ/ بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1,+\infty[$

ب/ لتكن $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = \alpha$, بين أن : $A(\alpha) = 4\left(\frac{\alpha^2-3\alpha}{\alpha+1}\right)cm^2$ ثم اوجد حصرا لـ $A(\alpha)$

(تمرين من باكلوريا تجريبية ع ت 2015 لثانوية 19 مارس 1962)