

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

السنة الدراسية: 2023/2024

المدة : 3 ساعات

متقن حاسي القارة

المستوى : الثالثة تقني رياضي

التمرين الأول (03 نقاط)

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات الثلاثة مع التبرير :

(1) حل المعادلة التفاضلية $y' = 3y + 9$ التي تحقق $y(0) = -\frac{4627}{2024}$ هو الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

(أ) $h(x) = \frac{1445e^{3x}}{2024} + 3$ (ب) $h(x) = \frac{1445e^{3x}}{2024} - 3$ (ج) $h(x) = \frac{4627e^{3x}}{2024} + 3$

(2) القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[2; 3]$: ب $f(x) = 3^{x-1}$ هي :

(أ) $m = \frac{6}{\ln 3}$ (ب) $m = -3$ (ج) $m = \ln 3$

(3) N عدد طبيعي , يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N = \overline{01355}_6$ كتابته في النظام العشري هي :

(أ) 1962 (ب) 2024 (ج) 1439

التمرين الثاني (05 نقاط)

(U_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي :

$$\begin{cases} U_0 = e \\ U_{n+1} = \frac{1}{e} \cdot u_n + \frac{1-e}{e} \end{cases}$$

(1) أ-برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n > -1$ ب-برهن أن (U_n) متناقصة تماما. هل هي متقاربة ؟

(2) لتكن (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $V_n = u_n + 1$

(أ) أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية اساسها $\frac{1}{e}$ و عين حدها الأول.

(ب) أكتب V_n بدلالة n . ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

(ج) أحسب بدلالة n المجموعين :

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n \text{ و } S'_n = v_0 + e \cdot v_1 + e^2 \cdot v_2 + \dots + e^n v_n$$

التمرين الثالث (04نقاط)

نعتبر المعادلة ذات المجهولين x و y حيث : $(E) : 3x - 21y = 78$

1. بين أن المعادلة (E) تقبل حولا في $\mathbb{Z}^2$.
2. أ- أثبت أنه اذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا لمعادلة (E) فان : $x \equiv 5[7]$.
ب- استنتج حلول المعادلة (E)
3. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n , بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 7
4. عين الثنائيات $(x; y)$ من $\mathbb{N}^2$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق $5^x + 5^y \equiv 3[7]$.

التمرين الرابع (08ن)

(I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$ كمايلي : $f(x) = -x - 1 + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$.
وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس. $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
2. أ- تحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{-x^2 - x - 1}{x(x+1)}$.
ب- أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $0 < \alpha < 0.35$ و $-1.9 < \beta < -1.8$.
4. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
5. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
6. أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .
7. ليكن m وسيطا حقيقيا ، ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) = 1 + \ln m$$

8. أ- α عدد حقيقي بين أن الدالة : $x \rightarrow (x+\alpha) \ln(x+\alpha) - x$ هي دالة أصلية لدالة $x \rightarrow \ln(x+\alpha)$ على المجال $]-\alpha; +\infty[$.
ب- عين الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$. ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = 1$, $x = 2$, $y = -3$.