الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية عياش مقلاتي الحاسي — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان الثلاثي الثاني — يوم: الاثنين 04 مارس 2024

المستوى: السنة الثالثة — الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: أربع ساعات

التمرين الأول: 05 نقاط

نعتبر المعادلة $5x-9y=11...(E)$ بحيث x و y عددان صحيحان.

1. أ) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $x\equiv 4[9]$.
ب) استنتج أن حلول المعادلة (E) هي الثنائيات $(9k+4;5k+1)$ بحيث k عدد صحيح.
2. نضع $d=PGCD(x;y)$.
✓ بين أن $d=1$ أو $d=11$، ثم عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي من أجلها يكون $d=11$.
3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على العدد 9.
ب) بين أن $2974^x\equiv 4[9]$ ثم استنتج أن العدد $2974^x-2024^{1445}+1954^{1962}+3$ مضاعف للعدد 9.
ج) عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $2974^x\times n+1954^{1962}\equiv 0[9]$.
4. نعتبر العدد الطبيعي N بحيث: $N=\overline{212\alpha 0}^{5}$ و $N=\overline{1222\beta 12}^{3}$ مع α و β عددان طبيعيان.
✓ عين α و β، ثم اكتب N في النظام العشري.

التمرين الثاني: 4,5 نقطة

الجزء الأول: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=\frac{2}{3}$ ومن أجل $n\in\mathbb{N}$ $u_{n+1}=\dfrac{1}{\left(\frac{1}{u_n}-1\right)^2+1}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $\frac{1}{2}<u_n<1$.
2. أ) تحقق أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\dfrac{u_n^2}{2u_n^2-2u_n+1}$
ب) بين أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}-1=\dfrac{(1-2u_n)(u_n-1)}{u_n^2+(u_n-1)^2}$، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) و برر تقاربها.

الجزء الثاني: المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln\left(\frac{1}{u_n}-1\right)$.

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 يطلب حساب حدها الأول.
2. اكتب v_n بدلالة n، ثم استنتج أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $u_n=\dfrac{1}{e^{-2^n\ln 2}+1}$ واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.
3. ليكن الجداء P_n بحيث $P_n=\left(\frac{1}{u_0}-1\right)\times\left(\frac{1}{u_1}-1\right)\times...\times\left(\frac{1}{u_n}-1\right)$.
✓ بين أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $P_n=2^{1-2^{n+1}}$.

التمرين الثالث:3,5 نقطة

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $D=[0;\ln 2]$ بـ: $f(x)=\frac{2e^{2x}}{(e^x+1)^2}$، $g(x)=\frac{-2e^x}{(e^x+1)^2}$، وليكن (C_f) و (C_g) تمثيليهما البيانيين في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$. نضع $I=\int_0^{\ln 2} f(x)dx$ و $J=\int_0^{\ln 2} g(x)dx$.

1. أ) تحقق أنه من أجل $x\in D$: $f(x)=2\left(1-\frac{1}{e^x+1}\right)^2$.

ب) بين أنه من أجل $x\in D$: $\frac{1}{2}\le f(x)\le\frac{8}{9}$، ثم أعط حصرا للتكامل I.

2. أثبت أن $I-J=\int_0^{\ln 2}\frac{2e^{2x}+2e^x}{e^{2x}+2e^x+1}dx$، ثم استنتج أن مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و (C_g) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=\ln 2$ و $x=0$ تساوي $2\ln\left(\frac{3}{2}\right)u.a$.

3. بين أن $J=-\frac{1}{3}$، ثم استنتج قيمة التكامل I.

التمرين الثالث:07 نقاط

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة والمتزايدة تماما على $\mathbb{R}$ بحيث: $g(x)=2x-e^{-x}$.

✓ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $0,34<\alpha<0,36$، ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln(x^2+e^{-x})$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ بحيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1. أ) احسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)$، ثم بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2+e^{-x}}$ وشكل جدول تغيرات الدالة f.

ب) بين أن $f(\alpha)=\ln\left((\alpha+1)^2-1\right)$، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

2. أ) تحقق أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=-x+\ln(1+x^2e^x)$.

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

ج) تحقق أن (Δ) مماس لـ (C_f) في مبدأ المعلم، ثم اكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة $A\left(-2;\ln(4+e^2)\right)$.

3. نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=2\ln x$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المستوي السابق.

أ. احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-h(x)]$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب. ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_h).

4. أ) أنشئ كلا من (Δ) و (T)، ثم ارسم (C_h) و (C_f). نقبل أن $f(\beta)=0$ بحيث $\beta\simeq 0,71$.

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها يكون للمعادلة $f(x)=-x+m$ ثلاث حلول متمايزة.