

المدة : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x}$ ساعة

المادة : رياضي .

التاريخ : 2022/12/05

القسم : السنة الثالثة .

الامتحان الأول في مادة الرياضيات

ملاحظة: تنظيم الإجابة ويمنع التشطيب بكل أنواعه .

التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال من الأسئلة الآتية جواب واحد صحيح فقط، عينه معللاً إجابتك .

1. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' = y \ln(10) - \ln(3)$ والذي يحقق الشرط $f(0) = 0$ هو

(أ) $f(x) = \log(3)(1 - 10^x)$ (ب) $f(x) = \log(3)(10^x - 1)$ (ج) $f(x) = \ln(3)(1 - 10^x)$

2. الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 - \ln(1 + e^{-x})$ تمثيلها البياني (C) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً بجوار $-\infty$

معادلته هي :

(أ) $y = x$ (ب) $y = x + 1$ (ج) $y = x - 1$

3. مجموعة حلول المعادلة $4^x - (1 + e)^{2x} + e = 0$ في $\mathbb{R}$ هي

(أ) $S = \left\{0; \frac{1}{\ln 2}\right\}$ (ب) $S = \{0; \ln 2\}$ (ج) $S = \emptyset$

4. قيمة النهاية $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\ln x)^2}{x - 1}$ هي

(أ) 0 (ب) 1 (ج) -1

التمرين الثاني : (06 نقاط)

ليكن m وسيط حقيقي ، نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_m(x) = (x^2 + mx + 1)e^{-x}$ وليكن (C_m) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و (C_0) منحنى الدالة f_0 المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f_0(x) = (x^2 + 1)e^{-x}$ في نفس المعلم .

1. أثبت أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة A يطلب تعيين إحداثيها .

2. (أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f_m .

(ب) استنتج قيم m التي من أجلها تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين يطلب تعيينهما .

3. M_m نقطة من المنحنى (C_m) فاصلتها x_m حيث $x_m = 1 - m$.

• أثبت أنه عندما m يسمح $\mathbb{R}$ فإن M_m تنتمي إلى منحنى يطلب تعيين معادلته له .

4. أدرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m حيث $m \neq 2$ الوضعية النسبية للمنحنيين (C_0) و (C_m) .

التمرين الثالث : (10 نقاط):

1. f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x-2)e^x + 2$.

1. أدرس تغيرات الدالة f .

2. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر $\alpha \in]1.5; 1.6[$.

3. استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x .

II. g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$\begin{cases} g(x) = \frac{x^2}{e^x - 1} & ; x \neq 0 \\ g(0) = 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

وليكن (Cg) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أ) بين أن الدالة g تقبل الاشتقاق عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$ هل هي مستمرة عند 0 ؟ .

ب) أكتب معادلة لـ (T) مماس (Cg) عند المبدأ O .

2. أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x} = 0$ (استعمل النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$)

ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكّل جدول تغيراتها .

ج) بين أن $g(\alpha) = \alpha(2 - \alpha)$ ثم جد حصر لـ $g(\alpha)$.

4. أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x) + x^2] = 0$ وفسر النتيجة هندسيا .

ب) أدرس الوضعية النسبية لـ (Cg) مع (C) منحنى الدالة $x \rightarrow -x^2$.

5. أنشئ في نفس المعلم المنحنى (Cg) والمنحنى (C) والمماس (T) .

6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $g(x) = \frac{m^2}{e^m - 1}$.

III. h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = g(e^x)$ (لا يطلب حساب عبارة h) .

• استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكّل جدول تغيراتها .

تحت إشراف أستاذ المادة

بالتوفيق