الباب الأول

القسمة الإقليدية
في مجموعة الأعداد الصحيحة

الأنشطة

النشاط الأول

تصحيح: عدد تام عوض عدد كامل أو عدد مثالي.

عددان متحابان عوض عددان متراضيان.

الهدف: تعيين قواسم عدد طبيعي في مجموعة الأعداد الطبيعية تمهيدا لتعريف قواسم عدد صحيح في مجموعة الأعداد الصحيحة.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل لهذا الباب و يتوج بتقديم فقرة " قابلية القسمة في $\mathbb{Z}$ ".

الحل:

1. قواسم 28 هي 1؛ 2؛ 4؛ 7؛ 14؛ 28 و لدينا $28 = 14 + 7 + 4 + 2 + 1$. نستنتج أن 28 عددا تاما.
2. قواسم 220 هي 1؛ 2؛ 4؛ 5؛ 10؛ 11؛ 20؛ 22؛ 44؛ 55؛ 110 و 220.

لدينا: $284 = 110 + 55 + 44 + 22 + 20 + 11 + 10 + 5 + 4 + 2 + 1$.

قواسم 284 هي: ...

النشاط الثاني

تصحيح: /

الهدف: يهدف الجزء الأول إلى التمهيد الحدسي لمبرهنة القسمة الإقليدية في $\mathbb{Z}$ و يهدف الجزء الثاني إلى مقاربة تعريف الموافقة في $\mathbb{Z}$.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " الموافقات في $\mathbb{Z}$ ".

الحل: بسيط

النشاط الثالث

تصحيح: /

الهدف: تخمين بعض خواص الموافقات في $\mathbb{Z}$.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " خواص الموافقات في $\mathbb{Z}$ " و يتم باستعمال جهاز الداتاشو.

الحل: يكفي إتباع مختلف الخطوات الواردة في النشاط لبلوغ النتائج المتوخاة.

النشاط الرابع

تصحيح: /

الهدف: مقاربة مفهوم الاستدلال بالتراجع.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " الاستدلال بالتراجع " و يتم باستعمال جهاز الداتاشو و كذلك العمل ضمن أفواج لإنجاز البرهان المطلوب.

الحل: يكفي إتباع مختلف الخطوات الواردة في النشاط لبلوغ النتائج المتوخاة.

الأعمال الموجهة

التشفير التآلفي

تصحيح: /

الهدف: تعريف التشفير التآلفي و استعماله لتشفير رسائل و فك أخرى مشفرة باستعمال المفتاح المناسب.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

يوم الأسبوع الذي يصادف تاريخا معينا

تصحيح: /

الهدف: تعيين يوم الأسبوع الذي يصادف تاريخا معينا.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

تعيين بواقي قسمة قوى عدد طبيعي على آخر

تصحيح: /

الهدف: تعيين، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة العدد الطبيعي a^n على b.

توجيهات: يقدم النشاط باستعمال جهاز الداتاشو و كذلك العمل ضمن أفواج لإنجاز البرهان المطلوب.

الحل: بسيط

التمارين

تمارين تطبيقية

1 ــ قابلية القسمة في $\mathbb{Z}$.

1 الأعداد التي تكون قاسمة للعدد 204 هي :2 ، 3 ، 4 ، 6 ،12.

14
- $(x-2)(y-3)=xy-3x-2y+6$.
- $xy=3x+2y$ يعني $(x-2)(y-3)=6$. و منه لدينا عدة حالات:

الحالة الأولى: $x-2=1$ و $y-3=6$ أي $(x;y)=(3;9)$.

الحالة الثانية: $x-2=6$ و $y-3=1$ أي $(x;y)=(8;4)$.

الحالة الثالثة: $x-2=-1$ و $y-3=-6$ أي $(x;y)=(1;-3)$.

الحالة الرابعة: $x-2=-6$ و $y-3=3$ أي $(x;y)=(-4;2)$.

الحالة الخامسة: $x-2=2$ و $y-3=3$ أي $(x;y)=(4;6)$.

الحالة السادسة: $x-2=3$ و $y-3=2$ أي $(x;y)=(5;5)$.

الحالة السابعة: $x-2=-2$ و $y-3=-3$ أي $(x;y)=(0;0)$.

الحالة الثامنة: $x-2=-3$ و $y-3=-2$ أي $(x;y)=(-1;1)$.

2 ــ القسمة الأقليدية في $\mathbb{Z}$.

16 جـ ــ $1+(-17)7=-118$ ومنه الباقي 1 والحاصل -17.

د ــ $2+(-22)7=-152$ ومنه الباقي 2 والحاصل -22 .

17 $n=41k+5$ حيث $41k+5\leq 100$ أي $k=0$ أو $k=1$ أو $k=2$ ومنه $n=5$ أو $n=46$ أو $n=87$.

3 ــ الموافقات في $\mathbb{Z}$.

25 برر صحة العبارات التالية :

أ ــ $6\times 7=42=45-3$ معناه $45\equiv 3[7]$.

ب ــ $152-2=150=3\times 20$ معناه $152\equiv 2[3]$.

جـ ــ $29=30-1=6\times 5$ معناه $29\equiv -1[6]$.

د ــ $137=140+3=28\times 5$ معناه $137\equiv -3[5]$.

و ــ $-13=-15-2=5(-3)$ معناه $-13\equiv 2[5]$.

هـ ــ $-17+7=-10=10(-1)$ معناه $-17\equiv -7[10]$.

26 نعتبر الموافقة (1) التالية $37\equiv x\ [4]$

2. العدد الطبيعي الأصغر تماما من 4 ويحقق (1) هو باقي القسمة الأقليدية لـ 37 على 4 وهو 1.

27 4 ، 13 ، 20 ، 27 .

29 $a\equiv 4[n]$ ؛ $b\equiv 14[n]$ و $c\equiv -34[n]$.

5 ــ خواص الموافقات في $\mathbb{Z}$.

30 $140\equiv 8[12]$ إذن $n\equiv 8[12]$، ومنه باقي قسمة العدد n على 12 هو 8.

33 باقي قسمة العدد 67 على 11 هو 1.

لدينا $67\equiv 1[11]$ ومنه $67^{13}\equiv 1[11]$ إذن باقي قسمة العدد 67^{13} على 11 هو 1.

4 ــ الاستدلال بالتراجع .

35 نسمي $p(n)$ الخاصية $1+2+3+...+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

$p(0)$ هي $0=\dfrac{0(0+1)}{2}$ وهذا صحيح

نفرض $p(n)$ صحيحة من أجل عدد طبيعي n أي $1+2+3+...+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ ولنبرهن صحة $p(n+1)$.

$1+2+3+...+n+(n+1)=\dfrac{n(n+1)}{2}+n+1=\dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$ إذن حسب مبدأ التراجع ينتج من أجل كل عدد طبيعي n ، $p(n)$

تمارين للتّعــمّق

1 ــ قابلية القسمة في $\mathbb{Z}$.

40 المسافة بين العمودين المتتاليين هي عدد طبيعي x حيث $2 < x < 5$

وبالتالي : إمّا $x = 3$ وإما $x = 4$. لدينا 4 لا يقسم 90 بينما 3 هو قاسم مشترك للعددين 90 و 156

ونأخذ قاسما مشتركا لأن كل زاوية القطعة يغرس عمود. إذن المسافة بين عموديين متتاليين هي $3m$.

محيط القطعة هو $2(90+156) = 492m$ ولدينا عدد الأعمدة هو نفس عدد الفراغات الموجودة بين عمودين متتاليين أي

$\frac{492}{3} = 164$

42 1) $\frac{n+2}{n-1} = \frac{n-1+3}{n-1} = \frac{n-1}{n-1} + \frac{3}{n-1} = 1 + \frac{3}{n-1}$

وبالتالي لكي يكون $\frac{n+2}{n-1}$ عددا صحيحا يكفي أن يكون $\frac{3}{n-1}$ عددا صحيحا ولهذا يجب أن يكون العدد $(n-1)$ قاسما للعدد 3 .

قواسم العدد 3 هي -1 , -3 , 1 و 3 وبالتالي : $(n-1=-1)$, $(n-1=-3)$ ، $(n-1=1)$ أو $(n-1=3)$

معناه $(n=0)$, $(n=-2)$ ، $(n=2)$ أو $(n=4)$ وبما أن n عدد طبيعي فإن قيمه الممكنة هي : 0 ، 2 و 4 .

2) ليكن α و β عددين طبيعيين حيث : $a = 2^{\alpha} \times 3^{2\beta}$ ومنه $a^2 = 2^{2\alpha} \times 3^{2\beta}$ عدد قواسم a^2 هو $(2\alpha+1)(2\beta+1)$ و عدد قواسم a هو $(\alpha+1)(\beta+1)$

ومن المعطيات لدينا : $(2\alpha+1)(2\beta+1) = 3(\alpha+1)(\beta+1)$ معناه $4\alpha\beta + 2\alpha + 2\beta + 1 = 3\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 3$

ومعناه $\alpha\beta - \alpha = \beta + 2$ يكافئ $\alpha(\beta-1) = \beta + 2$ أي $\alpha = \frac{\beta+2}{\beta-1}$. وحسب السؤال السابق ينتج أن $\begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 4 \end{cases}$ أو $\begin{cases} \alpha = 4 \\ \beta = 2 \end{cases}$ ؛ إذن $a = 2^2 \times 3^4 = 324$ أو $a = 2^4 \times 3^2 = 144$.

2 ــ القسمة الأقليدية في $\mathbb{Z}$.

49 ب ــ $a = -3475$ و $b = 53$. حاصل قسمة العدد a على b هو -66 ، لدينا $53(k+1) \leq -3475 \leq 53k$ ومنه

$k \leq \frac{-3475}{53} = -65,56$ و $k \geq \frac{-3528}{53} = -66,56$ إذن $k = -66$ ، وبالتالي $-3498 \leq -3475 \leq -3445$

3 ــ الموافقات في $\mathbb{Z}$ وخواصها

61 أ ــ x عدد صحيح

$x \equiv$	0	1	2	3	4	$[5]$
$2x \equiv$	0	2	4	1	3	$[5]$

ب ــ $2x \equiv 3[5]$ معناه $x \equiv 4[5]$.

4 ــ تشفير الكلمات .

أ	ب	ت	ث	ج	ح	خ	د	ذ	ر	ز	س	ش	ص	ض
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

ط	ظ	ع	غ	ف	ق	ك	ل	م	ن	ه	و	ي
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

65 نقوم بعملية التشفير باستعمال التحويل $x \mapsto y$ حيث y هو باقي قسمة $x+3$ على 28 .

1) شفر الكلمة " **الجزائر**" هو" **ثهدصثثش** ".

2) ليكن y من المجموعة ***N*** ، $x+3 \equiv y\ [28]$ معناه $x \equiv y-3[28]$؛ إذا كان $y \geq 3$ فإن $x = y-3$ وإذا كان $y < 3$ فإن $x = y-3+28 = y+25$

3) حل تشفير : **تبضل:** يوسف ؛ **لثغوا ثهصاششث:** فاطمة الزهراء ؛ **وذوز** : محمد.

5 ــ الاستدلال بالتراجع .

70 (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بِـ $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \sqrt{6+u_n}$.

المطلوب إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = 3$.

الخاصية الابتدائية صحيحة لأن $u_0 = 3$.

نفرض أن $u_n = 3$ ولدينا $u_{n+1} = \sqrt{6+u_n} = \sqrt{9} = 3$

إذن حسب مبدأ التراجع لدينا من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = 3$ أي المتتالية (u_n) ثابتة .

الباب الثاني

المتتاليات العددية

الأنشطة

النشاط الأول

تصحيح: /

الهدف: التذكير بتوليد متتالية معرفة بعلاقة تراجعية أو بعبارة الحد العام بدلالة n.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل لهذا الباب و يتوج بتقديم فقرة " المتتاليات ".

الحل:

1. $u_{n+1} = 2u_n + 1$
2. $v_n = 3n - 5$

النشاط الثاني

تصحيح: /

الهدف: التذكير بالمتتالية الحسابية و المتتالية الهندسية.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرتين " المتتالية الحسابية و المتتالية الهندسية " و " المتتالية الرتيبة"

الحل: بسيط

النشاط الثالث

تصحيح: /

الهدف: نمذجة وضعية و مقاربة المتتاليات من الشكل $u_{n+1} = au_n + b$.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " المتتاليات من الشكل $u_{n+1} = au_n + b$ " و يتم ضمن أفواج.

الحل: يكفي إتباع مختلف الخطوات الواردة في النشاط لبلوغ النتائج المتوخاة.

النشاط الرابع

تصحيح: /

الهدف: توظيف المتتاليات من الشكل $u_{n+1} = au_n + b$.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " المتتاليات من الشكل $u_{n+1} = au_n + b$ " و يتم ضمن أفواج.

الحل: بسيط

الأعمال الموجهة

النمو الديموغرافي

تصحيح: /

الهدف: توظيف المتتاليتين الهندسية و الحسابية في وضعيات لها دلالة.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

تطور نسبة الزبناء

تصحيح: الزبائن عوض الزبناء

الهدف: توظيف المتتاليات من الشكل $u_{n+1}=au_n+b$ في وضعيات لها دلالة.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

تخمين عبارة الحد العام لمتتالية ثم اثباتها

تصحيح: /

الهدف: التخمين ثم الإثبات باستعمال الاستدلال بالتراجع أو باستعمال متتالية مساعدة.

توجيهات: يقدم النشاط باستعمال جهاز الداتاشو و كذلك العمل ضمن أفواج لإنجاز البرهان المطلوب.

الحل: بسيط

التمارين

تمارين تطبيقية

1 ــ المتتاليات العددية

2 أ ــ $u(0)=5$ ، $u(1)=3$ و $u(2)=-3$.

ب ــ $u(13)=-333$ ، $u(50)=-4995$ و $u(100)=-19995$.

جـ ــ $u(n+1)=-2n^2-4n+4$ ؛ $u(2n)=-4n^2+5$.

3 نعتبر المتتالية u المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$u_0=2$ و $u_{n+1}=3-2u_n$.

$u_1=-1$ ، $u_2=5$ و $u_3=-7$. $u_{10}=1025$.

2 ـ المتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية .

5 $u_{13}=-32$.

$S=u_0+u_1+...+u_{13}=7(7-32)=-175$.

6 $u_{33}=48$

$S=u_0+u_1+...+u_{33}=17(-1,5+48)=790,5$.

3 ــ اتّجاه تغيّر ورتابة متتالية .

15 1) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم، $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{4^{n+1}}{(n+1)^2}\times\frac{n^2}{4^n}=\frac{4n^2}{(n+1)^2}=\left(\frac{2n}{n+1}\right)^2$

2) من أجل كل $n \geq 1$ فإن $n+n \geq n+1$ معناه $2n \geq n+1$ أي $\frac{2n}{n+1} \geq 1$ ويكافئ $\left(\frac{2n}{n+1}\right)^2 \geq 1$ أي $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$

وبما أن كل الحدود موجبة تماما فإن المتتالية (u_n) متزايدة .

16 1) لدينا من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ ، $2^n > 0$ و $n^2 > 0$ إذن $\frac{2^n}{n^2} > 0$ أي $u_n > 0$

2) نعتبر كثير الحدود $P(x) = x^2 - 2x - 1$ ، $\Delta' = 2$ ، $x' = 1-\sqrt{2}$ ، $x'' = 1+\sqrt{2}$.

$P(x) > 0$ معناه $x \in]-\infty;1-\sqrt{2}[\cup]1+\sqrt{2};+\infty[$ ؛

ومنه إذا كان $n \geq 3$ فإن $n \in]1+\sqrt{2};+\infty[$ ومنه $P(n) > 0$.

3) $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{(n+1)^2} \times \frac{n^2}{2^n} = \frac{2n^2}{(n+1)^2}$.

إذا كان $n \geq 3$ فإن $n^2 - 2n - 1 > 0$ وهذا يعني أن $n^2 > 2n+1$ أي $n^2 + n^2 > n^2 + 2n + 1$ ومعناه $2n^2 > (n+1)^2$

ويكافئ $\frac{2n^2}{(n+1)^2} > 1$ أي $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ وبما أن كل الحدود موجبة فإن $u_{n+1} > u_n$.

وبالتالي ابتداء من $n = 3$ أي من الحد الثالث u_3 تكون المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

4 ــ المتتاليات من الشكل $u_{n+1} = a u_n + b$.

19 أ ــ $v_{n+1} = u_{n+1} - 1 = 3u_n - 3 = 3v_n$.

ب ــ من السؤال أ ــ ينتج أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3.

21 2) **تصحيح** نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = u_n + \frac{1}{2}$.

أ ــ $v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{1}{2} = 3u_n + 1 + \frac{1}{2} = 3\left(u_n + \frac{1}{2}\right) = 3v_n$ ب ــ $v_n = v_0 \times 3^n$ ؛ $v_n = v_0 \times 3^n - \frac{1}{2}$.

تمارين للتّعــمّــق

1 ــ المتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية .

22 1) $r = \frac{v_8 - v_4}{4} = \frac{1}{2}$ ؛ $v_0 = v_4 - 4r = 3$.

2) أحسب n ؛ $v_n = 3 + \frac{1}{2}n = 50$ معناه $n = 94$.

3) $S = v_6 + v_7 + ... + v_{94} = \frac{89}{2}(v_6 + v_{94})$ ؛ $S = \frac{89}{2}(2v_0 + 100r) = 2492$.

2 ــ اتّجاه تغيّر ورتابة متتالية .

31 1) $u_1 - 11,2$ ، $u_2 = -23,08$ و $u_3 = -33,77$.

2) $u_{n+1} - u_n = 0,9$ ، $u_{n+1} - u_n > 0$ أي (u_n) متزايدة تماما.

3 ــ المتتاليات من الشكل $u_{n+1} = a u_n + b$.

35 لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة بـ $u_{n+1}=\frac{1}{3}(u_n-1)$.

1) $3u_0=u_0-1$ معناه $u_0=-\frac{1}{2}$.

2) نضع $u_0=4$ و $v_n=2u_n+1$.

أ ـ $v_{n+1}=2u_{n+1}+1=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}v_n$. $v_0=9$.

ب ـ $v_n=9\times\left(\frac{1}{3}\right)^n$ ؛ $u_n=\frac{1}{2}\left(9\times\left(\frac{1}{3}\right)^n-1\right)$.

مسـائل

42 1) أ) $u_2=u_1+150=5150DA$.

ب)من أجل n عدد طبيعي لدينا: $u_{n+1}=u_n+150$ إذن (u_n) متتالية حسابية أساسها 150

ومنه $u_n=u_1+(n-1)150=150n+4850$ ، $u_8=150\times8+4850=9600DA$.

ت) $S=u_1+u_2+...+u_8=\frac{8}{2}(u_1+u_8)=58400DA$.

2) أ) $v_2=v_1+0,03v_1=1,03v_1=5150DA$.

ب) من أجل n عدد طبيعي لدينا: $v_{n+1}=v_n+0,03v_n=1,03v_n$ إذن (v_n) متتالية هندسية أساسها $1,03$

ومنه $v_n=v_1(1,03)^{n-1}=5000(1,03)^{n-1}$ ، $v_8=5000(1,03)^7=6149.37\,\text{DA}$.

ت) $T=v_1+v_2+...+v_8=v_1\frac{(1,03)^8-1}{1,03-1}=44461,68DA$.

3) العقد الثاني أقل تكلفة إذن عمر يختار هذا العقد .

الباب الثالث

اتجاه تفسيرالة

الأنشطة

النشاط الأول

تصحيح: /

الهدف: التذكير بإشارة ثنائي الحدين و ثلاثي الحدود.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل لهذا الباب و يتوج بتقديم فقرة " تذكير حول المعادلات و المتراجحات".

الحل: بسيط

النشاط الثاني

تصحيح: /

الهدف: دراسة اتجاه تغير دالة.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " تذكير حول المشتقات ".

الحل: بسيط

الأعمال الموجهة

من جدول التغيرات إلى التمثيل البياني

تصحيح: /

الهدف: ربط جدول تغيرات بالمنحني المناسب.

توجيهات: يتم تقديم العمل في شكل أفواج.

الحل: بسيط

من التمثيل البياني إلى جدول التغيرات

تصحيح: /

الهدف: ربط منحن بجدول التغيرات المناسب.

توجيهات: يتم تقديم العمل في شكل أفواج.

الحل: بسيط

التمارين

تمارين تطبيقية

1 ـ تذكير حول المعادلات و المتراجحات

1 دراسة حسب قيم x إشارة كل من $f(x)$ و $g(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	

x	$-\infty$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$g(x)$		+	0	-	

6

$(C_1) \to h$ ، $(C_2) \to g$ ، $(C_3) \to k$ و $(C_4) \to f$

7

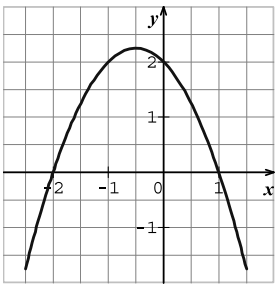
إشارة $f(x)$.

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		1		$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+	

9 f دالة معرفة على $[-2,5;2,5]$ حيث جدول تغيراتها هو التالي:

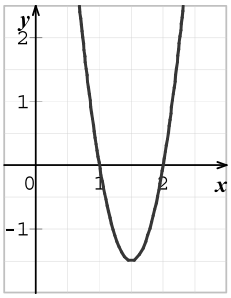
x	-2,5	-0,5	2,5
$f(x)$		$\frac{9}{4}$	

منحني الدالة f هو : (1)



10

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ حيث تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس هو التالي:



جدول تغيرات الدالة f هو

x	$-\infty$	$1,5$	$+\infty$
$f(x)$		$-\frac{3}{2}$	

تذكير حول المشتقات

11

12 1) $f'(x) = -2$ 2) $f'(x) = -4x + 3$ 3) $f'(x) = x^2 + x - 1$

13 1) $f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$ 2) $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$ 3) $f'(x) = \frac{-40}{(4x-5)^2}$

1) $f'(3) = 2$ و $f'(-2) = 2$.

2) $f'(1) = -3$ و $f'(-\sqrt{2}) = -3$

3) $f'(x) = 2x$ ومنه $f'(-1) = -2$.

4) $f'(x) = 3x^2$ ومنه $f'(0) = 0$.

5) $f'(x) = 2x + \frac{1}{2}$ ومنه $f'(2) = \frac{9}{2}$.

15 f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2$

1) $f'(3)=2\times 3=6$.

2) معادلة المماس Δ لمنحني (C) الممثل للدالة f عند النقطة التي فاصلتها0 هي $y=0$.

23 نسمي f الدالة المرفقة للمنحني (C). لمماس المنحني (C) عند النقطة A ، والذي يوازي المستقيم (Δ) معامل التوجيه $f'(2)=3$ هو نفس معامل توجيه (Δ) ولدينا $f(2)=4$ إذن معادلة المماس هي

$y=f'(2)(x-2)+f(2)$ أي $y=3x-2$.

24 (C) منحن يشمل النقطة $A(-1\,;-3)$.

لمماس المنحني (C) عند النقطة A ، والذي شعاع توجيهه $\vec{i}$ ، معامل التوجيه معدوم وبالتالي معادلته $y=-3$.

26 f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^2-5x+4$ و $(\mathcal{P})$ منحنيها الممثل في المعلم $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.

1) f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ لأنا كثير حدود . $f'(x)=2x-5$.

2) معادلة لمماس المنحني $(\mathcal{P})$ عند نقطته $E(0\,;4)$ هي $y=-5x+4$

3) $f'(x)=\frac{1}{2}$ معناه $-5x+4=\frac{1}{2}$ أي $x=\frac{7}{10}$.

4) a عدد حقيقي . $y=(2a-5)x-a^2+4$.

5) $-a^2+4=0$ معناه $a=2$ أو $a=-2$.

30 1) $f(x)=x^2-x-6$ ؛ $f'(x)=2x-1$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		↘	$-\frac{25}{4}$	↗	

38 1. $f(0)=-1$ ، $f(1)=2$ و $f(2)=-1$. 2. $f'(0)=-2$ ، $f'(1)=0$ و $f'(2)=2$.

3. معادلة المماس للمنحني (C) عند النقطة B هي $y=-2x-1$

4. $f(0)=-1$ معناه $c=-1$ و $f'(0)=-2$ معناه $b=-2$.

$f(x)=x^2-2x-1$ ؛ $f\left(1+\sqrt{2}\right)=\left(1+\sqrt{2}\right)^2-2\left(1+\sqrt{2}\right)-1=3+2\sqrt{2}-2-2\sqrt{2}-1=0$

x	-1		$1-\sqrt{2}$		$1+\sqrt{2}$	3
$f(x)$		+	0	-	0	+

5. الدالة f هي مشتقة دالة F على المجال $[-1;3]$.

x	-1		$1-\sqrt{2}$		$1+\sqrt{2}$	3
$F'(x)$		+	0	-	0	+
$F(x)$		↗		↘		↗

الباب الرابع

الدوال كثيرات الحدود

الأنشطة

النشاط الأول

تصحيح: /

الهدف: تخمين نهاية دالة كثير حدود من الدرجة الأولى عند مالانهاية.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل لهذا الباب و يتم باستعمال جهاز الداتاشو و يتوج بتقديم فقرة " الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الأولى ".

الحل: /

النشاط الثاني

تصحيح: /

الهدف: تخمين نهاية دالة كثير حدود من الدرجة الثانية عند مالانهاية.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثانية " و يتم باستعمال جهاز الداتاشو.

الحل: بسيط

النشاط الثالث

تصحيح: /

الهدف: تخمين نهاية دالة كثير حدود من الدرجة الثالثة عند مالانهاية.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة " و يتم باستعمال جهاز الداتاشو.

الحل: يكفي إتباع مختلف الخطوات الواردة في النشاط لبلوغ النتائج المتوخاة.

الأعمال الموجهة

مسائل استمثال

تصحيح: /

الهدف: توظيف الدوال كثيرات الحدود من الدرتين الثانية و الثالثة لدراسة وضعية استمثال.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

الربط بين مساحة، دالة و منحن

تصحيح: /

الهدف: دراسة وضعية استمثال.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

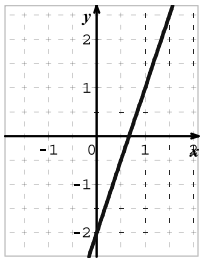
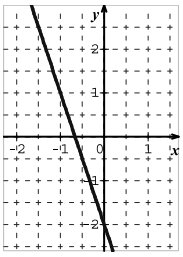
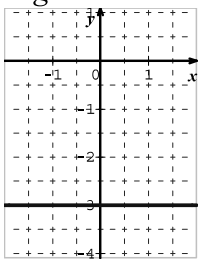
الحل: بسيط

التمارين

تمارين تطبيقية

1 ــ الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الأولى .

1 $f : x \mapsto 3x - 2$ ؛ $g : x \mapsto -3x - 2$ ؛ $g : x \mapsto -3$

2 $g : x \mapsto -2x - 3$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		-6	

$f : x \mapsto 2x - 3$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		1	

$g : x \mapsto -3x$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		-7	

3 1) جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

2) إحداثيتا نقطة تقاطع منحني الدالة f مع محور الفواصل $(2;0)$.

إحداثيتا نقطة تقاطع منحني الدالة f مع محور التراتيب $(0;-1)$.

3) إذا كان $x \in]-\infty;2]$ فإن $f(x) \leq 0$ وإذا كان $x \in [2;+\infty[$ فإن $f(x) \geq 0$

2 ــ الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثانية .

10 1.أ- $f(x) = g(x)$ معناه $2x^2 - 5x - 25 = 0$ ومعناه $x = -\frac{5}{2}$ أو $x = 5$.

ب- إحداثيات نقط تقاطع المنحنيين (C_f) و (C_g) هي $\left(-\frac{5}{2};\frac{65}{4}\right)$ ؛ $(5;20)$.

2.أ- إشارة $f(x) - g(x)$ حسب قيم x .

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		5		$+\infty$
$2x^2-5x-25$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ب- إذا كان $x \in]-\infty;-\frac{5}{2}[\cup]5;+\infty[$ فإن (C_f) يقع فوق (C_g) وإذا كان $x \in]-\frac{5}{2};5[$ فإن (C_f) يقع تحت (C_g).

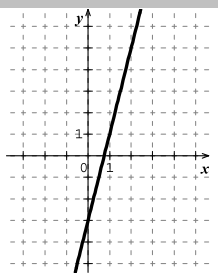
3 ــ الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة .

12 الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ؛ في المجالين $]-\infty;-1]$ و $[2;+\infty[$ الدالة f متزايدة تماما ؛ وفي المجال $[-1;2]$ الدالة f متناقصة تماما.

تمارين للتّعــمّــق

1 ــ الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الأولى .

18 $f: x \mapsto 4x-3$.

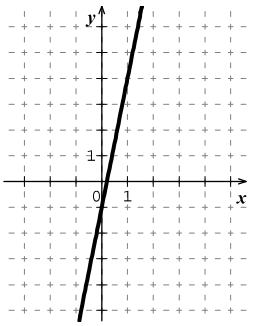


x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

22 $f: x \mapsto 5x-1$. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} 5x=-\infty$ ؛

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 5x=+\infty$ ؛ $f'(x)=5$ ؛

ومن أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)>0$.



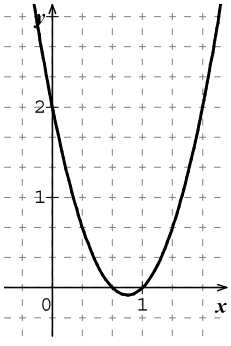
x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

2 ــ الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثانية .

26 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=3x^2-5x+2$. C_f منحنيها البياني .

1. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} 3x^2=+\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 3x^2=+\infty$.

2. $f'(x)=6x-5$.



x	$-\infty$		$\frac{5}{6}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\frac{1}{12}$	↗	$+\infty$

3. أكتب معادلة لمماس المنحني C_f.

$3x^2-5x+2=0$ معناه $x=1$ أو $x=\frac{2}{3}$، معادلة المماسين المنحني C_f : $y=x-1$ ؛ $y=-x-\frac{2}{3}$.

4. التمثيل البياني

3 ــ الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة .

32 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$f(x)=x^3-3x^2-5x+4$.

(C) المنحني البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس .

1) f معرفة على $\mathbb{R}$ ولدينا $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$.

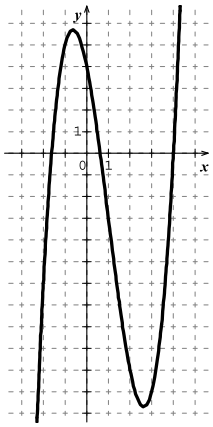
$f'(x)=3x^2-6x-5$.

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		$\frac{8}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

2) $f''(x)=6x-6$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

3) رسم (C) .



مسـائـل

36 نسمي X طول زجاجة الباب و x عرضها حيث $x>0$ ولدينا : $X\times x=20160\,cm^2$

أي : $X=\dfrac{20160}{x}$. نسمي f الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي موجب تماما x ، مساحة الباب ؛ أي :

$f(x)=(X+42)(x+30)$ ومعناه $f(x)=\left(\dfrac{20160}{x}+42\right)(x+30)$ الدالة f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}_+^*$ ولدينا :

$$f'(x)=\left(\frac{-20160}{x^2}\right)(x+30)+\left(\frac{20160}{x}+42\right)$$

أي : $$f'(x)=42\left(\frac{-480x-14400+480x+x^2}{x^2}\right)$$

ومعناه $$f'(x)=42\left(\frac{x^2-14400}{x^2}\right)$$

x	0		120		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ ↘		31500	↗	

القيمة الحدية الصغر للدالة f (أصغر مساحة للباب) هي $31500\,cm^2$ وتبلغها عند $x=120$

إذن عرض الباب هو $x+30=150\,cm$ وطولها هو $X+42=\dfrac{20160}{x}+42=210\,cm$.

الباب الخامس

الدوال التناظرية

الأنشطة

النشاط الأول

تصحيح: /

الهدف: تخمين نهايات دالة تناظرية عند إطراف مجموعة تعريفها و مقاربة مفهوم الخط المقارب.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل لهذا الباب و يتوج بتقديم فقرة " نهايات دالة تناظرية " ويتم باستعمال جهاز الداتاشو.

الحل: بسيط

النشاط الثاني

تصحيح: /

الهدف: تخمين نهايات دالة تناظرية عند إطراف مجموعة تعريفها و مقاربة مفهوم الخط المقارب.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل لهذا الباب و يتوج بتقديم فقرة " نهايات دالة تناظرية " ويتم باستعمال جهاز الداتاشو.

الحل: بسيط

الأعمال الموجهة

التعرف على المستقيمات المقاربة من جدول التغيرات

تصحيح: /

الهدف: اكتشاف كيف يمكن استخراج المستقيمات المقاربة من جدول التغيرات.

توجيهات: يتم تقديم العمل في شكل أفواج.

الحل: بسيط

المستقيم المقارب و قواسم عدد طبيعي

تصحيح: /

الهدف: تعيين نقط منحن التي إحداثياتها أعداد طبيعية.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

الربط بين دالة، جدول تغيرات و منحن

تصحيح: /

الهدف: توظيف خواص الدوال التناظرية.

توجيهات: يتم تقديم العمل في شكل أفواج.

الحل: بسيط

التمارين

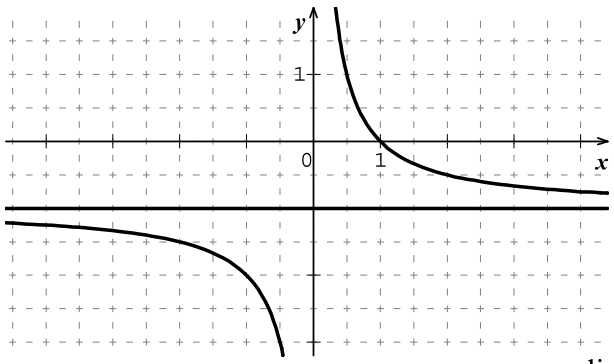
تمارين تطبيقية

1 ـ نهايات الدوال التناظرية

1 نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1-x}{x}$ و ليكن (C_f) منحنيها البياني.

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-x}{x}=-1$ ، المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=-1$.

2. $f'(x)=\dfrac{-1}{x^2}$



x	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-1

2 f الدالة " مقلوب " معرفة على $\mathbb{R}^*$

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x}=0$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

3) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=1$ 4) $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}} f(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

5) $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)=-\infty$ 6) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$

8 f دالة عددية معرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{x-1}=1$ وكذلك $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x-1}=1$ إذن المستقيم (D) الذي معادلته $y=1$ مستقيم مقارب للمنحني (C) الممثل للدالة f بجوار $(-\infty)$ و $(+\infty)$.

11 معادلتا لكل من المستقيمين المقاربين للمنحني هما : $x=\dfrac{1}{2}$ و $y=1$

x	$-\infty$	$\dfrac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	1 ↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘ 1

2 ـ دراسة دالة تناظرية

13 1 ـ أ- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} 2-\dfrac{2}{x+2}=2$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ ، المنحني يقبل مستقيما معادلته $y=2$.

ب- $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-2} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-2} f(x)=+\infty$ ، المنحني يقبل مستقيما معادلته $x=-2$.

جـ- $f'(x)=\dfrac{2}{(x+2)^2}$ ، من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-2\}$ ، $f'(x)>0$.

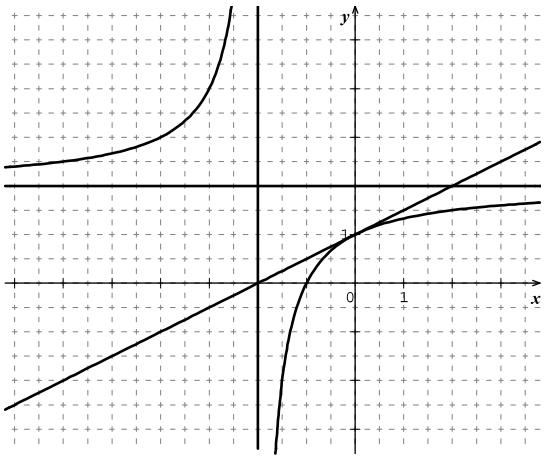
د- جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	+	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2

2 ـ $(0;1)$ ؛ $(-1;0)$.

ـ $y=\dfrac{1}{2}x+1$.

ـ إنشاء المماس (Δ) والمنحني (C) .



18 1.**تصحيح** أدرس تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	‖	-	
$f(x)$	-1	↘	$-\infty$ $+\infty$	↘	-1

.معادلتا المستقيمين المقاربين للمنحني (C) : $x=1$ و $y=-1$.

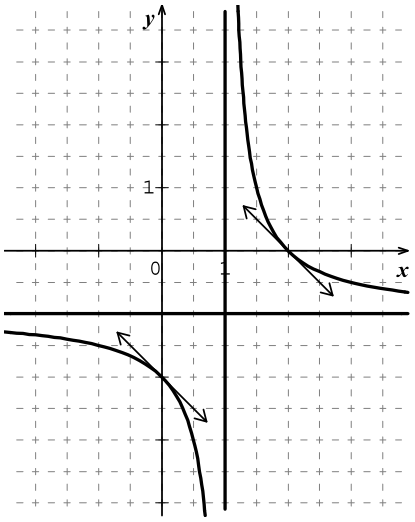
2.أ) $(0;-2)$ ؛ $(2;0)$.

ب) $f'(x)=-1$ معناه $\dfrac{-1}{(x-1)^2}=-1$

أي $(x-1)^2=1$ وهذا يعني أن $x=0$ أو $x=2$.

جـ) $y=-x-2$ ؛ $y=-x+2$.

3.الرسم.



تمارين للتعمق

23 أرفق بكل منحن من المنحنيات المبينة في الشكل دالة من الدوال التالية:

C_1 هو منحني الدالة f_6 ، C_2 هو منحني الدالة f_5 ، C_3 هو منحني الدالة f_2 ، C_4 هو منحني الدالة f_4 ، C_5 هو منحني الدالة f_3 ، C_6 هو منحني الدالة f_1

25 الطريقة البيانية:

1.بين أن حل المعادلة $x^2=\dfrac{4x-5}{x-2}$ يعني $x^2(x-2)=4x-5$ أي $x^3-2x^2-4x+5=0$ حيث $(x\neq 2)$

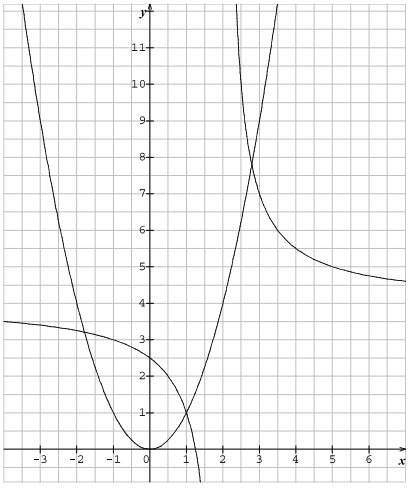
2. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـــ: $f(x)=\dfrac{5x-4}{x-2}$

أ- $f(x)=\dfrac{5x-10+6}{x-2}=\dfrac{5x-10}{x-2}+\dfrac{6}{x-2}=\dfrac{5(x-2)}{x-2}+\dfrac{6}{x-2}=5+\dfrac{6}{x-2}$

ب- الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;2[$ و متناقصة تماما على المجال $]2;+\infty[$.

3. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=x^2$

رسم في نفس المعلم المنحني C_g الممثل للدالة g (انظر الشكل)



4.عدد حلول المعادلة $x^3-2x^2-4x+5=0$ هو عدد نقط تقاطع المنحني C_g مع المنحني (C) و هو ثلاثة حلول

الحل الأول $x_1=1$ ، الحل الثاني $x_2\in\left]-2;-\dfrac{3}{2}\right[$ ، الحل الثالث $x_3\in\left]\dfrac{5}{2};3\right[$

الطريقة الجبرية:

1.ننشر العبارة $(x-1)(x^2-x-5)$

2.نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=x^2-x-5$

أ- $h'(x)=2x-1$. الدالة h متزايدة تماما على $\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ و متناقصة تماما على $\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$

ب- حل في المعادلة $h(x)=0$ تعني $x^2-x-5=0$

مميز كثير الحدود x^2-x-5 هو $\Delta=21$ ، إذن المعادلة $x^2-x-5=0$ تقبل حلين هما $x'=\dfrac{1-\sqrt{21}}{2}$

و $x''=\dfrac{1+\sqrt{21}}{2}$

3. $x^3-2x^2-4x+5=0$ يعني $(x-1)(x^2-x-5)=0$ و منه $(x=1)$ أو $\left(x=\dfrac{1-\sqrt{21}}{2}\right)$ أو $\left(x=\dfrac{1+\sqrt{21}}{2}\right)$

مسائل

28 ثمن بضاعة هو $120DA$.إذا عرف هذا الثمن ارتفاعا بنسبة 25% يكون ثمنه

$120+\left(120\times\dfrac{25}{100}\right)=120+\dfrac{3000}{100}=150$

إذا عرف الثمن انخفاضا بنسبة غير معروفة $y\ \%$ ب حيث ثمن البضاعة هو من جديد $120DA$ فإن:

$150-\frac{150y}{100}=120$ و منه $\frac{1500-15y}{10}=120$ أي $1500-15y=1200$ أي $y=20$

2.بصفة عامة، ثمن P لبضاعة بالدينار يعرف ارتفاعا بنسبة $x\ \%$ يكون ثمنه $P+\left(P\times\frac{x}{100}\right)=\frac{100P+Px}{100}$

إذا عرف الثمن انخفاضا بنسبة $y\ \%$ ويعود إلى قيمته الأصلية P فإن:

$\frac{100P+Px}{100}-\left(\frac{100P+Px}{100}\times\frac{y}{100}\right)=P$ أي $\frac{100+x}{100}-\left(\frac{100+x}{100}\times\frac{y}{100}\right)=1$

$\left(\frac{100+x}{100}\times\frac{y}{100}\right)=\frac{100+x}{100}-1=\frac{x}{100}$ تعني $\frac{100+x}{100}-\left(\frac{100+x}{100}\times\frac{y}{100}\right)=1$

$\left(\frac{100+x}{100}\times\frac{y}{100}\right)=\frac{x}{100}$ تعني $\frac{y}{100}=\frac{x}{100}\times\frac{100}{100+x}$ ومنه $y=\frac{100x}{x+100}$

3. نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;100]$ بـــ: $f(x)=\frac{100x}{x+100}$

و ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.الوحدة: $1cm$ من أجل 5 وحدات.

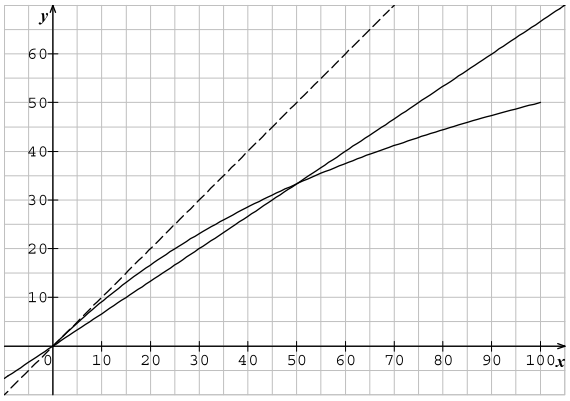
أ- $f(x)=\frac{100x+10000-10000}{x+100}=\frac{100(x+100)}{x+100}-\frac{10000}{x+100}=100-\frac{10000}{x+100}$

ب- الدالة f متزايدة تماما على $[0;100]$

x	0		100
$f(x)$	0	↗	50

جـــ- معادلة المماس T للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها 0 هي : $y=1\times(x-0)+0$ أي $y=x$

د- رسم T و (C).



4. أ- $y=\frac{2}{3}x$ يعني $\frac{100x}{x+100}=\frac{2x}{3}$ و منه $2x(x+100)=300x$

أ- $2x(x+100)=300x$ يعني $2x(x-50)=0$ أي $(x=0)$ أو

- إذا كان $(x=0)$ فإن $(y=0)$

- إذا كان $(x=50)$ فإن $\left(y=\frac{100}{3}\right)$

ب- بيانيا منحني الدالة f يقطع المستقيم الذي معادلته $y=\frac{2}{3}x$ في نقطتين احداثيتاهما $(0;0)$ و $\left(50;\frac{100}{3}\right)$

الباب السادس

الاحتمالات

الأنشطة

النشاط الأول :

– إجراء محاكاة تجربة عشوائية بسيطة و ذلك بملاحظة تطور تواترات القيم المختلفة الناتجة

النشاط الثاني :

– إجراء محاكاة تجربة عشوائية بسيطة و ذلك بملاحظة تطور تواترات القيم المختلفة الناتجة

– قانون الاحتمال المتعلق بتجربة عشوائية لها عدد منته من الإمكانيات.

– الربط بين الوسط الحسابي و الأمل الرياضي و التباين التطبيقي و التباين النظري لسلسلة

النشاط الثالث :

– إجراء محاكاة تجربة عشوائية بسيطة و ذلك بملاحظة تطور تواترات القيم المختلفة الناتجة

– قانون الاحتمال المتعلق بتجربة عشوائية لها عدد منته من الإمكانيات.

– الربط بين الوسط الحسابي و الأمل الرياضي و التباين التطبيقي و التباين النظري لسلسلة

النشاط الرابع :

– حساب احتمال وقوع حدث شرط وقوع حدث آخر

النشاط الخامس :

– بناء شجرة الإمكانيات المرجحة .

– استعمال أشجار مرجحة للحصول على علاقة الاحتمالات الكلية .

– بناء شجرة الإمكانيات المرجحة و استعمالها في حالة تكرار تجارب متطابقة و مستقلة .

النشاط السادس :

– حساب احتمال وقوع حدث شرط وقوع حدث آخر

– التحقق من استقلال حادثتين

النشاط السابع :

– حساب احتمال وقوع حدث شرط وقوع حدث آخر

– التحقق من استقلال حادثتين

الأعمال الموجهة

الأعمال الموجهة (1)

I) 0.0117 −1 0.0351 −2 0.4035 −3 0.3991 −4

II) 0.0005 −1 0.055 −2 0.1425 −3 0.0025 −4

III) سلم التنقيط : العلوم الطبيعية (5) ، الرياضيات (4) ، الفيزياء (4) ، الأدب العربي (2) و الإجتماعيات (2) (يمكن أخذ أي سلم تنقيط آخر)

0.3474 −1 0.0316 −2 0.0105 −3

4) أ)

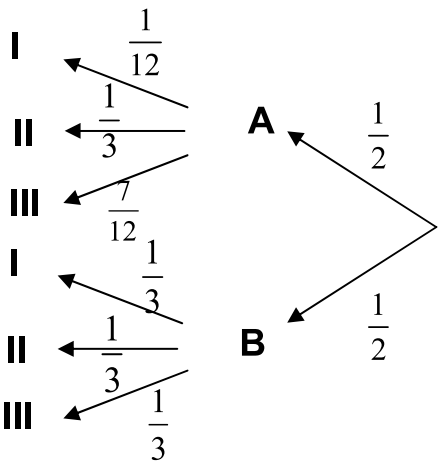
α	12	10	8	6	4	2	0
$\varphi(\alpha)$	0.0736	0.0947	0.1078	0.064	0.1964	0.0631	0.4

ب) $E(X) = 3.99$

الأعمال الموجهة (2) :

1) أ) 0.0006 ب) 0.1620 ج) 0.0486

2) أ)



إصابة المناطق

ب) $p(III) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{12} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 0.4583$

ج) (احتمال شرطي) $p_{III}(A) = \frac{p(A \cap III)}{p(III)} = 0.6364$

التمارين

6 عدد الحالات الكلية هو $2^6 = 64$

1) $P = C_6^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 . \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{20}{64} = \frac{5}{16}$

2) نعلم أن "P'" احتمال أن يكون عدد مرات ظهور الوجه أكبر من عدد مرات ظهور الظهر " هو نفسه "P''" إحتمال أن يكون عدد مرات ظهور الظهر أكبر من عدد مرات ظهور الوجه " أي P' = P''

و منه لدينا $P + P' + P'' = 1$ و $P' = P''$ ينتج $P' = P'' = \frac{1-P}{2} = \frac{11}{32}$

3) نعتبر الحادثة M " عدد مرات ظهور الظهر مضاعف لعدد مرات ظهور الوجه "

$$P(M) = \left(\frac{1}{2}\right)^6 + C_6^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 . \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_6^4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 . \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1+20+15}{64} = \frac{9}{16}$$

4) قانوني الاحتمال يتبعان قانون ثنائي الحد و سيطاه 6 و $\frac{1}{2}$.

16 نعتبر قانون الاحتمال X المعرف كمايلي :

α	1−	2	3	4
$P(X=\alpha)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	a

1) حدد قيمة العدد الحقيقي a

2) أحسب $P(X=2)$ و $P(X\geq\frac{5}{2})$ و $P(X\prec 1)$

17 1) النتائج الممكنة هي : 20 ، 25 ، 30

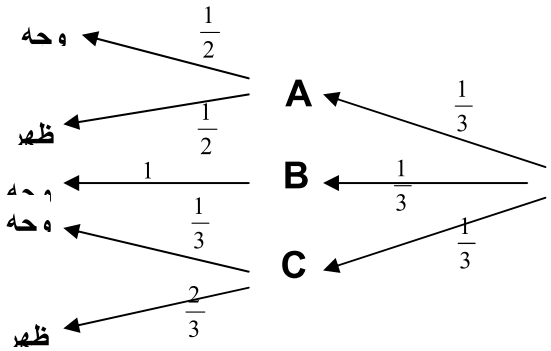
α	20	25	30
$P(X=\alpha)$	$\frac{3}{15}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{3}{15}$

4) $E(X)=\frac{60+225+90}{15}=\frac{375}{15}=25$

5) $V(X)=\frac{3}{15}(20-25)^2+\frac{9}{15}(25-25)^2+\frac{3}{15}(30-25)^2=10$

6) $P(X\geq 25)=\frac{9}{15}+\frac{3}{15}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$

27



$$P=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times 1+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{11}{18}$$

28 $p(B_1)=\frac{5}{6}$ $\quad p(B_2/B_1)=\frac{9}{11}$ $\quad p(B_2\cap B_1)=p(B_2)\times p(B_2/B_1)=\frac{15}{22}$

34 **هدف و مساحة :**

α	1000	400	100	50
$P(X=\alpha)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{7}{16}$

3) $E(X)=\frac{1000+1200+500+350}{16}=\frac{3050}{15}=\frac{610}{3}$

$$V(X)=\frac{1}{16}\left(1000-\frac{610}{3}\right)^2+\frac{3}{16}\left(400-\frac{610}{3}\right)^2+\frac{5}{16}\left(100-\frac{610}{3}\right)^2+\frac{7}{16}\left(50-\frac{610}{3}\right)^2$$

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}\simeq 246.05$$