

التمرين الأول:

- لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدّها الأول $u_0 = -1$ و بالعلاقة التراجعية: $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$ و ذلك من أجل كل عدد طبيعي n .
- و لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_{n+1} - u_n$.
- 1- أحسب v_n بدلالة n ثم بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول.
 - 2- استنتج جهة تغير المتتالية (v_n)
 - 3- أحسب المجموع S بحيث: $S = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .
 - 4- أحسب نهاية المتتالية (u_n) عند $+\infty$

التمرين الثاني:

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$$

تعتبر الدالة f المعرفة على المجال $] -\infty, 2[\cup] 2, +\infty [$ كما يلي :

و ليكن (c) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1. أدرس تغيرات الدالة f . ثم استنتج أن (c) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما .
2. عين نقط تقاطع المنحنى (c) مع محوري الإحداثيات .
3. عين نقط المنحنى (c) التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي 3- ثم أكتب معادلات هذه المماسات .
4. أرسم المماسات المقاربين و المنحنى (c) .
5. بين أن النقطة $w(2, 2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (c) .

التمرين الثالث :

تعتبر الدالة f المعرفة على المجال R كما يلي : $f(x) = x^2 - 3x + 2$

و ليكن (c) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1. أدرس تغيرات الدالة f .
2. أكتب معادلة المماس (t) للمنحنى (c) عند النقط التي فاصلتها +1.
3. لتكن الدالة g المعرفة على المجال R كما يلي: $g(x) = f(x) - (x-2)$
4. جد عبارة $g(x)$ ثم استنتج وضعية المنحنى (c) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 2$.

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (8 نقط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \sqrt{x-1}$ (C_f) تمثلها البياني في مستوى مشوب إلى معلم متعامد ومتجانس .
1- احسب $\lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{f(1+h) - f(1)}{h} \right]$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني $\Psi(C_f)$ ؟

2- أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3- حل المعادلتين $f(x) = 3$ ، $f(x) = x$

3- اكتب معادلة المماس للمنحني (C_f) عند النقطة التي ترتيبها 3

4- أرسم المماس والمنحني (C_f) في المجال $[1; 5]$

5- لتكن الدالة g حيث: $g(x) = |x| + \sqrt{|x|-1}$

بين أن الدالة g زوجية ثم استنتج رسم منحناها في المجال $[-5; 5]$.

- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $u_0 = \frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

احسب u_1 ثم أنشئ الحدين u_2 ، u_3 في المعلم السابق . ماتخمينك حول تقارب (u_n) وحول اتجاه تغيرها .

التمرين الثاني: (9 نقط)

(I) (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r حيث : $\begin{cases} u_1 - u_0 = -6 \\ u_1 + u_3 = 28 \end{cases}$

1- احسب u_2 ؛ u_0 ، r

- اكتب u_n بدلالة n

3- احسب بدلالة n المجموع $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

(II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_0 = 6$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+2} = \frac{v_n}{2} - 1$

(1) أرسم المستقيمين D ذي المعادلة $y = \frac{x}{2} - 1$ و Δ ذي المعادلة $y = x$ في معلم متعامد ومتجانس ثم عين فاصلة نقطة تقاطعهما .

(2) أ- احسب بيانيا الحدود v_1 ، v_2 ، v_3 ، v_4 . ماتخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (v_n) ماتخمينك حول تقارب المتتالية (v_n) ؟

(3) نضع $w_n = v_n + 2$. أ- احسب w_0 ثم w_1 و w_2 . ب- برهن أن المتتالية (w_n) هندسية يطلب تحديد أساسها .

ج- استنتج w_n بدلالة n ، ثم v_n بدلالة n . برهن التخمينين السابقين ؟.

د- احسب المجموعين $S'_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$ و $S''_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

(III) نضع : $a_n = \frac{8}{2^n} + 2n + 8$. احسب بدلالة n المجموع $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$

التمرين الثالث: (3 نقط)

حل في المجال $[-\pi; \pi]$ المعادلة $(\cos x - \sin x)^2 = \frac{1}{2}$ و مثل الحلول على دائرة مثلثية .

التمرين الأول:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{1}{x^2}$

1. أحسب العدد المشتق للدالة f في 2 .
2. استنتج أحسن تقريب تألفي للدالة f بجوار 2 .
3. احسب قيمة مقربة لكل من العددين $\frac{1}{(1.98)^2}$ ، $\frac{1}{(2.002)^2}$

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = ax^2 + bx + 3 \quad \text{حيث } a, b \text{ عددا حقيقيان .}$$

1. احسب $f'(x)$.
2. عين قيم a, b حتى يقبل المنحنى الممثل للدالة f في النقطة $A(2, 5)$ مماسا معامل توجيهه 2 .

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 2x$$

1. بين أن الدالة g تقبل الاشتقاق على المجموعة $\mathbb{R}$ وعين دالتها المشتقة .
2. لتكن الدالة f التي تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث :
 $\varphi = f - g$ ، نضع $f(0) = 1$ و $f'(t) = 2 - t$
 - برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي a ، ومن أجل كل عدد حقيقي غير معدوم h لدينا :

$$\frac{\varphi(a+h) - \varphi(a)}{h} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h} + a - 2 + 0.5h$$
 - استنتج أن الدالة φ تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$.
 - برر أن الدالة φ ثابتة .

التمرين الرابع:

نعتبر (C) الدائرة المثلثة المرفقة بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{OA}, \vec{OM})$ و نقطة من (C) حيث : $(\vec{OA}, \vec{OM}) = x$.

1. علم على الدائرة (C) النقط: M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 صور الأعداد :
 $\frac{2006\pi}{3}, \frac{2003\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{4}, \frac{5\pi}{2}$.
2. بسط العبارتين A_1 و A_2 التاليتين :

$$A_1 = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos\left(\frac{27\pi}{2} - x\right) + \sin(x + 3\pi) - \cos(7\pi - x)$$

$$A_2 = \cos x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi + x)$$

3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين التاليتين ذات المجهول الحقيقي x :

$$\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \quad , \quad \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin 2x$$

بالتوفيق

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (4 ن):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ،

نعتبر (C) مجموعة النقط $M(x; y)$ من المستوي التي تحقق الجملة : $\theta \in \mathbb{R} \begin{cases} x = 2 + 3 \cos \theta \\ y = 3 \sin \theta \end{cases}$

(1) أوجد علاقة بين x و y مستقلة عن θ ثم تحقق أن $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمجموعة (C).

(2) - أ - بين إن المستقيم (Δ) المعروف بالمعادلة $y = x + 1$ يقطع (C) في نقطتين نرسم لهما بـ A و B.

ب - أوجد إحداثيي كل من A و B.

(3) عين ومثل المجموعة (D) للنقط M من المستوي حيث : $MA^2 - MB^2 = 0$.

التمرين الثاني (4 ن):

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون :

$$\cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$

(2) باعتبار $x = \frac{\pi}{8}$ في السؤال السابق استنتج أن : $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$

(3) نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة (E) التالية : $\sin x - (\sqrt{2} - 1) \cos x = 1$ (E)

(أ) تحقق من أن : $\cos \frac{\pi}{8} = \sin \frac{3\pi}{8}$.

(ب) بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة : $\sin \left(x - \frac{\pi}{8} \right) = \sin \frac{3\pi}{8}$.

(ت) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (E).

التمرين الثالث (4 ن):

$ABCD$ متوازي أضلاع m عدد حقيقي. نرسم بـ G_m مرجح $(A, 2m)$ ، $(B, 1-m)$ و $(C, 2-m)$

(1) بين أن G_m موجود من أجل كل عدد حقيقي m .

(2) أنشئ النقطة G_1

(3) عبر عن $\overline{AG_m}$ بدلالة m و $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$.

(4) استنتج أن $\overline{G_1 G_m} = \frac{1-m}{3} \overline{AD}$ (نظير D بالنقطة C)

(5) ما هي مجموعة النقط G_m عندما يسمح m مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ ؟ أنشئ هذه المجموعة

التمرين الرابع (8ن):

نعتبر الدالة f المعرفة على D_f بـ: $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$ حيث $D_f =]-\infty; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; +\infty[$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; I, J)$.

- (1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها . استنتج المستقيمات المقاربة الموازية لمحور الترتيب.
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أكتب معادلة للمماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
- (4) بين أنه من أجل كل x من D_f :

$$f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$$

- (5) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .
- (6) اثبت ان المنحني (C_f) يقبل النقطة $A(0, 1)$ مركز تناظر

انتهى

تصحيح الاختبار الثاني
في مادة "الرياضيات"

الأستاذ: بكري رمضان

شاذية الشيخ يوحنا / الأبيخس

التصحيح الأول =

$$M(x, y) \begin{cases} x = 2 + 3 \cos \theta \\ y = 3 \sin \theta \end{cases} ; \theta \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x - 2 = 3 \cos \theta & \text{--- (1)} \\ y = 3 \sin \theta & \text{--- (2)} \end{cases}$$

بتربيع الطرفين في (1) و (2)

$$\begin{cases} (x-2)^2 = 9 \cos^2 \theta & \text{--- (3)} \\ y^2 = 9 \sin^2 \theta & \text{--- (4)} \end{cases}$$

$$(x-2)^2 + y^2 = 9 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) \leftarrow (4) + (3)$$

أي

$$(x-2)^2 + y^2 = 9$$

وهو المطلوب

$$(x-2)^2 + y^2 - 9 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 7 = 0 \quad (\text{و.م.م})$$

المبحث عن إحداثيي نقط تقاطع (C) مع (D)

$$\Delta \cap (C) \rightarrow x^2(x+1)^2 - 4x - 7 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Delta = 9 \rightarrow x_1 = -1 ; x_2 = 2$$

$$x_1 = -1 \rightarrow y = 0$$

$$x_2 = 2 \rightarrow y = 3$$

$$A(-1, 0) ; B(2, 3)$$

تعيين المجموعة (D) حيث

$$MA^2 - MB^2 = 0 ; M(x, y)$$

$$(-1-x)^2 + (-y)^2 = (2-x)^2 + (y-3)^2$$

$$y = -x + 2$$

المجموعة (D) هي المستقيم
(D) : $y = -x + 2$

التمرين الثاني =

التحقق من كون

$$\cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{4})$$

$$\begin{aligned} \cos x + \sin x &= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x \right) \\ &= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos x + \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin x \right) \\ &= \sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{4}) \quad \text{حسب دالة جيب} \end{aligned}$$

$$x = \frac{\pi}{8} \quad \text{بفرض}$$

$$\cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} \cos(-\frac{\pi}{8}) = \sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{8})$$

بقيمة الطرفيين على $\cos \frac{\pi}{8}$ كبر

$$1 + \tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2}$$

$$\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1 \quad (\text{و.م.م})$$

$$(E) \dots \sin x - (\sqrt{2} - 1) \cos x = 1$$

(P) - التحقق : فلما أن

$$\cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x)$$

أي

$$\cos \frac{\pi}{8} = \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}) = \sin \frac{3\pi}{8} \quad (\text{و.م.م})$$

$$(E) \dots \sin x - (\sqrt{2} - 1) \cos x = 1$$

$$\sin x - \tan \frac{\pi}{8} \cdot \cos x = 1$$

$$\sin x - \frac{\sin \frac{\pi}{8}}{\cos \frac{\pi}{8}} \cdot \cos x = 1$$

بضرب الطرفين في $\cos \frac{\pi}{8}$ والتبسيط

$$\sin(x - \frac{\pi}{8}) = \cos \frac{\pi}{8} = \sin \frac{3\pi}{8}$$

عندما يسع $\mathbb{R}_m$ ، لصيغة
هذه النقطة التي تمثل المستقيم
الذي يتصل G_1 ويوازي $\overrightarrow{AD}$

التمرين الرابع =

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

$$D_f =]-\infty, -1[\cup]-1; 1[\cup]1; +\infty[$$

صياغة النهايات =

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty ; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty ; \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty ; \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$$

دراسة اتجاه التغير =

$$f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2}$$

دراسة إشارات التغير =

$$f(x) = 0 \rightarrow x^2(x^2 - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

جدول التغيرات =

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	0	+1	$+\sqrt{3}$	$+\infty$
x^2	+	+	+	0	+	+	+
$x^2 - 3$	+	0	-	-	-	0	+
$f'(x)$	+	0	-	-	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	$f(-\sqrt{3})$	$+\infty$		$+\infty$	$f(+\sqrt{3})$	$+\infty$

حل المعادلة (E) في $\mathbb{R}$:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right) = \sin \frac{3\pi}{8}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \end{cases} , k \in \mathbb{Z}$$

وهذه الحلول هي :

$$S = \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k \right\}$$

التمرين الثالث =

G_m مربع الجمللة المشكلة :

$$\{(A, 2m) ; (B, 1-m) ; (C, 2-m)\}$$

الإثبات =

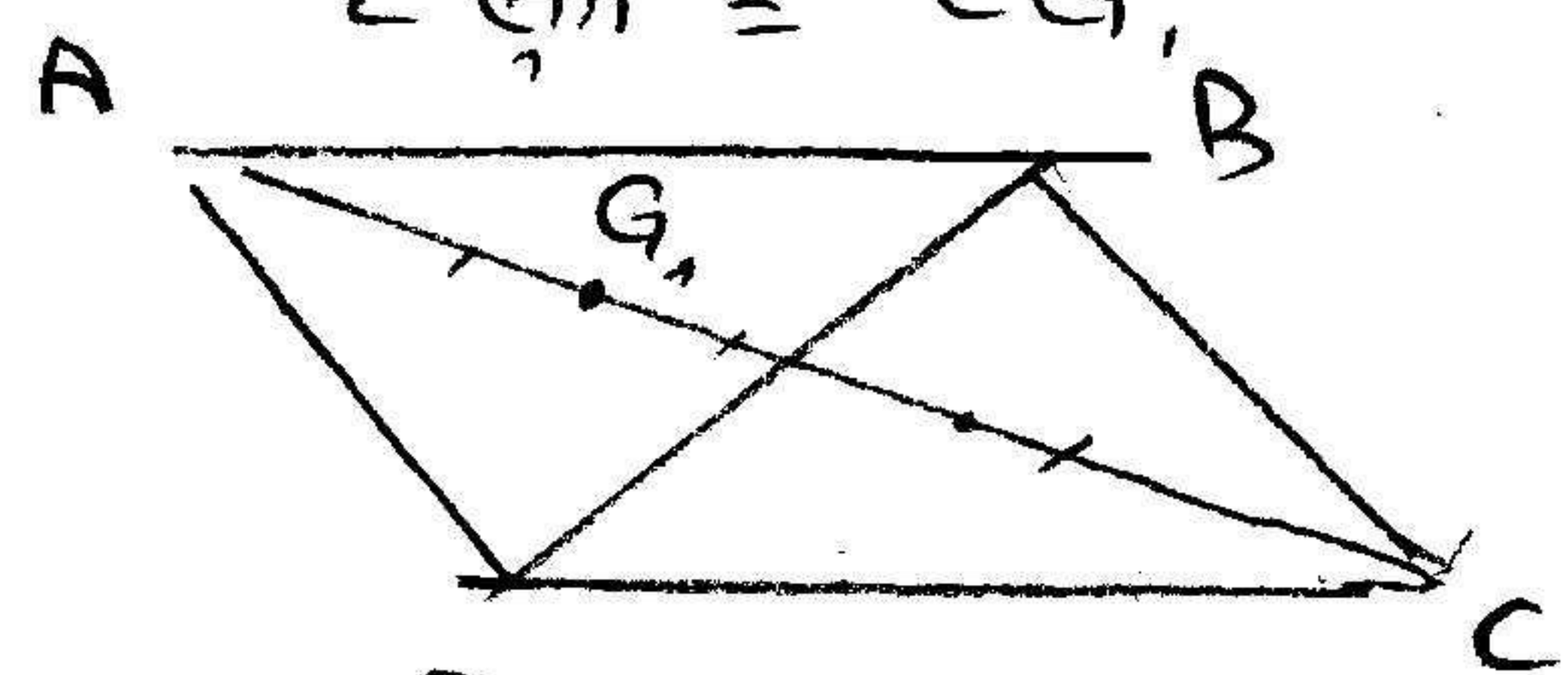
$$2m + 1 - m + 2 - m = 3 \neq 0$$

إذن G_m موجود من أجل كل $m \in \mathbb{R}$

إنشاء G_1 :

$$2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$$

$$2\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{CG}$$



التعبير عن AG_m بدلالة m و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$:

$$2m\overrightarrow{GA} + (1-m)\overrightarrow{GB} + (2-m)\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$$

بالتبسيط نحصل :

$$\overrightarrow{AG_m} = \frac{(1-m)\overrightarrow{AB} + (2-m)\overrightarrow{AC}}{3}$$

$$\overrightarrow{AG_m} = \overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{G_1G_m} \quad (\text{صيغة متجهة})$$

$$\overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{G_1G_m} = \frac{(1-m)\overrightarrow{AB} + (2-m)\overrightarrow{AC}}{3}$$

$$\overrightarrow{G_1G_m} = \frac{(1-m)\overrightarrow{AB} + (2-m)\overrightarrow{AC}}{3} - \frac{\overrightarrow{AC}}{3}$$

$$\overrightarrow{G_1G_m} = \frac{1-m}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

$$\overrightarrow{G_1G_m} = \frac{1-m}{3} \overrightarrow{AD'}$$

$$x \in D_f \rightarrow (2(0) - x) \in D_f$$

$$f(-x) - f(x) = 2$$

$$f(2(0) - x) + f(x) = 2(1)$$

وهو المطلوب -

النتيجة

الطالبة :

مكاوي أيو / قسم لرياضة
ثانوية الشيخ يوحنا

حساب معادلة المماس عند $x_0 = 0$

$$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$\underline{y = 1}$$

$$f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$= \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1} \quad (\text{د. ه. م.})$$

تبيان أن $y = x + 1$ (Δ) مقارب مائل

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - y) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$$

إذ $y = x + 1$ (Δ) هو مقارب
مائل لـ (C_f) بحوار $(\pm\infty)$.

دراسة الوضعية النسبية

لدراسة إشارة المقدار $\alpha = \frac{x}{x^2 - 1}$

x	$-\infty$	-1	0	+1	$+\infty$
x	-	-	0	+	+
$x^2 - 1$	+	0	-	0	+
α	-	+	-	+	+
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(0, 1)$	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

إشارة $A(0, 1)$
هي نقطة تقاطع (C_f)

التمرين الأول:

$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = 2u_n + 4 \end{cases} \quad \text{① } (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة كمايلي:}$$

أ عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية ثابتة.

② فيمايلي نعتبر $\alpha = -3$ ، و (D) ، (D') مستقيمين معرفين بالمعادلتين $y = x$ و $y = 2x + 4$ على الترتيب.

أ أنشئ (D) و (D') في نفس المعلم.

أ مثل على محور الفواصل الحدود $u_0; u_1; u_2; u_3$ مبرزاً خطوط الرسم، ثم جدها حسابياً.

$$\text{③ } (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة كمايلي: من أجل كل عدد طبيعي } n, v_n = u_n + 4$$

أ أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية معينا أساسها q وحدها الأول v_0

أ عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

أ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} v_n$.

أ أحسب المجموع $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ثم استنتج المجموع $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

التمرين الثاني:

$$\begin{cases} u_1 - u_4 = 6 \\ u_1 + u_5 = 28 \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية حسابية حدها الأول } u_0 \text{ و } r \text{ أساسها حيث:}$$

① احسب r و $u_0; u_1$.

② اكتب عبارة u_n بدلالة n .

③ هل العدد 2014 - حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ إن كانت الإجابة بنعم عين عندئذ رتبته.

④ احسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{1017}$

التمرين الثالث:

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 1}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{I}; \vec{J})$.

① عين العددين الحقيقيين a و b حتى يقبل (C) مماسا موازيا لحامل محور الفواصل (xx') في النقطة $A(3; 3)$.

② فيمايلي: $a = -3$ و $b = 6$

◀ تحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ فإن: $f(x) = x - 2 + \frac{4}{x - 1}$

◀ أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

◀ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

◀ أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C).

◀ أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

◀ أحسب $f'(x)$ وأدرس اشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

◀ عين نقط تقاطع (C) مع حامي المحورين .

◀ بين أن بيان الدالة f يقبل النقطة $A(1; -1)$ كمركز تناظر.

◀ أنشئ بيان الدالة f موضحا كل المستقيمات المقاربة .

انتهى

قال الامام الشافعي رحمه الله:

أخي لن تنال العلم إلا بسنة

سأنبئك عن تفاصيلها ببيان

ذكاء و حرص و إجتهد وبلغة

وصحبة أستاذ وطول زمان.

التمرين الأول: (08 نقاط)

في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس مثلنا المستقيمين (Δ) و (D) المعرفين بمعادلتيهما :

$$y = x \text{ و } y = \frac{1}{2}x - 2 \text{ على الترتيب}$$

$$(1) \text{ لتكن المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي : } u_0 = 5 \text{ و } u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 2 .$$

أ (مثل على محور الفواصل الحدود: u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

ب) عين ~ فاصلة نقطة تقاطع (Δ) و (D) . ج) أعط تخمينا حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية (u_n) .

$$(2) \text{ نعتبر المتتالية } (v_n) \text{ المعرفة من أجل كل عدد حقيقي } n \text{ بالعلاقة: } v_n = u_n + 4$$

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n و أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} v_n$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$.

ج) أحسب بدلالة n المجموعين : $S_1 = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ و $S_2 = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

التمرين الثاني: (12 نقطة)

$$\text{لتكن الدالة } f \text{ المعرفة على }]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[\text{ بـ : } f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 1}$$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف و استنتج المستقيمات المقاربة.

(2) عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.

(3) استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C) الممثل للدالة f .

(4) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ) .

(5) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(6) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

(7) بين أن النقطة μ تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر

(8) عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني (C_f) وحامل محور الفواصل.

(9) أرسم المستقيمتين المقاربة و المماس (T) و المنحني (C_f) .

(10) h هي الدالة المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بـ : $h(x) = \frac{x^2 + x - 2}{|x + 1|}$

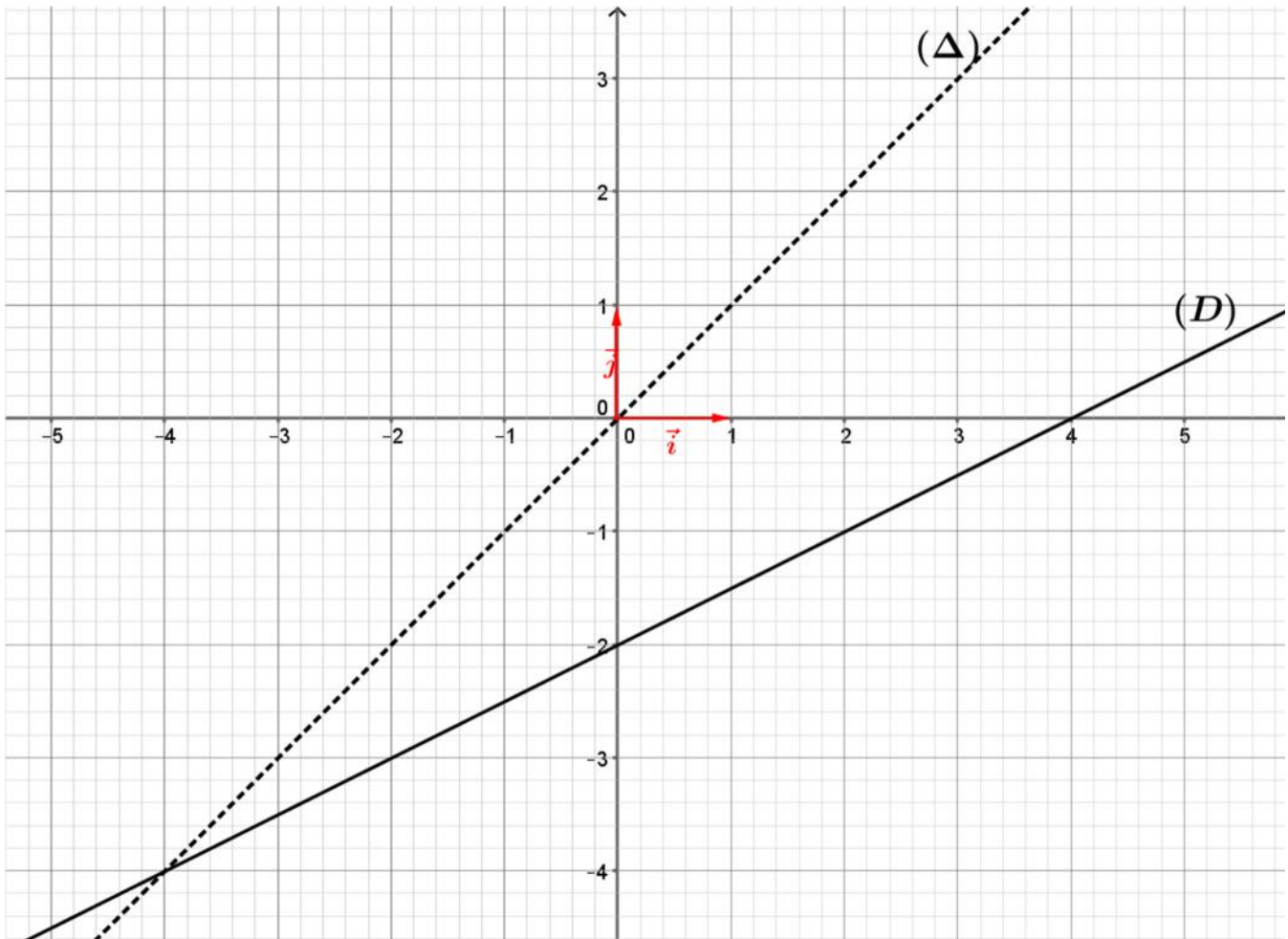
بين كيف يمكن رسم (C_h) التمثيل البياني للدالة h إنطلاقاً من (C_f) ثم أرسمه

تمرين إضافي :

أي العددين أكبر $A = 2013(1+2+3+\dots+2012+2013+2014)$ أو

$B = 2014(1+2+3+\dots+2011+2012+2013)$

ملاحظة : يعاد الرسم مع ورقة الإجابة الإسم اللقب



ر دالة عددية للمتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{2(x-1)}$ وليكن (C_f) تمثيلها البيتي

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الخط Δ : $y = \frac{x+1}{2}$)

1/ أدرس تغيرات الدالة f

2/ أ) عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث من أجل كل x من D_f : $f(x) = ax + b + \frac{c}{2x-2}$

ب) إستنتج معادلة المستقيم المقارب المائل (Δ) ، ثم أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) و (Δ)

ج) عين تقاطع (C_f) مع المحورين ثم أرسم (C_f) و (Δ)

3/ أكتب معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

4/ حدد بيتاني وتبعاً لقيم m عدد وإشارة حلول المعادلة : $x^2 + 2(1-m)x + 2m = 0$

التمرين الثاني : (7نقط)

(u_n) متتالية معرفة على N حدها الأول : $u_0 = 0$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 3$

1) لتكن الدالة f للمتغير الحقيقي x حيث : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

1/ أرسم التمثيل البياني لـ f

2/ مثل الحدود الخمسة الأولى لـ (u_n) (دون حساب)

3) نضع $v_n = u_n - 2$ أثبت أن (v_n) متتالية هندسية

1- أكتب v_n بدلالة n ثم إستنتج u_n بدلالة n

2- أحسب المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$ ثم إستنتج المجموع

$$L_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$$

التمرين الثالث (5نقط)

** عين القيس الرئيس لكل من : $\alpha = \frac{1435}{6}\pi$ و $\alpha = \frac{2014}{14}\pi$

** حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة $\cos(3x - \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ 2K/3

ثم مثل صور حلولها على دائرة مثلثة .

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضياتالتمرين الأول: (8 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = 3u_n + 1 \end{cases}$

1- احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3

2- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = u_n + \frac{1}{2}$

a. اثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

b. عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

c. احسب المجموعين S_1 و S_2 بدلالة n ، حيث :

$$S_2 = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1} \quad \text{و} \quad S_1 = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$$

التمرين الثاني: (12 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$ و (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1- عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث مهما كان العدد الحقيقي x من $\mathbb{R} - \{-3\}$

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$$

2- ادرس تغيرات الدالة f

3- اثبت أن المستقيم ذو المعادلة $y = x - 3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عين معادلة المستقيم المقارب الآخر .

4- احسب $f(4-x) + f(x)$ ماذا تستنتج؟

5- عين معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$

6- هل توجد مماسات للمنحني (C_f) ميلها (-1) .

7- عين إحداثيي نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

8- ارسم (C_f) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

9- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $x^2 - (5+m)x + 2m + 7 = 0$

التمرين الأول:

(1) (U_n) متتالية حسابية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معوم . بمجموعها S_n بحيث: $S_n = \frac{n}{2}(3n - 1)$.

(أ) عين الحد الأول U_1 لهذه المتتالية و أساسها r .
(ب) أكتب الحد العام U_n بدلالة n .

(ج) أحسب المجموع S : $S = U_{10} + U_{11} + U_{12} + U_{13} + \dots + U_{25}$.

(2) (V_n) متتالية عددية حيث من أجل كل عدد طبيعي غير معوم لدينا : $V_n = 2^{3n-2}$.

(أ) برهن أن (V_n) متتالية هندسية أساسها 8 .
(ب) أحسب الحد الأول V_1 .

(ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S'_n = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$. (د) أحسب نهاية S'_n لما n يؤول إلى $+\infty$.

(هـ) $P_n = V_1 \times V_2 \times V_3 \times \dots \times V_n$. أحسب الجداء P_n .

التمرين الثاني:

(1) أحسب $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$.

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $4x^2 - 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0 \dots \dots \dots (I)$

(3) استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة : $4 \sin^2 x - 2(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \sin x + \sqrt{6} = 0 \dots \dots \dots (II)$

(4) مثل حلول المعادلة (2) على الدائرة المثلثية.

التمرين الثالث:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ حيث: $f(x) = x^3 + 3x$ و g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ حيث: $g(x) = 5x - \frac{1}{x}$.

نسمي (C_f) و (C_g) التمثيلين البيانيين للدالتين f و g على الترتيب في المستوي M, M, M, M $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أدرس تغيرات الدالة f ثم أرسم (C_f) .

(2) أدرس تغيرات الدالة g .

(3) ليكن (d) المستقيم المقارب المائل للمنحني (C_g) ، عين معادلة للمستقيم (d) ثم أدرس الوضع النسبي

لـ (C_g) و (d) . أرسم (C_g) في نفس المعط .

(4) أثبت أن (C_f) و (C_g) يتقاطعان في نقطتين A و B يطلب تعيين إحداثيهما .

برهن أن (C_f) و (C_g) يقبلان مماسين مشتركين في النقطتين A و B وأن هذين المماسين متوازيان .

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (06 نقاط)

في كل مايلي أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير .

(1) إذا كان $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$ فإن $(-2\vec{v}, \vec{u}) = \frac{2\pi}{3}$.

(2) الإحداثيات القطبية للنقطة $A(-2; 2)$ هي $(2\sqrt{2}; \frac{3\pi}{4})$.

(3) من أجل كل عدد حقيقي x : $1 + \cos 2x + \cos x = \cos x(2\cos x + 1)$.

(4) من أجل كل عدد حقيقي x : $\sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin x = 0$.

(5) المعادلة $\cos^2 x = \frac{1}{4}$ تقبل في المجال $[0; \pi]$ حلا وحيدا هو $\frac{\pi}{3}$.

التمرين الثاني : (07 نقاط)

في الشكل المقابل ABC مثلث و I منتصف $[BC]$ علما أن $(\vec{IA}, \vec{IB}) = \frac{\pi}{3}$ ، $AI = 3$ و $BC = 4$.

(1) أ / بين أن $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AI^2 - IB^2$ ثم استنتج قيمة $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

ب / بين أن $AB^2 + AC^2 = 26$.

(2) أ / بين أن $AB^2 - AC^2 = -4\vec{IB} \cdot \vec{IA}$.

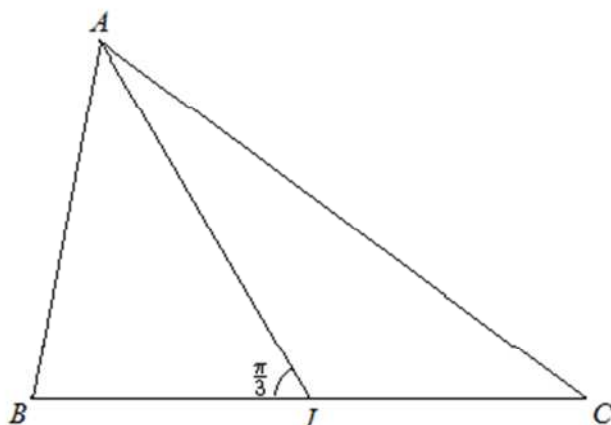
ب / استنتج أن $AB^2 - AC^2 = -12$.

(3) أ / بين أن $AB = \sqrt{7}$ و $AC = \sqrt{19}$.

ب / استنتج أن $\cos \widehat{BAC} = \frac{5}{\sqrt{133}}$.

(4) لتكن H المسقط العمودي للنقطة B على (AC) .

* بين أن $AH = \frac{5}{\sqrt{19}}$.



التمرين الثالث : (07 نقاط)

لتكن (U_n) و (V_n) المتتاليتان المعرفتان على $\mathbb{N}^*$ كمايلي :
$$\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = 2U_n + \frac{n+2}{n(n+1)} \end{cases}$$
 ، $V_n = U_n + \frac{1}{n}$.

(1) أحسب U_2 ، U_3 ، V_1 ، V_2 و V_3 .

(2) أثبت أن (V_n) متتالية هندسية أساسها 2 .

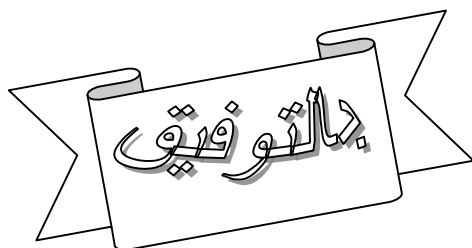
(3) أكتب عبارة الحدالعام V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .

(4) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ ، ماذا تستنتج ؟

(5) أدرس اتجاه تغير (U_n) .

(6) أ / أحسب المجموع $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$.

ب / عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون $S_n = 1022$.



المدة : ساعتان

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (13 نقاط):

- (u_n) متتالية عددية حدها الأول $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $4u_{n+1} - 2u_n = 9$
- و لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كما يلي من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 2u_n - 9$
- (01) : مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 على حامل محور الفواصل دون حسابها
- (02) : أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.
- (03) : أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .
- (04) - أثبت أن المتتالية (v_n) متقاربة .
- (05) - أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_2 + \dots + v_n$
- ثم استنتج بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_2 + \dots + u_n$.

التمرين الأول (07 نقاط):

- المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، $A(1,3)$ ، $B(0,1)$ ، $C(3,2)$ نقط من المستوي
- (01) - أحسب مركبات الأشعة التالية $\vec{AB}$ ، $\vec{AC}$ ، $\vec{BC}$
- (02) - تأكد أن $\vec{AB} \perp \vec{AC}$ بطريقتين مختلفتين .
- (03) : - حدد بدقة طبيعة المثلث ABC .
- (04) : - أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .
- (05) : - حل في R المعادلة : $2\sin \frac{x}{2} = \sqrt{2}$

بالتوفيق للجميع

امتحان الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: ((7 نقاط))المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ (I) نعتبر ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث : $A(0,2)$ و $B(2,-2)$ ، أنشئ الشكل.1. عين الإحداثيات القطبية للنقط C, B, A .2. استنتج قيس للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA})$ 3. عين القيس الرئيسي " بالراديان " للزوايا الموجهة : $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BO})$ ، $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB})$ و استنتج طبيعة المثلث BOC .

(II) إذا علمت أن : $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

* أ ستننتج $\sin \frac{\pi}{12}$.

* أثبت أن : $\cos \frac{2017\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{7\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{12} = 0$

باستعمال الدائرة المثلثية حل في المجال $]-\pi; \pi]$ المتراجحة : $\cos(x + \frac{\pi}{12}) \leq \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ التمرين الثاني: ((6 نقاط)) α عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1. (u_n) متتالية معرفة كما يلي : $u_0 = 6$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \alpha u_n + 1$ ،

1. (v_n) متتالية معرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n + \frac{1}{\alpha - 1}$

• بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها α .• عبر عن v_n بدلالة n و α ثم استنتج u_n بدلالة n و α .• عين قيم العدد الحقيقي α التي تكون من أجلها المتتالية (u_n) مقاربة .2. نضع $\alpha = 2$ 3. أحسب بدلالة n المجموعين : $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ، $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ التمرين الثالث: ((7 نقاط))لتكن الدالة العددية f القابلة للاشتقاق على مجال تعريفها معرفة بجدول تغيراتها ، (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

الدالة f عبارتها من الشكل : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ حيث c, b, a أعداد حقيقية .

أ / 1. باستعمال الجدول أوجد الأعداد الحقيقية c, b, a .

2. أوجد من الجدول : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$. فسر النتيجة .

3. قارن بين صورتني $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ بالدالة f دون حسابها .

ب / من أجل $a=1, b=-1, c=4$:

1. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) مستنتجا وضعية (C_f) بالنسبة (Δ) .

2. بين أن النقطة $\omega(-1;-2)$ مركز تناظر لـ (C_f) .

ج / 1. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0=0$

2. أنشئ (C_f) ، (T) ، (Δ) .

د / لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = \frac{|x^2|+3}{|x|+1}$ ، (C_g) تمثيلها البياني.

1. بين أن الدالة g زوجية .

2. استنتج رسم المنحنى (C_g) باستعمال المنحنى (C_f) دون دراسة الدالة g . (مع الشرح و الرسم).

إذا أنت لم تَزَرَع وأبصرتَ حاصداً ندمتَ على التفريط في زَمَن البَذَر

متقن فلوح الجبرالي ماسرى : اختبار الدورة الثانية في الرياضيات المستوى : الثانية تقني رياضي
المدة : 2 سا
السنة : 2018/2017

التمرين الأول : (1) مثل على دائرة مثلثية النقط A ; B و C التي هي صور للأعداد الأتية على الترتيب
 $\frac{121\pi}{4}$; $\frac{47\pi}{3}$ و $\frac{2019\pi}{6}$

(2) أحسب $\cos(x)$ و $\sin(x)$ من أجل $x = \frac{121\pi}{4}$; $x = \frac{47\pi}{3}$ و $x = \frac{2019\pi}{6}$

(3) أجب بصح او خطأ مع التبرير على ما يلي :

أ- المعادلة ذات المجهول $x: \cos(x) = \frac{-1}{2}$ تقبل العدد $\frac{-2\pi}{3}$ حلا لها في المجال $[-\pi; \pi]$

ب- مجموعة حلول المترابحة $\cos(x) \leq \frac{-1}{2}$ في المجال $[-\pi; \pi]$ هي المجال $[\frac{-2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}]$

التمرين الثاني :

كيس يحتوي 4 كريات بيضاء و 3 كريات حمراء و كرتين سوداوين لا نفرق بينها عند اللمس
نسحب بطريقة عشوائية كرتين على التوالي بحيث لا نعيد الكرة المسحوبة قبل السحب الموالي (بدون ارجاع)
نرمز للكرة البيضاء بالرمز B و للكرة الحمراء بالرمز R و للسوداء بالرمز N

(1) شكل شجرة الاحتمالات

(2) أحسب احتمال الحصول على :

- كرتين من نفس اللون
- الكرة الأولى في السحب سوداء
- كرة على الأقل حمراء

(3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية السحب عدد الكريات الحمراء

- عين قيم المتغير العشوائي X
- عرف قانون الاحتمال للمتغير X
- أحسب الأمل الرياضي للمتغير X

التمرين الثالث :

f الدالة المعرفة المجموعة $\mathbb{R} - \{2\}$ كما يلي : $f(x) = x + a + \frac{b}{x-2}$ حيث ع a و b ددين حقيقيين

- عين عبارة المشتقة $f'(x)$
- عين قيمتي a و b علما أن المماس للمنحنى الدالة f عند النقطة $(-1; 0)$ يكون موازي لمحور الفواصل
- نعتبر في هذا الجزء $a = 1$ و $b = 4$

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ عند الأطراف المفتوحة لمجال التعريف الدالة f

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

ج -بين ان المنحنى الممثل للدالة f يقبل المستقيم $y = x + 1$: (Δ) مقارب مائل ثم أدرس وضعية المنحنى الدالة بالنسبة الى المستقيم (Δ)

د- أنشئ منحنى الدالة f

4) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = \frac{-2-|x|-x^2}{2+|x|}$ نسمي (C) تمثيلها البياني

أبين أن الدالة g زوجية ماذا تستنتج بالنسبة الى (C)

ب—بين ان $f(x) = g(x)$ على مجال يطلب تعيينه ثم أنشئ (C) مع الشرح

التمرين الأول (5ن):

يحتوي كيس على ثلاثة كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 3 وكرتان بيضاوان تحملان الرقمان 1، 2.

الكرات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا كرة من الكيس ونسجل لونها ورقمها ولا نعيدها إلى الكيس، ثم نسحب عشوائيا كرة من الكيس ونسجل لونها ورقمها.

1. أنشئ شجرة الإمكانات التي تترجم هذه الوضعية.

2. نعتبر الأحداث التالية:

الحدث A: 'سحب كرتين من نفس اللون' . الحدث B: 'سحب كرتين من نفس الرقم'

الحدث C: 'الحصول على كرة بيضاء على الأقل'

❖ بين أن $P(A) = \frac{2}{5}$ ثم أحسب احتمال الحدثين B و C .

3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ. عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم عين قانون احتماله.

ب. أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الثاني (6ن):

نعتبر في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

النقط A(1;2) ، B(-8;-1) ، C(3;4) ، H .

النقطة H معرفة بالعلاقة: $\overrightarrow{AH} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AC}$

1. بين أن النقطة H مرجح النقطتين A و C مرفقتين بمعاملين صحيحين يطلب تعيينهما .

2. عين أحداثا النقطة G مرجح الجملة المثلثة $\{(A,1); (B,-1); (C,-3)\}$.

3. بين أن النقط B ، H و G على استقامة واحدة .

4. عين وأنشئ المجموعة (E_1) مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\| = 6$.

5. عين وأنشئ المجموعة (E_2) مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $2\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\|$.

التمرين الثالث(9ن) :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم استنتج مستقيما مقاربا للمنحنى (C_f) .
2. أ. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 :

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{x - 1}$$
 ت. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x + 1]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 1]$ ثم فسر النتائج هندسيا.
- ث. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي $y = x - 1$ معادلة له.
3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 :

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$$
4. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
5. أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.
6. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 : $f(2 - x) + f(x) = 0$ ، ماذا تستنتج؟
7. أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f) .
8. m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = m$.

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{-x^2 + 4x}{x^2 + 2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس.

(1) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج بيانيا.

(2) أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان: $f'(x) = \frac{-4x^2 - 4x + 8}{(x^2 + 2)^2}$

ب/ ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم ذو المعادلة $y = -1$

(4) اوجد احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .

(5) ارسم المنحنى (C_f) .

(6) اوجد قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $(m-1)x^2 + 4x + 2m = 0$ حلان مختلفان في الإشارة.

التمرين الثاني:

يحتوي كيس على 4 كريات متجانسة منها كريتين خضراوين ، كرية بيضاء و كرية حمراء .

يسحب شخص كريتين على التوالي دون ارجاع الكرية المسحوبة الى الكيس .

(1) أنجز شجرة امكانيات توضح هذه التجربة.

(2) احسب احتمال الحادثة: A : " الحصول على كرية خضراء و اخرى بيضاء "

(3) عند كل سحبة فان هذا الشخص يربح 10 DA على كل كرية خضراء يتحصل عليها ، ويخسر 10 DA عند

حصوله على كرية حمراء ، و يخسر 5 DA عند حصوله على كرية بيضاء.

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مبلغ الربح أو الخسارة الذي يتحصل عليه هذا الشخص .

أ/ أوجد القيم الممكنة لـ X . (نرسم للخسارة ب: -10 DA و -5 DA)

ب/ عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ج/ احسب الأمل الرياضي و التباين للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث:

(1) لتكن الزاويتين الموجهتين: $(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\pi}{6}$ و $(\vec{w}; \vec{v}) = \frac{31\pi}{6}$

أ/ أوجد القيس الرئيسي للزاوية $(\vec{w}; \vec{v})$

ب/ أوجد قيسا بالراديان للزاوية $(-\vec{w}; 2\vec{u})$

(2) $A(x)$ عبارة معرفة كما يلي : $A(x) = \sin\left(\frac{11\pi}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{31\pi}{6}\right)$

أ/ بين أنه من أجل كل x فان: $A(x) = -\cos x + \frac{1}{2}$

ب/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $A(2x) = 0$ ثم مثل الحلول على دائرة مثلثية .

✓ التمرين الأول:

- يحتوي كيس على 2 كرية بيضاء و 2 كرية خضراء و كرية واحدة سوداء لا نفرق بينها باللمس يسحب اللاعب من الكيس كرتين على التوالي وبدون إرجاع
- [1] • أنشئ مخطط يبين كل الحالات.
 - [2] • عين مجموعة الإمكانيات ، ثم عرف قانون الإحتمال عليها
 - [3] • أحسب إحتمال الحصول على : • كرتين من نفس اللون.
• كرتين مختلفتين في اللون.
• الكرية الأولى خضراء .
 - [4] • يربح اللاعب $2x$ عند سحب كرية سوداء و x عند سحب كرية بيضاء و -1 عند سحب كرية خضراء حيث x عدد طبيعي غير معدوم
- نعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل سحب جداء الربح المحصل عليه عند كل سحب.
- عين جميع القيم الممكنة للربح G بدلالة x
 - عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي
 - عين قيم x حتى تكون اللعبة مربحة

✓ التمرين الثاني:

- ★ f دالة عددية معرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ ، (C_f) تمثيلها البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، و جدول تغيراتها معطى كمايلي :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	2

✍ أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير

- [1] • المستقيم الذي معادلته $y = 2$ مقارب للمنحنى (C_f) .
- [2] • المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا .
- [3] • مجموعة حلول المتراجحة $f(x) > 0$ هي : $S =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$
- [4] • في المجال $]-\infty; -1[$ يكون : ” $f(-2) > f(x)$ عندما يكون $x < -2$ ”
- [5] • النقطة $A(-3; 1)$ تنتمي إلى المنحنى (C_f) .

✓ التمرين الثالث:

[I] ★ لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = -x^3 + 6x^2 - 13x + 8$

[1] • أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

[2] • أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة g

[II] ★ لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ: $f(x) = -x + 1 + \frac{x-1}{(x-2)^2}$

وليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

[1] • بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{2\}$ فإن $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-2)^3}$

[2] • استنتج إتجاه تغير الدالة f

[3] • أحسب نهايات f وفسر النتيجة هندسيا

[4] • شكل جدول تغيرات الدالة f

[5] • أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) - (-x + 1)$ ، ماذا تستنتج؟

[6] • أدرس الوضع النسبي بين (C_f) ولستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$

[7] • أكتب معادلة المماس (D) عند النقطة التي فاصلتها 3

[8] • أرسم (C_f) و المستقيمات المقاربة.

[9] • ناقش بياننا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m إشارة وعدد حلول المعادلة:

$$3x + 1 + \frac{x-1}{(x-2)^2} = m$$

مع أطيب المنى

وَاللَّهُ وَلِيُّ الْمُؤْمِنِينَ

المحضر الثاني في مادة الرياضيات

المدة : ساعة

المستوى : 2 تقني رياضي + 2 مخ. تجريبية

التمرين الأول: 07 نقاط

(u_n) و (v_n) متالتين حسابيتين معرفتان على $\mathbb{N}$ ، حيث: $u_0 = 1$ و $v_0 = 2$

و أساسيهما a و b على الترتيب، حيث: a و b عدنان حقيقيان

(w_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ حيث: $w_n = 2u_n - v_n$

1) أحسب w_0 الحد الأول للمتتالية (w_n)

2) بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها بدلالة العددين a و b

3) علما أن الحد التاسع للمتتالية (w_n) هو -16 ، أوجد r أساسها ثم استنتج اتجاه تغيرها على $\mathbb{N}$

4) علما أن الحد الخامس لـ (v_n) هو 14 ، أوجد قيمة b ثم استنتج قيمة a

5) بين أن عبارة الحد العام للمتتالية (w_n) هي: $w_n = -2n$

6) عين عبارة كل من u_n و v_n بدلالة n ، ثم تحقق من صحة جوابك على السؤال الخامس.

التمرين الثاني: 07 نقاط

في الشكل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $[0; 1]$ بـ: $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ في المستوي

المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (D) هو المستقيم ذو المعادلة: $y = x$.

1) (u_n) هي المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي:
$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

• مثل الحدود $u_0; u_1; u_2; u_3$ على محور الفواصل دون حسابها، مبرزا خطوط التمثيل.

2 نعتبر المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي: $v_n = \frac{u_{n-1}}{u_n}$ حيث: $u_n \neq 0$

أ بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول

ب عين اتجاه تغير المتتالية (v_n) على $\mathbb{N}$

ت أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

ث أحسب المجموع: $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n+2}$

التمرين الثالث: 06 نقاط

f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[\cup]-\infty; 0[$ ب: $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

2

أ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f(x) = x - 5 + \frac{4}{x^2}$

ب أثبت أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، عين معادلتيهما

3

أ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$

ب استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}^*$

ت شكل جدول تغيرات الدالة f

ث أوجد معادلة المماس (Δ) عند $x_0 = 1$

4 أرسم المستقيمات المقاربة و المماس (Δ) ثم (C_f)