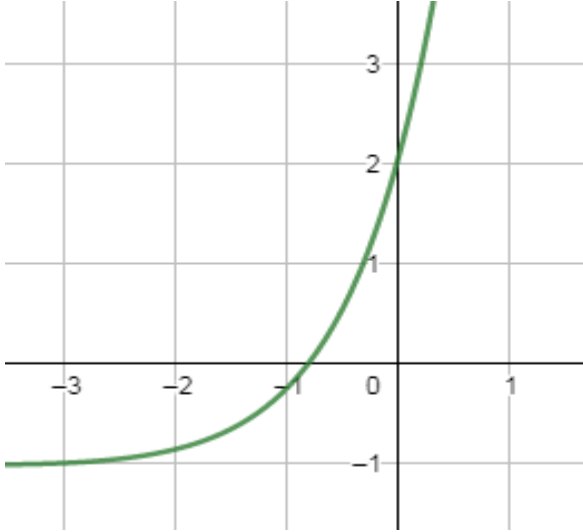


الاختبار المحروس الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول



➤ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = (x+3)e^x - 1$

ليكن تمثيلها البياني كما هو في الشكل المقابل. بقراءة بيانية:

- 1- أوجد نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة التعريف.
- 2- شكل جدول تغيرات الدالة f .
- 3- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$
- 4- تحقق حسابيا أن $-0,8 < \alpha < -0,7$
- 5- استنتج إشارة الدالة f .

➤ لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = (x+2)(e^x - 1)$ ، وليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

- 1- أوجد نهايتي الدالة g عند طرفي مجموعة التعريف.
- 2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $g'(x) = f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .
- 3- بين أن المستقيم (d) ذي المعادلة $y = -x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_g) بجوار $-\infty$.
- 4- أدرس الوضعية النسبية بين (d) و (C_g) .
- 5- أكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_g) عند النقطة $(0,0)$
- 6- عين معادلة (Δ) مماس المنحنى (C_g) والذي يوازي المستقيم (d) .
- 7- أرسم كلا من: (Δ) ، (T) ، (d) و (C_g) في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 8- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة $(x+2)e^x = 3x + m$

التمرين الثاني

i. لتكن f الدالة المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ $f(x) = 1 + x - \ln x$

1- أدرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها، ثم استنتج إشارة الدالة f .

ii. نعتبر g الدالة المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right) \ln x$

- 1- أحسب نهايتي الدالة g عند طرفي مجموعة التعريف.
- 2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x لدينا $g'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$
- 3- أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
- 4- أحسب معادلة (T) مماس المنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
- 5- أرسم (C_g) و (T) في معلم متعامد ومتجانس.

❖ لتكن h الدالة المعرفة على $]-1, +\infty[$ بـ $h(x) = \frac{x+4}{x+1}$

(1) أدرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) مثل بدقة التمثيل البياني للدالة h على معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

❖ نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد حقيقي n بـ $V_0 = 0$ و $V_{n+1} = h(V_n)$

(3) في نفس الرسم السابق مثل على محور الفواصل الحدود الأولى للمتتالية (V_n) .

(4) خمن اتجاه تغير المتتالية (V_n) وتقارها.

(5) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \leq V_n \leq 4$

(6) أدرس اتجاه تغير المتتالية (V_n) .

❖ نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد حقيقي n بـ $U_n = \frac{2-V_n}{V_n+2}$

(7) بين أن المتتالية (U_n) هندسية عين أساسها وحدها الأول U_0 .

(8) أكتب بدلالة n عبارة U_n ، ثم استنتج عبارة V_n بدلالة n .

(9) أحسب $\lim V_n$

❖ نعتبر المتتالية (W_n) المعرفة من أجل كل عدد حقيقي n بـ $W_n = \ln|U_n|$

(10) تحقق أن المتتالية (W_n) حسابية، عين أساسها، حدها الأول W_0 وعبارة حدها العام W_n

(11) أحسب بدلالة n المجاميع الآتية:

$$S_n = U_0 \times U_1 \times \dots \times U_n$$

$$S'_n = U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_n^2$$

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة: 3 ساعات

المستوى: ثالثة علوم تجريبية

التمرين الأول: (4 نقاط)

هذا التمرين هو إستانبيان متعدد الإجابات , لكل سؤال اقتراح واحد صحيح , حدد الإجابة الصحيحة مع التبرير :

1. إذا كانت f حلا للمعادلة التفاضلية : $3y' - 2y + 6 = 0$ حيث $f(0) = 4$ فإن :

أ - $f(x) = 3e^{\frac{2}{3}x} + 1$ ب - $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$ ج - $f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 2$

2. أحسن تقريب تآلفي للدالة f حيث : $f(x) = e^{1-x}$ بجوار 1 هو :

أ - $1 - x$ ب - $-x$ ج - $2 - x$

3. مشتقة الدالة f حيث : $f(x) = \ln(x^2) + (\ln x)^2$ هي :

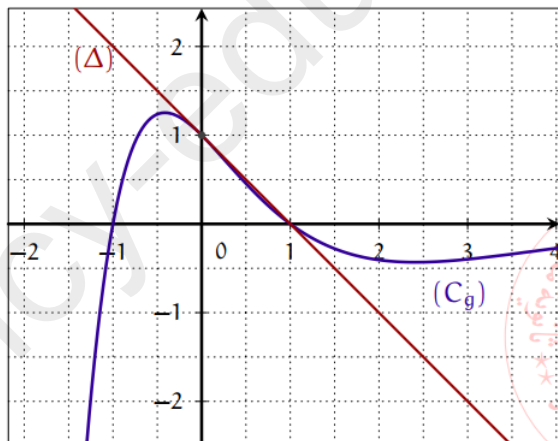
أ - $f'(x) = \frac{1 + 2\ln x}{x^2}$ ب - $f'(x) = \frac{2(1 + \ln x)}{x}$ ج - $f'(x) = \frac{2(x + \ln x)}{x^2}$

4. حلول المعادلة $2[\ln(x)]^2 - 5\ln(x) + 2 = 0$ هي :

أ - $x = 2$ أو $x = 3$ ب - $x = e^2$ أو $x = \sqrt{e}$ ج - $x = 3$ أو $x = e$

التمرين الثاني: (8 نقاط)

(I) - دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (1 + ax^2)e^{bx}$ حيث a و b عدنان حقيقيان .
(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$, (Δ) المماس ل (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 0 (أنظر الشكل المقابل)



1. بقراءة بيانية عين $g(-1)$, $g(0)$ و $g'(0)$

2. عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

3. أ - أكتب معادلة ل (Δ)

ب - بإستخدام المعطيات السابقة بين أن :

$$g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$$

(II) - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (1 + x)^2 e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, ثم بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

2. أ) - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$.

ب) - استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ) - عيّن دون حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$, ثم فسّر النتيجة بيانيا .

ب) - أكتب معادلة (T) المماس ل (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4. أرسم (C_f) و (T) في نفس المعلم .

5. m وسيط حقيقي , ناقش بيانيا حسب قيم m حلول المعادلة : $f(x) = m^2 - 1$

6. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $h(x) = f(x^2) - 1$

- أحسب عبارة $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$, ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

التمرين الثالث : (8 نقاط)

(I) - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب : $g(x) = 2x^3 - 1 + 2 \ln x$.

1. أدرس إتجاه تغير الدالة g , ثم شكل جدول تغيراتها

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.75 < \alpha < 1$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب : $f(x) = 2x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف

2. أ) - تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

ب) - استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3. أ) - بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) - أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (D)

4. أ) - بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياتها

ب) - أكتب معادلة للمماس (T) .

5. أنشئ في المعلم السابق (T) , (D) و (C_f) (نأخذ بالتقريب $\alpha = 0.8$ و $f(\alpha) = 0.9$)

6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $-\ln x = mx^2$

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

الجزء الأول:

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$

- (1) أحسب نهايتي g عند $-\infty$ و $+\infty$.
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1, 68; 1, 69[$.
- (4) استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) أحسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$.
- (2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$.
- (3) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (4) بين أن $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.
- (5) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 4x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$.
- (6) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- (7) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.
- (8) أنشئ كل من (T) ، (Δ) و (C_f) .

التمرين الثاني:

الجزء الأول:

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $] - \infty; 1[$ بـ: $g(x) = 1 + (x - 1)(\ln(1 - x))^2$

- (1) أحسب نهايتي g عند طرفي مجموعة تعريفها.
- (2) أثبت أنه من أجل كل x من $] - \infty; 1[$ ، $g'(x) = (2 + \ln(1 - x)) \ln(1 - x)$.
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $] - 1.03; -1.02[$.
- (4) استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .

الجزء الثاني:

لتكن الدالة f المعرفة على $] - \infty; 0[\cup] 0; 1[$ بـ: $f(x) = x - \frac{1}{\ln(1 - x)}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) أحسب نهايات f عند أطراف مجالي تعريفها.
- (2) أ) أثبت أنه من أجل كل x من $] - \infty; 0[\cup] 0; 1[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x - 1)(\ln(1 - x))^2}$.
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ) أثبت أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.
ب) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- (4) أنشئ كل من (Δ) و (C_f) . تعطى $f(\alpha) \approx -2.44$
- (5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :
$$(1 - x)^x - e(1 - x)^m = 0$$

بالتوفيق

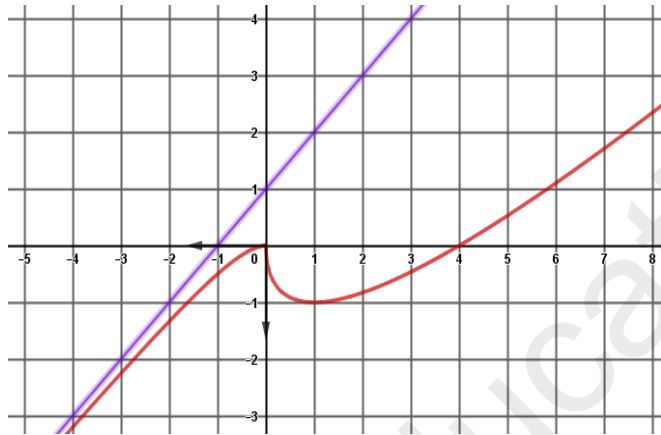
إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (نقاط)

الجزء الأول: إختار الإجابة الصحيحة فيما يلي مع التبرير في كل حالة :

السؤال:	الإقتراح 1	الإقتراح 2	الإقتراح 3
f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (2)^{1-x}$ لدينا:	$f'(x) = \ln 2 (2)^{1-x}$	$f'(x) = -\ln 2 (2)^{1-x}$	$f'(x) = (1-x)(2)^{-x}$
العدد $e^{2\ln 3 - \ln \frac{1}{9}}$ يساوي	81	1	53
حلول المعادلة $2^{x+5} = 8$ هي	$\ln 8 - 5\ln 2$	$\ln 8 + 5\ln 2$	-2

الجزء الثاني: المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$, الشكل المقابل يمثل (C) منحنى الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:



$$h(x) = \begin{cases} x + \frac{x}{x-1} & ; x < 0 \\ x - 2\sqrt{x} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

(D) مستقيم معادلته : $y = x + 1$

1) بقراءة بيانية :

أ- عين : $h'(1)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) - x - 1 ; \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة h

ت- ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة h عند 0 ثم تأكد من

صحة تخمينك حسابيا

ث- عين قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $h(x) = \ln(m)$ حلين متمايزين

التمرين الثاني: (نقاط)

< نعتبر الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$

أ- أتمم جدول تغيرات الدالة g الموضح في الشكل المقابل

ب- علل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث : $-0.38 < \alpha < -0.36$ يحقق : $g(\alpha) = 0$

ت- إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

< f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$, وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد

ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

2- أ/ بين أنه لأجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ثم إستنتج إشارة $f'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f

ب/ بين أن : $f(\alpha) = 2\alpha + 3 + \frac{2}{\alpha-1}$ ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$

3- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها

4- أ/ بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (d) بجوار $+\infty$ معادلته : $y = 2x + 1$

ب/ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d)

5- أنشئ المنحنى (C_f) (نعتبر : $f(\alpha) \approx 0.8$)

التمرين الثالث: (نقاط)

I) دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = ax + (bx + c)\ln x$ مع a, b, c أعداد حقيقية و (C_g) تمثيلها البياني حيث:

(C_g) يشمل النقطة $L(2; 2 - 3\ln 2)$ و يقبل مماس عند النقطة $K(1; 1)$ يوازي حامل محور الفواصل

ع/ عين $g'(x)$ ثم عين الأعداد الحقيقية a, b, c

II) نعرف الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + (1 - 2x)\ln x$, وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب

إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- أحسب نهاية الدالة f عند 0 وعند $+\infty$

2- أ/ أثبت أنه لكل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1-x}{x} - 2\ln x$

ب/ أدرس من أجل كل x من $]0; +\infty[$ إشارة كل من : $(-2\ln x)$ و $(\frac{1-x}{x})$

ج/ إستنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3- ليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته : $y = x$

أ/ حل في $]0; +\infty[$ المعادلة : $(1 - 2x)\ln x = 0$ ثم أعط التفسير الهندسي لهذه الحلول

ب/ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

4- أرسم كل من (Δ) و (C_f)

5- دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $S(x) = |x| + (1 - 2|x|)l|x|$

أ/ بين أن S دالة زوجية

ب/ إستنتج طريقة لرسم المنحنى (C_S) الممثل للدالة S إنطلاقا من (C_f)

ج/ أرسم (C_S) في نفس المعلم السابق

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (6 نقاط)

توجد إجابة واحدة صحيحة لكل حالة حددها مع التعليل

0	1	$+\infty$	1. إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(e^{-3x} + 1)$
لا تقبل أي حل	حلان	حل واحد	2. تقبل المعادلة $2 \ln x = \ln 2x$ في $\mathbb{R}$:
6470	6475	6476	3. عدد أرقام العدد 1606^{2020} هو:
$f(x) = -e^{-2x} + 1$	$f(x) = -e^{-2x} - 1$	$f(x) = e^{-2x} - 1$	4. حل المعادلة التفاضلية $y' + 2y - 2 = 0$ و الذي يحقق $f(0) = 0$ هو الدالة f حيث:
$\mathbb{R}$	$[1; +\infty[$	$]-\infty; 0]$	5. مجموعة حلول المتراجحة $e^x - e^{-x} \leq 0$ هي :
$x = 2$	$x = -1$	$x = 1$	6. معادلة محور تناظر منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$ هي :

التمرين الثاني: (7 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})$.

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) .

ج) أدرس الوضع النسبي بين (D) و (C_f) .

(2) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = -x + \ln(2 + e^{2x})$.

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (D') الذي معادلته $y = -x + \ln 2$ مقارب مائل لـ (C_f) .

ج) أدرس الوضع النسبي بين (D') و (C_f) .

(3) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أرسم (D) ، (D') و (C_f) .

(5) لتكن (Δ_m) عائلة المستقيمات التي معادلاتها من الشكل $y = mx + \frac{\ln 2}{2}(1-m)$ حيث m وسيط حقيقي.

أ) بين أن جميع هذه المستقيمات تشمل نقطة ثابتة A يطلب تعيين إحداثيها.

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx + \frac{\ln 2}{2}(1-m)$.

التمرين الثالث: (7 نقاط)

(I)

الشكل المقابل يمثل المنحنى (C_g) للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ والمماس (T) عند مبدأ المعلم.

(1) أوجد قيمة كل من: $g'(-1)$ ،

$g(0)$ و $g'(0)$

(2) أوجد معادلة للمماس (T) .

(3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $g'(x) \geq 0$.

(4) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل

حليين مختلفين احدهما معدوم والآخر

نسميه α حيث يحقق:

. $-1,75 < \alpha < -1,50$

(5) استنتج إشارة $g(x)$.

(6) أوجد العددين الحقيقيين a و b

بحيث: $g(x) = (ax + b)e^{-x} - 2$.

(II)

الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$

بـ: $f(x) = (-x - 3)e^{-x} - 2x$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم

المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب نهايات $f(x)$ عند أطراف مجموعة تعريفها.

(2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان: $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -2x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f) .

(4) بين أن $f(\alpha) = -2 \left(\alpha + 1 + \frac{1}{\alpha + 2} \right)$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(5) أوجد قيمة العدد الحقيقي β حتى يكون المستقيم (T') ذو المعادلة $y = \beta x - e$ مماسا خارقا لـ: (C_f) .

(6) أرسم (Δ) و (C_f) .

(7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$.

:Bonis (+1)

أحسب النهاية التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}$$

بالتوفيق للجميع

التصحيح النموذجي للاختبار:

تصحيح التمرين الأول:

(1) أختار: "0".

التبرير: $f(e^{-3x} + 1) = (f \circ u)(x)$ حيث $u(x) = e^{-3x} + 1$ حسب خاصية نهاية دالة مركبة

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(e^{-3x} + 1) = \lim_{x \rightarrow 1} (f \circ u)(x) = 0 \text{ ومنه } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0 \text{ اذن لدينا } \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-3x} + 1) = 1$$

(2) أختار: "حل واحد".

التبرير: هذه المعادلة معرفة لما $x > 0$ أي $D_E =]0; +\infty[$ لدينا $2 \ln x = \ln 2x$ ومنه $\ln x^2 = \ln 2x$ ومنه $x^2 = 2x$ ومنه

$$x(x-2) = 0 \text{ ومنه اما } x = 0 \text{ او } x = 2 \text{ لكن } 0 \text{ مرفوض لانه لا ينتمي الى مجموعة تعريف المعادلة} \dots\dots\dots$$

(3) أختار: "6476".

التبرير: $\log(1606^{2020}) = 2020 \log 1606 \simeq 6475,61$ ومنه $E[\log(1606^{2020})] = 6475$ ومنه حسب تعريف دالة الجزء الصحيح نجد

$$6475 \leq \log(1606^{2020}) < 6476 \text{ ومنه } 10^{6475} \leq 10^{\log(1606^{2020})} < 10^{6476} \text{ ومنه } 10^{6475} \leq 1606^{2020} < 10^{6476} \text{ منه عدد ارقام } 1606^{2020} \text{ هو } 6476 \dots\dots\dots$$

(4) أختار: " $-e^{-2x} + 1$ ".

التبرير: لدينا $y' + 2y - 2 = 0$ ومنه $y' = -2y + 2$ أي $a = -2$ و $b = 2$ والحل لعام لهذه المعادلة التفاضلية هو الدوال المعرفة:

$$f(x) = ce^{-2x} - \frac{2}{-2} \text{ أي } f(x) = ce^{-2x} + 1 \text{ ولدينا } f(0) = 0 \text{ ومنه نجد } c = -1 \text{ اذن الحل المطلوب هو } f(x) = -e^{-2x} + 1 \dots\dots\dots$$

(5) أختار: " $]-\infty; 0]$ ".

التبرير: لدينا $e^x - e^{-x} \leq 0$ ومنه $e^x \leq e^{-x}$ ومنه $x \leq -x$ ومنه $2x \leq 0$ ومنه $x \leq 0$ أي $x \in]-\infty; 0]$ $\dots\dots\dots$

(6) أختار: " $x = 1$ ".

التبرير: لدينا بصفة عامة محور تناظر منحنى ان وجد فان معادلته من الشكل $x = a$ ويحقق $f(2a - x) = f(x)$.

$$\begin{aligned} f(2a - x) &= (2a - x)^2 - 2(2a - x) - \ln(2a - x - 1)^2 \\ &= 4a^2 - 4ax + x^2 - 4a + 2x - \ln[-(x - 2a + 1)]^2 \\ &= x^2 + (-4a + 2)x - \ln[x - (2a - 1)]^2 + 4a^2 - 4a \end{aligned}$$

$$\text{ومنه } f(2a - x) = f(x) \text{ تعني } \begin{cases} -4a + 2 = -2 \\ 2a - 1 = 1 \\ 4a^2 - 4a = 0 \end{cases} \text{ وحل هذه الجملة الوحيد هو } a = 1 \text{ اذن المعادلة المطلوبة هي } x = 1 \dots\dots\dots$$

تصحيح التمرين الثاني:

(1) أ) اثبات انه من اجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})$

$$\text{لدينا } f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x}) = \ln e^x (1 + 2e^{-2x}) = \ln e^x + \ln(1 + 2e^{-2x}) = x + \ln(1 + 2e^{-2x}) \dots\dots\dots$$

$$\text{ب) حساب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [x + \ln(1 + 2e^{-2x})] = +\infty \dots\dots\dots$$

- تبيان ان $y = x$: (D) مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [x + \ln(1 + 2e^{-2x}) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(1 + 2e^{-2x})] = \ln 1 = 0 \text{ ومنه (D) مقارب مائل بجوار } +\infty \dots\dots\dots$$

ج) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (D) : ندرس إشارة الفرق : $f(x) - y = x + \ln(1 + 2e^{-2x}) - x = \ln(1 + 2e^{-2x})$ لدينا

$$2e^{-2x} > 0 \text{ دوما ومنه } 1 + 2e^{-2x} > 1 \text{ ومنه } \ln(1 + 2e^{-2x}) > \ln 1 \text{ أي } f(x) - y > 0 \text{ دوما ومنه } (C_f) \text{ فوق (D) دوما} \dots\dots\dots$$

(2) أ) اثبات انه من اجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = -x + \ln(2 + e^{2x})$

$$\text{لدينا } f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x}) = \ln e^{-x} (e^{2x} + 2) = \ln e^{-x} + \ln(2 + e^{2x}) = -x + \ln(2 + e^{2x}) \dots\dots\dots$$

$$\text{ب) حساب } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [-x + \ln(2 + e^{2x})] = +\infty \dots\dots\dots$$

- تبيان ان $y = -x + \ln 2$: (D') مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [-x + \ln(2 + e^{2x}) + x - \ln 2] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [\ln(2 + e^{2x}) - \ln 2] = \ln 2 - \ln 2 = 0 \text{ ومنه (D') مقارب مائل عند } +\infty \dots\dots\dots$$

(ج) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (D') : ندرس إشارة الفرق : $f(x) - y = -x + \ln(2 + e^{2x}) + x - \ln 2 = \ln(2 + e^{2x}) - \ln 2$: لدينا $e^{2x} > 0$ دوماً ومنه $2 + e^{2x} > 2$ ومنه $\ln(2 + e^{2x}) > \ln 2$ أي $f(x) - y > 0$ دوماً ومنه (C_f) فوق (D') دوماً.....
(3) دراسة اتجاه تغير الدالة f :

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث : $f'(x) = \frac{e^x - 2e^{-x}}{e^x + 2e^{-x}} = \frac{e^x - 2e^{-x}}{e^x + 2e^{-x}} \times \frac{e^x}{e^x} = \frac{e^{2x} - 2}{e^{2x} + 2}$: نلاحظ ان إشارة المقام موجبة تماماً ودوماً اذن إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة البسط أي من نفس إشارة $e^{2x} - 2$.

- إشارة $e^{2x} - 2$: $e^{2x} - 2 = 0$ ومنه $e^{2x} = 2$ ومنه $2x = \ln 2$ أي $x = \frac{\ln 2}{2}$ ، $e^{2x} - 2 > 0$ ومنه نجد $x > \frac{\ln 2}{2}$ و

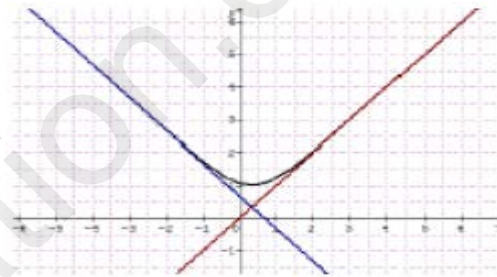
x	$-\infty$	$\ln 2 / 2$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+

$e^{2x} - 2 < 0$ ومنه نجد $x < \frac{\ln 2}{2}$ وعليه تكون إشارة $f'(x)$:

ومنه نستنتج ان f متزايدة على $[\ln 2 / 2; +\infty[$ ومتناقصة على $]-\infty; \ln 2 / 2]$
جدول التغيرات :

x	$-\infty$	$\ln 2 / 2$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$3 \frac{\ln 2}{2}$	$+\infty$

(4) الرسم :



(5) أ) تبين ان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة A وتعيين احداثيتها :

لدينا $y = mx + \frac{\ln 2}{2}(1 - m)$ ومنه $y = mx + \frac{\ln 2}{2} - m \frac{\ln 2}{2}$ ومنه $y - mx - \frac{\ln 2}{2} + m \frac{\ln 2}{2} = 0$ ومنه

$y - \frac{\ln 2}{2} + m \left(\frac{\ln 2}{2} - x \right) = 0$ وتكون هذه المعادلة محققة بغض النظر عن اية قيمة للوسيط الحقيقي m اذا كان :

..... $A \left(\frac{\ln 2}{2}; \frac{\ln 2}{2} \right)$ تشمل نقطة ثابتة (Δ_m) وعليه فان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة $A \left(\frac{\ln 2}{2}; \frac{\ln 2}{2} \right)$ ومنه نجد $\begin{cases} y = \frac{\ln 2}{2} \\ x = \frac{\ln 2}{2} \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} y - \frac{\ln 2}{2} = 0 \\ \frac{\ln 2}{2} - x = 0 \end{cases}$

(ب) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة $f(x) = mx + \frac{\ln 2}{2}(1 - m)$: ان حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحني

(C_f) مع عائلة المستقيمات التي معادلاتها $y = mx + \frac{\ln 2}{2}(1 - m)$ والتي تشمل كلها النقطة $A \left(\frac{\ln 2}{2}; \frac{\ln 2}{2} \right)$ اذن هنا المناقشة

تكون دورانية وحسب الشكل السابق نجد :

* اذا كان $m = 1$ فان (Δ_m) هي المستقيم المقارب (D) وليس هناك أي حل للمعادلة المنحني لا يتقاطع مع المستقيم المقارب.

* اذا كان $m = -1$ فان (Δ_m) هي المستقيم المقارب (D') أيضا ليس هناك أي حل للمعادلة المنحني لا يتقاطع مع المستقيم المقارب .

* اذا كان $m \in [-1; 1]$ أيضا حسب الشكل ليس هناك أي حل للمعادلة أي عدم وجود نقط تقاطع.

* اذا كان $m \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ فحسب الشكل هناك نقطة مشتركة وحيدة بين (Δ_m) و (C_f) أي للمعادلة حل وحيد.....

تصحيح التمرين الثالث:

- (1) من الشكل نجد: $g(0) = 0$ ، $g'(0) = -1$ ، $g'(-1) = 0$
 (2) معادلة المماس (T) : $y = g'(0)(x - 0) + g(0)$ ومنه نجد $y = -x$
 (3) حلول المتراجحة $g'(x) \geq 0$ هي القيم التي تكون عندها الدالة g متزايدة وحسب الشكل نجد $S =]-\infty; -1]$
 (4) من خلال الشكل يتبين ان المنحني يقطع محور الفواصل في نقطتين احدهما المبدأ والأخرى فاصلتها α . بما ان الدالة مستمرة على المجال $[-1, 50; -1, 75]$ ومتزايدة تماما عليه وأيضا حسب الشكل نجد $g(-1, 50) \simeq 0, 25$ و $g(-1, 75) \simeq -0, 5$ أي
 (5) إشارة $g(x)$: حسب الشكل نجد : $g(-1, 50) \times g(-1, 75) < 0$ اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان حل المعادلة $g(x) = 0$ يحقق $-1, 75 < \alpha < -1, 50$...

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
g(x)		-	0	+

- (6) إيجاد a و b حيث $g(x) = (ax + b)e^{-x} - 2$:
 لدينا $g(0) = 0$ ومنه نجد $g(0) = (a \times 0 + b)e^{-0} - 2 = 0$ ومنه نجد $b = 2$
 أيضا $g'(0) = -1$: لنا $g(x) = (ax + b)e^{-x} - 2$ ومنه $g'(x) = ae^{-x} - (ax + b)e^{-x}$ ومنه
 $g'(0) = ae^{-0} - (a \times 0 + b)e^{-0} = -1$ ومنه نجد $a = 1$ وعليه $g(x) = (x + 2)e^{-x} - 2$
 (II) $f(x) = (-x - 3)e^{-x} - 2x$ ، $D_f =]-\infty; +\infty[$:
 (1) حساب نهايات $f(x)$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [(-x - 3)e^{-x} - 2x] = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [-xe^{-x} - 3e^{-x} - 2x] = -\infty$
 (2) التحقق ان $f'(x) = g(x)$: لدينا $f(x) = (-x - 3)e^{-x} - 2x$ ومنه
 $f'(x) = -e^{-x} - (-x - 3)e^{-x} - 2 = [-1 - (-x - 3)]e^{-x} - 2 = [x + 2]e^{-x} - 2 = g(x)$
 من نفس إشارة $g(x)$ ومنه f متزايدة على المجال $[\alpha; 0]$ ومتناقصة على كل من المجالين $]0; +\infty[$ ، $]-\infty; \alpha]$

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
f'(x)		-	0	+
f(x)	$+\infty$	$f(\alpha)$	-3	$3 \frac{\ln 2}{2}$

جدول تغيرات الدالة f :

- (3) أ) تبيان ان $y = -2x$: (Δ) مقارب لـ (C_f) في جوار $+\infty$:
 ... $+\infty$ في جوار $+\infty$: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(-x - 3)e^{-x} - 2x + 2x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(-x - 3)e^{-x}] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\frac{x}{e^x} - \frac{3}{e^x} \right] = 0$
 ب) دراسة الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f) : ندرس إشارة الفرق $f(x) - y$: نجد $f(x) - y = (-x - 3)e^{-x}$ وبما ان $e^{-x} > 0$ دوما اذن إشارة الفرق من إشارة $-x - 3$ أي :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$-x - 3$	+	0	-
$f(x) - y$	+	0	-
الوضع النسبي	(C _f) فوق (Δ)	(C _f) يقطع (Δ)	(C _f) تحت (Δ)

(4) تبين ان $f(\alpha) = -2\left(\alpha + 1 + \frac{1}{\alpha + 2}\right)$ ثم استنتاج حصرا له:

لدينا α هل حل للمعادلة $g(x) = 0$ ومنه $g(\alpha) = 0$ ومنه $(\alpha + 2)e^{-\alpha} - 2 = 0$ ومنه $e^{-\alpha} = \frac{2}{\alpha + 2}$

لدينا $f(x) = (-x - 3)e^{-x} - 2x$ ومنه $f(\alpha) = (-\alpha - 3)e^{-\alpha} - 2\alpha$ بالتعويض نجد

$$f(\alpha) = (-\alpha - 3)\frac{2}{\alpha + 2} - 2\alpha = \frac{-2\alpha - 6}{\alpha + 2} - 2\alpha = \frac{-2\alpha - 4 - 2}{\alpha + 2} - 2\alpha = \frac{-2\alpha - 4}{\alpha + 2} - \frac{2}{\alpha + 2} - 2\alpha$$

$$= \frac{-2(\alpha + 2)}{\alpha + 2} - \frac{2}{\alpha + 2} - 2\alpha = -2 - \frac{2}{\alpha + 2} - 2\alpha = -2\left(\alpha + 1 + \frac{1}{\alpha + 2}\right)$$

- حصر $f(\alpha)$: لدينا $-1,75 < \alpha < -1,50$ ومنه $0,25 < \alpha + 2 < 0,50$ ومنه $\frac{1}{0,5} < \frac{1}{\alpha + 2} < \frac{1}{0,25}$ أي

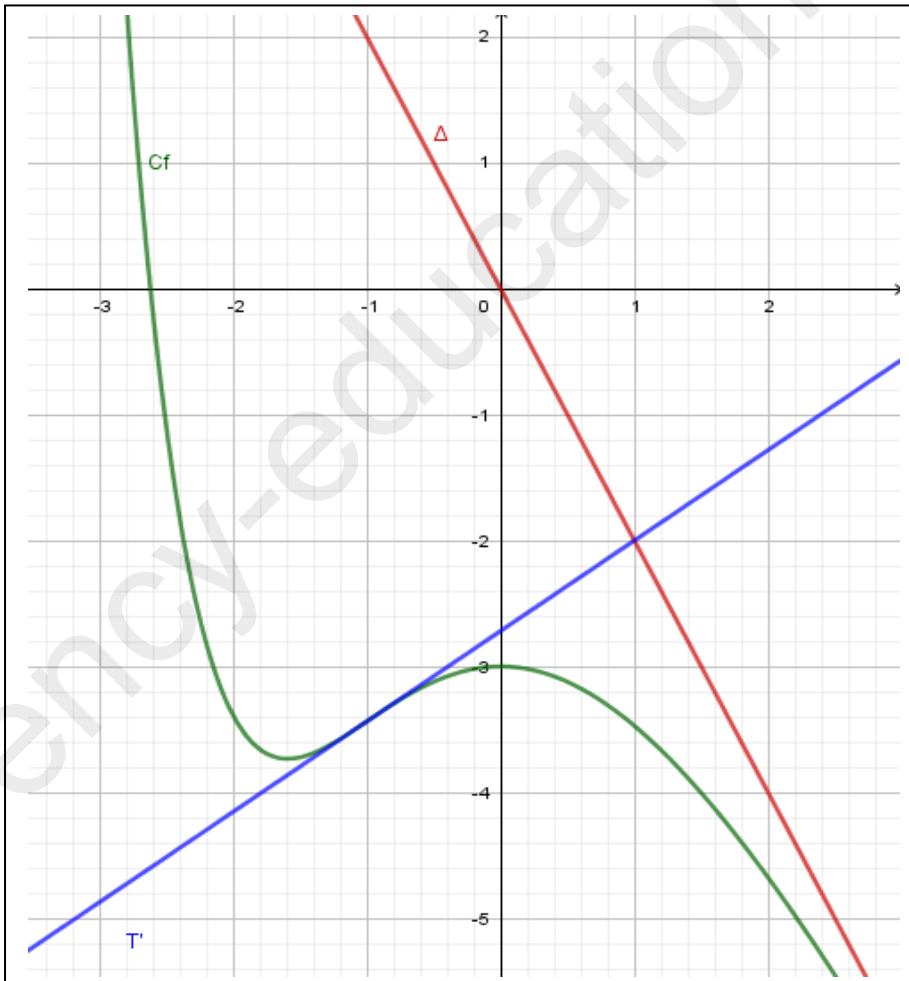
$$(2)..... -1,75 < \alpha < -1,50 , (1)..... 3 < 1 + \frac{1}{\alpha + 2} < 5 \text{ ومنه } 2 < \frac{1}{\alpha + 2} < 4$$

بالجمع نجد $2,25 < \alpha + 1 + \frac{1}{\alpha + 2} < 3,5$ ومنه $-7 < -2\left(\alpha + 1 + \frac{1}{\alpha + 2}\right) < -4,5$ أي $-7 < f(\alpha) < -4,5$

(5) إيجاد قيمة β : وجدنا سابقا ان الدالة f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث $f'(x) = g(x)$ ومنه $f''(x) = g'(x)$ ووجدنا قبلها ان $g'(x)$ تنعدم عند -1 وتغير اشارتها وعليه نستنتج ان $f''(x)$ تنعدم عند -1 وتغير اشارتها وبالتالي النقطة التي فاصلتها -1 هي نقطة انعطاف للمنحني (C_f) وهي التي يكون عندها المماس خارقا للمنحني .

كتابة معادلة لهذا المماس: $y = f'(-1)(x + 1) + f(-1)$ ومنه $y = (e - 2)x - e$

..... $\beta = e - 2$ وهي معادلة للمماس (T') و $\beta = e - 2$
(6) رسم (Δ) و (C_f) :



(7) المناقشة البيانية:

حلل المعادلة $f(x) = m$ هي فواصل نقط

تقاطع (C_f) مع المستقيم الافقي الذي

معادلته $y = m$ ومنه حسب الشكل نجد:

• لما $m \in]-\infty; f(\alpha)[$ فان

للمعادلة حل وحيد.

• لما $m = f(\alpha)$ او $m = -3$

فان للمعادلة حلين.

• لما $m \in]f(\alpha); -3[$ فان

للمعادلة ثلاث حلول.

• لما $m \in]-3; +\infty[$ فان

للمعادلة حل وحيد.

انتهى.

لوطاية في : 03 / 12 / 2019

ثانوية عيادي علي بوثلجة	اختبار الثلاثي الأول في مادة	المستوى: 3ع تجريبية
السنة الدراسية: 2020/2019	الرياضيات	المدة: ساعتان

التمرين الأول: 6 نقاط

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي :

1 - حلول المعادلة : $\ln^2(x) + \ln(x) - 6 = 0$ في $\mathbb{R}_+$ هي : $S = \{-3; 2\}$

2 - حلول المتراجحة : $2e^x + e^{-x} \leq 3$ في $\mathbb{R}$ هي المجال : $\left[\ln\left(\frac{1}{2}\right); 0\right]$

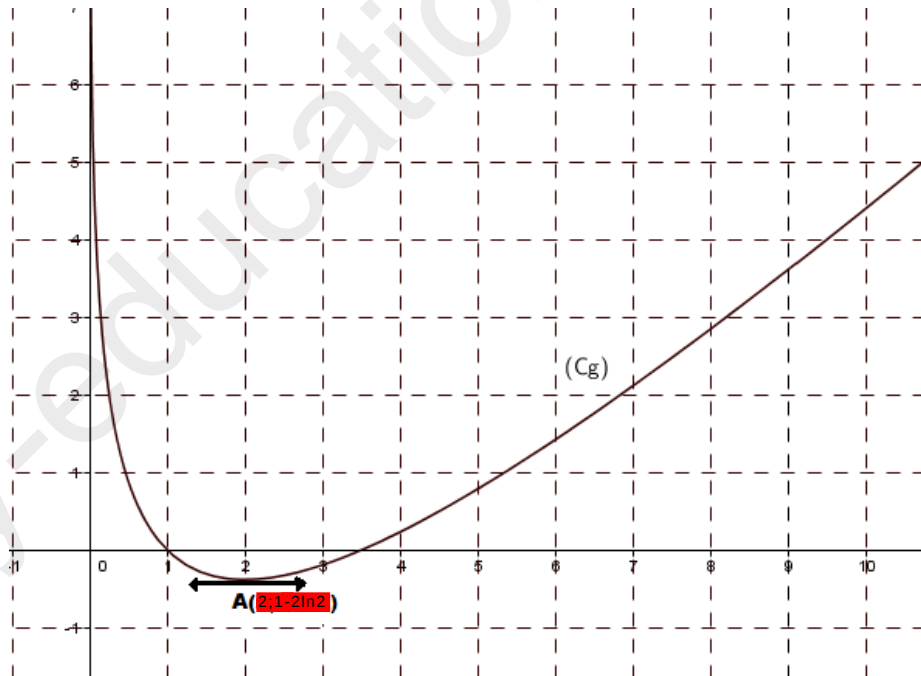
3 - الحل الخاص للمعادلة التفاضلية : $2y' - 5y + 4 = 0$ والذي يحقق : $y'(1) = 1$ هو :

$$y = 2e^{\left(\frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right)} - 1$$

4 - إذا كان : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{4x^2-16} = l$ فان : $l = \frac{1}{16}$

التمرين الثاني: 14 نقاط

الجزء الأول : لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بمنحنىها البياني (C_g) كما هو مبين في الشكل الأتي



(C_g) يقبل مماساً أفقياً عند النقطة A

hamdi ahmed

- نضع : $g(x) = ax + b + c \ln(x)$ حيث a, b, c أعداد حقيقية
عين بقراءة بيانية :

hamdi ahmed

$$g'(2) ; g(1) - (1)$$

ب- عين نهايتي الدالة g

$$g(x) = x - 1 - 2\ln(x) \quad : \text{ باستعمال المعطيات السابقة بين أن }$$

$$g(x) = 0 \quad : \text{ علل وجود عدد حقيقي وحيد } \alpha \text{ من المجال }]3, 6[; 3, 5[\text{ حل للمعادلة: } g(x) = 0$$

$$(4) \text{ استنتج إشارة } g(x) \text{ ثم إشارة } g\left(\frac{1}{x}\right)$$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = x^2 - x - x^2 \ln(x)$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب نهايات الدالة f عند حدود أطراف مجموعة تعريفها

$$(2) \text{ أ) بين أنه من أجل كل } x \in]0; +\infty[\text{ فإن } f'(x) = -x \cdot g\left(\frac{1}{x}\right)$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

$$(3) \text{ بين أن : } f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{1-\alpha}{2\alpha^2} \text{ ثم استنتج حصرا للعدد } f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$$

$$(4) \text{ بين أن معادلة المماس (T) للمنحنى } (C_f) \text{ عند النقطة ذات الفاصلة } x_0 = e \text{ هي : } y = e^2 - (1 + e)x$$

$$(5) \text{ أنشئ المماس (T) والمنحنى } (C_f)$$

$$(6) \text{ نأفّس بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي } m \text{ عدد حلول المعادلة :}$$

$$x^2(1 - \ln(x)) - ex = m$$

انتهى

أساتذة المادة يتمنون التوفيق للجميع

التمرين الأول : (05 نقاط)

في كل من الأسئلة التالية ، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة مع التعليل.

الأسئلة	الإقتراحات	إجابة (أ)	إجابة (ب)	إجابة (ج)
(u_n) متتالية عددية حدودها موجبة بحيث : $u_8 = 32$ و $u_9 \times u_{10} \times u_{11} = 8$ أساسها هو		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	4
حل للمعادلة التفاضلية $y' + y = 1$ (C_h) المنحنى البياني للدالة h يقبل مستقيما مقاربا عند $+\infty$ معادلته :		$y = 0$	$y = -1$	$y = 1$
f دالة معرفة على $IR - \{-1\}$ ب : $f(x) = e^{ax} + \frac{b}{x+1} \dots\dots (C_f)$ قيمتا العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون المماس لـ (C_f) في النقطة $A(0;2)$ موازيا لحامول محور الفواصل ، هما :		$b = 2$ و $a = 1$	$b = 1$ و $a = 2$	$b = 1$ و $a = 1$
مجموعة حلول المعادلة : $2e^{2x} - 6e^x + 4 = 0$ ، في IR هي :		$S = \{0; \ln 2\}$	$S = \{0; 2\}$	$S = \{e; e^2\}$
$\ln[(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2020}] + \ln[(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2020}]$ هذا العدد يساوي :		0	2020	$4040 \times \ln(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

التمرين الثاني : (07.5 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على IR ب : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1- أ- بين أنه من أجل كل x من IR فإن : $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2) بين أنه من أجل كل x من IR فإن : $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

و شكل جدول تغيراتها .

- (3) h دالة عددية معرفة على IR بـ : $h(x) = e^{-x} + x - 1$.
أدرس تغيرات الدالة h على IR ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .
(4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
(5) بيّن أنه من أجل كل x من IR فإن : $f(x) - x = \frac{-xh(x)}{h(x)+1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) . فسّر النتيجة بيانيا .
(6) أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) .
(7) أ) m وسيط حقيقي ، بيّن أن جميع المستقيمات (d_m) ذات المعادلة $y = mx$ تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها .
ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :
 $x[(x + e^{-x})m - 1] = 0$.

التمرين الثالث : (07.5 نقاط)

- I) لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = x^2 - 2 \ln x$.
(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.
(2) شكّل جدول تغيرات الدالة h ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.
II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = 1 - x - \frac{2}{x}(1 + \ln x)$.
نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
(1) أحسب : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
(2) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x فإن : $f'(x) = \frac{-h(x)}{x^2}$.
ب- شكّل جدول تغيرات الدالة f .
(3) أ- بيّن أن المستقيم (D) ذي المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.
ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) .
ج- بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.41 < \alpha < 0.42$.
(4) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (D) ، يطلب تعيين معادلة ديكارتية له .
(5) أ- أرسم المستقيمين (D) و (T) والمنحنى (C_f) .
ب- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $f(x) = m - x$.

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

المستوى: الثالثة علوم تجريبية

المدة: ساعتان

التمرين الأول: 12نI- الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - x \ln x$ 1- (أ) احسب نهايات الدالة g .(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.2- بين أن المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $3.5 < \alpha < 3.6$.3- استنتج إشارة $g(x) + 1$ على $]0; +\infty[$.II- الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$ (C_f) التمثيل البياني لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$.1- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقارين معادلتيهما $x = 0$ و $y = 0$.2- (أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$ (ب) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; \alpha[$ ومتناقصة تماما على المجال $[\alpha; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.(ج) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.(د) احسب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، فسر النتيجة هندسيا.3- (أ) بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$.(ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2})(ج) ارسم (C_f) و المماس (T).4- نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي: $(E) \dots \ln(x^2) = x^2 + x - 2m(x+1)$ (أ) تحقق أن المعادلة (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة $f(x) = \frac{1}{2}x - m$.(ب) عين بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة (E).5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = \frac{\ln|x|}{-|x|-1}$ ، (C_h) منحناها البياني في المستوي.(أ) بين أن الدالة h زوجية.(ب) اكتب الدالة h بدلالة الدالة f .(ج) ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f).

التمرين الثاني: 8

I- دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - (ax + b)e^{x-2}$ حيث a و b عددا حقيقيان.

1- احسب $g'(x)$ بدلالة a و b .

2- عين قيمتي a و b إذا علمت أن منحنى الدالة g يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند النقطة $A(-3; 1 + 2e^{-5})$.

نأخذ فيما يلي $a = 2$ و $b = 4$

3- أ- ادرس تغيرات الدالة g .

ب- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,4 < \alpha < 0,5$ واستنتج إشارة $g(x)$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 e^{x-2} - \frac{1}{4}x^2$ (C_f) تمثيلها البياني (وحدة الطول 2cm)

1- بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = -\frac{1}{2}x.g(x)$

3- استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$, ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4- عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

5- أنشئ (C_f) على المجال $[-5; 2]$ (نأخذ $f(\alpha) \approx -0,2$)

III- نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = e^{1-f(x)}$

- احسب $h'(x)$ واستنتج إشارتها ثم شكل جدول تغيراتها (دون حساب عبارة $h(x)$)

انتهى بالتوفيق للجميع

الحل النموذجي للاختبار الأول في مادة الرياضيات

السنة الدراسية 2020/2019

المستوى: الثالثة علوم

التمرين الأول:

g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - x \ln x$

(1) حساب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 0$ لأن $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [x(1 - \ln x)] = -\infty$$

(ب) اتجاه تغير الدالة g على $]0; +\infty[$ وجدول تغيراتها:

لدينا $g'(x) = 1 - \ln x - 1 = -\ln x$ ومنه الدالة g متزايدة

تماما على المجال $]0; 1[$ ومتناقصة تماما على المجال $]1; +\infty[$

جدول التغيرات:

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		0	-
$g(x)$	0	1	$-\infty$

(2) إثبات أن المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$$3.5 < \alpha < 3.6$$

لدينا $g(x) > -1$ من أجل كل x من $]0; 1[$ ، إذن المعادلة

$$g(x) = -1 \text{ لا تقبل حلا في المجال }]0; 1[$$

وفي المجال $]1; +\infty[$ الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما وبما أن:

$$g(3.5) \cong -0.88 > -1 \text{ و } g(3.6) \cong -1.011 < -1 \text{ فإنه}$$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلا

وحيدا α حيث

(3) إشارة $g(x) + 1$ على $]0; +\infty[$:

x	0	α	$+\infty$
$g(x)+1$	+	0	-

i. f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$

(Cf) التمثيل البياني لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد

$$(O; \vec{i}, \vec{j}) \text{ حيث: } \|\vec{i}\| = 2\text{cm و } \|\vec{j}\| = 4\text{cm}.$$

(1) إثبات أن المنحنى (Cf) يقبل مستقيمين مقارين معادلتيهما

$$y = 0 \text{ و } x = 0$$

لدينا: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ ومنه المنحنى (Cf) يقبل مستقيم

مقارب معادلته $x = 0$.

$$\text{وبما أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x+1} \times \frac{\ln x}{x} = 0 \text{ فإن المنحنى (Cf)}$$

يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ معادلته $y = 0$.

(2) من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ لدينا:

$$f'(x) = \frac{\frac{x+1}{x} - \ln x}{(x+1)^2} = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$$

(ب) إشارة الدالة المشتقة من إشارة $g(x) + 1$ لأن المقام موجب

تماما إذن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; \alpha[$ ومتناقصة تماما على المجال $[\alpha; +\infty[$ ،

جدول تغيرات الدالة f:

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{\alpha}$	0

(ج) معادلة للمستقيم المماس (T) للمنحنى (Cf) عند النقطة

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} : 1$$

(د) بما أن الدالة f تقبل الاشتقاق على $]0; +\infty[$ فهي تقبل

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} = \frac{g(\alpha) + 1}{\alpha(\alpha + 1)^2} = 0 \text{ ولدينا:}$$

نستنتج أن المنحنى (Cf) يقبل مستقيما مماسا موازيا لمحور الفواصل

معادلته $y = f(\alpha)$.

(3) إثبات أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$ ، لدينا $g(\alpha) = -1$ أي

$$f(\alpha) = \frac{1+\alpha}{\alpha(1+\alpha)} = \frac{1}{\alpha} \text{ ومنه } \ln \alpha = \frac{1+\alpha}{\alpha}$$

(ب) حصر للعدد $f(\alpha)$: لدينا $3.5 < \alpha < 3.6$ أي $\frac{1}{3.6} < f(\alpha)$

$$f(\alpha) < \frac{1}{3.5} \text{ ومنه } 0.27 < f(\alpha) < 0.29$$

(ج) رسم (Cf) في المعلم أدناه.

(4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط

$$x^2 + x - 2m(x+1) = \ln(x^2) \dots (E) \text{ حقيقي}$$

(أ) من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما، المعادلة (E) تكافئ

$$x - 2m = \frac{2\ln x}{x+1} \text{ أي } (x+1)(x-2m) = 2\ln x$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x - m \text{ أي } \frac{1}{2}x - m = f(x)$$

(ب) بيانيا: حلول المعادلة (E) فواصل نقط تقاطع

المنحنى (Cf) مع المستقيم ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x - m$:

من أجل $[-\frac{1}{2}; -\infty[$ أي $[-m\epsilon; +\infty[$ المعادلة تقبل حلين

مختلفين

من أجل $-\frac{1}{2} - m = -\frac{1}{2}$ أي $m = \frac{1}{2}$ المعادلة تقبل حل .

من أجل $[-\frac{1}{2}; +\infty[$ أي $[-m\epsilon; -\infty[$

المعادلة لا تقبل حلول.

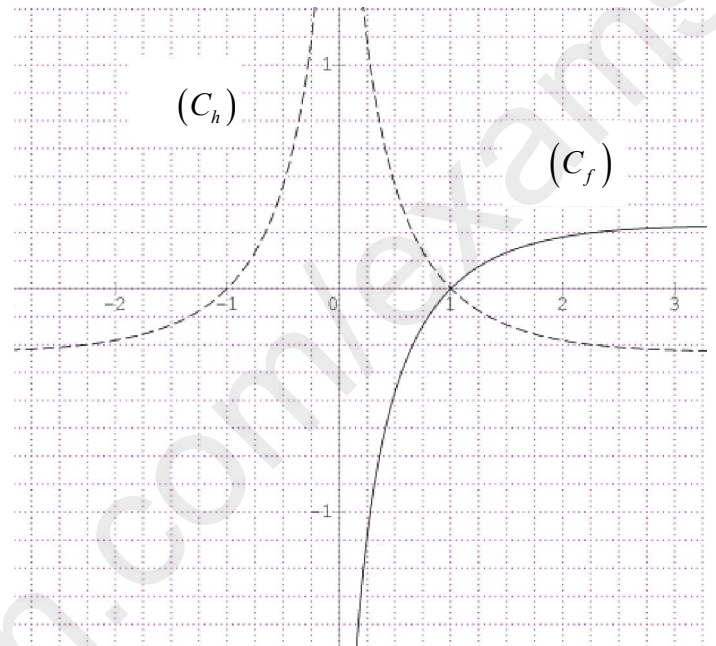
5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = \frac{\ln|x|}{-|x|-1}$

(C_h) منحناها البياني في المستوي.

نلاحظ أن $h(x) = -f(|x|)$

أ) الدالة h زوجية: لأن من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، $h(-x) = -f(|-x|) = -f(|x|) = h(x)$ ، ولدينا: $\mathbb{R}^*$

ب) رسم المنحني (C_h) اعتمادا على المنحني (C_f) .



التمرين الثاني :

I- g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - (ax+b)e^{x-2}$

حيث a و b عددا حقيقيان.

1- حساب $g'(x)$ بدلالة a و b .

$$g'(x) = -ae^{x-2} - e^{x-2}(ax+b) = -e^{x-2}(ax+a+b)$$

2- تعيين قيمتي a و b علما أن منحنى الدالة g يقبل مماسا

موازيا لحامل محور الفواصل عند النقطة $A(-3; 1+2e^{-5})$.

$$\begin{cases} 1 - (-3a+b)e^{-5} = 1+2e^{-5} \\ -e^{-5}(-3a+a+b) = 0 \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} g(-3) = 1+2e^{-5} \\ g'(-3) = 0 \end{cases} \text{ يكافئ}$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} 3a - b = 2 \\ -2a + b = 0 \end{cases} \text{ ومنه } g(x) = 1 - (2x+4)e^{x-2}$$

نأخذ فيما يلي $a = 2$ و $b = 4$

3- أ- دراسة تغيرات الدالة g

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - (2x+4)e^{x-2} = -\infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - (2x+4)e^{x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - 2xe^{x-2} + 4e^{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - 2xe^x \times e^{-2} + 4e^{x-2} = 0 \end{aligned}$$

حساب المشتق: الدالة g قابلة للاشتقاق على ولدنا

$$g'(x) = -e^{x-2}(ax+a+b) = e^{x-2}(-2x-6)$$

الدالة g متزايدة تماما على $[-3; -\infty]$ ومتناقصة تماما على $[+\infty; -3]$

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	0	$2+e^{(-5)+1}$	$-\infty$

جدول التغيرات:

ب- بيان أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$0,4 < \alpha < 0,5 \text{ واستنتاج إشارة } g(x).$$

الدالة مستمرة ورتيبة تماما على $[0,4; 0,5]$

$$g(0,4) \times g(0,5) < 0 \quad g(0,5) = -0,16; \quad g(0,4) = 0,03$$

$$\text{II- الدالة } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ: } f(x) = x^2 e^{x-2} - \frac{1}{4}x^2$$

$$-1 \text{ بين أن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^{x-2} - \frac{1}{4}x^2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x \times e^{-2} - \frac{1}{4}x^2 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{x-2} - \frac{1}{4}x^2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(e^{x-2} - \frac{1}{4} \right) = +\infty$$

$$-2 \text{ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من } \mathbb{R} : f'(x) = -\frac{1}{2}xg(x)$$

$$f'(x) = 2xe^{x-2} + e^{x-2}x^2 - \frac{1}{2}x$$

$$= -\frac{1}{2}x(1 - (2x+4)e^{x-2}) = -\frac{1}{2}xg(x)$$

3- استنتاج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثم تشكيل جدول تغيرات

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$-\frac{1}{2}x$	$+$	$-$	$-$	$-$
$g(x)$	$+$	$+$	$-$	$-$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$	$+$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على $[-\infty; 0]$ و $[\alpha; +\infty]$

ومتناقصة تماما على $[0; \alpha]$

جدول التغيرات للدالة f

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	$f(\alpha)$	$+\infty$

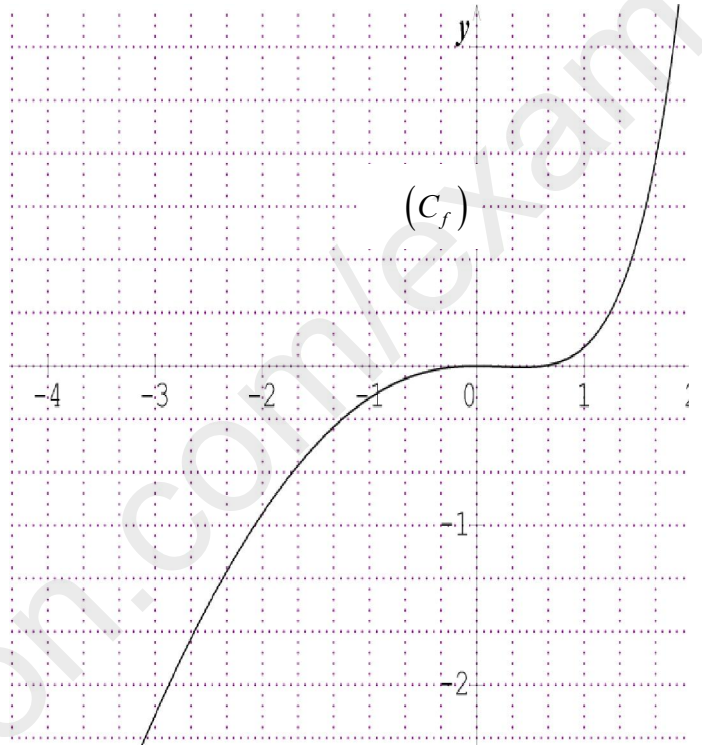
4- تعيين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

$$f(x) = 0 \text{ ومنه } x^2 e^{x-2} - \frac{1}{4} x^2 = 0 \text{ ومنه } x^2 (e^{x-2} - \frac{1}{4}) = 0$$

$$\text{ومنه } x = 0 \text{ أو } e^{x-2} - \frac{1}{4} = 0 \text{ ومنه } e^{x-2} = \frac{1}{4}$$

$$s = \{2 - \ln 4; 0\} \text{ ومنه } x = 2 - \ln 4$$

5- انشاء (C_f) على المجال $[-5; 2]$ (نأخذ $f(\alpha) = -0,2$)



III- نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = e^{1-f(x)}$

- حساب المشتقة: $h'(x) = (e^{1-f(x)})' = -f'(x)e^{1-f(x)}$ ومنه

إشارة $h'(x)$ من إشارة $-f'(x)$

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$h'(x)$	-	+	-	

ومنه الدالة h متزايدة تماما على $[0; \alpha]$

ومتناقصة تماما على $[\alpha; +\infty[$ و $]-\infty; 0]$

جدوا التغيرات للدالة h

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$h'(x)$	-	0	+	0
$h(x)$	$+\infty$	e	$e^{1,2}$	0

انتهى بالتوفيق والتميز للجميع

الأستاذ: قشار صلح

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

المستوى: ثالثة ثانوي علوم تجريبية

التمرين الأول

نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $[0; \sqrt{6}]$ بـ: $h(x) = \frac{3}{\sqrt{6-x^2}}$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة h على المجال $[0; \sqrt{6}]$.

للك المتتالية العددية (u_n) المعرفة على المجال المعرفة بعدها الأول $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{\sqrt{6-u_n^2}}$

1- أحسب u_1, u_2, u_3 . ثم نضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية و تقاربها.

2- أ) برهه من أجل كل عدد طبيعي n أن $0 \leq u_n < \sqrt{3}$.

ب) أثبت أنه إذا كانت المتتالية (u_n) متقاربة نحو l فاه : $l = \sqrt{3}$.

ب) برهه أن المتتالية (u_n) متزايدة.

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و أحسب نهايتها.

3- للك المتتالية العددية (V_n) المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ المعرفة : $v_n = \frac{u_n^2}{3-u_n^2}$

أ) برهه أن المتتالية (V_n) متتالية حسابية أساسها $r=1$ يطلب عبارة حدها العام.

ب) أكتب u_n عبارة بدلالة n . ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثاني

1- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\ln x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسر النتائج هندسيا

2- أثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;1[\cup]1;+\infty[$ و أن : $f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x(\ln x)^2}$

3- شكل جدول تغيرات الدالة f .

4- أثبت أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0.56 \leq \alpha \leq 0.57$.

5- اسم (C_f) .

- 6- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = f(m)$.
- II نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2f(x^2)$:
- (C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
- 1- يبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$ فإن : $f(x) - g(x) = \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$.
- 2- ادرس الوضوح النسبي لكل من المنحنيين (C_g) و (C_f) على المجال $]1; +\infty[$.
- 3- لتلك M و N نقطتيه من المنحنيين (C_g) و (C_f) على الترتيب فاصلتيهما x حيث $x \in [2; +\infty[$ ، من أجل أي قيمة لـ x حتى تكون المسافة MN أكبر ما يمكن.

بِالِإِذْنِ فَوْقَ، الْإِذْجَاحِ، الْإِسْتِجَادِ الشَّهِادَةُ
الْبُكَارِيَا
أَسَاقِذَةُ الْهَادَةُ

Tell Me and I Forget. Teach Me and I May Remember. Involve Me and I Learn

إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضياتالتمرين الأول :

أختر الاجابة الصحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة مما يلي :

(1) مجموعة حلول المعادلة : $2(\log x)^2 + 9\log x - 5 = 0$ هي :

(أ) $s = \left\{-5; \frac{1}{2}\right\}$ (ب) $s = \{e^{-5}; \sqrt{e}\}$ (ج) $s = \{10^{-5}; \sqrt{10}\}$

(2) حل المعادلة التفاضلية $2y' + 4y - 2 = 0$ و الذي يحقق $f(0) = 1$ هي الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

(أ) $f(x) = e^{2x} - 2$ (ب) $f(x) = \frac{1}{2}e^{-2x} - \frac{1}{2}$ (ج) $f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{2e^{2x}}$

(3) f و g دالتان قابلتان للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ حيث $f(x) = g(\sqrt{x})$ و $g'(x) = e^{2x}$ عبارة $f'(x)$ هي :

(أ) $f'(x) = \sqrt{x}e^{2\sqrt{x}}$ (ب) $f'(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x}e^{2\sqrt{x}}$ (ج) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}e^{2\sqrt{x}}$

(4) إذا كانت f الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية كما يلي $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{4x-2}$ فإن :

(أ) f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ (ب) f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ (ج) f غير رتيبة على $\mathbb{R}$

التمرين الثاني :

(u_n) المتتالية المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي :

$u_0 = e$ و $u_{n+1} = e \times \sqrt{u_n}$ (حيث e أساس اللوغاريتم النيبيري)

(1) أكتب كل من الحدين u_1 و u_2 على الشكل e^a

(2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي : $v_n = \ln(u_n) - 2$

(أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تحديد حدها الأول

(ب) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم أستنتج u_n بدلالة n .

(ج) أحسب نهاية المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج ؟

التمرين الثالث :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x + (x+1)e^{1-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = 1 - xe^{1-x}$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f' ثم أستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f'(x)$

(4) شكل جدول تغيرات الدالة f

اقلب الورقة

(5) أ) بين أن المستقيم (Δ) المعروف بالمعادلة $y=x$ مقارب مائلا للمنحنى (C_f) .

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(6) (T) مستقيم معادلته $y=x+e$ ، بين أن المستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تحديدها .

(7) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-0.9 < \alpha < -0.8$

ب) أرسم (T) ، (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right]$

ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $(x+1)e^{-x+1} = m^2$

بالتوفيق للجميع

⚠ تجنب الشطب و استعمال المصحح.

التمرين الأول: (04 نقاط)

بين صحة و خطأ كل من الجمل التالية مع التعليل:

1. مهما يكن العدد الحقيقي x : $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

2. $\ln(3e^\pi) = \pi + \ln 3$

3. الدالة $x \mapsto e^{-2x}$ هي حل المعادلة التفاضلية $y' = 2y$

4. المتراجحة $e^{1-2x} > e^{x+1}$ لا تقبل حلول $\mathbb{R}$

5. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(e^x + 4) = 2 \ln 2$

التمرين الثاني: (08 نقاط)

تكن الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$

1. أدرس تغيرات الدالة g

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-0.38, -0.37]$

3. إستنتج إشارة $g(x)$

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد

ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1. بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$

2. أدرس تغيرات الدالة f

3. بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

4. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ)

5. بين أن المنحنى يقبل نقطة انعطاف

6. بين أن : $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + \alpha - 1}{\alpha - 1}$

7 أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم المقارب (Δ) (نأخذ $\alpha = -0.375$) .

• (Δ_m) مستقيم معادلته $y = 2x + m$ حيث m عدد حقيقي .

1 عين m حتى يكون (Δ_m) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها .

2 ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة التالية : $\frac{x}{e^x} + 1 - m = 0$.

النوعين الثالث: (08 نقاط)

• نعتبر الدالة g المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1} - \ln(x^2 + 1)$

1 أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1; +\infty[$ ، أحسب $g\left(\frac{3}{2}\right)$ و $g\left(\frac{5}{2}\right)$ ، أعط حصرًا لـ α بتقريب 0,1 .

3 إستنتج إشارة $g(x)$ على $[0; +\infty[$.

• نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(x^2 + 1)}{x}, & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

• وليكن (C_f) التمثيل البياني لـ f في معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ($\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$; $\|\vec{j}\| = 3 \text{ cm}$) .

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$

2 إستنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 ثم أكتب معادلة T المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

3 تحقق أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f(x) = \frac{2 \ln x}{x} + \frac{1}{x} \ln \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$ ، إستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

4 أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

5 إستنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

6 بين أن $f(\alpha) = \frac{2\alpha}{(\alpha^2 + 1)}$ ثم إستنتج حصرًا لـ $f(\alpha)$

7 أنشئ T ثم (C_f) .

8 في نفس المعلم أنشئ (C_h) منحنى الدالة h المعرفة على $] -\infty; 0[$ بـ : $h(x) = \frac{\ln(x^2 + 1)}{x}$

إذا أبرجت أن تبتجج بحق، سنبجك طر يقنا منا، وإذا كنت لا تبنيك فسنجك عندنا .

أسنان المائدة : مزيان محمد

التصحيح النموذجي لإختبار الثلاثي الأول

Bac 2020 Math

😊 إذا أردت أن تنجح بحق، ستجد طريقا ما، وإذا كنت لا تريد فستجد عذرا.

النمرين الأول: (04 نقاط)

نبرن صحة أو خطأ الجمل مع التعليل :

1 خطأ لأن : $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^x(e^x - e^{-x})}{e^x(e^x + e^{-x})} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$

2 صحيح لأن : $\ln(3e^\pi) = \ln 3 + \ln e^\pi = \ln 3 + \pi$

3 خطأ لأن : حلول المعادلة التفاضلية $y' = 2y$ هي من الشكل : $y = f(x) = ke^{2x}$, حيث k عدد حقيقي كفي.

4 خطأ لأن : المتراجحة $e^{1-2x} > e^{x+1}$ لها الحلول $S = \{] - \infty; 0[\}$

5 صحيح لأن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(e^x + 4) = \ln 4 = \ln 2^2 = 2 \ln 2$

النمرين الثاني: (08 نقاط)

الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$

1 $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{e^x} - e^{-x} + 2 \right) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$

لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) = (2-x)e^{-x}$ ومنه إشارة $g'(x)$ من نفس إشارة $(2-x)$ وجدول تغيراتها يعطى بالشكل :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$e^{-2} + 2$	2

2 إثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $] - 0.38, -0.37[$.

الدالة g مستمرة و متزايدة تماما على المجال $] - \infty, 2[$ ومنه على المجال $] - 0.38, -0.37[$.
وبما أن $g(-0.38) \times g(-0.37) < 0$ فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $] - 0.38, -0.37[$.

3 إشارة $g(x)$.

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

1 لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = 2 - e^{-x} + xe^{-x} = (x-1)e^{-x} + 2$ ومنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$

2 دراسة تغيرات الدالة f

إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $g(x)$ ولدينا أيضا $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
جدول التغيرات :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

3 لدينا $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x - 1] = \lim_{x \rightarrow +\infty} -xe^{-x} = 0$ ومنه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

4 لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) ندرس إشارة الفرق $f(x) - (2x + 1)$ لدينا $f(x) - (2x + 1) = -xe^{-x}$ ومنه فإن إشارة الفرق هي عكس إشارة x

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) - (2x + 1)$	+		-
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) تحت (Δ)

5 إثبات أن المنحنى يقبل نقطة انعطاف .

لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f''(x) = g'(x)$ ومنه

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	-

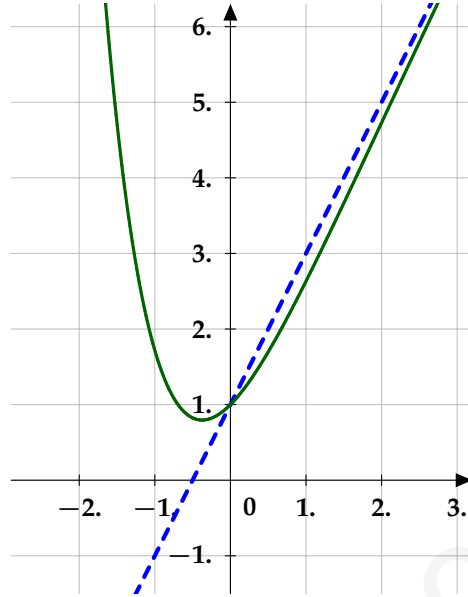
بما أن $f''(x)$ تنعدم مغيرة إشارتها عند 2 فإن النقطة $\left(2; 5 - \frac{2}{e^2}\right)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

6 إثبات أن : $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + \alpha - 1}{\alpha - 1}$

$$e^{-\alpha} = -\frac{2}{\alpha-1} \text{ تكافئ } g(\alpha) = 0$$

$$f(\alpha) = 2\alpha + 1 - e^{-\alpha} = 2\alpha + 1 + \frac{2\alpha}{\alpha-1} = \frac{2\alpha^2 + \alpha - 1}{\alpha-1} \text{ ومنه:}$$

7 رسم المنحنى (C_f)



المستقيم (Δ_m) معادلته $y = 2x + m$ حيث m عدد حقيقي

1 تعيين m حتى يكون (Δ_m) مماساً للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.

المستقيم $y = 2x + m$ مماساً للمنحنى (C_f) في نقطة x_0 منه يعني : $f'(x_0) = 2$ أي أن $g(x) = 2$ ومنه $x_0 = 1$ وبالتالي $(x-1)e^{-x} = 0$

لدينا : $f(1) = 3 - e^{-1}$ ومنه معادلة المماس هي $y = 2x + 1 - e^{-1}$ بالمطابقة نجد $m = 1 - e^{-1}$

2 المناقشة البينائية :

أي $m + 2x = -xe^{-x} + 1 + 2x$ نجد $m = -xe^{-x} + 1$ يعني $\frac{x}{e^x} + 1 - m = 0$ أن $m + 2x = f(x)$

ومن حل المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ_m) ، لدينا عندئذ :

إذا كان $m \in]-\infty, 1 - e^{-1}[$ المعادلة لا تقبل حلولاً .

إذا كان $m = 1 - e^{-1}$ للمعادلة حل مضاعف .

إذا كان $m \in]1 - e^{-1}, 1[$ للمعادلة حلان .

إذا كان $m > 1$ للمعادلة حل وحيد .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

g هي الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1} - \ln(x^2 + 1)$

1 دراسة اتجاه تغير الدالة g :

♥ النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$

♥ الدالة المشتقة: g تقبل الاشتقاق على $[0; +\infty[$ ولدينا: $g'(x) = \frac{4x}{(x^2+1)^2} - \frac{2x}{x^2+1}$

أي: $g'(x) = \frac{-2x^2(x-1)}{(x^2+1)^2}$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	0	+	0
$g(x)$	0	$1 - \ln(2)$	$-\infty$

♥ جدول التغيرات:

2 الدالة g معرفة ، مستمرة و متناقصة تماما على المجال $[1; +\infty[$ و $g(1) = 1 - \ln 2 > 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ أي: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) < 0$ إذن : حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1; +\infty[$.

♥ إيجاد حصر ل α :

$g(\frac{3}{2}) \times g(\frac{5}{2}) < 0$ ومنه: $g(\frac{5}{2}) = \frac{25}{29} - \ln(\frac{29}{4}) \simeq -0.26$ و $g(\frac{3}{2}) = \frac{9}{13} - \ln(\frac{13}{4}) \simeq 0.21$

وبما أن $[1; +\infty[\subset [\frac{3}{2}; \frac{5}{2}]$ فإن $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{5}{2}$ و منه $1.9 < \alpha < 2$

x	1.7	1.8	1.9	2
$g(x)$	0.13	0.08	0.04	-0.01

3 إشارة $g(x)$:

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	0	+	0

♥ f هي الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(x^2+1)}{x}, & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2+1)}{x^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(t+1)}{t} = 1 \quad 1$$

2 بما أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 1$ فإن f تقبل الاشتقاق عند 0 ولدينا $f'(0) = 1$

♥ معادلة المماس (T) ل (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0. $(T): y = f'(0)(x-0) + f(0)$ و منه $(T): y = x$

3 التحقق أنه من أجل كل $x \in]0, +\infty[$

$$\begin{aligned} \frac{2 \ln x}{x} + \frac{1}{x} \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) &= \frac{2 \ln x}{x} + \frac{1}{x} \ln \left(\frac{x^2 + 1}{x^2} \right) \\ &= \frac{2 \ln x}{x} + \frac{1}{x} \ln (x^2 + 1) - \frac{1}{x} \ln (x^2) \\ &= \frac{2 \ln x}{x} + \frac{1}{x} \ln (x^2 + 1) - \frac{2 \ln x}{x} \quad f(x) = \frac{2 \ln x}{x} + \frac{1}{x} \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) \\ &= \frac{1}{x} \ln (x^2 + 1) \\ &= \boxed{f(x)} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \text{ و منه } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \ln x}{x} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) = 0 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ حساب } \heartsuit$$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} \cdot x - \ln(x^2 + 1) = \frac{g(x)}{x^2} : x \in]0, +\infty[\text{ من أجل } f'(x) = \frac{g(x)}{x^2} \text{ أن } \text{الاثبات أن} \quad 4$$

5 إشارة $f'(x)$ مثل إشارة $g(x)$:

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$		+	0 -

♥ جدول تغيرات f :

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$		+	0 -
$f(x)$		$f(\alpha)$	0

$$6 \text{ الاثبات أن : } f(\alpha) = \frac{2\alpha}{(\alpha^2 + 1)} ; \text{ لدينا : } g(\alpha) = 0 : \frac{2\alpha^2}{\alpha^2 + 1} - \ln(\alpha^2 + 1) = 0$$

$$\text{و منه : } \ln(\alpha^2 + 1) = \frac{2\alpha^2}{\alpha^2 + 1} \text{ و بالتالي : } f(\alpha) = \frac{\ln(\alpha^2 + 1)}{\alpha} = \frac{2\alpha^2}{\alpha(\alpha^2 + 1)} = \frac{2\alpha}{(\alpha^2 + 1)}$$

♥ حصر $f(\alpha)$: لدينا : $1.9 < \alpha < 2$ و منه : $3.8 < 2\alpha < 4$ و $4.61 < \alpha^2 + 1 < 5$

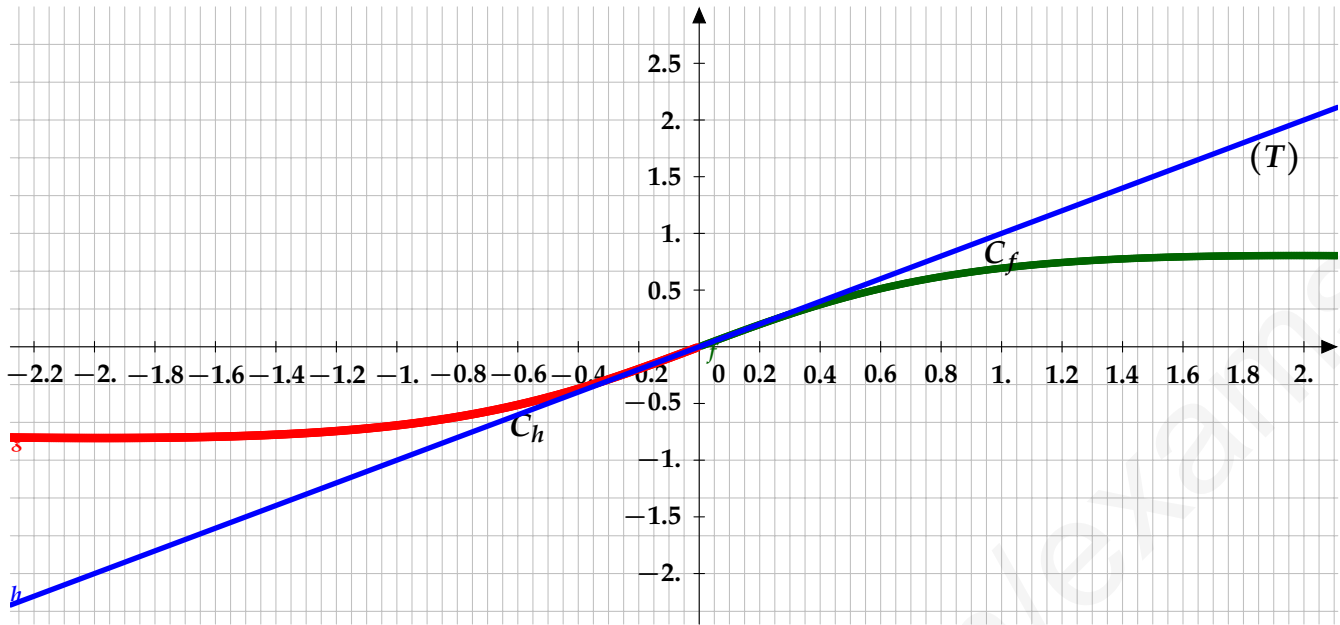
$$\text{و منه : } \frac{1}{5} < \frac{1}{\alpha^2 + 1} < \frac{1}{4.61} \text{ و بالتالي : } \frac{3.8}{5} < \frac{2\alpha}{\alpha^2 + 1} < \frac{4}{4.61} \text{ أي : } 0.76 < f(\alpha) < 0.87$$

7 إنشاء (T) و (C_f)

8 إنشاء (C_h) منحنى الدالة h

$$h(-x) = \frac{\ln((-x)^2 + 1)}{-x} = -\frac{\ln(x^2 + 1)}{x} = -f(x) \text{ لدينا : } -x < 0 \text{ فإن } x > 0 \text{ كان}$$

ومنه (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة الى مبدأ المعلم.



Bac 2020 Math

ملاحظة

كما تُمنح نُقطة واحدة على تَنْظِيم وَرَقَةِ الإجابة

السؤال النظري: (نُقطة واحدة)

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية حدودها موجبة تماما، (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \log(u_n)$.
كما بين أنه إذا كانت (u_n) هندسية فإن (v_n) حسابية.

التمرين الأول: (03 نقاط): أجب بـ: صحيح أو خطأ مع التبرير.

(1) من أجل كل عدد حقيقي x من $+\infty[: 0[$ لدينا: $e^{1-\ln(x)} = 1 - \ln(x)$.

(2) المعادلة $(3n-2)! - 1 = 0$ تقبل في $\mathbb{N}$ حلين متمايزين.

(3) مجموعة الحلول في $\mathbb{R}$ للمترابحة: $\ln(8-x^2) \geq \ln 2 + \ln|x|$ هي: $\{0\} - [-2; 2]$.

التمرين الثاني: (08 نقاط):

I- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{23}{27}$.

(1) أحسب u_3 ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) بين أنه إذا كانت (u_n) متقاربة فإن نهايتها $l = \frac{23}{18}$.

(3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \frac{23}{18}$.

(4) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

(5) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{13}{18} \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{23}{18}$.

II- (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = u_n - \frac{23}{18}$.

(1 - أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يَطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

ج) برر تقارب المتتالية (u_n) .

د) بين أن: $\ln(v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n) = (n+1) \left(\ln \frac{13}{18} + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{1}{3}\right) \right)$.

III- (w_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $w_n = 1.277...7$. (عدد من n رقم مساوياً لـ 7، مثلاً $w_3 = 1.2777$)

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أكبر من أو يساوي 1، $\frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \dots + \frac{1}{10^{n+1}} = \frac{1}{90} \left(1 - \frac{1}{10^n}\right)$.

- استنتج عبارة w_n بدلالة n ثم بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = \frac{a}{b}$ ، حيث a و b عدنان طبيعيان. و: $(a, b) \neq (1, 1)$.

(2) هل (u_n) و (w_n) متجاورتان؟ علل الإجابة.

الجزء الأول:

g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = \frac{x+1-e^x}{e^x}$.

- (1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) أحسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة الدالة g على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + 2 + \frac{x+1}{e^x}$ و C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) > 0$. (يمكنك استعمال نفس الطريقة المتبعة في الجزء الأول).
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. (حساب النهايات عند أطراف مجال التعريف مطلوب)
- (3) بين أن C_f يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً بجوار $+\infty$. يُطلب تعيين معادلة له.
- كـ أدرس الوضع النسبي بين C_f و Δ .
- (4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $[-2; -1]$.
- أكمل الجدول أدناه ثم استنتج أحسن حصرًا للعدد α سعته 10^{-1} .

$x =$	-2	-1.9	-1.8	-1.7	-1.6	-1.5	-1.4	-1.3	-1.2	-1.1	-1
$f(x) =$	-7.39	-5.92	-4.64	-3.53	-2.57	-1.74	-1.02				1

(5) عين قيمة العدد الحقيقي β حتى يكون $T: y = x + \beta$ مماساً لـ C_f في نقطة يُطلب تعيين فاصلتها.

(6) بين أن: $g(x) = f(x) - x - 3$ ثم استنتج الوضع النسبي بين C_f و T .

(7) أنشئ المستقيم Δ و المماس T و C_f في المعلم السابق ذكره.

• m وسيط حقيقي،

كـ استنتج-بياناً- أن المعادلة $f(x) = x + e^{m^2+2m+\ln(3)}$ لا تقبل حلولاً في $\mathbb{R}$ معناه: $m \in]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[$.

الجزء الثالث:

h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = f(3x-1)$ (عبارة الدالة h غير مطلوبة).

كـ عين بدلالة a حلول المعادلة: $h'(x) \times h(x) = 0$ في $\mathbb{R}$. ثم فسر النتائج المحصل عليها بياناً.

الأستاذ: زينة عبد المالك يحسن النجاشي

ولم أجبر الإنسان إلا ابن سعيه .. فمن كان أسعى كان بالمجر أجراً

وبالهمة العلياء يرتقى إلى العلا .. فمن كان أرقى همة كان أظهوراً

ولم يتأخر من يريد تقرأ .. ولم يتقدم من يريد تأخر



امتحان الثلاثي الأول

المدة: ساعتين

المادة: رياضيات

التمرين الأول (12 نقطة)

- (I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$
- (1) أ/ أحسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' هي مشتقة الدالة g)
- ب/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$
- ج/ أحسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها
- (2) احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x
- (II) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- (1) أ/ أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- ب/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = e^{-x}g(x)$ (حيث f' هي مشتقة الدالة f)
- ج/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها
- (2) أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ وفسر النتيجة بيانيا
- ب/ ادرس الوضعية النسبية للمستقيم $y = x$ (Δ) بالنسبة للمنحنى (C_f)
- (3) أ/ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$
- ب/ استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين فاصلتهما
- (4) بين أنه يوجد مماسين للمنحنى (C_f) يوازيان المستقيم (Δ)، (لا يطلب تعيين معادلتيهما)
- (5) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)
- (6) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = f(x^2)$
- باستعمال مشتقة دالة مركبة، عين اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها
- (7) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ من أجل كل n من $\mathbb{N}$
- أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $0 \leq u_n \leq 1$

ب/ بين أن المتتالية (u_n) متناقصة

ج/ استنتج أن (u_n) متقاربة وحدد نهايتها

التمرين الثاني (08 نقاط)

$-I$ الدالة المعرفة على $]-2; +\infty[$ بـ: $g(x) = x + 3 - (x + 2) \ln(x + 2)$

(1) بقراءة بيانية ، شكل جدول تغيرات g

(2) بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث: $1,5 < \alpha < 1,6$

(3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

$-II$ الدالة المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln(x+2)}{x+3}$

(C_f) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا

(2) بين أنه من أجل كل x من $]-2; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)(x+3)^2}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-2; +\infty[$ ، و شكل جدول تغيراتها

(4) بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{(\alpha+2)}$ ، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$

(5) أ/ عين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات

ب/ عين معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

(6) ارسم المنحنى (C_f) و (T)

... موفقة ————— ون ...

لا تتوقف عن مطاردة أحلامك

التمرين الأول (8 نقاط):

الجزء الأول : أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير على كل عبارة من العبارات الخمس التالية :1. المعادلة $\ln x^2 = \ln(3x + 4)$ تقبل حلين متمايزين في $\mathbb{R}$.

2. منحنى الدالة الأسية "exp" يقبل مماسا معامل توجيهه 2.

3. من أجل كل عدد حقيقي x ، $\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x} = 2$.5. منحنى الدالة $h : x \rightarrow (x - 1)e^{x+1}$ يقبل نقطة انعطاف.الجزء الثاني : f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بجدول تغيراتها كما يلي:

x	$-\infty$	-1		3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0		1	$+\infty$

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = [f(x)]^2$ ،وليكن (C) و (C') التمثيلان البيانيان للدالتين f و g على الترتيب.1. احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ ، وعند $+\infty$.2. أكتب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.3. ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.4. ما هو عدد النقاط المشتركة بين المنحنيين (C) و (C') ؟

الصفحة 1 من 2.



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات

مديرية التربية لولاية قسنطينة

دورة 2020

امتحان الثلاثي الأول

ثانوية : الحرية

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 02 سا و 15 دقيقة

اختبار في مادة : الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على (02) صفحات (من الصفحة 1 من 4 إلى الصفحة 2 من 4)

التمرين الأول : (07 نقاط و نصف)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة ، في كل حالة من الحالات الثلاثة الآتية ، مع التعليل .

(1) حلّي المعادلة $e^x + 2e^{-x} - 3 = 0$ في $\mathbb{R}$ هما :

أ/ 0 و $\ln 2$. ب/ 0 و $-\ln 2$. ج/ 0 و $-\ln 3$.

(2) لتكن المعادلة التفاضلية التالية : $y' - (\ln 3)y = 0$ ،

نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق $f(0) = 1$. عبارة $f(x)$ هي :

أ/ $f(x) = 3^x$. ب/ $f(x) = 3x$. ج/ $f(x) = (\ln 3) \times 3^x$.

(3) لتكن الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $k(x) = \frac{4e^x}{e^x + 1} - 1$ و ليكن (C_k) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1.3. نهاية الدالة k عند $-\infty$ هي :

أ/ 3 . ب/ 0 . ج/ -1 .

2.3. من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ و $(-x) \in \mathbb{R}$ لدينا :

أ/ $k(-x) + k(x) = 0$. ب/ $k(-x) + k(x) = 1$. ج/ $k(-x) + k(x) = 2$.

3.3. المنحنى (C_k) الممثل للدالة k يقبل النقطة ω مركز تناظر لها حيث :

أ/ $\omega(0; 0)$. ب/ $\omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$. ج/ $\omega(0; 1)$.

التمرين الثاني : (12 نقطة و نصف)

- (I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 12x - 6$.
- 1/ أ/ أحسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' هي مشتقة الدالة g)
 ب/ بين أن المعادلة $g'(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً x_0 حيث : $0,85 < x_0 < 0,86$ ،
 ثم استنتج إشارة $g'(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .
 ج/ أحسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.
 د/ شكل جدول تغيرات الدالة g . (نقبل أن : $g(x_0) \approx -12,26$)
- 2) نقبل أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلان α و β حيث $-0,46 < \alpha < -0,45$ و $1,68 < \beta < 1,69$.
 - استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .
- (II) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{-x^3 - 6}{x^2 + x + 1}$.
 (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- 1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.
 2) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته : $y = 1 - x$.
 ب/ أدرس إشارة العبارة $[f(x) + x - 1]$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً .
- 3) أ/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f'(x) = \frac{-g(x)}{(x^2 + x + 1)^2}$.
 ب/ استنتج أن الدالة f متناقصة تماماً على كل من المجالين $[\beta; +\infty[$ و $]-\infty; \alpha]$ و متزايدة تماماً على المجال $[\alpha; \beta]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
- 4) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة x_1 حيث : $-1,82 < x_1 < -1,81$.
 ب/ نأخذ $f(\alpha) \approx -7,83$ ، $f(\beta) \approx -1,95$.
 - أنشئ (Δ) و المنحنى (C_f) .
 ج/ عين بيانياً ، قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(\alpha) \times f(x) = m$ ثلاثة حلول متمايضة .
- (III) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = -f(-|x|)$ و (C_h) تمثيلها البياني .
 أ/ بين أن الدالة h زوجية ، ثم فسر النتيجة هندسياً .
 ب/ باستعمال المنحنى (C_f) ، أنشئ المنحنى (C_h) (دون دراسة الدالة h)

انتهى الموضوع الأول

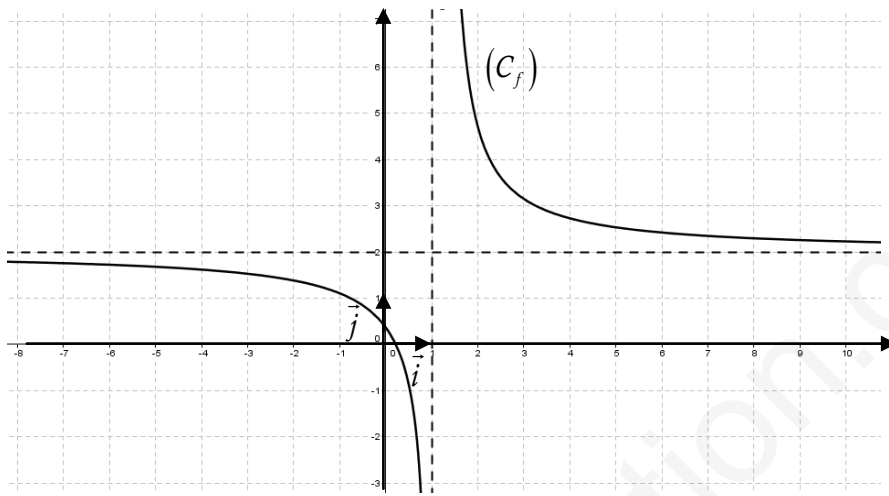
الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على (02) صفحات (من الصفحة 3 من 4 إلى الصفحة 4 من 4)

التمرين الأول : (08 نقاط و نصف)

f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ و (C_f) المنحنى البياني الممثل لها كما هو مبين في الشكل المقابل :

علما أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة α .



(1) بقراءة بيانية حدّد :

أ/ نهاية الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

ب/ نهاية الدالة f عند 1 .

ج/ اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R} - \{1\}$ ،

ثم استنتج إشارة $f'(x)$.

(حيث f' هي مشتقة الدالة f)

د/

- بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]-\infty; 1[$ حلاً وحيداً α .

- باستعمال جدول القيم التالي جُد حصاراً للعدد α ، ثم استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0	-0,1	x
-0,9	-0,5	-0,1	0,03	0,2	0,4	0,5	$f(x)$

(2) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $h(x) = [f(x)]^2$.

أ/ أحسب نهاية الدالة h عند $+\infty$ و $-\infty$ و عند 1 .

ب/ أحسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$. (يمكن استعمال مشتقة تركيب دالتين)

ج/ عين إشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

التمرين الثاني : (11 نقطة و نصف)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

(1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$.

(2) استنتج اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

(3) أ/ بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ ، ثم تحقق من أن : $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$.

ب/ استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x) > 0$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$.

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. الوحدة $2cm$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$. (نقبل أن $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$)

(2) أ/ بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ثم بين أن : $f'(x) = g(x)$.

ب/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ/ بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 1$ ، ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلة ديكارتية له.

ب/ بملاحظة أن : $f(x) - x - 1 = (2x-1)e^{2x}$ ، بين أن :

- إذا كان $x < \frac{1}{2}$ فإن : المنحنى (C_f) يقع تحت المستقيم (Δ) .

- إذا كان $x > \frac{1}{2}$ فإن : المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ) .

- إذا كان $x = \frac{1}{2}$ فإن : المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ) .

(4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند مبدأ المعلم.

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة يطلب تعيين فاصلتها.

(6) أحسب $f(0,75)$ ، ثم أنشئ المستقيمين (T) و (Δ) و المنحنى (C_f) .

(7) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = (1-2|x|)e^{2|x|} - |x| - 1$ و (C_h) تمثيلها البياني .
أ/ بين أن الدالة h زوجية .

ب/ بين أنه من أجل $x \geq 0$ لدينا : $h(x) + f(x) = 0$.

ج/ اشرح كيف يمكن رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ، ثم أرسمه .

انتهى الموضوع الثاني

✧ اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات ✧

التمرين الأول: (نقاط)

إختر الإجابة الصحيحة مع التبرير:

① المعادلة $e^{2x} - 3e^x - 4 = 0$ تقبل في IR :

أ // حلا واحدا ب // حل متمايزين ج // لا تقبل حلول

② المعادلة التفاضلية $y = 2y' - 1$ تقبل كمجموعة حلول:

أ // $x \mapsto ke^{2x}$ ب // $x \mapsto ke^{2x} + \frac{1}{2}$ ج // $x \mapsto ke^{\frac{1}{2}x}$ د // $x \mapsto ke^{\frac{1}{2}x} - 1$

③ الدالة المشتقة للدالة f المعرفة على IR كما يلي $f(x) = 2020^x$ هي:

أ // $f(x) = 2019^x$ ب // $f(x) = 2020^{x-1}$ ج // $f(x) = e^{2020} \cdot 2020^x$ د // $f(x) = \ln(2020) \cdot 2020^x$

④ حلول المعادلة $\log|x| = 2020$ في IR هي:

أ // $S = \{e^{2020}\}$ ب // $S = \{10^{-2020}\}$ ج // $S = \{10^{2020}; 10^{-2020}\}$ د // $S = \{10^{2020}; -10^{2020}\}$

التمرين الثاني: (نقاط)

الجزء I: نعتبر الدالة g المعرفة على IR بما يلي: $g(x) = \alpha x + \frac{\beta}{1+e^x}$ حيث α و β عدنان حقيقيان ثابتان.

أحسب $g'(x)$ ثم عين العددين α و β حيث $g(1) = \frac{e}{1+e}$ و $g'(0) = \frac{5}{4}$.

الجزء II: لتكن الدالة f المعرفة على IR بما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{1+e^x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (وحدة الطول 4 cm)

① احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

② بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) > 0$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

③ أ // بين أن المستقيمين المعرفين بـ: $(\Delta_1): y = x$ و $(\Delta_2): y = x - 1$ مستقيمان مقاربان للمنحنى (C_f) .

ب // ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2) .

④ تحقق أن: $f(-x) + f(x) = -1$ ، ماذا تستنتج؟

⑤ ليكن (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0. اكتب معادلة لـ (T) .

⑥ أ // بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا α حيث $0 < \alpha < 0.5$.

ب // تحقق أن: $1 + e^\alpha = \frac{1}{\alpha}$.

⑦ بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف A يطلب تعيين إحداثياتها.

⑧ انشئ كل من (Δ_1) ; (Δ_2) ; (T) و (C_f) .

⑨ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $me^x + m - 1 = 0$.

التمرين الثالث: (نقاط)

الجزء I: لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]-\infty; 1[$ حيث: $g(x) = -x^2 + 2x + 4\ln(1-x)$

و (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(كما في الشكل المقابل)

① بقراءة بيانية للمنحنى (C_g) عين عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$.

② احسب $g(0)$ ثم بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا

وحيدا α حيث: $-0.88 < \alpha < -0.87$.

③ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty; 1[$.

الجزء II: لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 1[$

حيث: $f(x) = -(x+1) + \frac{4}{1-x} \ln(1-x) + \frac{5}{1-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

① احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

② // بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x - 1$

مقارب مائـل لـ (C_f) .

ب// ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

③ أ// بين أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{(1-x)^2}$.

ب// استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

④ بين أنه يوجد مماس للمنحنى (C_f) موازي للمستقيم (Δ) لا يطلب تعيين معادلته.

⑤ ارسم المستقيمين (Δ) و (C_f) . (نأخذ: $f(\alpha) = 3.9$).

الجزء III: نعتبر الدالة k المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ: $k(x) = f(2-x)$ و (C_k) ليكن تمثيلها البياني.

أشرح كيف يمكن رسم (C_k) إنطلاقا من (C_f) ثم أرسمه في نفس المعلم السابق.

بالتوفيق

هذا العمل مشترك بين ثانويات

❖ أفـلـح بن عبد الوهاب - تيارت -

❖ بن سنوسي إبراهيم - الرحوية -

❖ مشري ميسوم - الرحوية -

السنة الدراسية : 2019-2020	مديرية التربية لولاية الأغواط
المستوى : الثالثة علوم تجريبية	ثانوية غزاوي بلقاسم بآفلو
التاريخ : 02 ديسمبر 2019	إمتحان الثلاثي الأول
المدة : 03 ساعات	إختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : 04 نقاط

- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 6$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $2u_{n+1} = u_n + 4$.
- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n > 4$.
 - أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$. إستنتج أنها تقاربها .
 - لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = \ln(u_n - 4)$.
 - بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $r = -\ln 2$ يطلب حساب حدها الأول .
 - أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n . أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
 - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(u_n - 4)^2 = 4 \left(\frac{1}{4} \right)^n$.
 - إستنتج المجموع S_n حيث من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = (u_0 - 4)^2 + (u_1 - 4)^2 + (u_2 - 4)^2 + \dots + (u_n - 4)^2$.

التمرين الثاني : 05 نقاط

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (x+a)e^x + bx + c$:

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

- عين قيم الأعداد الحقيقية a, b, c . علما أن (C_g) يشمل النقطة $A(1; -1)$. يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي 1 عند النقطة $B(0; -3)$.
- لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = 1 + xe^x$.
 - أدرس اتجاه تغير الدالة h . ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $h(x) > 0$.
- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - 2 + (x-1)e^x$.
 - أدرس تغيرات الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها .
- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$. إستنتج إشارة $f(x)$.
- نعتبر من أجل كل عدد حقيقي $x > \alpha$: $Q(x) = \ln[f(x)]$. شكل جدول تغيرات الدالة Q .

التمرين الثالث : 04 نقاط

لتكن (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث : $\begin{cases} \ln v_5 - \ln v_3 = 6 \\ \ln v_2 + \ln v_4 = 14 \end{cases}$.

- بين أن أساس المتتالية هو $q = e^3$. عين حدها الأول v_0 .
 - أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

- (2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \ln v_n + \ln v_{n+1}$.
 - بين أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 6$.
 - أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
 (3) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \ln v_0 + \ln v_1 + \ln v_2 + \dots + \ln v_n$.
 - أحسب بدلالة n المجموع S_n .

التمرين الرابع : 07 نقاط

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ ب : $g(x) = x^3 - x + 3 - 2 \ln x$

- (1) بين أنه من أجل كل $x > 0$: $g'(x) = \frac{h(x)}{x}$ حيث : $h(x) = (x-1)(3x^2 + 3x + 2)$.
 (2) إستنتج إجهاد تغير الدالة g .
 (3) أحسب $g(1)$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ ب : $f(x) = x - 1 + \frac{x - 1 + \ln x}{x^2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .
 (2) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
 - أدرس الوضعية النسبية بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

(3) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

- (أ) أدرس إجهاد تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
 (ب) أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$.

(4) أرسم المستقيمين (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f) .

- (5) لتكن (Y_m) عائلة المستقيمات المعرفة بالمعادلة : $y = mx - m$ ، حيث m وسيط حقيقي .
 - بين أن جميع المستقيمات (Y_m) تمر بالنقطة $A(1; 0)$.
 - عين قيم العدد الحقيقي m بحيث المعادلة : $f(x) = mx - m$ تقبل حلان متميزان .

