مديرية التربية لولاية الـــــوادي
الشعبة: تقني رياضي +رياضيات

امتحان الفصل الثاني
السنة الدراسية:2017-2018

اختبار في مادة الرياضيات

المـدة: 04 ساعات و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين01:

1)أثبت أن العدد 251 عدد أولي.

2)حلل العدد 2008 إلى جداء عوامل أولية .

أ)استنتج كل الأعداد الأولية التي مكعب كل منها يقسم العدد 2008.

ب) عين الأعداد الطبيعية a وb بحيث: $m^3+35d^3=2008$

علما أن: $m=PPCM(a;b)$ و $d=PGCD(a;b)$.

التمرين02:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $u_{n+1}=u_n(2-u_n)$ و $u_0=\frac{1}{8}$

1) أ- ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة 8cm)، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ و المنحني (C) الممثل للدالة f المعرفة على $[0;2]$ بـ: $f(x)=x(2-x)$

2)أ-باستعمال الرسم السابق،مثل على حامل محور الفواصل،دون حساب كلا من u_0، u_1، u_2، u_3

ب - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

3) أ- برهن بالتراجع أنه لكل عدد طبيعي n : $0\prec u_n\prec 1$

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة استنتج أن (u_n) متقاربة ، ما هي نهايتها ؟

4) 3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\ln(1-u_n)$.

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب-استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

5) أ) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n=(1-u_0)(1-u_1).....(1-u_n)$، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}P_n$

التمرين03:

نعتبر نرد متوازن على شكل رباعي وجوه منتظم مرقم من1 إلى 4.

I- نرمي هذا النرد مرتين متتاليتين ونعتبر الأحداث التالية:

A "مجموع الرقمين المحصل عليهما زوجي".

إعداد الأستاذ بالعبيدي محمد العربي

3as.ency-education.com

B "الرقم الأول المحصل عليه 4 ".

C "الرقم المحصل عليه في الرمية الأول أكبر تماما من الرقم المحصل عليه في الرمية الثانية ".

1) احسب الاحتمالات التالية: أ) $P_A(B)$ ؛ ب) $P_B(C)$ ؛ جـ) $P_A(C)$.

2)أ)هل الحادثتين A و B مستقلتين ؟ب)هل الحادثتين A و C مستقلتين ؟جـ)هل الحادثتين و C مستقلتين؟

II- يدفع لاعب $2D$ ثم يرمي هذا النرد مرتين متتاليتين.

• إذا ظهر نفس الرقم في الرميتين يربح بالدينار (D) مجموع الرقمين.

• إذا ظهر رقم 4 مرة واحدة، فيربح اللاعب بالدينار الرقم الظاهر في الرمية الأخرى.

• في بقية الحالات يعتبر اللاعب خاسرا.

نسمي G المتغير العشوائي المعرف بالربح الجبري للاعب.

1) عين القيم الممكنة لـ G .

2) عين قانون احتمال G .

3) • احسب $E(G)$ الأمل الرياضي لـ G. • هل هذه اللعبة عادلة ؟

التمرين04:

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\ln(e^{2x}-e^{x}+\frac{1}{2})-2x$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)=\ln(1-e^{-x}+\frac{1}{2}e^{-2x})$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) احسب $g(-\ln 2)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$.

II-نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln\left(2e^{2x}-2e^{x}+1\right)-\ln 2$ و (C_f) تمثيلها البياني

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ماذا تستنتج ؟

ب)استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) بجوار $+\infty$ ، ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

2) أ) بين $f'(x)=e^{x-f(x)}(2e^{x}-1)$ حيث f' مشتق الدالة f .

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

3) أ) عين α فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل.

ب) ارسم (Δ) و (C_f).

4) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\ln(\frac{1}{2}e^{2x}-e^{x}+1)$ و (C_h) تمثيلها البياني.

أ) عين قيمة β التي تحقق $h(x)=f(x-\ln 2)+\beta$.

ب) استنتج كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f).

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين01:

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الأقليدية لكل من العددين 3^n و 4^n على 7

2) برهن أنه من أجل كل n من N يكون العدد: $\left(2\times 2018^{6n+4}+1438^{6n+1}\right)$ قابلا للقسمة على 7

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $u_n = 2\times 3^n + 3\times 4^n$

أ) أحسب بدلالة n المجموع s_n حيث : $s_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

ب) ما هي قيّم الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها s_n قابلا للقسمة على 7 ؟

التمرين02:

ليكن α عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;1[$

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \dfrac{(1+\alpha)U_n - \alpha}{U_n}$

1) أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $U_n \geq 1$.

ب- بيّن أن المتتالية (U_n) متناقصة .

جـ- استنتج أن (U_n) متقاربة واحسب نهايتها .

2) لتكن (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n - \alpha}$

أ- بيّن أن (V_n) متتالية هندسية أساسها α

ب- اكتب عبارة V_n بدلالة n و α واستنتج عبارة U_n بدلالة n و α.

جـ - تحقق من نتيجة السؤال 1) جـ) وذلك بحساب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

التمرين03:

أ-g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = \ln\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right) - \dfrac{2}{x^2+1}$

1-ادرس تغيرات الدالة g .

2-بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $0,5 \prec \alpha \prec 0,6$ يحقق: $g(\alpha) = 0$ واستنتج إشارة $g(x)$

ب-نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $x \succ 0$; $f(x) = x\ln\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)$ و $f(0) = 0$

نرمز بـ (C) للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول 5cm

1- أ) احسب نهاية $x.f(x)$ عندما يؤول x إلى $+\infty$

ب)استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ و فسّر النتيجة بيانيا.

2- أ) أثبت أن : $f(\alpha) = \dfrac{2\alpha}{1+\alpha^2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

3as.ency-education.com

ب) بيّن أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ فإن : $f'(x) = g(x)$

جـ) احسب $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{x}$ أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة .

د) بيّن أن : $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$ ماذا تعني هذه النتيجة بالنسبة للدالة f ؟

3- شكل جدول تغيرات الدالة f

4- ارسم بعناية المنحنى (C) الممثل للدالة f

5- نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = f(e^x)$

أ-ادرس تغيرات الدالة h .

ب-أنشئ التمثيل البياني للدالة h.

التمرين04:

صندوق A يحتوي على4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء و صندوق B يحتوي على كرية واحدة حمراء و 9 كريات سوداء مع أن كل الكريات متساوية الاحتمال .

I) يرمي لاعب زهرة نرد غير مزيفة و مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة في الهواء .

ـ إذا تحصل على الرقم1 يسحب كرة واحدة من الصندوقA .

ـ إذا لم يتحصل على الرقم1 فيسحب كرة واحدة من الصندوق B .

1) شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة .

2) نسمي R الحادثة : "الحصول على كرية حمراء" بين أن $P(R) = 0,15$

3) تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين أن احتمال أن تكون من الصندوق B أكبر أو تساوي من احتمال أن تكون من الصندوق A

II) اللاعب يكرر هذه اللعبة مرتان (اللعبة المنصوص عليها في الجزء في نفس الشروط المتماثلة و المستقلة عن بعضها بمعنى يعيد الصندوقين إلى تعدادها الأول بعد اللعبة الأولى)

ليكن x عدد طبيعي غير معدوم ، بعد اللعبتين يتحصل اللاعب على نقطة عن كل كرية حمراء و يخسر نقطة عن كل كرية سوداء .

نرمز بـ G إلى قيمة الربح أو الخسارة بعد اللعبتين .

1) بين أن G يأخذ القيم $2x$, $x-2$, -4.

2) أوجد قانون الاحتمال و أحسب الأمل الرياضياتي $E(G)$ للمتغير العشوائي G بدلالة x.

3) ما هي أصغر قيمة لـ x حتى تكون اللعبة مربحة .

3as.ency-education.com

متقن ماسرى	اختبار الثلاثي الثاني	المستوى : الثالثة تقني رياضي
المدة:2سا	المادة رياضيات	السنة الدراسية : 2017/ 2018

التمرين الاول **الموضوع الأول** **الاستاد محمد بن كوابيش الحاج**

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) $7x - 13y = 1$

1) برهن أن حلول المعادلة (E) هي ألثنائيات $(x;y)$ حيث : $y = 7k + 1$; $x = 13k + 2$ و $k\epsilon\mathbb{Z}$

2) لتكن x و y ; n اعداد طبيعية تحقق : $\begin{cases} n = 7x + 2 \\ n = 13y + 3 \end{cases}$

ا) اثبت ان $(x\,;y)$ حل للمعادلة (E)

ب) نعتبر الجملة (S) ألأتية : $\begin{cases} n \equiv 2[7] \\ n \equiv 3[13] \end{cases}$ أثبت أن n حلا للجملة (S) اذا وفقط اذا كان $n \equiv 16[91]$

ليكن k عددا طبيعيا ▫

أ) عين باقي القسمة الاقليدية لكل من 2^{3k} و 3^{3k} على 7 و 13 على الترتيب

ب) تحقق أن العدد 2018 حلا للجملة (S)

ت) عين باقي القسمة للعدد $2018^{2019} + 2018^{1962}$ على 91

التمرين الثاني

f الدالة المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = 1 + \frac{\ln(x)}{x}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ثم فسر هندسيا النتيجتين

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول التغيرات

3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) الممثل للدالة f بالنسبة الى (d) : $y = 1$

4) بين أن المنحنى (C) يقبل مماس (T) يشمل النقطة $\omega\ (0;1)$ ويمس في نقطة يطلب تعيين احداثييها ثم اكتب معادلته

5) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C)

6) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كم يلي : $g(x) = 1 + \frac{\ln|x}{x}$

أ) بين أنه من أجل $x\epsilon\mathbb{R}^*$ $g(-x) + g(x) = 2$ ثم استنتج ان المنحنى (δ) الممثل لهذه الدالة يقبل مركز تناظر يطلب تعينه ثم أنشئ المنحنى (δ)

ب) m وسيط حقيقي ; (Δ_m) مستقيم معادلته $y = mx + 1$ بين انه عندما يتغير m على $\mathbb{R}$ فان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل النقطة $\omega(0;1)$

ج) ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $g(x) = mx + 1$

التمرين الثالث : في تجربة عشوائية ما نسمي Ω المجموعة الشاملة (مجموعة الإمكانيات الناتجة للتجربة)
نعتبر الحوادث A ; B و C من المجموعة Ω وليكن P الاحتمال المعرف على Ω بحيث :

$P(C) = 0{,}4$; $P(B) = 0{,}7$; $P(A) = 0{,}3$; $P(A \cup B) = 0{,}2$, ; $P(\bar{A} \cap C) = 0{,}5$

1) احسب ما يلي : $P(A \cap B)$ و $P(\overline{A} \cup C)$ و $P(\overline{A} \cap B)$

2) بين أن الحدثين A و B غير مستقلين

3) بين أن $P(\overline{A}\ \overline{B}) = P(\overline{A \cap B})$

3AS.ENCY-EDUCATION.COM

3as.ency-education.com

ثانوية الشهيد رابح خدروش
القرارم قوقـــــة

السنة الدراسية 2018/2017
الأقسام: 3 هط ، 3 هك ، 3 همك
المـــدة : 02 ساعـــة.

الإختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمـــرين الأول: إختيـــاري

1) أ- حل المعادلة التفاضلية $2y' - y = 0$.
ب- عين الحل f الذي يحقق : $f(2) = 1$

2) (U_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كمايلي: $U_n = e^{\frac{n-2}{2}}$
أ- برهن أن المتتالية (U_n) هندسية يطلب تعيين اساسها q و حدها الأول U_0
ب- أحسب بدلالة n المجموع: $S_1 = U_0 + U_1 + \cdots + U_{n-1}$.

3) (V_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كمايلي: $V_n = \ln(U_n)$.
أ- برهن أن المتتالية (V_n) حسابية يطلب تعيين حدها الأول V_0 و أساسها r .
ب- أحسب بدلالة n المجموع: $S_2 = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$.
ج - عين قيمة العدد الطبيعي n حتي يكون $S_2 = \frac{3}{2}$.

4) أحسب بدلالة n الجداء: $P = U_0 \times U_1 \times \ldots \times U_n$.

التمـــرين الثاني: إختيـــاري

1) أ- حل في مجموعة الأعداد الصحيحة Z المعادلة التالية: $(E) \ldots . 8x - 5y = 3$
ب) m عدد صحيح بحيث توجد ثنائية من الأعداد الصحيحة (p, q) تحقق: $m = 8p + 1$ و $m = 5q + 4$
✓ أثبت أن الثنائية(p, q) حل للمعادلة (E) ثم استنتج أن $m \equiv 9[40]$.
✓ عين أصغر عدد طبيعي m يحقق : $m > 2000$.

2) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 7 ، استنتج باقي قسمة 2^{2014} على 7

3) N عدد طبيعي يكتب في النظام العشري $a00b$ (a و b عددان طبيعيان أصغر أو يساوي 9 مع $a \neq 0$)
✓ تحقق أن : $10^3 \equiv -1[7]$.
✓ استنتج الأعداد الطبيعية N بحيث : $N \equiv 0[7]$

التمـــرين الثالث: إختيـــاري

في دراسة خاصة بحالة سيارات مدنية ما تبين أن 12 % من السيارات ذات مكابح ضعيفة، من بين السيارات ذات المكابح الضعيفة هناك 20 % لها إضاءة ضعيفة.
من بين السيارات ذات المكابح القوية هناك 8 % لها إضاءة ضعيفة و قصد سلامة الطرقات طلب من شرطة المرور تكثيف المراقبة ، نعتبر الحادثتين التالين:
L: السيارات الموقوفة من قبل شرطة المرور لها إضاءة قوية.
F: السيارة الموقوفة من قبل شرطة المرور لها مكابح قوية .
1- أحسب احتمال F ، إحتمال $\overline{L}$ علما أن $\overline{F}$ محققة ، ثم احتمال $\overline{L}$ علما أن F محققة

3as.ency-education.com

2- أ- أحسب احتمال أن تكون السيارة الموقوفة من قبل شرطة المرور لها مكابح ضعيفة و إضاءة ضعيفة أيضا.

ب- أحسب إحتمال أن تكون السيارة الموقوفة من قبل الشرطة لها مكابح قوية و إضاءة ضعيفة.

ج- استنتج احتمال أن تكون السيارة الموقوفة من قبل الشرطة لها إضاءة ضعيفة.

3- علما أن سيارة ما روقبت و كانت لها إضاءة ضعيفة ، ما إحتمال أن تكون لها مكابح ضعيفة أيضا.

4- أ- برهن أن احتمال توقيف سيارة في حالة جيدة (مكابح قوية و إضاءة قوية) هو 0,8096.

ب- إذا كانت شرطة المرور قد أوقفت 20 سيارة ، ما احتمال وجود سيارة واحدة ليست في حالة جيدة على الأقل.

ملاحظـــة: إختر تمرينين من بين الثلاثة الاختياريين أما المسألـــة " إجباريـــة "

مسألـــــة: "إجباريـــة"

الجـزء الأول:

g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty, 0[$ كمايلي:

$$g(x) = \frac{1}{2} + e^x(x-1)$$

1) أدرس إتجاه تغيرات الدالة g . (يطلب حساب النهايتين عند حدود مجال التعريف).

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\propto$ يحقق: $-1,68 < \propto < -1,67$

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty, 0[$.

الجـزء الثاني:

f الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقة R كما يلي:

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 2 + e^x(x-2) : x \in]-\infty, 0[$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{x+1}\right) - x \quad : x \in]0, +\infty[$$

(C) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$

1) أ- أثبت أن الدالة f مستمرة عند 0.

ب- أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

ج – أحسب العدد المشتق للدالة f عند 0 من اليمين ومن اليسار ، فسر النتيجة هندسيا

د- أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول التغيرات.

2) بين أن المستقيمين : $(\Delta_1): y = -x + \ln 2$ و $(\Delta_2): y = \frac{1}{2}x + 2$ مقاربين للمنحني (C) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب.

3) أ- أثبت أن $e^{\propto} = \frac{-1}{2(\propto -1)}$ ثم استنتج أن : $f(\propto) = \frac{1}{2}(\propto +3 + \frac{1}{\propto -1})$.

ب- أعط حصرا للعدد $f(\propto)$ بتقريب 0,01 .

4) أنشئ (Δ_1) ، (Δ_2) و المنحى (C) .

بالتوفيـــق أساتذة المادة

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الثانويات : **عيسى زريمش (حمام دباغ)** التاريخ : **12 مارس 2018**

شعلال مسعود (قالمة) المستوى : **الثالثة تقني رياضي**

المدة : **03 ساعات**

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (05 نقاط)

$(I$ f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x^2+3}$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f .

2) بين أنــه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$: $f(x)\geq 0$

$II)$ لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=0$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أحسب الحدين u_1 و u_2.

2) أ* بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n \prec u_{n+1} \prec 1$.

ب* استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

$III)$ لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n{}^2-1$

1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2) عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

3) أحسب نهاية المتتالية (u_n).

4) عبر عن المجاميع التالية بدلالة n:

$$S_n=(u_0-1)(u_0+1)+(u_1-1)(u_1+1)+(u_2-1)(u_2+1)+.....+(u_n-1)(u_n+1)$$

$$S_n'=(u_0{}^2-0)+(u_1{}^2-1)+(u_2{}^2-2)+.....+(u_n{}^2-n)$$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1 / أ* عين مجموعة الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة: (E) : $8x-5y=3$

ب* ليكن m عددا صحيحا بحيث توجد ثنائية $(p;q)$ من الأعداد الصحيحة تحقق: $m=8p+1$ و $m=5q+4$ ،

بين أن الثنائية $(p;q)$ هي حل للمعادلة (E) ، واستنتج أن: $m\equiv 9[40]$

جـ * عين أصغر عدد طبيعي m أكبر من 2000 .

2 / أ * أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي k لدينا: $2^{3k}\equiv 1[7]$.

ب * ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2009} على 7 ؟

3 / ليكن a و b عددان طبيعيان أقل من أو يساوي 9 مع $a\neq 0$ ، ونعتبر العدد N حيث N يكتب في النظام العشري كما يلي $N=\overline{a00b}$. نريد تعيين من ضمن هذه الأعداد الطبيعية N تلك التي تقبل القسمة على 7

أ * تحقق من أن: $10^3\equiv -1[7]$.

ب* استنتج الأعداد الطبيعية N التي تقبل القسمة على 7 في الحالة $a\equiv 2[7]$.

3as.ency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقاط)

كيس يحتوي على 8 كرات منها 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرة واحدة بيضاء ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس .

1/ أ * ا حسب عدد الحالات الممكنة .

ب * احسب احتمالات الأحداث التالية :

A " الحصول على 3 كرات من نفس اللون". B " الحصول على كرة على الأقل حمراء " .

C " الحصول على كرتين على الأكثر حمراء ".

2 / نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المحصل عليها .

أ * ما هي قيم X ؟

ب * أحسب الاحتمالات التالية : $P(X=1)$ ، $P(X=3)$ واستنتج $P(X=2)$.

ج * أحسب الأمل الرياضي ، التباين ثم الانحراف المعياري .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x-1+e^{-x}$.

1 / ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

2 / أ* بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد معدوم .

ب* استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\ln\left(x-1+e^{-x}\right)$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1 / أ * أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب * أحسب : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا.

2 / أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3 / أ * أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=-x+\ln\left(xe^{x}-e^{x}+1\right)$.

ب * استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته.

ج * ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

4 / أ * أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$ ، ماذا يمكن القول عن المنحنيين (C_f) و $(C_{\ln})$؟

ب * ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى $(C_{\ln})$.

5 / بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α ; β حيث: $-1.1\prec\alpha\prec-1.2$ و $1.8\prec\beta\prec1.9$

6 / أ * أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1.

ب * أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنيين $(C_{\ln})$ و (C_f).

7 / m عدد حقيقي ، ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة:

$(E)\ldots\ln\left(x-1+e^{-x}\right)-(e-1)x-1=m$.

بالتوفيق

3as.ency-education.com

الثانويات : عيسى زريمش شعلال مسعود	تصحيح اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات	2018 - 2017 الشعبة : تقني رياضي

التمرين الأول :

$(I$ f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ:

$f(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x^2+3}$.

1) دراسة اتجاه تغير الدالة f :

الدالة f قابلة للاشتقاق على $[0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{x}{2\sqrt{x^2+3}}$

بما ان : $f'(x)\geq 0$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ فإن f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

2) نبين أنــه من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $f(x)\geq 0$

لدينا :الدالة f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ و $f(0)=0$،

الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند $0=x$ في المجال $]0;+\infty[$. اذن: من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $f(x)\geq 0$

$(II$ (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=0$، $u_{n+1}=f(u_n)$

حساب u_1 و u_2 : $u_1=f(u_0)=\frac{1}{2}\sqrt{u_0^2+3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$u_2=f(u_1)=\frac{1}{2}\sqrt{u_1^2+3}=\frac{\sqrt{15}}{4}$

2) أ/نبين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$

* من اجل $n=0$: $0\leq u_0\prec u_1\prec 1$ محققة لأن $(u_0=0$ ، $u_1\approx 0.86)$ ...(1)

*نفرض أن : $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$ ونبرهن ان :

$0\leq u_{n+1}\prec u_{n+2}\prec 1$ حيث n عدد طبيعي .

لدينا: f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ و $f(1)=1$ و $f(0)=0$

إذا كان $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$ فإن

$f(0)\leq f(u_n)\prec f(u_{n+1})\prec f(1)$

أي : $0\leq u_{n+1}\prec u_{n+2}\prec 1$ ..... (2)

من (1) و (2) حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع نستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$

ب*/ استنتاج ان المتتالية (u_n) متقاربة: لدينا

من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$ معناه أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ومحدودة من الأعلى ومحدودة من الأسفل.

بما أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ومحدودة من الأعلى فإنها متقاربة نحو عدد حقيقي l.

****حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$:** لدينا $u_{n+1}=\frac{1}{2}\sqrt{u_n^2+3}$

المتتالية (u_n) متقاربة نحو l معناه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}u_{n+1}=l$

يكافئ $l=\frac{1}{2}\sqrt{l^2+3}$ يكافئ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_{n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n^2+3}$

يكافئ $(2l)^2=\left(\sqrt{l^2+3}\right)^2$ و $l>0$

يكافئ $4l^2=l^2+3$ و $l>0$

يكافئ $l=1$ (مقبول) أو $l=-1$ (مرفوض)

ومنه: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$

$(III$ لدينا :من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n^2-1$

1) نبين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول:

(v_n) م.هـ معناه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1}=qv_n$

$v_{n+1}=u_{n+1}^2-1=\frac{1}{4}(u_n^2+3)-1=\frac{1}{4}(u_n^2-1)$

ومنه $v_{n+1}=\frac{1}{4}v_n$ م.هـ أساسها $q=\frac{1}{4}$ وحدها الأول

$v_0=u_0^2-1=-1$

2) التعبير عن v_n بدلالة n : $v_n=v_0q^n=-\left(\frac{1}{4}\right)^n$

ثم استنتاج عبارة u_n بدلالة n: لدينا $u_n^2=v_n+1$

ومنه: $u_n=\sqrt{v_n+1}$ (لأن $u_n>0$)

اذن: $u_n=\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^n}$

3) حساب نهاية (u_n) : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^n}=1$

4) التعبير عن المجاميع التالية بدلالة n :

$S_n=(u_0-1)(u_0+1)+(u_1-1)(u_1+1)$

$+(u_2-1)(u_2+1)+.....+(u_n-1)(u_n+1)$

$=(u_0^2-1)+(u_1^2-1)+(u_2^2-1)+....+(u_n^2-1)$

$=v_0+v_1+v_2+.....+v_n=v_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$

ومنه: $S_n=\left(\frac{-4}{3}\right)\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$

3as.ency-education.com

$$S_n' = (u_0^2 - 0) + (u_1^2 - 1) + \ldots\ldots + (u_n^2 - n)$$
$$= u_0^2 + u_1^2 + \ldots\ldots + u_n^2 - (0 + 1 + 2 + \ldots + n)$$
$$= (v_0 + 1) + (v_1 + 1) + \ldots + (v_n + 1) - \left[\left(\frac{n+1}{2}\right)(0+n)\right]$$
$$= (v_0 + v_1 + \ldots + v_n) + (n+1).1 - \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$$
$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n - \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} - \frac{1}{3}$$

التمرين الثاني :

1 / أ* تعيين حلول المعادلة: (E) : $8x - 5y = 3$

واضح أن الثنائية $(1;1)$ هي حل خاص للمعادلة (E) ، عندئذ نجد $x = 5k + 1$ و $y = 8k + 1$ حيث k عدد صحيح

ب* إثبات أن الثنائية $(p;q)$ هي حل للمعادلة (E) و استنتاج أن: $m \equiv 9[40]$

من المعطيات فإن الأعداد الصحيحة m و p و q تحقق العلاقة $8p = m - 1$ و $5q = m - 4$

وهذا يعني أن: $8p - 5q = 3$ ومنه الثنائية $(p;q)$ حل للمعادلة (E) وبالتالي يوجد عدد صحيح λ حيث $p = 5\lambda + 1$ ولدينا $m = 8p + 1$ أي

$m = 8(5\lambda + 1) + 1 = 40\lambda + 9$

وهذا يعني أن: $m \equiv 9[40]$

جـ * تعيين أصغر عدد طبيعي m أكبر من 2000 :

$40k + 9 \geq 2000$ معناه $k \geq 49,775$ ومنه أصغر قيمة هي $k = 50$ وهذا يعطي القيمة المطلوبة لـ m وهي $m = 2009$

2 / أ * إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي k لدينا: $2^{3k} \equiv 1[7]$:

لدينا $2^3 = 8$ أي $2^3 \equiv 1[7]$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي k لدينا $2^{3k} \equiv 1[7]$

ب * تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2009} على 7 :

$2^{2009} = 2^{3\times 669} \times 2^2$ إذن $2^{2009} \equiv 1 \times 4[7]$

ومنه $2^{2009} \equiv 4[7]$

3 / أ * التحقق من أن: $10^3 \equiv -1[7]$:

لدينا $10^3 + 1 = 1001 = 7 \times 143$ ومنه $10^3 \equiv -1[7]$

ب* استنتاج الأعداد الطبيعية N التي تقبل القسمة على 7 في الحالة $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv 2[7]$

لدينا $N = a \times 10^3 + b$ ولدينا $a \times 10^3 \equiv -a[7]$ إذن

ومنه $a \times 10^3 + b \equiv -a + b[7]$

يكون $N \equiv 0[7]$ إذا وفقط إذا كان $a \equiv b[7]$

ولدينا $a \equiv 2[7]$ إذن $b \equiv 2[7]$ ، ومنه القيم الممكنة للعددين a و b هي $a = 2$ أو $a = 9$ و $b = 2$ أو $b = 9$

ومنه هناك أربعة قيم ممكنة للعدد الطبيعي N وهي:

$2002; 2009; 9002; 9009$

التمرين الثالث :

1 / أ * الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$$

ب* حساب احتمال الأحداث

A : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون "

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^3 + C_4^3}{56} = \frac{1+4}{56} = \frac{5}{56}$$

B : " الحصول على كرة على الأقل حمراء "

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_4^1 \times C_4^2 + C_4^2 \times C_4^1 + C_4^3 \times C_4^0}{56} = \frac{24+24+4}{56} = \frac{52}{56} = \frac{13}{14}$$

C : " الحصول على كرتين على الأكثر حمراء "

$$P(C) = \frac{C_4^0 \times C_4^3 + C_4^1 \times C_4^2 + C_4^2 \times C_4^1}{56} = \frac{4+24+24}{56} = \frac{52}{56} = \frac{13}{14}$$

2 / تعيين قيم X : $X(\Omega) = \{1; 2; 3\}$

$$P(X=1) = P(A) = \frac{5}{56}$$

$$P(X=3) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_1^1}{56} = \frac{4 \times 3 \times 1}{56} = \frac{12}{56} = \frac{3}{14}$$

3as.ency-education.com

استنتاج $P(X=2)$:

لدينا : $P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1$

ومنه

$$P(X=2)=1-P(X=1)-P(X=3)$$
$$=1-\frac{5}{56}-\frac{12}{56}=\frac{39}{56}$$

ومنه قانون توزيع الاحتمال للمتغير العشوائي X :

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{5}{56}$	$\frac{39}{56}$	$\frac{12}{56}$

ج - حساب الامل الرياضي :

$$E(X)=\left(1\times\frac{5}{56}\right)+\left(2\times\frac{39}{56}\right)+\left(3\times\frac{12}{56}\right)=\frac{119}{56}\approx 2.13$$

*** حساب التباين والانحراف المعياري :**

$$v(X)=\sum_{i=1}^{3}\left(x_i-E(X)\right)^2\times p_i\approx 0.29$$

$$\sigma(X)=\sqrt{v(X)}\approx 0.54$$

التمرين الرابع :

I. الدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x-1+e^{-x}$

1) دراسة اتجاه تغير الدالة g :

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=1-e^{-x}$

* $g'(x)=0$ معناه : $1-e^{-x}=0$

معناه : $-x=0$ معناه : $x=0$

* $g'(x)>0$ معناه : $1-e^{-x}>0$

معناه : $-e^{-x}>-1$ معناه : $e^{-x}<1$

معناه : $-x<0$ معناه : $x>0$ ومنه

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

الدالة g متزايدة تماما على $[0\ ;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]-\infty\ ;0]$

النهايات :

$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(x\left(1-\frac{1}{x}-\frac{e^{-x}}{x}\right)\right)=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

2) أ - اثبات أن $g(x)=0$ تقبل حل وحيد معدوم :

الدالة g تقبل قيمة حدية صغرى عند 0 هي 0 ومنه المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا معدوما في $\square$.

ب - استنتاج اشارة g(x) :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$+$

II. الدالة f معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=ln(x-1+e^{-x})$

1) حساب النهايات :

*** أ**

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=+\infty;\ \lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$$

*** ب**

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)=-\infty\ ;\quad \lim_{\substack{x\to 0\\ <}}f(x)=-\infty$$

التفسير الهندسي: المستقيم ذو المعادلة $x=0$ (محور التراتيب) هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

2) دراسة اتجاه تغير الدالة f:

لدينا $f(x)=ln(g(x))$

من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$:

$$f'(x)=\frac{g'(x)}{g(x)}=\frac{1-e^{-x}}{x+1+e^{-x}}$$

اشارة $f'(x)$ من اشارة $g'(x)$ لان : $g(x)>0$ من أجل $x\neq 0$

الدالة f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]-\infty;0[$

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$-\infty$ | $-\infty$ ↗	$+\infty$

3) أ - اثبات أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$:

$f(x)=-x+\ln(xe^x-e^x+1)$

لدينا : $f(x)=ln(x-1+e^{-x})$

$$f(x)=ln\left(e^{-x}(xe^x-e^x+1)\right)$$
$$=ln(e^{-x})+ln(xe^x-e^x+1)$$
$$=-x+ln(xe^x-e^x+1)$$

ب - استنتاج ان (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) بجوار $-\infty$:

بما أن $\lim_{x\to-\infty}(xe^x-e^x+1)=0$ فان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $(-\infty)$.

3as.ency-education.com

جـ ـ دراسة الوضع النسبي لـ (Δ) و (C_f):

لدينا : $f(x)-y=ln(xe^x-e^x+1)$

$f(x)-y=0$ معناه : $ln(xe^x-e^x+1)=ln1$

معناه : $xe^x-e^x+1=1$

معناه : $e^x(x-1)=0$

معناه : $x=1$ لأن $e^x>0$

معناه : $f(x)-y>0$ $x>1$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f(x)-y$		$-$		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)		(C_f) تحت (Δ)		(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(1;-1)$	(C_f) فوق (Δ)	

4) أ ـ حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-ln(x)\right)$:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-ln(x)\right)=\lim_{x\to+\infty}ln\frac{x-1+e^{-x}}{x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}ln\frac{x\left(1-\frac{1}{x}+\frac{e^{-x}}{x}\right)}{x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}ln\left(1-\frac{1}{x}+\frac{e^{-x}}{x}\right)=0$$

الاستنتاج: المنحنى (C_{ln}) هو منحنى مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $(+\infty)$

ب ـ الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_{ln}) على $]0\ ;\ +\infty[$:

$$f(x)-\ln x=\ln\frac{x-1+e^{-x}}{x}=\ln\left(1+\frac{-1+e^{-x}}{x}\right)$$

من أجل كل x من $]0;+\infty[$ لدينا $-x<0$ ومنه $e^{-x}<1$ إذن

$\frac{-1+e^{-x}}{x}<0$ وهذا يكافئ $1+\frac{-1+e^{-x}}{x}<1$

ومنه $\ln\left(1+\frac{-1+e^{-x}}{x}\right)$ إذن $f(x)-\ln x<0$

ومنه (C_f) يقع تحت (C_{ln}) على المجال $]0;+\infty[$

5) تبيان ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β:

الدالة f مستمرة ورتيبة تماما على $]-\infty\ ;\ 0[$ و منه فهي مستمرة و رتيبة تماما على $]-1.2\ ;\ -1.1[$ و

$f(-1.2)=0.11$ و $f(-1.1)=-0.10$

بما أن $f(-1.2)f(-1.1)<0$ فانه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$-1.2<\alpha<-1.1$

الدالة f مستمرة ورتيبة تماما على $]0;+\infty[$ و منه مستمرة و رتيبة تماما على $]1.8\ ;\ 1.9[$ و

$f(1.8)=-0.03$ و $f(1.9)=0.04$

بما أن $f(1.8)f(1.9)<0$ فانه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث

$1.8<\beta<1.9$

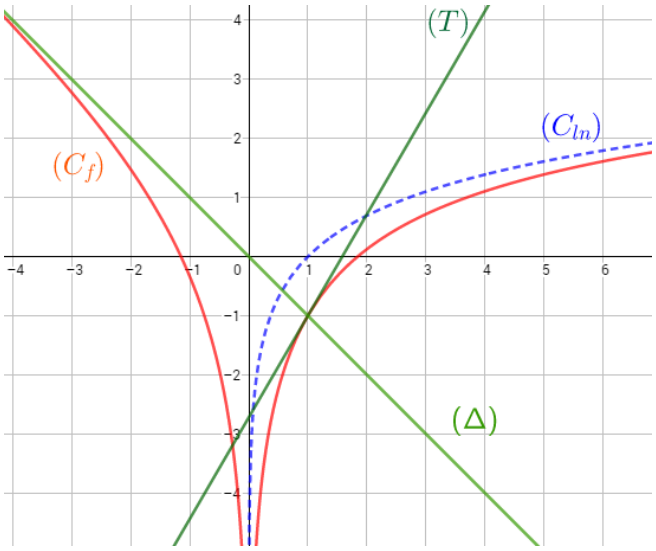
6) أ ـ كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1

$(T):y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$(T):y=(e-1)(x-1)-1$

$(T):y=(e-1)x-e$

ب ـ الانشاء



7) المناقشة البيانية :

(E) تكافئ: $ln(x-1+e^{-x})=(e-1)x+1+m$

تكافئ : $f(x)=(e-1)x+1+m$

حلول المعادلة (E) هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة: $y=(e-1)x+1+m$ الموازية لـ (T) .

① إذا كان $1+m<-e$ أي $m<-1-e$ فان المعادلة (E) تقبل حلين موجبين تماما و حل سالب .

② إذا كان $1+m=-e$ أي $m=-1-e$ فان المعادلة (E) تقبل حل مضاعف موجب و حل سالب .

③ إذا كان $1+m>-e$ أي $m>-1-e$ فان المعادلة (E) تقبل حلا وحيدا سالب .

3as.ency-education.com

ثانوية الشاذلي قادة – فرندة – السنة الدراسية : 2017/2018

المستوى : السنة الثالثة تقني رياضي المـــــــــــــدة : 03 ساعات

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول :(05نقط)

يبدأ لاعب لعبة تشمل عدة جولات متتابعة. احتمال أن يخسر في الجولة الأولى هو 0.2.

تجري اللعبة في ما بعد بالطريقة التالية: إذا ربح في جولة ما فإن احتمال أن يخسر الموالية هو 0.05 وإذا خسر في جولة ما فإن احتمال أن يخسر الموالية هو 0.1. نسمي: E_i : الحادثة: " اللاعب يخسر الجولة i " مع i عدد طبيعي غير معدوم و $p_i = p(E_i)$، نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يخسرفيها اللاعب خلال الجولات الثلاثة الأولى.

1) مثل هذه التجربة بشجرة الاحتمالات .

2) أ) ما هي قيم X ؟

ب) بين أن $p(X=2)=0.031$.

ج) عين قانون احتمال X.

د) أحسب الأمل الرياضي والتباين للمتغير X.

3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $p_{n+1}=0.05p_n+0.05$.

4) (u_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $u_n = p_n - \frac{1}{19}$.

أ) بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) استنتج، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، u_n ثم p_n بدلالة n.

ج) أحسب النهاية لـ p_n لما n يؤول إلى $+\infty$.

التمرين الثاني (04نقط)

عين الاجابة الصحيحة الوحيدة من بين الاجابات المقترحة مع التعليل

1) حلول المعادلة $24x+34y=2$ في Z^2 هي :

أ) $(17k-7;5-12k)$ مع $k\in Z$

ب) $(-7k;5k)$ مع $k\in Z$

ج) $(34k-7;5-24k)$ مع $k\in Z$

د) المجموعة الخالية

2) في مجموعة الاعداد الصحيحة Z، المعادلة : $x^2+x+3\equiv 0[5]$.

أ) لا تقبل حلولا

ب) حلولها زوجية

ج) حلولها تحقق : $x\equiv 2[5]$

د) حلولها تحقق : $x\equiv 1[5]$ أو $x\equiv 3[5]$.

3) عدد القواسم الطبيعية للعدد $(10)^{2018}$ هي :

أ) 4076361

ب) 4076365 .

ج) 2018

د) 2017 .

4) N عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الاساس 5 كمايلي $\overline{421}$.

يكتب N في النظام ذي الاساس 6 كما يلي :

أ) $\overline{303}$

ب) $\overline{421}$

ج) $\overline{111}$

د) $\overline{222}$

3as.ency-education.com

التمرين الثالث : (04نقط)

المستوى المركب منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B ، C ، H و J التي لواحقها على الترتيب $Z_A=-3-i$ ، $Z_B=-2+4i$ ، $Z_C=3-i$ ، $Z_H=-2$ و $Z_J=i$. الوحدة $2cm$.

1) علم النقط A ، B ، C ، H و J .

2) بين أن J هي مركز الدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC . عين نصف قطرها.انشئ الدائرة (γ)

3) أكتب على الشكل الجبري و الأسي العدد $\frac{z_B-z_C}{z_H-z_A}$. ثم استنتج أن المستقيمين (AH) و (BC) متعامدين.

فيما تبقى نقبل أن H هي نقطة ارتفاعات المثلث ABC

4) عين Z_G لاحقة G مركز ثقل المثلث ABC . علم G

5) بين أن النقط G ، J ، H على استقامة واحدة.

6) لتكن A' و K منتصفا القطعتين $[BC]$ و $[AH]$.

أ) عين لاحقتي A' و K

ب) بين أن الرباعي $KHA'J$ متوازي أضلاع

التمرين الرابع : (07نقط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-(x-1)e^x$.

1) أدرس تغيرات g .

2) بين أن للمعادلة $g(x)=0$ حل وحيد α حيث: $1.278<\alpha<1.279$ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+2-(x-2)e^x$.

نسمي (Cf) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ وَ $-\infty$.

2) بين أن (Cf) له مستقيم مقارب (Δ) معادلة له: $y=x+2$ عند $-\infty$.

- أدرس وضعية (Cf) بالنسبة إلى (Δ)

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

4) بين أن: $f(\alpha)=\frac{\alpha^2}{\alpha-1}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) استنتج من الجزء I) إحداثيتي نقطة الانعطاف للمنحنى (Cf)

6) عين النقطة A من (Cf) التي يكون عندها المماس (T) للمنحنى (Cf) موازيا للمستقيم (Δ).

- أكتب معادلة للمماس (T) .

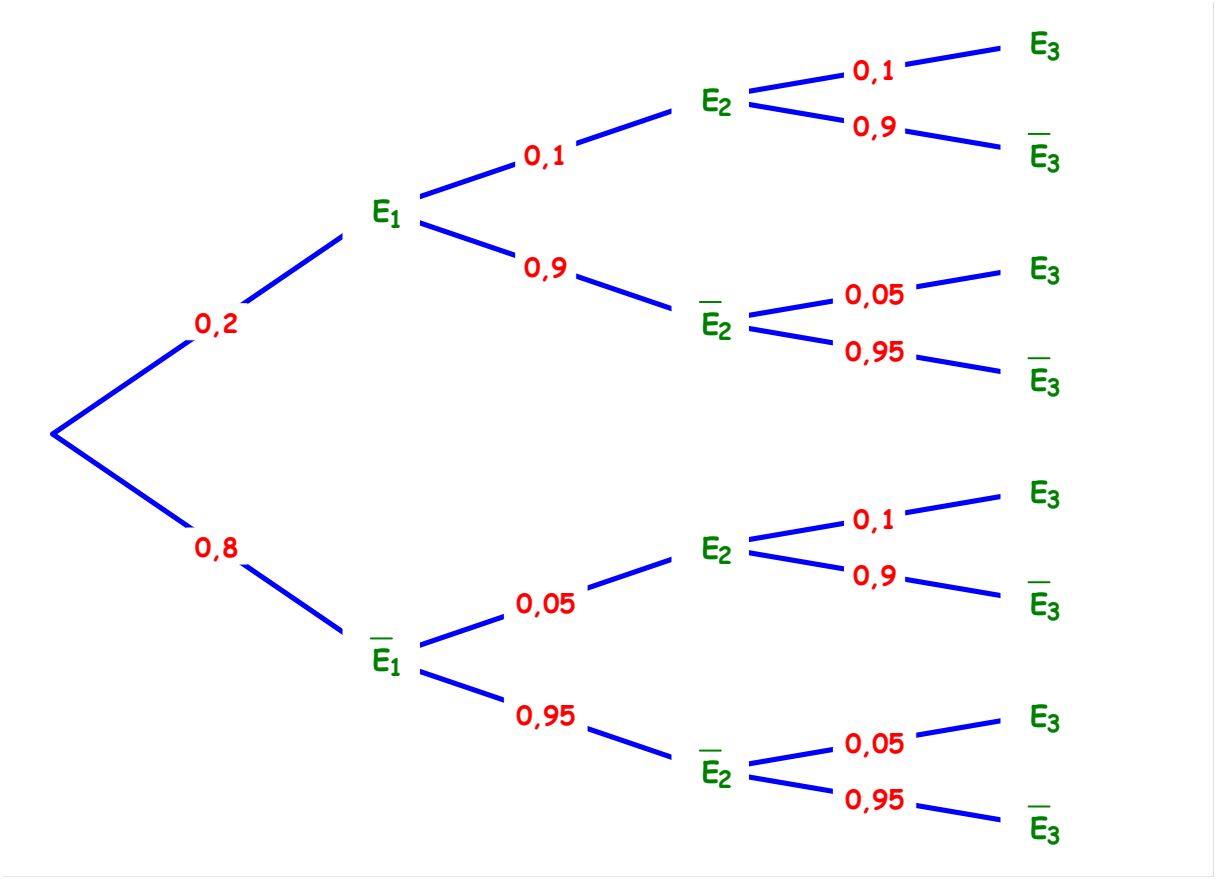
7) أحسب $f(2)$ و $f(3)$ و أنشئ (Cf) و (Δ) و (T) .

3as.ency-education.com

الحل المفصل للاختبار الثاني – 3 تقني رياضي - 2017 / 2018

التمرين الاول : (05ن)

1) شجرة الاحتمالات:.....(0.75ن)



2) أ) قيم X .....(0.5ن)

$X \in \{0;1;2;3\}$.

ب)نبين أن $p(X=2)=0.031$ .....(0.5ن)

$$p(X=2)=0.2\times0.1\times0.9+0.2\times0.9\times0.05+0.8\times0.05\times0.1$$

$$P(X=2)=0.018+0.009+0.004=0.031$$

ج) تعين قانون احتمال X .....(0.75ن)

X_i	0	1	2	3	مجموع
P_i	0.722	0.245	0.031	0.002	1
$X_i \times P_i$	0	0.245	0.062	0.006	0.313
$X_i^2 \times P_i$	0	0.245	0.124	0.018	0.387

د) حساب الأمل الرياضي والتباين للمتغير العشوائي X .....(0.5+0.5ن)

$$E(X)=0.313 \quad ، \quad E(X^2)=0.387$$

3as.ency-education.com

$$V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=0.387-(0.313)^2=0.289031$$

3) نبين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $p_{n+1}=0.05p_n+0.05$ .....(0.5ن)

لدينا: $p_{n+1}=p(E_{n+1})=p(E_{n+1}\cap E_n)+p(E_{n+1}\cap\overline{E_n})$.

اذن : **أي** $p_{n+1}=0.1\times p(E_n)+0.05p(\overline{E_n})$

$$p_{n+1}=0.1\times p_n+0.05(1-p_n)=0.05p_n+0.05$$

وبالتالي نجد ، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $p_{n+1}=0.05p_n+0.05$.

4) أ) نبين أن (u_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.....(0.5ن)

$$u_{n+1}=p_{n+1}-\frac{1}{19}$$

$$u_{n+1}=0.05p_n+0.05-\frac{1}{19}$$

$$u_{n+1}=0.05p_n-\frac{0.05}{19}$$

$$u_{n+1}=0.05\left(p_n-\frac{1}{19}\right)$$

$$u_{n+1}=0.05u_n$$

اذن (u_n)متتالية هندسية أساسها 0.05 وحدها الاول

$$u_1=p_1-\frac{1}{19}=p(E_1)-\frac{1}{19}=0.2-\frac{1}{19}=\frac{2.8}{19}=\frac{28}{190}=\frac{14}{95}$$

ب)استنتاج، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، u_n ثم p_n بدلالة n.....(0.25+0.25ن)

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n=\frac{14}{95}(0.05)^{n-1}$

لدينا : $u_n=p_n-\frac{1}{19}$ وبالتالي $p_n=u_n+\frac{1}{19}$ أي $p_n=\frac{14}{95}(0.05)^{n-1}+\frac{1}{19}$.

ج)حساب النهاية لـ p_n لما n يؤول إلى $+\infty$.....(0.25ن)

$$\lim_{n\to+\infty}p_n=\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{14}{85}(0.05)^{n-1}+\frac{1}{19}\right]=\frac{1}{19}$$.

التمرين الثاني : (04ن)

تعين الاجابة الصحيحة الوحيدة من بين الاجابات المقترحة مع التعليل

1) الاجابة الصحيحة هي (أ).....(0.25ن)

التبرير : المعادلة $24x+34y=2$ تكافيء $12x+17y=1$ .....(0.75ن)

نبحث عن الحل الخاص نتبع الطريقة التالية :

$12x+17y=1$ تكافيء $1-12x=17y$ نبحث عن $(x;y)$ من Z^2

بحيث يكون $1-12x$ مضاعف للعدد 17.

نلاحظ من اجل $x=-7$ نجد : $1-12x=85=17\times5$ و بالتالي نجد $y=5$.

3as.ency-education.com

اذن الثنائية $(-7;5)$ حل خاصا للمعادلة $12x+17y=1$.

وعليه : $\begin{cases}12x+17y=1\\12(-7)+17(5)=1\end{cases}$ بالطرح طرفا لطرف نجد : $12(x+7)+17(y-5)=0$ يعني $12(x+7)=17(5-y)$. بما أن 12 يقسم العدد $12(x+7)$ فان 12 يقسم العدد $17(5-y)$ وبما أن العددان 12 و 17 أوليان فيما بينهما حسب مبرهنة غوص العدد 12 يقسم $(5-y)$ ، نضع $(5-y)=12k$ حيث k عدد صحيح أي $y=5-12k$ و k عدد صحيح .

بتعويض $y=5-12k$ في المعادلة $12x+17y=1$ نجد : $12x+17(5-12k)=1$ يعني $x=17k-7$

حلول المعادلة هي الثنائيات : $(17k-7;5-12k)$ مع $k\in Z$.

2) الاجابة الصحيحة هي (د) .....(0.25ن)

التبرير :.....(0.75ن)

$x\equiv$	0	1	2	3	4	[5]
$x^2+x+3\equiv$	3	0	4	0	3	[5]

اذن : $x^2+x+3\equiv 0[5]$ يعني $x\equiv 1[5]$ أو $x\equiv 3[5]$.

3) الاجابة الصحيحة هي (أ) .....(0.25ن)

التبرير : .....(0.75ن)

لدينا : $(10)^{2018}=(2\times 5)^{2018}=2^{2018}\times 5^{2018}$.

عدد القواسم الطبيعية للعدد $(10)^{2018}$ هي : $(2018+1)(2018+1)=2019\times 2019=4076361$ أي 4076361

4) الاجابة الصحيحة هي (أ) .....(0.25ن)

التبرير :.....(0.75ن)

$$N=\overline{421}^{5}=1\times 5^0+2\times 5^1+4\times 5^2=1+10+100=111$$

$$N=18\times 6+3$$

$$N=3\times 6\times 6+3$$

$$N=3\times 6^2+0\times 6^1+3\times 6^0$$

$$N=\overline{303}^{6}$$

التمرين الثالث : (04نقط)

2)نبين أن J هي مركز الدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC . عين نصف قطرها.....(0.75ن)

$$JA=|Z_A-Z_J|=|-3-i-i|=|-3-2i|=\sqrt{13}$$

$$JB=|Z_B-Z_J|=|-2+4i-i|=|-2+3i|=\sqrt{13}$$

$$JC=|Z_C-Z_J|=|3-i-i|=|3-2i|=\sqrt{13}$$

اذن J هي مركز الدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC .حيث نصف قطرها $r=\sqrt{13}$.

3)كتابة على الشكل الجبري و الأسي العدد $\dfrac{z_B-z_C}{z_H-z_A}$. ثم استنتاج أن المستقيمين (AH) و (BC) متعامدين.

3as.ency-education.com

$\frac{z_B - z_C}{z_H - z_A} = \frac{-2+4i-3+i}{-2+3+i} = \frac{-5+5i}{1+i} = \frac{5i(1+i)}{(1+i)} = 5i = 5e^{i\frac{\pi}{2}}$ .....(ن0.25)

لدينا : $\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_H - z_A}\right) = \frac{\pi}{2}$ يعني $\left(\overrightarrow{AH};\overrightarrow{CB}\right) = \frac{\pi}{2}$ يعني

المستقيمين (AH) و(BC) متعامدين .....(ن0.25)

4)تعين Z_G لاحقة G مركز ثقل المثلث ABC. ثم نعلم G

$Z_G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3} = \frac{-3-i-2+4i+3-i}{3} = \frac{-2+2i}{3} = -\frac{2}{3} + \frac{2}{3}i$ ....(ن0.25)

5)نبين أن النقط G ، J ، H على استقامة واحدة.....(ن0.5)

نحسب $\arg\left(\frac{z_H - z_G}{z_H - z_j}\right)$.

اذن : $\left(\frac{z_H - z_G}{z_H - z_j}\right) = \frac{-2+\frac{2}{3}-\frac{2}{3}i}{-2-i} = \frac{1}{3}\left(\frac{-4-2i}{-2-i}\right) = \frac{2}{3}\left(\frac{2+i}{2+i}\right) = \frac{2}{3} \in \Re$.

وبالتالي : $\arg\left(\frac{z_H - z_G}{z_H - z_j}\right) = 2k\pi$ مع k عدد صحيح

لدينا : $\arg\left(\frac{z_H - z_G}{z_H - z_j}\right) = 2k\pi$ يعني $\left(\overrightarrow{JH};\overrightarrow{GH}\right) = 2k\pi$ يعني أن النقط G ، J ، H على استقامة واحدة.

6)أ) تعين لاحقتي A' و K

$Z_{A'} = \frac{Z_B + Z_C}{2} = \frac{-2+4i+3-i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ .....(ن0.25)

$Z_K = \frac{Z_H + Z_A}{2} = \frac{-2-3-i}{2} = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i$ .....(ن0.25)

ب)نبين أن الرباعي $KHA'J$ متوازي أضلاع

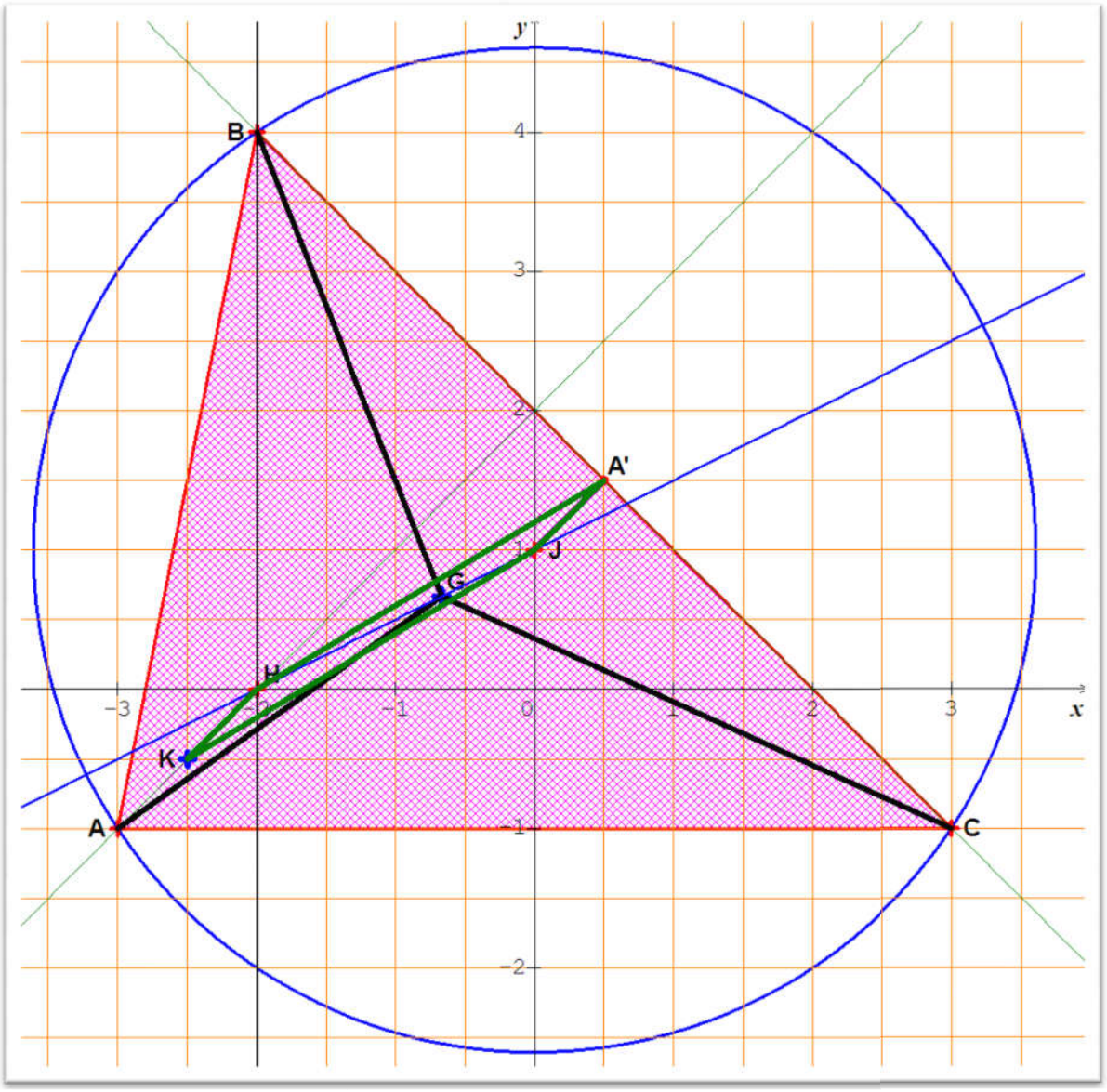
الرباعي $KHA'J$ متوازي أضلاع يعني $\overrightarrow{KH} = \overrightarrow{JA'}$ .....(ن0.5)

$Z_{\overrightarrow{KH}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ و $Z_{\overrightarrow{JA'}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

اذن $Z_{\overrightarrow{KH}} = Z_{\overrightarrow{JA'}}$ يعني $\overrightarrow{KH} = \overrightarrow{JA'}$ يعني الرباعي $KHA'J$ متوازي أضلاع .

الرسم : .....(ن01)

3as.ency-education.com



التمرين الرابع :(07نقط)

الجزء الأول :

1) دراسة تغيرات g .

- النهايات : .....(0.25ن)

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[1-xe^{x}-e^{x}\right]=1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$.

- اتجاه التغير : .....(0.5ن)

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\Re$: $g'(x)=-e^{x}-(x-1)e^{x}=-xe^{x}$.

الدالة g متزايدة تماما على المجال $]-\infty;0]$ ومتناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

- جدول التغيرات : .....(0.25ن)

3as.ency-education.com

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	1	↗	2	↘	$-\infty$

3) نبين أن للمعادلة $g(x)=0$ حل وحيد α حيث: $1.278<\alpha<1.279$ استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

- الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$ وبالتي مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[1.278;1.279]$.
- $0\in\left]-\infty;0\right]$.
- $g(1.278)\approx 0.003$ و $g(1.279)\approx -0.002$ اذن $g(1.278)\times g(1.279)<0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ حل وحيد α حيث: $1.278<\alpha<1.279$ ....**(ن0.5)**

- اشارة $g(x)$ حسب قيم x .....**(ن0.25)**

x	$-\infty$ & $+\infty$
$g(x)$	$+$ 0 $-$

الجزء الثاني :

1) حساب النهايات للدالة f عند $+\infty$ وَ $-\infty$ .....**(ن0.5)**

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x-2)\left[\frac{x+2}{x-2}-e^x\right]=-\infty$$ و

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x-2)\left[\frac{x+2}{x-2}-e^x\right]=-\infty$$.

2) نبين أن (Cf) له مستقيم مقارب (Δ) معادلة له: $y=x+2$ عند $-\infty$ .....**(ن0.25)**

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]=\lim_{x\to-\infty}\left[-(x-2)e^x\right]=0$$

- دراسة الوضعية :.....**(ن0.5)**

ندرس اشارة الفرق : $[f(x)-(x+2)]=\left[-(x-2)e^x\right]$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)-(x+2)$		$+$	0	$-$	

- المنحنى (Cf) فوق (Δ) على المجال $]-\infty;2[$.
- المنحنى (Cf) تحت (Δ) على المجال $]2;+\infty[$.
- المنحنى (Cf) يقطع (Δ) في النقطة $A(2;4)$.

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x)=g(x)$ ثم أدرس تغيرات f

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\Re$: $f'(x)=1-e^x-(x-2)e^x=1-(x-1)e^x=g(x)$.

اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ .....**(ن0.25)**

3as.ency-education.com

اذن حسب الجزء الأول ، الدالة f متناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$

ومتزايدة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ ..... (0.25ن)

جدول التغيرات : ..... (0.25ن)

x	$-\infty$	&	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(\&)$	$-\infty$

4) نبين أن: $f(\alpha)=\dfrac{\alpha^2}{\alpha-1}$ ثم استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$ . ..... (0.5ن)

لدينا : $f(\alpha)=\alpha+2-(\alpha-2)e^{\alpha}$ ومن جهة أخرى نجد $g(\alpha)=1-(\alpha-1)e^{\alpha}=0$ يعني

$e^{\alpha}=\dfrac{1}{\alpha-1}$ وبالتالي نعوض نجد :

$$f(\alpha)=\alpha+2-(\alpha-2)e^{\alpha}=\alpha+2-\frac{\alpha-2}{\alpha-1}=\frac{\alpha^2-\alpha+2\alpha-2-\alpha+2}{\alpha-1}=\frac{\alpha^2}{\alpha-1}$$.

- استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$ ..... (0.5ن)

لدينا : $1.278<\alpha<1.279$ اذن $1.633<\alpha^2<1.635.....(1)$.

ومن جهة اخرى : $1.278<\alpha<1.279$ اذن $0.278<\alpha-1<0.279$ اذن

$$3.584<\frac{1}{\alpha-1}<3.597.....(2)$$.

من (1) و (2) نجد : $5.852<\dfrac{\alpha^2}{\alpha-1}<50881$ أي $5.852<f(\alpha)<5.881$.

5) استنتاج من الجزء I) إحداثيتي نقطة الانعطاف للمنحنى (Cf)

الدالة f' قابلة للاشتقاق على $\Re$: $f''(x)=g'(x)$ ..... (0.25ن)

اشارة $f''(x)$ من اشارة $g'(x)$ وحسب الجزء الأول نجد :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	$+$	0	$-$

6) تعين النقطة A من (Cf) التي يكون عندها المماس (T) للمنحنى (Cf) موازيا للمستقيم (Δ).

نحل المعادلة $f'(x_0)=1$ يعني $g(x_0)=1$ يعني $1-(x_0-1)e^{x_0}=1$ يعني $(x_0-1)e^{x_0}=0$

يعني $x_0=1$ . ..... (0.25ن)

كتابة معادلة المماس (T) . ..... (0.5ن)

$$(T):y=f'(1)(x-1)+f(1)$$

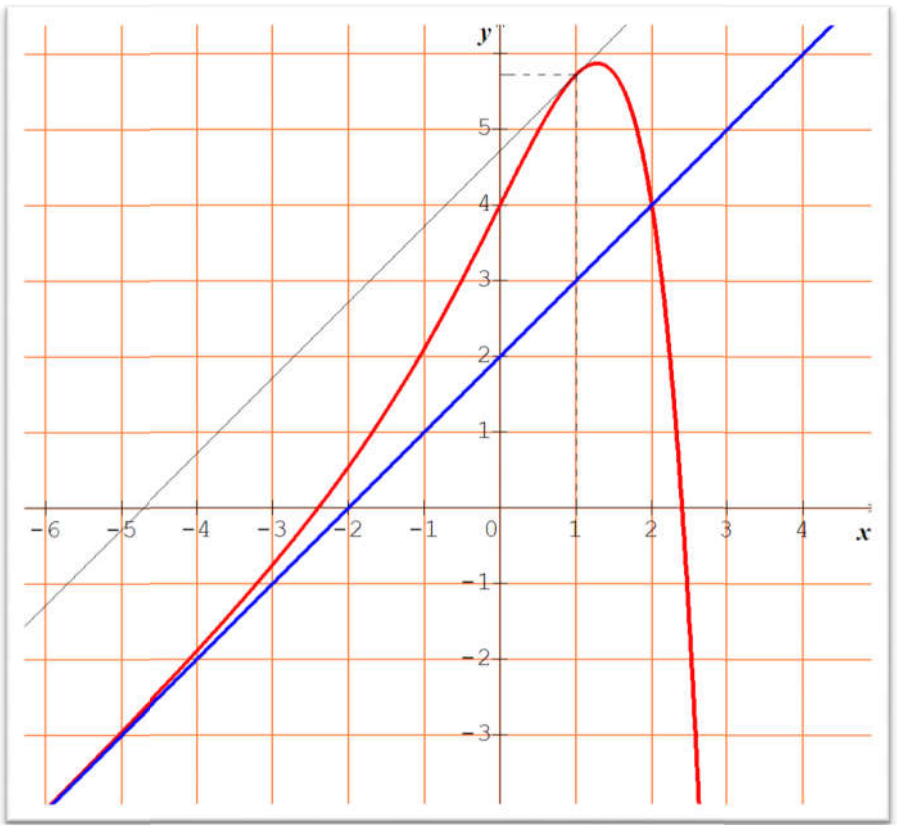
$$(T):y=1(x-1)+2-e$$.

$$(T):y=x+1-e$$

3as.ency-education.com

7) حساب $f(2)$ و $f(3)$ و أنشاء (Cf) و (Δ) و (T) ..... (0.25ن+01ن)

$f(2)=4$ و $f(3)=5-e^3$.



3as.ency-education.com

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات
المـــدة: 02 ســـاعة

التمرين الاول : (08 نقاط)

نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة $\mathbb{N}$ على بحدها الاول u_0 ومن اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان $u_{n+1}=\dfrac{2u_n}{2u_n+1}$

1. تحقق انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان $u_{n+1}=1-\dfrac{1}{2u_n+1}$
2. برهن بالتراجع انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان: $0<u_n<\dfrac{1}{2}$
3. تحقق انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)
4. استنتج تقارب المتتالية (u_n)
5. نضع من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\dfrac{3^n u_n}{2u_n-1}$

أ) اثبت ان المتتالية (v_n) متتالية هندسية اساسها $q=6$

ب) اكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان : $u_n=\dfrac{2^n}{3+2^{n+1}}$

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

د) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{1}{u_1}+.....+\dfrac{1}{u_n}$

التمرين الثاني :(06 نقاط)

نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة $5x-6y=3$.....(1)

1. اثبت انه اذا كانت الثنائية $(x\,;y)$ حلا للمعادلة (1) فان x مضاعف للعدد 3
2. استنتج حلا خاصا للمعادلة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ ثم حل في المعادلة (1).
3. استنتج حلول الجملة E، حيث $E:\begin{cases}x\equiv -4[6]\\ x=-1[6]\end{cases}$
4. حلل العدد 2016 الى جداء عوامل اولية ، ثم استنتج الاعداد التي مربعاتها تقسم العدد 2016
5. نضع $d=pgcd(a;b)$ و $m=ppcm(a;b)$ عين العددين الطبيعيين a ، b حيث ان $m^2-2d^2=2016$

3as.ency-education.com

التمرين الثالث :(06 نقاط)

1. بين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان العدد $3n^3-11n+48$ يقبل القسمة على $n+3$
2. بين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان العدد $3n^2-9n+16$ عدد طبيعي غير معدوم
3. بين انه من اجل كل عدد طبيعي n اكبر من او يساوي 2 فان :

$$pgcd\left(3n^3-11n;n+3\right)=pgcd\left(48;n+3\right)$$

4. عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 48 ، ثم استنتج مجموعة الاعداد الطبيعية n التي يكون من اجلها العدد $\dfrac{3n^3-11n}{n+3}$ طبيعيا

بالتوفيق للجميع

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الدّيمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان الفصل الثاني
الشّعب: رياضيات، تقني رياضي

مديرية التربية لولاية الجلفة
متقن عبد السلام حسين

اختبار في مـادّة: الرّياضيات — المدّة: 3 ساعات

يحتوي الموضوع على صفحتين

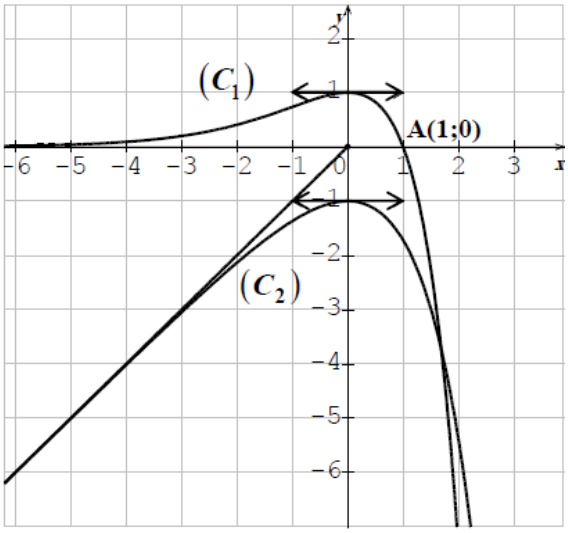
التمرين الأوّل:

(I) Q الدّالة العدديــة للمتغيّر الحقيقي x المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $Q(x)=(2-x)e^{x}$.

1 / ادرس تغيرات الدّالة Q، ثمّ شكل جدول تغيّراتها.

2 / بيّن أن المعادلة $Q(x)=1$ تقبل حلين α و β حيث $-1.2<\alpha<-1.1$ و $1.8<\beta<1.9$.

(II) في الشكل المقابل (C_1) و (C_2) التمثيلان البيانيين للدالتين f و g المعرّفتين على $\mathbb{R}$ بـ:



$f(x)=x-e^{x}$ و $g(x)=(1-x)e^{x}$.

1 / ارفق كل دالة بتمثيلها البياني مع التبرير.

2/ نضع من أجل كل عدد حقيقي x: $h(x)=f(x)-g(x)$.

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x:

$h'(x)=1-g(x)$.

ب) باستعمال التمثيلين البيانيين السابقين (C_1) و (C_2)،

استنتج اتجاه تغير الدالة h واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}h(x)$ و

$\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة h.

3 / أ) بيّن أن التمثيلين البيانيين (C_1) و (C_2) يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $x_0\in]1;2[$.

ب) احسب $h(1.5)$، $h(1.6)$ و $h(1.7)$ ثم عين حصرا للعدد x_0 سعته 10^{-1}.

(III) لتكن M نقطة من المنحنى (C_f) فاصلتها a و (T_a) مماس المنحنى (C_f) في النقطة M.

1 / اكتب بدلالة a معادلة للمماس (T_a).

2 / برّر أن المماس (T_a) يمر من النقطة $A(1;0)$ إذا وفقط إذا كان $e^{a}(2-a)=1$.

3 / استنتج من الجزء (I) أنه يوجد مماسان للمنحنى (C_f) يمران من النقطة A عند نقطتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

التمرين الثاني:

يحتوي كيس على 5 كريّات بيضاء و 7 كريات سوداء، لا نفرق بينها عند اللمس.

1. يسحب لاعب عشوائيا، 3 كريات في آن واحد.

أ ـ احسب إحتمال الحوادث التالية:

A: " يسحب اللاعب كرية بيضاء واحدة فقط "

B: " يسحب اللاعب كرتين بيضاوين "

C: " يسحب اللاعب 3 كريات بيضاء "

ب ـ يربح اللاعب 10 دنانير من أجل كل كرية بيضاء مسحوبة وليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب، مجموع الربح المحصّل عليه.

ـ عين قانون احتمال المتغير العشوائي X، واحسب أمله الرياضي.

3as.ency-education.com

2. يسحب اللاعب كرية من الكيس، فإذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء يربح اللاعب 10 دنانير ويتوقف اللعب، بينما إذا كانت الكرية المسحوبة سوداء يعيد اللاعب الكرية المسحوبة إلى الكيس ويسحب كرية أخرى في نفس الظروف.
تتكرر العملية ويتوقف اللعب تلقائيا عند السحب الثالث.
احسب احتمال الحوادث التالية:
D: " يربح اللاعب في السحب الأوّل "
E: " يربح اللاعب في السحب الثاني "
F: " يربح اللاعب في السحب الثالث "
G: " لا يربح اللاعب أي شيئ "

التمرين الثالث:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة كما يلي: $u_0=0$، $u_1=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+2}=\frac{2}{5}u_{n+1}-\frac{1}{25}u_n$

نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_{n+1}-\frac{1}{5}u_n$ و $w_n=5^n u_n$.

1) أ ـ بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{5}$.

ب ـ اكتب v_n بدلالة n.

2) بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابية أساسها 5، ثمّ عيّن w_n بدلالة n.

3) احسب بدلالة n، المجموع S_n حيث: $S_n=v_0+v_1+...+v_{n-1}$

4) اكتب u_n بدلالة n.

5) أ ـ بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $0<u_{n+1}\leq\frac{2}{5}u_n$.

ب ـ استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $0<u_n\leq\left(\frac{2}{5}\right)^n$.

جـ ـ استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الرابع:

1- أوجد القاسم المشترك الأكبر للأعداد : 364 ، 468 ، 416 .

2- نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $364x-468y=416....(1)$.

أ ـ عين حلول المعادلة (1) علما أن الثنائية $(5,3)$ حلا لها .

ب ـ استنتج حلول الجملة : $\begin{cases}\alpha+4\equiv 0[7]\\ \alpha-4\equiv 0[9]\end{cases}$.

3- عين الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (1) بحيث يكون $PGCD(x,y)=4$

4- بين أنه يوجد حل وحيد (a,b) من $\mathbb{N}^2$ للمعادلة بحيث : $\begin{cases}p\gcd(a,b)=2\\ PPCM\ (a,b)=70\end{cases}$.

***بالتوفيق أساتذة المادة: ***

3as.ency-education.com

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المستوى : 3 تقني رياضي **المدة : 4 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعيين التاليين

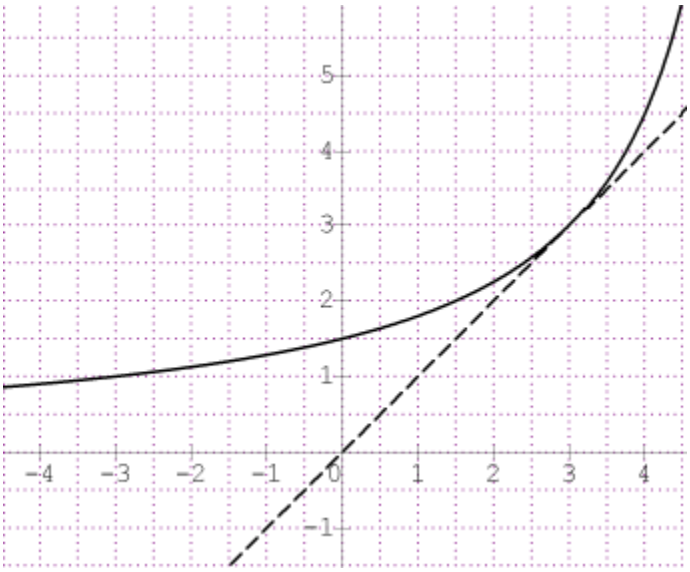
الموضوع الأول

التمرين الأول : 04 ن

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10.
2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $33^{16n+2} - 2 \times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0[10]$
3) عين الأعداد الطبيعية n حيث : $7 \times 3^{n+1} - 1 \equiv 0[10]$ و $10 < n \leq 25$.
4) ليكن العدد A الذي يكتب على الشكل $\overline{xx02102}^3$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 ويكتب في نظام التعداد ذي الأساس 9 بالشكل $\overline{y67y}^9$
أ) أوجد x و y.
بـ) أكتب العدد A في النظام العشري.
جـ) أكتب العدد A في النظام ذي الأساس 7.

التمرين الثاني : 05 ن

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty ; 6[$ بـ : $f(x) = \frac{9}{6-x}$.
نعرف المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ : $U_0 = -3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$.
في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ ، يعطى المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x$ و (C_f) التمثيل البياني للدالة f كما هو مبين في الشكل المقابل.



1) أ) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود : U_0 ، U_1 ، U_2 ، U_3 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل.
بـ) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وحول تقاربها.
2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n < 3$.
3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :
$$U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n-3)^2}{6-U_n}.$$
بـ) استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n).
جـ) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة.
4) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n
بـ : $V_n = \frac{1}{U_n-3}$.
أ) بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
بـ) عبر عن V_n بدلالة n.
جـ) استنتج عبارة U_n بدلالة n ثم احسب : $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

التمرين الثالث: 04 ن

لعبة تحتوي 32 ورقة : 8 زرقاء ، 8 حمراء ، 8 بيضاء ، 8 صفراء.
كل لون مرقم من 1 إلى 8. نسحب في آن واحد 5 أوراق من اللعبة.
1) ما هو عدد طرق السحب الممكنة ؟

3as.ency-education.com

2) ما هو عدد طرق السحب للحصول على :
أ ـ الألوان الأربعة.
بـ ـ ورقة حمراء تحمل الرقم 1.
جـ ـ بالضبط ورقة رقمها 1 وورقتان تحملان الرقم 2.
د ـ 4 أوراق تحمل الرقم 3.
هـ ـ على الأكثر ورقة تحمل الرقم 5.
و ـ ورقة زرقاء تحمل رقما أكبر من 4 وورقتين تحملان الرقم 2 وورقتين تحملان الرقم 1.

التمرين الرابع : 07 ن

✓ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بـ : $f(x) = (ax + bx^2)e^{-x+2} + 1$ ، حيث أن a و b عددان حقيقيان.
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j})$.

❖ أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث يقبل المنحنى (C_f) مماسا عند النقطة $A(1;1)$ معامل توجيهه يساوي e – .

✓ نعتبر الآن أن عبارة الدالة f كما يلي : $f(x) = (x - x^2)e^{-x+2} + 1$.

1) عين نهاية الدالة f عند $-\infty$.

2) أ ـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (xe^{-x} - x^2e^{-x})e^2 + 1$.
بـ ـ استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$ ، وفسر النتيجة بيانيا.

3) أ ـ أوجد احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 1$.
بـ ـ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

4) أ ـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (x^2 - 3x + 1)e^{-x+2}$.
بـ ـ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\alpha \in]-0.2\ ;\ -0.1[$.

6) أنشئ (Δ) و (C_f) بعناية.

انتهى الموضوع الأول

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول : 04 ن

I) 1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 11.

2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 2000^{2015} على 11.

3) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد : $9^{5n+2} + n - 2$ قابلا للقسمة على 11.

II) 1) عين : $PGCD(2012\ ;\ 2515\ ;\ 3521)$.

2) عين الأعداد النسبية الصحيحة x التي تحقق :$7x \equiv 4[5]$.

3) حل في $Z \times Z$ المعادلة : $(*)$ ..... $3521x - 2515y = 2012$.

4) عين الثنائيات $(x\ ;\ y)$ من $Z \times Z$ حلول المعادلة $(*)$ بحيث :$|y - x| \leq 4$.

التمرين الثاني: 04 ن

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ بـ : $g(x) = x - xlnx$.

1) احسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها.
2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0\ ;\ +\infty[$: $g'(x) = -lnx$.
3) شكل جدول تغيرات الدالة g.

II) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $U_n = \frac{e^n}{n^n}$ ، ولتكن (W_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $W_n = \ln(U_n)$.

1) بين أن : $W_n = n - n\ ln(n)$
2) باستعمال الدالة g ، حدد اتجاه تغير المتتالية (W_n) و استنتج أن (U_n) متناقصة تماما.
3) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $0 < U_n \leq e$.
4) بين أن المتتالية (U_n) متقاربة وحدد نهايتها.

التمرين الثالث: 05 ن

يحتوي صندوق على 7 كرات بيضاء و3 كرات سوداء ، حيث أن الكرات متماثلة ولا نميز بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق ونسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق ونسحب منه كرة أخرى ونسجل لونها وننهي التجربة.

1) احسب احتمال الحوادث التالية :
A : " الحصول على كرتين بيضاوين "
B : " الحصول على كرتين من نفس اللون "

2) نعرف اللعبة التالية : تمنح لكل كرة بيضاء العلامة α حيث $(\alpha \in R^{*+})$ ولكل كرة سوداء العلامة $-\alpha$.
ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع العلامات المحصل عليهما.
أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X.
بـ) احسب الأمل الرياضي $E(X)$. وفسر نتيجته المحصل عليها.

3) نضيف للصندوق n كرة سوداء ونعيد عملية السحب المعرفة أعلاه.
ماهو عدد الكرات السوداء التي تمت إضافتها إلى الصندوق علما أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$.

3as.ency-education.com

التمرين الرابع : 07 ن

الجزء الأول :

لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]-\infty\ ;\ 3[$ بـ : $g(x)=\frac{-x+1}{-x+3}+\ln(-x+3)$.

1) احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.
2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1.7\ ;\ 1.5[$.
4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty\ ;\ 3[$.

الجزء الثاني :

لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty\ ;\ 3[$ بـ : $f(x)=(x-1)\ln(-x+3)$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O\ ;\ \vec{i}\ ,\vec{j}\right)$.

1- أ- احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.
ب- أوجد الدالة المشتقة للدالة f واستنتج اتجاه تغير الدالة f .
جـ- شكل جدول تغيرات الدالة f.
2- بين أن $f(\alpha)=\frac{(\alpha-1)^2}{3-\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
3- حل في المجال $]-\infty\ ;\ 3[$ المعادلة $f(x)=0$ ثم فسر ذلك بيانيا.
4- احسب $f(-2)$ و $f(-3)$ ثم ارسم بدقة المنحنى (C_f).

انتهى الموضوع الثاني

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية معنصر أونيس / عين كرشة — السنة الدراسية 2017 / 2018

المستوى: 3 تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا

التمرين الأول :

كيس به 12 كرية متماثلة لا نميز بينها عند اللمس ، منها 3 بيضاء و 4 سوداء و 5 حمراء .

1) نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في ان واحد .

أ- أحسب احتمال الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون .

ب- أحسب احتمال الحصول على الأقل على كرية بيضاء .

جـ- أحسب احتمال الحصول على ثلاث كريات مختلفة اللون مثنى مثنى .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المتحصل عليها .

- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X، واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني :

المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير على كل سؤال مما يلي :

1) نعتبر النقطة A لاحقتها 3 والنقطة B لاحقتها $4i$. ان مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق $|z-3|=|3-4i|$ هي : الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 5 .

2) ان مرافق العدد المركب $z=(2\mathrm{i}+7)(\mathrm{i}+1)$ هو العدد المركب : $\bar{z}=(2\mathrm{i}-7)(\mathrm{i}-1)$.

3) ليكن k عدد حقيقي سالب تماما ، ان عمدة العدد المركب $ke^{-i\frac{\pi}{2}}$ تساوي $\frac{\pi}{2}$.

4) لتكن النقط A ، B ، C و D لواحقها على الترتيب : $z_A=1$ ، $z_B=i$ ، $z_C=-1$ و $z_D=-i$.

ان مجموعة النقط ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z+i}{z+1}$ حقيقيا هي : المستقيم (CD) باستثناء النقطة C .

5) لتكن النقطتين B و C لاحقتاهما على الترتيب b و c بحيث : $\frac{c}{b}=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

ان المثلث OBC قائم في O ومتساوي الساقين .

3as.ency-education.com

التمرين الثالث :

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-x+e^{x}$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها (النهايات غير مطلوبة).

2) استنتج إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+1+\dfrac{x}{e^{x}}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) بين ان: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=e^{-x}g(x)$.

ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f .

3) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ثم تحقق ان $-1<\alpha<0$.

4) أ- اكتب معادلة (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب- أدرس الوضعية النسبية بين المنحنى (C_f) والمستقيم (T) .

انتهى الموضوع

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: أفلح بن عبد الوهاب /تيارت/ — **السنة الدراسية: 2017 – 2018**

المستوى: الثالثة ثانوي — **الشعبة: تقني رياضي**

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة : 03سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعرّف متتالية (u_n) على المجموعة N بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد n، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - n - \frac{3}{2}$.

❶ أ) احسب الحدين u_1 و u_2 ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n).

ب) برهن أنه من أجل كل عدد n : $u_n = 2^{-n} - 2n + 1$

❷ (v_n) متتالية معرفة على N بـ: $v_n = u_n + \alpha n - 1$

أ) عين قيم العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) متباعدة .

ب) بين أنه من أجل كل عدد n : $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n + \frac{1}{2}(\alpha - 2)(n+2)$

ج) استنتج قيمة العدد α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها q وحدّها الأول v_0 .

د) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

❸ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس نعتبر النقط A ; B ; C و G حيث: $2\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} + \lambda\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ مع λ عدد حقيقي.

➢ عيّن λ حتى تكون النقطة G مرجحا للنقط A ; B و C المرفقة بالمعاملات S_0 ; S_1 و S_2 على الترتيب .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

لكل سؤال أربعة أجوبة مقترحة أحدها - فقط - صحيح يطلب تحديده مع التبرير.

❶ في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة: $x^2 + x + 3 \equiv 0\ [5]$

أ) لا تقبل حلولا في Z ب) حلولها زوجية ج) حلولها تحقق $x \equiv 2\ [5]$

د) حلولها تحقق $x \equiv 1\ [5]$ أو $x \equiv 3\ [5]$

❷ باقي القسمة الاقليدية للعدد 2018^{1439} على 3 هو:

أ) 0 ب) 1 ج) 2 د) 3

التمرين الثالث: (09 نقاط)

g دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$

❶ ادرس إتجاه تغير الدالة g .

❷ احسب $g(1)$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء *II* : f دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = x - \frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

❶ بين أن $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

❷ بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

❸ استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

❹ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) ثمّ ادرس وضعيتهما النسبية.

❺ بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

❻ ارسم كل من (Δ) و (C_f).

❼ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $x^2 - mx - \ln x = 0$.

الجزء *III* : نعتبر الدالة h المعرفة على IR بـ: $h(x) = f(e^x)$.

❶ بين أنه من أجل كل x من IR لدينا: $h(x) = \frac{e^{2x} - x}{e^x}$.

❷ استنتج جدول تغيرات الدالة h .

3as.ency-education.com

❸ نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة التالية: $(\Gamma)\cdots\ 24x+34y=2$

أ) حلول المعادلة (Γ) من الشكل: $(x;y)=(34k-7;5-24k)$ حيث k عدد صحيح.

ب) حلول المعادلة (Γ) من الشكل: $(x;y)=(-7k;5k)$ حيث k عدد صحيح.

ج) حلول المعادلة (Γ) من الشكل: $(x;y)=(17k-7;5-12k)$ حيث k عدد صحيح.

د) المعادلة (Γ) لا تقبل حلولا في Z^2.

❹ N عدد طبيعي يكتب $\overline{421}$ في النظام ذي الأساس 5، يكتب N في النظام ذي الأساس 6 بالشكل:

أ) $\overline{214}$ ب) $\overline{303}$ ج) $\overline{111}$ د) $\overline{222}$

❺ من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $a=n(n+2)$ و $b=n+1$، بما أن $b^2-a=1$ فإن $p\ \gcd(a;b)$ هو:

أ) n ب) $n+1$ ج) 1 د) 2

التمرين الثالث: (09 نقاط)

الجزء I : g دالة معرفة على IR بـ: $g(x)=(3-2x)e^x+2$.

❶ احسب نهاية g عند $-\infty$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب النهاية عند $+\infty$.

❷ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

❸ اثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,68\prec\alpha\prec1,69$.

❹ حدد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

الجزء II : f دالة معرفة على IR بـ: $f(x)=\dfrac{e^x+4x-1}{e^x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (حيث: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2\ cm$)

❶ اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$.

❷ عين دون الحساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$، فسر النتيجة بيانيا.

❹ احسب نهاية f عند $+\infty$ و فسر النتيجة بيانيا ثم احسب نهاية f عند $-\infty$، شكل جدول تغيرات f.

❸ اثبت أن $f(\alpha)=4\alpha-5$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

❺ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=4x-1$ مقارب لـ (C_f) ثم ادرس الوضعية النسبية بينهما.

❻ اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

❼ ارسم (Δ) و (T) و (C_f).

❽ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $me^x-4x+m+2=0$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N بـ: $u_0=9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}u_n-3$.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n=u_n+6$

❶ أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+...+u_n$.

احسب S_n بدلالة n ، ثم إستنتج S'_n بدلالة n.

❷ نعرف المتتالية (w_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $w_n=\ln(v_n)$ (حيث: ln اللوغاريتم النيبيري).

أ) بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) احسب بدلالة n المجموع: $S''_n=w_0+w_1+...+w_n$ ، إستنتج النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}S''_n$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

❶ أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7.

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=1+5+5^2+\cdots+5^n$.

ج) استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين S_{1439} و S_{1440}.

❷ حل في المجموعة $Z\times Z$ الجملة: $\begin{cases}25x-31y=7\\PGCD(x;y)=7\end{cases}$.

❸ نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة Z المعادلة (E) ذات المجهول: $3x(x+2)\equiv2[7]$.

أ) حل في المجموعة Z المعادلة (E).

ب) N عدد طبيعي يكتب $\overline{361}$ في النظام الذي أساسه α و باقي القسمة الإقليدية للعدد N على 7 هو 3.

ج) عين قيم العدد الطبيعي α و تحقق أن العدد 2017 قيمة ممكنة للعدد α.

3as.ency-education.com