



التمرين الأول :

المتتالية العددية (U_n) المعرفة في $\mathbb{N}$ بـ : $U_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{U_n}{3+3^n U_n}$.

1. (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n > 0$.

(ب) أثبت أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما في $\mathbb{N}$.

(ج) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \leq 3$.

(د) برر أن المتتالية (U_n) متقاربة.

2. المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{1}{3^n U_n}$.

(أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

(ج) استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{\ln(2)}{U_0} + \frac{\ln(2)}{3 U_1} + \frac{\ln(2)}{3^2 U_2} + \dots + \frac{\ln(2)}{3^{n+1} U_{n+1}}$.

(أ) احسب بدلالة n المجموع S_n .

(ب) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n^2}$ ، ماذا تستنتج؟

التمرين الثاني :

الدالة العددية f المعرفة في $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (2x^2 - 7x + 5)e^x$.

1. احسب من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)$ ثم $f''(x)$.

2. أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = 4e^x + af'(x) + bf''(x)$.

3. استنتج دالة أصلية F للدالة f في $\mathbb{R}$.

4. احسب القيمة المتوسطة للدالة f في المجال $[1; 2]$.