حول الدوال الاسية

المسألة الأولى: لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+\dfrac{e^x}{e^x+1}$ وليكن (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1/ أحسب: $f(x)+f(-x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم أستنتج أن (c_f) يقبل مركز تناظر عين احداثياه

2/ أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0,+\infty[$ ثم أستنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$

3/ أ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]$ ثم أستنتج المستقيم المقارب (Δ_1) لـ (c_f) عند $+\infty$

ب أدرس الوضع النسبي لـ (c_f) و (Δ_1)

ج أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]$ ثم أستنتج المستقيم المقارب (Δ_2) لـ (c_f) عند $-\infty$

4/ أوجد إحداثيا نقطة تقاطع (c_f) مع حامل محور التراتيب

5/ أرسم (c_f)

المسألة الثانية: **أولا** لتكن الدالة φ المعرفة على $D_\varphi=]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$ بـ : $\varphi(x)=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}+1$

1) أحسب نهايات الدالة φ على الأطراف المفتوحة لـ : D_φ

2) أحسب $\varphi'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ثم حدد إشارة $\varphi'(x)$ على $\mathbb{R}^*$

3) شكل جدول تغيرات الدالة φ ثم حدد إشارة $\varphi(x)$ على $\mathbb{R}^*$

ثانيا: لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x\in\mathbb{R}^* \\ f(0)=0 \end{cases}$

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1. أدرس استمرارية الدالة f عند القيمة: $x_0=0$

2. أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}}\dfrac{f(x)}{x}$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}\dfrac{f(x)}{x}$ وماذا تستنتج ؟

- أكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) للمنحنى (c_f) عند القطة o

3. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\dfrac{x}{2}\right]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\dfrac{x}{2}\right]$ ، مساعدة: يمكن أن نضع $X=\dfrac{1}{x}$

- أستنتج أن لـ (c_f) مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له

4. تحقق أن من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\dfrac{\varphi(x)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2}$ ثم أستنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$

5. أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

6. شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$

7. أرسم $(c_f),(\Delta),(\Delta_2),(\Delta_1)$

8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $x+m\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)=0$

المسألة الثالثة: I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=e^{-x}+x-1$

1) أحسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة g

2) بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)\geq 0$ ثم أستنتج أن : $e^{-x}+x\geq 1$

II. نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{x}{x+e^{-x}}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1. أ بين أن من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=\frac{1}{1+\frac{1}{xe^x}}$

ب بين أن : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

2. أ بين أن من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$

ب ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3. أ أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة o مبدأ المعلم

ب تحقق أن من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $x-f(x)=\frac{xg(x)}{g(x)+1}$ ثم ادرس إشارة $x-f(x)$

ج أستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) الذي $y=x$ معادلة له

4. أنشئ (Δ) و (C_f) في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$

III نعرف من اجل كل x من $\mathbb{R}$ الدالة h كمايلي : $h(x)=\frac{|x|}{|x|+e^{|-x|}}$

- بين الدالة h دالة زوجية
- ارسم (C_h) المنحنى البياني للدالة h انطلاقا من (C_f) في نفس المعلم السابق $(o,\vec{i},\vec{j})$ موضحا الطريقة

المسألة الرابعة:

I - g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ثمّ تحقّق أنّ : $0.36<\alpha<0.37$

3) لستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II - f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$.

ب) استنتج أنّ الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty\,,-\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha\,,+\infty[$.

2) أحسب نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) + x - 1]$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 1$

4) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty\,,\frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(-\alpha) = 0.1$.

5) أ) تحقق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$

ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

(تمرين من باكلوريا 2015 ع ت - بتصرف)

المسألة الخامسة : لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathfrak{R}$ بـ $g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$

1) أ) عيّن نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

2) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathfrak{R}$.

II - f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1. عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$
2. بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.
3. أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
4. أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

5. بين أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث:

$-3.5 < \alpha < -3$ و $0.5 < \beta < 1$

6. أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)
7. h دالة عددية معرفة على $\mathfrak{R}^*$ كما يلي: $h(x) = \dfrac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$
8. أ) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

ب) احسب $h'(x)$ استنتج اتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها

(تمرين من باكلوريا تجريبية 2015 ع ت - لمدرسة أشبال الأمة)

المسألة السادسة

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + ln4 + \frac{2}{e^x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3. احسب من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)+f(-x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

4. أ. بيّن أن المعادلة $f(x) = 3$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}1<\alpha<1{,}2$

ب من أجل اي قيمة للعدد الحقيقي m يكون العدد $(-\alpha)$ حلا للمعادلة $f(x) = m$

5. أ. بيّن أنه من كل عدد حقيقي x فان: $f(x) = x + 2 + ln4 - \frac{2e^x}{e^x+1}$

ب بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + \ln 4$ و المستقيم (Δ') ذوالمعادلة $y = x + 2 + \ln 4$

مستقيمان مقاربان للمنحنى (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى كل منهما

6. ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f)

7. ليكن λ عدد حقيقي موجب تماما ، $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = \lambda$

أ اعتمادا على السؤل (5 أ) بين أن : $A(\lambda) = 2\ln\left(\frac{2e^{\lambda}}{e^{\lambda}+1}\right)$

عين قيمة العدد λ بحيث يكون $A(\lambda) = 1$.

(تمرين من باكلوريا تجريبية 2015 ع ت - لثانوية 19 مارس 1962)