الجمهورية الجزائرية الديمقراطيّة الشعبيّة

وزارة التربية الوطنيّة

مديريّة التربيّة لولاية المسيلة — السنّة الدّراسيّة: 2024-2025

ثانويّة الشهيد مهيدي بلقاسم –منّاعة — المستوى: سنة 1 ج م ع تك

فرض الفصل الثاني في مادّة الرياضيات — المدّة: ساعة ونصف

## التمرين الأول:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ .

I ) لتكن $f$ دالة تآلفية حيث $(C_f)$ تمثيلها البياني يشمل النقطتين $A(2;-3)$ و $B(-1;0)$ .

1) أعط عبارة $f(x)$ .

2) أدرس إشارة الدالة $f(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أرسم $(C_f)$.

II ) $h$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $h(x)=|f(x)|$

1) أكتب الدالة $h$ بدون رمز القيمة المطلقة .

II ) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=x^2-2x-3$ .

1) تحقق أن : $g(x)=(x-1)^2-4$

2) أدرس تغيرات الدالة $g$ على كل من المجالين $]-\infty;1]$ و $[1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أدرس تقاطع منحنى الدالة $g$ مع محوري الإحداثيات .

4) مثل بيانيا في نفس المعلم منحنى الدالة $g$ ثم شكل جدول إشارتها.

5) حل بيانيا المعادلة : $f(x)=g(x)$ .

6) حل بيانيا المتراجحة : $f(x)<g(x)$ .

7) هل تقبل المتراجحة $h(x)<g(x)$ حلا في المجال $]-1;3[$ ؟ علل ؟ .

ency-education.net/exams

## التمرين الثاني:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ .

لتكن النقط $A(1;0)$ ، $B(3;-2)$ ، $C(3;2)$ ، $E(1;4)$ .

1) أحسب أطوال أضلاع المثلث $ABC$ و استنتج نوعه .

2) جد قيمة $\alpha$ حتى تكون النقط $A$ ، $B$ و $D(\alpha;\alpha+1)$ في استقامية .

3) بين أن الرباعي $ABCE$ متوازي أضلاع .

4) جد معادلة ديكارتية للمستقيم $(\Delta)$ الذي يشمل $B$ و يوازي $(AC)$.

5) جد نقطة تقاطع المستقيم $(\Delta)$ مع محور التراتيب .

6) أكتب معادلة المستقيم $(\Delta')$ الذي يمر بالنقطة $O$ و يوازي المستقيم ذو المعادلة $3x+2y+1=0$.

7) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين $(\Delta)$ و $(\Delta')$ .

8) أرسم المستقيمين $(\Delta)$ و $(\Delta')$ في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ و تحقق من نقطة تقاطعهما.

ency-education.net/exams

أستاذ المادّة: سايحي أيمن المختار

instagram: @prof_math_sayhi

## حل مقترح لفرض الفصل الثاني في مادّة الرياضيات

### حل التمرين الأول:

1) **إيجاد عبارة** $f(x)$ : $f$ دالة تآلفية و بالتالي تكتب على الشكل $f(x)=ax+b$ مع $a$ و $b$ عددان حقيقيان .

حساب $a$ : $a=\dfrac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)}=\dfrac{-3-0}{3}=-1$

حساب $b$ : $f(x)=-x+b \Rightarrow f(-1)=1+b=0 \Rightarrow b=-1$ و منه : $f(x)=-x-1$

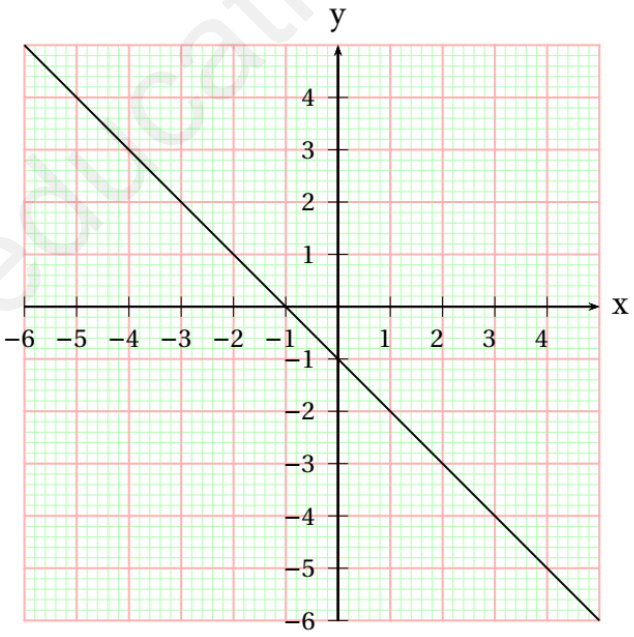
2) **دراسة إشارة الدالة** $f(x)$ **و تشكيل جدول تغيراتها :**

لدينا: $f(x)=0 \Rightarrow -x-1=0 \Rightarrow x=-1$

جدول الإشارة :

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-x-1$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

3) رسم $(C_f)$:




(II

1) كتابة الدالة $h$ بدون رمز القيمة المطلقة:

$$h(x)=\begin{cases} f(x), x\in ]-\infty;1] \\ -f(x), x\in ]1;+\infty[ \end{cases} \Rightarrow h(x)=\begin{cases} -x-1, x\in ]-\infty;1] \\ x+1, x\in ]1;+\infty[ \end{cases}$$

II ) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=x^2-2x-3$ .

1) **التحقق أن :** $g(x)=(x-1)^2-4$
لدينا : $(x-1)^2-4=x^2+1-2x-4=x^2-2x-3=g(x)$
2) **دراسة تغيرات الدالة $g$ :**

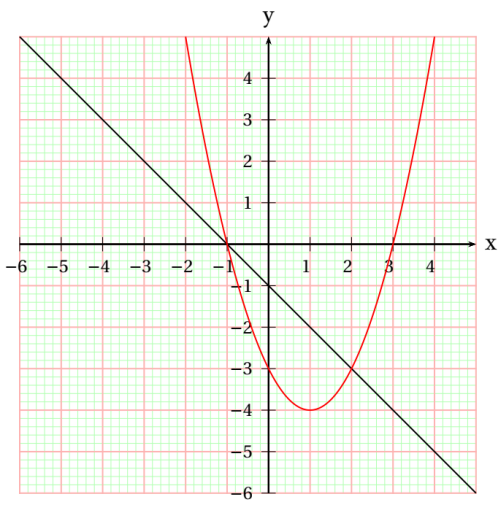
✓ **على المجال** $]-\infty;1]$ :
نفرض وجود عددين $a$ و $b$ من المجال $]-\infty;1]$ حيث : $a<b<1$ ومنه $a-1<b-1<0$ و بالتالي $(a-1)^2>(b-1)^2$ إذن $(a-1)^2-4>(b-1)^2-4$ أي $f(a)>f(b)$ نستنتج أن الدالة $g$ متناقصة على المجال $]-\infty;1]$ .
✓ **على المجال** $[1;+\infty[$:
نفرض وجود عددين $a$ و $b$ من المجال $[1;+\infty[$ حيث : $1<a<b$ ومنه $0<a-1<b-1$ و بالتالي $(a-1)^2<(b-1)^2$ إذن $(a-1)^2-4<(b-1)^2-4$ أي $f(a)<f(b)$ نستنتج أن الدالة $g$ متزايدة على المجال $]-\infty;1]$ .
**تشكيل جدول تغيرات الدالة $g$ :**

| $x$ | $-\infty$ | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| تغيرات الدالة $g$ | ↘ | $-4$ | ↗ |

3) **دراسة تقاطع منحنى الدالة $g$ مع محوري الإحداثيات :**
**مع حامل محور الفواصل :**
نحل المعادلة $g(x)=0$:

$$g(x)=0\Rightarrow(x-1)^2-4=0\Rightarrow(x-1)^2=4\Rightarrow\begin{cases}x-1=2\\ \text{أو}\\ x-2=-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=3\\ \text{أو}\\ x=0\end{cases}\Rightarrow S=\{0;3\}$$

و بالتالي منحنى الدالة $g$ يقطع محور الفواصل في النقطتين ذات الإحداثيتين $(0;0)$ و $(0;3)$.
**مع حامل محور التراتيب :**
لدينا : $g(0)=-3$ و بالتالي منحنى الدالة $g$ يقطع محور التراتيب في النقطة $(-3;0)$
4) التمثيل البياني لمنحنى الدالة $g$ :




ency-education.net/exam

تشكيل جدول إشارتها:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

5) حل المعادلة بيانيا : $f(x)=g(x)$ :
حلول المعادلة $f(x)=g(x)$ هي فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ و $(C_g)$ ، إذن حلول المعادلة هي $-1$ و $2$.

6) حل المتراجحة $f(x)<g(x)$ بيانيا : حلول المتراجحة $f(x)<g(x)$ هي فواصل النقط التي من أجلها يكون منحنى الدالة $f$ يقع تحت منحنى الدالة $g$ و بالتالي : $S=]-\infty;-1[\cup]2;+\infty[$

7) المتراجحة $h(x)<g(x)$ لا تقبل حلا في المجال $]-1;3[$ .

**التعليل :** في المجال $]-1;3[$ ، الدالة $g$ سالبة ، و الدالة $h$ موجبة من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ و بالتالي هي موجبة من أجل كل $x$ من المجال $]-1;3[$ .

## التمرين الثاني :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ .
لتكن النقط $A(1;0)$ ، $B(3;-2)$ ، $C(3;2)$ ، $E(1;4)$ .

1) حساب أطوال أضلاع المثلث $ABC$ :

**حساب $AB$ :** $AB=\sqrt{(x_b-x_a)^2+(y_b-y_a)^2}=\sqrt{(3-1)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{8}$

**حساب $AC$ :** $AC=\sqrt{(x_c-x_a)^2+(y_c-y_a)^2}=\sqrt{(3-1)^2+(2-0)^2}=\sqrt{8}$

**حساب $AC$ :** $BC=\sqrt{(x_c-x_b)^2+(y_c-y_b)^2}=\sqrt{(3-3)^2+(2+2)^2}=\sqrt{16}$

**الإستنتاج :** نلاحظ أن : $AB^2+AC^2=8+8=16=BC^2$ و بالتالي حسب نظرية فيثاغورث المثلث $ABC$ قائم في $A$ و متساوي الساقين .

2) **إيجاد قيمة $\alpha$ حتى تكون النقط $A$ ، $B$ و $D(\alpha;\alpha+1)$ في استقامية :**

النقط $A$ ، $B$ و $D(\alpha;\alpha+1)$ في استقامية معناه أن الشعاعان $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطان خطيا .

**حساب مركبتي كل من الشعاعين $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ :**

$$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}\alpha-1\\ \alpha+1-0\end{pmatrix}\Rightarrow\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}\alpha-1\\ \alpha+1\end{pmatrix}\ ;\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3-1\\ -2-0\end{pmatrix}\Rightarrow\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\ -2\end{pmatrix}$$

الشعاعان $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطان خطيا معناه $(\alpha-1)(-2)-(\alpha+1)(2)=0$
معناه $-4\alpha=0$ معناه $\alpha=0$ و بالتالي : $D(0,1)$.


www.ency-education.net

3) **إثبات أن الرباعي $ABCE$ متوازي أضلاع :**

إثبات أن الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EC}$ متساويان :

$$\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}3-1\\2-4\end{pmatrix}\Rightarrow\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}=\overrightarrow{AB}$$

و بالتالي الرباعي $ABCE$ متوازي أضلاع.

4) **إيجاد معادلة ديكارتية للمستقيم $(\Delta)$ الذي يشمل $B$ و يوازي $(AC)$:**

الشعاع $\overrightarrow{AC}$ هو شعاع توجيه لـ $(\Delta)$ .

حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AC}$ :

$$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3-1\\2-0\end{pmatrix}\Rightarrow\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$$

ومنه معادلة $(\Delta)$ من الشكل $2x-2y+c=0$ و بما أن $B\in\Delta$ فإن :

$$2(3)-2(-2)+c=0\Rightarrow c=-10$$

إذن معادلة $(\Delta)$ الديكارتية هي : $2x-2y-10=0$

5) **إيجاد نقطة تقاطع المستقيم $(\Delta)$ مع محور التراتيب :**

نحل في $\mathbb{R}^2$ الجملة :

$$\begin{cases}x=0\\2x-2y-10=0\end{cases}\Rightarrow S=(0,-5)$$

و بالتالي المستقيم $(\Delta)$ يقطع محور التراتيب في النقطة ذات الإحداثيات $(0,-5)$.

6) **كتابة معادلة المستقيم $(\Delta')$ الذي يمر بالنقطة $O$ و يوازي المستقيم ذو المعادلة $3x+2y+1=0$:**

بما أن المستقيم $(\Delta')$ يوازي المستقيم ذو المعادلة $3x+2y+1=0$ فإن معادلته الديكارتية من الشكل $3x+2y+c=0$ بما أن $O\in\Delta'$ فإن $c=0$ . ومنه معادلة المستقيم $(\Delta')$ هي: $3x+2y=0$.



www.ency-education.net

7) **إيجاد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين** $(\Delta)$ **و** $(\Delta')$ **:**

نحل الجملة :

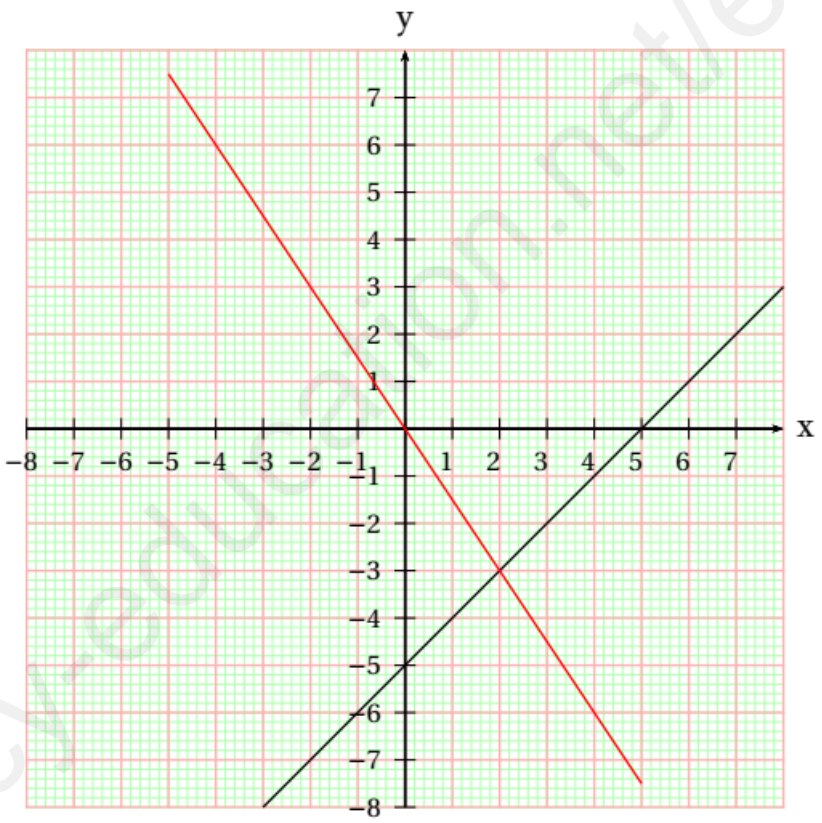
$$\begin{cases} 2x-2y-10=0 \\ 3x+2y=0 \end{cases} \quad .....(S)$$

$$det(S)=\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}=2(2)-3(-2)=10$$

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 10 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}}{10}=\frac{20}{10}=2 \; ; \; y=\frac{\begin{vmatrix} 2 & 10 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}}{10}=\frac{-30}{10}=-3$$

و بالتالي المستقيمان $(\Delta)$ و $(\Delta')$ يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيات $(2;-3)$.

8) رسم المستقيمين $(\Delta)$ و $(\Delta')$ في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ :




نلاحظ من البيان أن المستقيمان $(\Delta)$ و $(\Delta')$ يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيات $(2;-3)$ و هو ما يؤكد حل السؤال السابق .

**وفقكم الله وسدد خطاكم**