شعبة : رياضي و تقني رياضي
المراجعة الشاملة : (لنهاية السنة)
موضوع - 07 -
المدة : 4 ساعات
سلسلة المراجعة الشاملة و توقعات البكالوريا

التمرين الأول (06 نقاط)

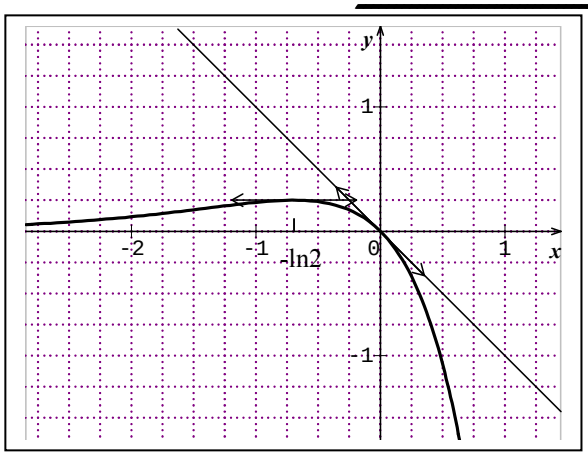
المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

الجـــزء – 1 –

g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على IR بالعلاقة: $g(x)=e^{ax}-e^{2x}$

حيث a ثابت حقيقي، (Cg) هو التمثيل البياني للدالة g

وعليه المماس عند المبدأ (كما هو في الشكل المقابل) من خلال قراءة بيانية للشكل



1- أعط إشارة كل من $g(x)$ ، $g'(x)$ و استنتج إشارة $\frac{g'(x)}{g(x)}$

- هل $g''(x)$ يغير من إشارته ؟

2- أعط قيمة $\lim\limits_{x\to 0}\frac{g(x)}{x}$

3- أوجد قيمة العدد a

4- أ) أحسب التكامل $\int_{-\ln 2}^{0}(e^x-e^{2x})dx$

ب) واستنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (Cg) و محور الفواصل و المستقيمين الذي معادلة كل منهما $x=0$ و $x=-\ln 2$

الجـــزء – 2 –

نعتبر الدالة العددية f و المعرفة على IR^* كما يلي : $f(x)=\ln\left|e^x-e^{2x}\right|$ وليكن (Cf) منحناها البياني

1- أحسب نهايات $f(x)$ عند كل من $+\infty$ ، $-\infty$ ، 0

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f مشكلا جدول تغيراتها (استعن بالأسئلة السابقة)

3- بين أنه على المجال $]-\infty,0[$: $f(x)-x=\ln(1-e^x)$ و على المجال $]0,+\infty[$: $f(x)-2x=\ln(1-e^{-x})$

و استنتج أن (Cf) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (D_1) و (D_2)

4- أدرس وضعية (Cf) بالنسبة للمقاربين المائلين على كل من المجالين المذكورين

5- بين باستخدام مبرهنة القيم المتوسطة أن (Cf) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها α تحقق $0<\alpha<1$

6- مثّل (D_1) و (D_2) ثمّ (Cf)

7- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $e^x-e^{2x}=-e^m$

8- يسمى العدد e^α بالعدد الذهبي (α العدد المذكور سابقا) ،

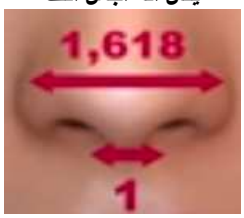
"..هذا العدد له خصائص كثيرة و عجيبة ، يعتبره العلماء من أسرار الإبداع و الإتقان و الجمال في الكون ..."

و المطلوب :

أ- من المناقشة الوسيطية السابقة ما هي الوضعية (أي قيمة m) التي نحصل فيها على قيمة العدد α ؟

ب- اثبت صحة الخاصية : $e^\alpha=\sqrt{\sqrt{e^\alpha+1}+1}$

انف الإنسان الذي يحقق النسبة الذهبية أي النسبة بين عرض الأنف و المسافة بين الخياشيم يقال انه أجمل انف



التمرين الثاني (3.5 نقاط)

1- حل في مجموعة الأعداد الصحيحة Z المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين $(x;y)$ التالية $(E)\ldots\ldots\ldots 12x+y=98$

2- بيّن أن مجموعة حلول المعادلة (E) في مجموعة الأعداد الطبيعية IN هي مجموعة منتهية أوجدها

3- A عدد طبيعي يكتب $\overline{3x46}^{8}$ في نظام تعداد أساسه 8 و يكتب $\overline{xy6}^{16}$ في نظام تعداد أساسه 16

عين x و y و أكتب العدد A في النظامين المذكورين ثمّ أكتبه في النظام العشري

4- نضع $x_n=2^n$ حيث n عدد طبيعي و لتكن الثنائية $(x_n.y_n)$ حلا للمعادلة (E)

أ- بيّن أن المتتالية (y_n) تكون سالبة ابتداء من رتبة معينة حددها .

www.ency-education.com

ب- أعط القيم الممكنة للعدد $PGCD(x_n;|y_n|)$ ثمّ حدد قيمته في حالة $n \neq 0$

5- أدرس بواقي قسمة العدد x_n على 5 و بيّن أن العدد y_{2022} يقبل القسمة على 5

6- أوجد العدد المؤلف من رقم الآحاد و العشرات للعدد $5x_{2022}$ المكتوب في النظام العشري

التمرين الثالث : (03.5 نقاط)

I) (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية IN بحيث :

$$\begin{cases} \ln u_1 + \ln u_5 = 12 \\ \ln u_2 - \ln u_4 = -4 \end{cases}$$ (حيث $\ln$ ترمز لدالة اللوغاريتم النبيري)

1) عين q أساس المتتالية (u_n) و حدها الأول ، ثمّ استنتج اتجاه تغيرها

2) أعط عبارة الحد العام u_n بدلالة n

3) ليكن S_n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

- أحسب S_n بدلالة n ، ثم أعط $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ ، ما يمكن استنتاجه عندئذ ؟

II) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية بالعلاقة : $v_n = \ln u_n + \ln u_{n+1}$

1) بين أن (v_n) متتالية حسابية ، يطلب أساسها و حدها الأول

2) نضع $S'_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ عين العدد الطبيعي n حتى يكون : $S'_n = 2^{2021}$

3) بحصر العدد $2021(\log 2)$ بين عددين طبيعيين متعاقبين ،حدد عدد الأرقام التي يكتب بها العدد 2^{2021} عند حسابه .

التمرين الرابع : (03.5 نقاط)

يحتوي كيس على 12 بطاقة منها : ثلاث بطاقات حمراء تحمل الحروف $A\ ;\ F\ ;\ G$

و خمس بطاقات خضراء تحمل الحروف $A\ ;\ A\ ;\ B\ ;\ C\ ;\ C$ و بقية البطاقات بيضاء تحمل الحروف $B\ ;\ B\ ;\ C\ ;\ C$

I)- نسحب عشوائيا ثلاث بطاقات في أن واحد

1- أحسب احتمال الحدث A : " حصولنا على الألوان الثلاثة "

2- أحسب احتمال الحدث B : " حصولنا على كل حروف كلمة BAC "

3- أحسب احتمال الحدث C : " حصولنا على كل حروف كلمة BAC بألوان العلم الوطني "

4- استنتج احتمال الحصول على الألوان الثلاثة مع العلم أنها تحمل كل حروف كلمة BAC

II) - نعيد تغيير البطاقات الموجودة في الكيس بحيث نترك كل البطاقات البيضاء

و نتخلص من كل البطاقات الحمراء و الخضراء و نستبدلها بـ عدد n من البطاقات الزرقاء (حيث $n > 1$) كلها تحمل الحرف A

نقوم بسحب 3 بطاقات على التوالي دون إعادة البطاقة المسحوبة إلى الكيس

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة لـ : 3 بطاقات عدد البطاقات التي تحمل الحرف C

1- أعط قيم المتغير العشوائي X

2- ما هو عدد كل البطاقات الزرقاء التي نضيفها للكيس حتى يكون الأمل الرياضياتي مساويا للعدد : $E(X) = \dfrac{3}{1013}$

التمرين الخامس : (03.5 نقاط)

1) α و β عددان مركبان حل جملة المعادلتين التالية : $\begin{cases} \alpha - 2\beta = 3 \\ 2\ \overline{\alpha} + \overline{\beta} = 6 - 5i\sqrt{3} \end{cases}$

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A,B,C,D لواحقها على الترتيب : $z_D = \overline{z_C}$ ، $z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_A = \sqrt{3}(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2})$.

أ) مثل النقط A,B,C,D ثمّ بيّن أن النقط A,B,C,D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي مركزها النقطة w ذات اللاحقة $z_w = 3$

يطلب تعيين طول نصف قطرها

ب) لتكن النقطة E نظيرة D بالنسبة إلى المبدأ حدد طبيعة المثلث BEC

3) عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق :

أ) $(z - z_A)(\overline{z - z_A}) = z_C\ \overline{z_C}$

ب) $|\overline{z}| < |i\,z + 2\sqrt{3} - 3i|$

www.ency-education.com