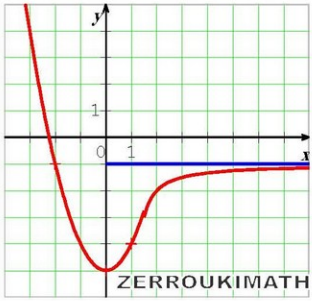
تمرين01 :

f دالة حيث تمثيلها البياني مبين في الشكل المقابل



نعتبرالدالة u حيث $u=f\circ g$ و g هي الدالة المعرفة في كل حالة من الحالات المقترحة أدناه ، المطلوب الإجابة بصحيح أو خاطئ على ما يلي دون تبرير

1) من أجل $\lim\limits_{x\to+\infty}(f\circ g)(x)=-1$ ، $g(x)=2x+3$

2) من أجل $\lim\limits_{x\to+\infty}(f\circ g)(x)=-1$ ، $g(x)=-x^2$

3) من أجل $\lim\limits_{x\to1}(f\circ g)(x)=1$ ، $g(x)=\dfrac{1}{(x-1)^2}$

4) من أجل $\lim\limits_{x\to-\infty}(f\circ g)(x)=-1$ ، $g(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$

5) من أجل $\lim\limits_{x\to-\infty}(f\circ g)(x)=-4$ ، $g(x)=-2+\dfrac{1}{x^2-1}$

تمرين02 :

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين بجدولي تغيراتهما كما يلي :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↘	-4	↗	$+\infty$

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	↗	1	↗	2	↘	-2	↗	0

أكد صحة أو خطأ العبارات التالية:

1) $(g\circ f)(0)=1$

2) $(f\circ g)(1)=0$

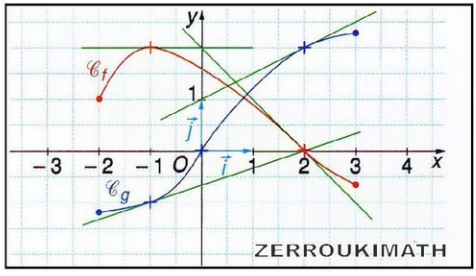
3) $\lim\limits_{x\to+\infty}(g\circ f)(x)=0$

4) $\lim\limits_{x\to-\infty}(f\circ g)(x)=+\infty$

5) $\lim\limits_{x\to-\infty}(f\times g)(x)=+\infty$

تمرين03 :

رسمنا في الشكل الموالي المنحنيين (C_f) و (C_g) الممثلين لدالتين f و g معرفتين و قابلتين للاشتقاق على المجال $[-2;3]$ و بعض مماساتهما.



1. أحسب الأعداد المشتقة التالية:

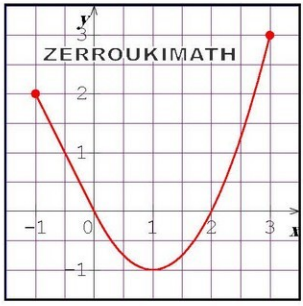
- $(f)'(-1)$ * $(g)'(-1)$ * $(f)'(2)$ * $(g)'(2)$ *
- $(f+g)'(-1)$ * $(fg)'(2)$ * $\left(\frac{3}{f}\right)'(-1)$ * $\left(\frac{f}{g}\right)'(2)$ *

2. من أجل كل x من المجال $[0;2]$ نضع: $h(x)=f(2x-1)$

أحسب $h'(0)$ و $h'\left(\frac{3}{2}\right)$.

تمرين04 :

التمثيل البياني المقابل هو لدالة gمعرفة و قابلة للاشتقاق على $[-1;3]$



1. عين بيانيا إشارة $g(x)$ ثم إشارة $g'(x)$.
2. نعتبر الدالة f المعرفة على $[-1;3]$ بـ $f(x)=[g(x)]^2$.

أحسب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$.

3. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m إشارة و عدد حلول المعادلة :

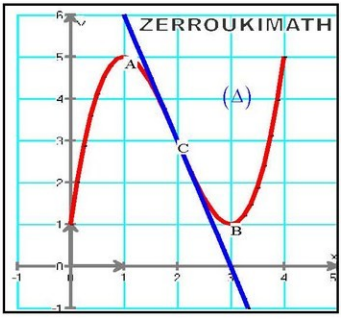
$2f(x)-m=0$ على المجال $[-1;3]$

4. نعتبر الدالة h المعرفة على $[-3;3]$ بـ : $h(x)=-f(|x|)$.

- برر لماذا h معرفة على $[-3;3]$

- برهن أن h زوجية .
- أنشئ في نفس المعلم C_h
- هل الدالة h قابلة للإشتقاق عند 0 .

تمرين05 :



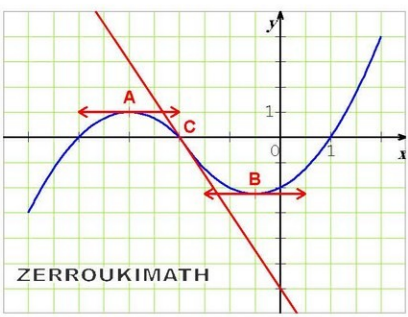
التمثيل البياني (C_f) المقابل و المرسوم في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ هو لدالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على $[0;4]$.

النقط A، B و C هي نقط من (C_f) بحيث أن مماسي (C_f) عند كل من A و B يوازيان محور الفواصل بينما مماس (C_f) عند النقط C هو (Δ).

لدينا: $A(1;5)$، $B(3;1)$ و $C(2;3)$.

1. أحسب $f'(1)$، $f'(2)$ و $f'(3)$. أكتب معادلة للمماس (Δ).
2. عين بيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=4$ على المجال $[0;4]$.
3. شكل جدول تغيرات الدالة f ثم استنتج جدول تغيرات الدالة g المعرفة على المجال $[0;4]$ بـ $g(x)=1-\frac{3}{f(x)}$
4. أحسب $g'(1)$، $g'(2)$ و $g'(3)$

تمرين06 :



المنحنى البياني التالي هو لدالة f قابلة للاشتقاق على مجموعة تعريفها

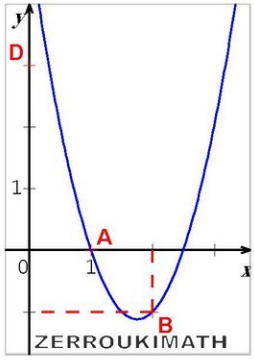
1. عين مجموعة تعريف الدالة f .
2. شكل جدول تغيرات الدالة f .
3. عين بقراءة بيانية العدد المشتق للدالة f عند كل من $-\frac{1}{2}$، -3 و -2

علما أن ترتيب النقطة B هو $-\frac{9}{4}$.

4. استنتج معادلات المماسات للمنحني (C_f) عند A ، B و C.

5. هل توجد مماسات أخرى موازية للمماس عند النقطة C؟

تمرين07 :



المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=ax^2+bx+c$

حيث a ،b و c أعداد حقيقية، و Γ تمثيلها البياني في الشكل المقابل.

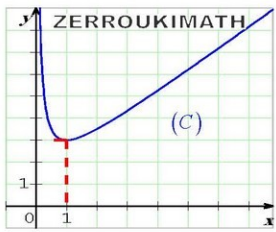
A و B نقطتان من Γ ، المماس للمنحني Γ عند A يشمل النقطة $D(0;3)$

1. بقراءة بيانية احسب كلا من $f(1)$ ، $f(2)$ و $f'(1)$

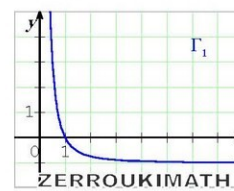
2.باستعمال النتائج السابقة عين a ، b و c .

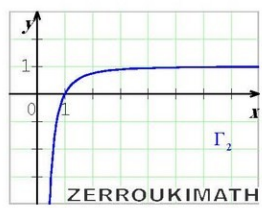
تمرين08 :

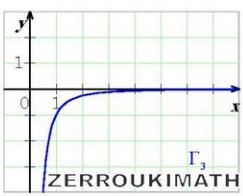
نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ حيث (C) هو تمثيلها البياني التالي:



أحد المنحنيات التالية هو المنحني Γ الممثل للدالة f' ، ما هو؟







تمرين09 :

f هي الدالة قابلة للاشتقاق على $[-2;3]$ حيث جدول تغيراتها هو التالي

x	-2		0		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-3	↗	1	↘	2

1- نضع $v(x)=f\left(\sqrt{x}\right)$

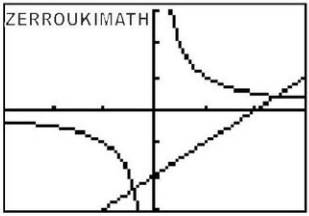
- بين أن مجموعة تعريف الدالة v هي $[0;9]$
- ادرس بطريقتين مختلفتين اتجاه تغير الدالة v على $[0;9]$.
- شكل جدول تغيرات الدالة v

2- 1- نضع $u(x)=\sqrt{f(x)}$

- عين مجموعة تعريف الدالة u
- عين اتجاه تغير الدالة u .ثم شكل جدول تغيرات الدالة u
- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m إشارة و عدد حلول المعادلة : $u(x)-m=1$ على المجال $[-2;3]$

تمرين10 :

لتكن المعادلة: $(E):\frac{1}{x}=x-2$ حيث المجهول x عدد حقيقي من المجال $]0;+\infty[$



1.تلميذ رسم على شاشة آلته الحاسبة المنحني الذي معادلته $y=\frac{1}{x}$ و المستقيم الذي معادلته $y=x-2$.

- بملاحظة الرسم البياني ، كم تقبل المعادلة (E)من حل على المجال $]0;+\infty[$ ؟

2. تلميذ ثان اعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$بـــ : $g(x)=x-2-\frac{1}{x}$

أ) عين نهايات الدالة g عند حدود مجموعة التعريف.

ب) احسب $g'(x)$حيث g' هي الدالة المشتقة لـــ g .بين أن g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

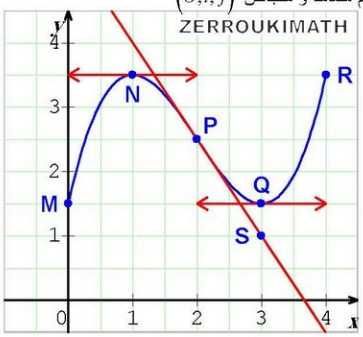
ج) استنتج عدد حلول المعادلة (E)و أعط باستعمال الحاسبة حصرا سعته 10^{-2}.

3. تلميذ ثالث قال: " يمكنني حل المعادلة (E) جبريا "

• بين ، بحل المعادلة أن هذا التلميذ على صواب.

تمرين11 :

لتكن f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $[0;4]$ و C تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



النقط M ، N ، P ، Q و R تنتمي إلى C .المنحنى C يقبل في كل من النقطتين N و Q مماس موازيا لحامل محور الفواصل.المستقيم Δ هو المماس للمنحنى C في النقطة $P\left(2;\frac{5}{2}\right)$. و يشمل النقطة $S(3;1)$.

1. عين $f'(1)$ ، $f'(2)$ و $f'(3)$ ثم عين معادلة للمستقيم Δ .

2. أ) عين على المجال $[0;4]$ عدد حلول المعادلة $f(x)=3$

ب) ارسم المستقيم الذي معادلته $y=\frac{x}{2}+\frac{3}{2}$ ثم حل المتراجحة $f(x)<\frac{x}{2}+\frac{3}{2}$

3. الدالة f هي مشتقة دالة F معرفة على $[0;4]$.أعط تغيرات الدالة f مبررا الجواب.

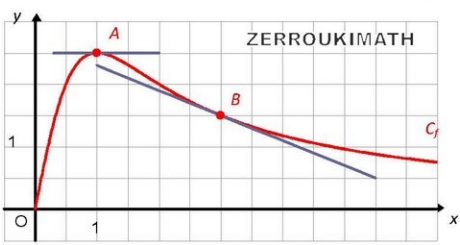
4. لتكن الدالة g المعرفة على $[0;4]$ بـ $g(x)=\frac{2}{\sqrt{f(x)}}$

أ) أعط جدول تغيرات f .

ب) استنتج جدول تغيرات g .

تمرين12 :

الشكل التالي هو التمثيل البياني C_f لدالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على $[0;+\infty[$ و f' دالتها المشتقة.نعلم أن:



-محور الفواصل مقارب لـ C_f عند $+\infty$.

-المنحنى C_f يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة A.

-المماس لـ C_f عند النقطة B يشمل النقطة التي إحداثياتها $\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$.

1. انطلاقا من المنحنى C_f:

أ) عين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ب) عين $f'(1)$ و $f'(3)$ ج) حل المعادلة $f'(x)\geq 0$

2. تعتبر الدالة g المعرفة بـــ : $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$

ا) حدد مجموعة تعريف الدالة g . ب) احسب $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

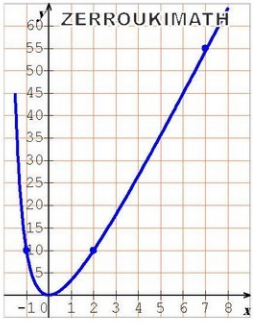
ج) احسب $g'(1)$ و $g'(3)$. د) ادرس تغيرات الدالة g على مجموعة تعريفها.

3. تعتبر الدالة h التي ترفق بكل عدد حقيقي موجب تماما x ، $h(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

أ) احسب $\lim\limits_{x\to 0} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى الممثل للدالة h ؟

ب) احسب $h'\left(\dfrac{1}{3}\right)$

تمرين13 :



الجزء1: f دالة معرفة على $]-2;+\infty[$ الشكل المقابل هو تمثيلها البياني على المجال $[-1,5;8]$

1.أعط جدول تغيرات الدالة fعلى المجال $[-1,5;8]$ محددا إشارة $f'(x)$

و صورتي $-1,5$ و 8 .

2. حل بيانيا على المجال $[-1,5;8]$ المعادلتين:

أ) $f(x)=10$ ب) $f(x)=55$

الجزء2: الدالة f السابقة معرفة على $]-2;+\infty[$ بـــ $f(x)=\dfrac{10x^2}{x+2}$

(C) هو التمثيل البياني لـــ f في معلم متعامد غير متجانس .

1.أ) ادرس نهاية f عند -2 .استنتج مستقيما مقاربا لـــ(C).

ب) ادرس نهاية f عند $+\infty$.

ج) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>-2$: $f(x)=10x-20+\dfrac{40}{x+2}$

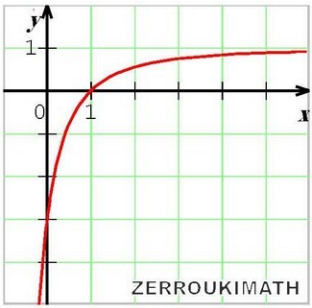
استنتج مستقيما مقاربا مائلا لـــ (C).

2. أ) ادرس إشارة $f'(x)$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f على $]-2;+\infty[$.

ج) أثبت أن (C) يقبل مماسين ميل كل منهما -30. أكتب معادلة لكل من هذين المماسين .

تمرين14 :



الدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$. المنحنى المقابل

C يمثل الدالة المشتقة f' و هو يشمل النقطتين $A(1;0)$ و $B(0;-3)$

نسمي Γ المنحنى الممثل للدالة f .

اذكر إن كانت العبارات التالية صحيحة أو خاطئة أو لا يمكن الحكم عليها مع التبرير

1. المستقيم الذي معادلته $y=3$ مماس لـــ Γ عند النقطة التي فاصلتها 1.

2. الدالة f متزايدة على المجال $]0;+\infty[$.

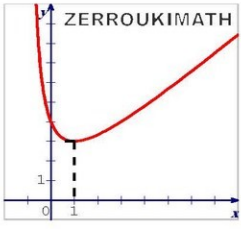
3. المماس للمنحنى Γ في النقطة التي فاصلتها 0 يوازي المستقيم الذي معادلته $y=-3x$

4 المعادلة $f(x)=0$ لا تقبل حلولا في $]0;+\infty[$.

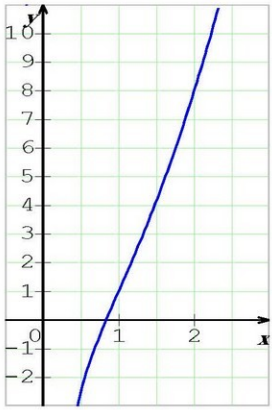
5. $f'(0)\leq f'(1)$

6. المماس للمنحنى Γ في النقطة التي فاصلتها 0 معادلته من الشكل $y=a$

7. الشكل التالي هو تمثيل بياني ممكن للمنحنى Γ



تمرين15 :



f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$

و تمثيلها البياني في الشكل المقابل

1.بقراءة بيانية احسب

أ) $\lim_{x\to 0} f(x)$ ، ب) $f(1)$ ج) $f(2)$ ، د) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2. نقبل أن من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما x: $f(x)=ax^2+b-\frac{2}{x}$

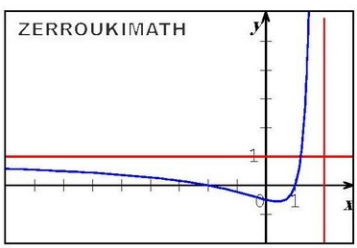
حيث a و b عددان حقيقيان

- عين a و b باستعمال المعلومات السابقة.

3. بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا واحدا α محصورا بين 0 و 1 .

- عين حصرا لـ α سعته 10^{-2}
- استنتج إشارة $f(x)$.

تمرين16 :



نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;2[$ و C_f هو تمثيلها البياني في الشكل المقابل،

نقبل أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=1$ و المستقيم Δ' الذي معادلته $x=2$

مستقيمان مقاربان للمنحنى C_f.

انطلاقا من هذا التمثيل البياني عين:

أ) نهاية $f(x)$ عندما يؤول x إلى 2.

نهاية $f(x)$ عندما يؤول x إلى $-\infty$.

2. شكل جدول تغيرات f على المجال $]-\infty;2[$.

3. نقبل أن $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{(2-x)^2}$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية .

- بحساب نهاية $\frac{ax^2+bx+c}{(2-x)^2}$ عندما يؤول x إلى $-\infty$، بين أن $a=1$

4. بقراءة بيانية للمنحني احسب $f(-2)$ و $f(1)$

- استنتج جملة لمعادلتين ذات المجهولين b و c.

- حل هذه الجملة و عبر عن $f(x)$ بدلالة x .

إرشادات للمراجعة

1-ضع لنفسك جدولاً زمنياً للمذاكرة و المراجعة وحدد أهدافاً يتوجب عليك تحقيقها وإنجازها يومياً ، فبذلك الجدول لن تُضيع الوقت . وأهم أهداف الجدول هي التي تنظم مواعيد الراحة والنوم والمذاكرة . و الإنسان الذي ينظم حياته يعيش حالة هادئة ومرتبة في إدارة الأمور وهذه القضية تنعكس على قوة التفكير وقوة الذاكرة إيجابيا بحيث يكون النسيان نادراً جداً لديه.

2- قم بإعداد مذكرات دقيقة ومركزة ومحكمة ومتميزة (التلخيص) للإطلاع عليها عند المراجعة . ويجدر بنا أن نذكر أن المذكرات المطبوعة يصعب حفظها ؛ لأنها تتسم بنمط وشكل واحد ، وذلك على عكس المذكرات التي يعدها الطالب بنفسه ويحرص على جعلها متميزة في كل صفحة من صفحاتها من خلال استخدام أقلام ملونة والجداول والأشكال التوضيحية والرسومات ووضع الخطوط تحت الأفكار المهمة . ومن شأن هذه المذكرات أن تساعد الطالب على استدعاء المعلومة التي ترتبط في ذهنه بعدة أشياء كمكانها وموقعها والخط الذي سُجلت به .

3- التركيز على المعلومات حين التعلم والحفظ: وذلك من خلال الانتباه والتوجه الجاد عند التعلم والحفظ وكذلك الممارسة والتمرين من خلال الواقع العملي لتثبيت المعلومات في الذهن. لأنه عندما تكون صورة الأشياء غير مثبتة بشكل جيد نتيجة لعدم التركيز تكون معرضة للتلف والنسيان تماماً مثل اللوحات المعلقة على الجدران عندما تكون غير مثبتة بالشكل المطلوب فهي معرضة للسقوط بأدنى عارض كالهواء المتحرك مثلاً.

4- إذا استصعب عليك أمر في أثناء المذاكرة لا تنس هذا الدعاء ((اللهم لا سهل إلا ما جعلته سهلاً وأنت تجعل الحَزْنَ إذا شئت سهلاً)) واسأل عن كل ما يصعب عليك معلم المادة أو أي أحد له خبرة في ذلك وبعد ذلك يمكنك اختيار كتاب آخر يشرح تلك المسألة بشكل أيسر وأبسط وأسهل . وإذا كان الوقت ضيقاً فسجل مسألتك لتعود إليها فيما بعد .

5- كن جادا لأن الإنسان الذي لا يعيش الجدية في هذه الحياة الدنيا فانه سيستخف بالأمور ولا يبالي بما يدور حوله وبالتالي فإن الصور المطبوعة في ذهنه لا تكون واضحة المعالم في ذاكرته وعندما يريد أن يستحضر معلومة ما لا تكون جاهزة بكل أبعادها لأن هذا الإنسان منذ البداية لم يتعامل مع المعلومات المكتسبة بالجدية المطلوبة لذا يتعرض للنسيان المستمر.

6- لا تكثر من تناول الوجبات الخفيفة بشكل مستمر أو الاعتماد على السكريات والدهنيات والنشويات التي تزيد نسبة الدهن والسكر في الدم تترك آثاراً سلبية على الذاكرة وقوة التفكير وبالنتيجة حصول النسيان عند الإنسان.
أو على الإكثار من تناول المنبهات كالكافيين (كالقهوة والشاي) فكل هذه الأمور تمنحك قسطا من النشاط والطاقة سرعان ما يعقبها حالة من الخمول والارتخاء .

7- لا تزاول أي نشاط يأخذ منك وقتاً ومجهوداً كبيراً إلا في أيام العطلة الأسبوعية مثل لعب كرة القدم لكونها تحتاج إلى مجهود جسمي إلى وقت طويل وتحتاج بعد المباراة إلى راحة طويلة .وكذلك ابتعد عما يشغلك أثناء وقت المذاكرة من قراءة الصحف و مشاهدة التلفزيون ..وغيرها .

8- وقت المذاكرة والمراجعة : أفضل وقت لذلك هي الساعات التي تقل فيها المنبهات و المثيرات و حيث يكون الجسم قد نال قسطاً من الراحة.
- لا تذاكر وأنت مستلق على الفراش خشية النوم .
- الجلسة التي تجلسها وأنت تذاكر لها أثر في درجة الفهم والتركيز (اجلس الجلسة الصحيحة)

ع. زروقي