



الرياضيات

اختبار الثلاثي الأول في مادة

(الاجابة: 0.25 نقطة ، التبرير: 01 نقطة) (التوقيت: 25د)

التمرين الأول

أجب ب : صح أو خطأ مع التبرير

- 5
- (1.25)..... المعادلة: $\ln x^2 = \ln(3x + 4)$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ (1.25)
- (2) حل المعادلة التفاضلية: $y' + 3y = 2$ والذي يحقق $f(0) = \frac{-1}{3}$ هو الدالة: $f(x) = -e^{-3x} + \frac{2}{3}$ (1.25)
- (3) حل المتراجحة: $\log(x - 1) > -3$ في $]1, +\infty[$ هو: $s =]1 + e^{-3}, +\infty[$ (1.25)
- (4) $\lim_{x \rightarrow -1} \left[\frac{2x}{x+1} - \ln(x+1) \right] = +\infty$ (نقبل أن: $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$) (1.25)

(التوقيت: 30د)

التمرين الثاني

6

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط: $C(1; 1; -2), B(0; 3; -3), A(1; 2; -2)$.
 $\Omega(0; 1; -1)$ والمستوي (P) الذي معادلته: $x + y - 3 = 0$

(1. أ) أحسب بعد النقطة Ω عن المستوي (P) (0.75)

ب) استنتج أن معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها Ω والمماسة للمستوي (P) هي:

(0.1.25)..... $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z = 0$

(2. أ) بين ان النقط C, B, A تعين مستوي. (0.75)

ب) عين شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) (0.5+0.1)

(3. أ) تحقق من أن سطح الكرة (S) مماس للمستوي (ABC) (0.75)

ب) أحسب المسافة ΩC واستنتج نقطة تماس (S) والمستوي. (0.5+0.5)

(التوقيت: 50د)

التمرين الثالث

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2 + (3 - 2x)e^x$

1. أحسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ وعند $-\infty$ (0.5+0.25)

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها (0.5+0.5)

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha \in]1.68, 1.69[$ واستنتج إشارة $g(x)$ (0.5+0.75)

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني

1. أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ وماذا تستنتج بالنسبة إلى (C_f) (0.25+0.25+0.5)

2. أثبت أن: $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$ (0.75)

3. بين أن: $f(\alpha) = 4$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$ (0.25+0.25)

4. أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها (0.25+0.25)

5. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = 4x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$ (0.5)

وأدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) (0.5)

6. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 (0.5)

7. أرسم كلا من (T) و (Δ) و (C_f) (0.5+0.25+0.25)

8. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة: $me^x - 4x + m + 2 = 0$ (0.75)

بالتوفيق





1.25

(1) صحيح ، التبرير:

المعادلة معرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; \frac{-4}{3}]$ ، تكافئ $x^2 - 3x - 4 = 0$ ، $\Delta = 25$ لها حلان هما $x_1 = -1$ و $x_2 = 4$

1.25

(2) صحيح، التبرير: تكتب المعادلة $y' = -3y + 2$ حولها $y = ce^{-3x} + \frac{2}{3}$ ، تحقق $f(0) = \frac{-1}{3}$ أي $ce^0 + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$ أي $c = -1$ ومنه $y = -e^{-3x} + \frac{2}{3}$

1.25

(3) خطأ ، التبرير: المتراجحة معرفة على $]-\infty; 1[$ ، تكافئ $x - 1 > 10^{-3}$ أي $s =]1 + 10^{-3}; +\infty[$

1.25

(4) خطأ ، التبرير:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left[\frac{2x}{x+1} - \ln(x+1) \right] = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x+1} [2x - (x+1)\ln(x+1)] = -\infty$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow 0} X \ln X = 0$ حسب $\lim_{x \rightarrow -1} (x+1) \ln(x+1) = 0$

التمرين الثاني:

0.75

$$d(\Omega; (p)) = \frac{|1-3|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad (1)$$

1.25

(ب) (p) يمس (s) معناه $r = d(\Omega; (p)) = \sqrt{2}$ أي $(s): (x-0)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = (\sqrt{2})^2$ ومنه: $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z = 0$

0.75

(2). أ) بما أن $\overrightarrow{AB}(-1; 1; -1)$ و $\overrightarrow{AC}(0; -1; 0)$ غير مرتبطان خطيا فالنقط A, B, C تعين مستوي
(ب) لدينا $\vec{n}(a; b; c)$ ناظمي لـ (ABC) معناه $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ أي $-a + b - c = 0$ و $-b = 0$ أي $a = -c$ و $b = 0$ بوضع $c = 1$ نجد $a = -1$ و $b = 0$ ومنه $\vec{n}(-1; 0; 1)$

01

معادلة (ABC) من الشكل: $ax + by + cz + d = 0$ حيث: $a = -1$ و $b = 0$ و $c = 1$ أي

0.5

$(ABC): -x + z + d = 0$ وبما أن A تنتمي إلى (ABC) فإن $-1 - 2 + d = 0$ أي $d = 3$ ومنه $(ABC): -x + z + 3 = 0$

0.75

$$(3). \text{ أ) لدينا } d(\Omega; (ABC)) = \frac{|-1+3|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} = r \text{ أي } (ABC) \text{ يمس سطح الكرة } (S)$$

0.5

(ب) $\Omega C = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ ، بما أن $\Omega C = r$ و C تنتمي إلى (ABC) فإن نقطة التماس هي C

0.5

التمرين الثالث:

0.5

0.25

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2 \quad (1-I)$$

0.5

(2) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $g'(x) = (1-2x)e^x$ ومنه إشارة g' من نفس إشارة $1-2x$ أي g متزايدة على $]-\infty; \frac{1}{2}]$ و متناقصة على $[\frac{1}{2}; +\infty[$ ، ومنه جدول تغيرات g كالآتي:

0.5

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	2	$g(\frac{1}{2})$	$-\infty$

0.75

(3) الدالة g متناقصة ومستمرة على $[1.68; 1.69]$ و $g(1.68) \times g(1.69) < 0$ ، إذن حسب نظرية القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.68 < \alpha < 1.69$

0.5

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

- إشارة $g(x)$

0.25

0.5

0.25

0.75

0.25

0.25

0.25

0.25

0.5

0.5

0.5

0.75

0.25

0.25

0.5

II . 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، نستنتج أن $y = 1$ (d) مستقيم مقارب لـ (C_f)

(2) نثبت ببساطة أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$

(3) لدينا $g(\alpha) = 0$ ومنه $(3 - 2\alpha)e^\alpha + 2 = 0$ وبما أن $f(\alpha) = \frac{e^\alpha + 4\alpha - 1}{e^\alpha + 1}$ فإن $f(\alpha) = \frac{(2\alpha-1)(4\alpha-5)}{(2\alpha-1)}$

وعليه $f(\alpha) = 4\alpha - 5$

نعلم أن $1.68 < \alpha < 1.69$ ومنه $4 \times 1.68 - 5 < f(\alpha) < 4 \times 1.69 - 5$ أي

$$1.72 < f(\alpha) < 1.76$$

(4) إشارة f' هي من نفس إشارة g وسبق أن درسنا إشارة $g(x)$ وعليه جدول تغيرات f كالآتي:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	$-\infty$	$4\alpha - 5$	1

(5) لدينا $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x - 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1} - (4x - 1) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2(1-2x)e^x}{e^x + 1} = 0$

ومنه المستقيم $y = 4x - 1$ (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

الوضعية: حسب ماسبق إشارة $f(x) - y$ من نفس إشارة $(1 - 2x)$ أي

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) - y$		0	
الوضعية	(Δ) فوق (C_f)		(Δ) تحت (C_f)

(C_f) و (Δ) يتقاطعان في

النقطة $(\frac{1}{2}; 1)$

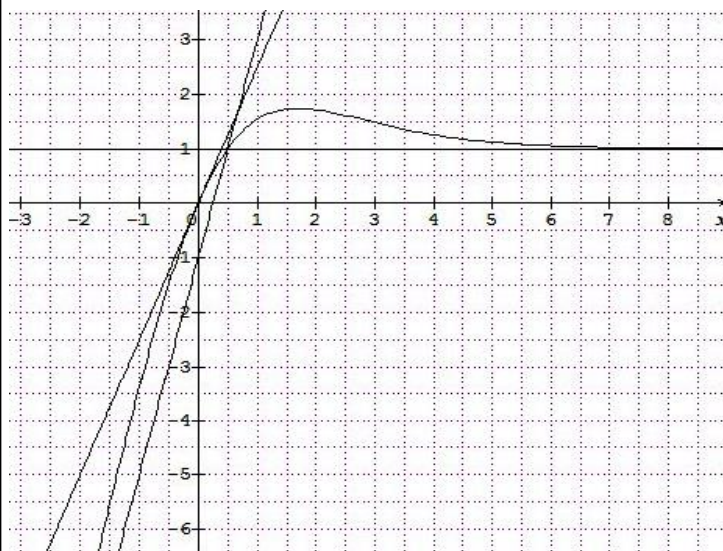
(6) معادلة (T) مماس (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 هو: $y = \frac{5}{2}x$

(7) الرسم

(8) المناقشة البيانية: لدينا $me^x - 4x + m + 2 = 0$ يعني $m(e^x + 1) = 4x - 2$ أي $m = \frac{4x-2}{e^x+1}$

ومنه $m + 1 = 1 + \frac{4x-2}{e^x+1}$ أي $f(x) = m + 1$ ، حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم $y = m + 1$

أي:



✓ إذا $m < -1$ فإن للمعادلة حل وحيد سالب

✓ إذا $-1 \leq m \leq 0$ فإن للمعادلة حل وحيد موجب

✓ إذا $0 < m \leq 4$ فإن للمعادلة حلين موجبين تماماً

✓ إذا $m = 4$ فإن للمعادلة حل وحيد موجب تماماً

✓ إذا $m > 4$ فإن المعادلة لا تقبل حلولاً

مع تمنياتي لكم بالنجاح

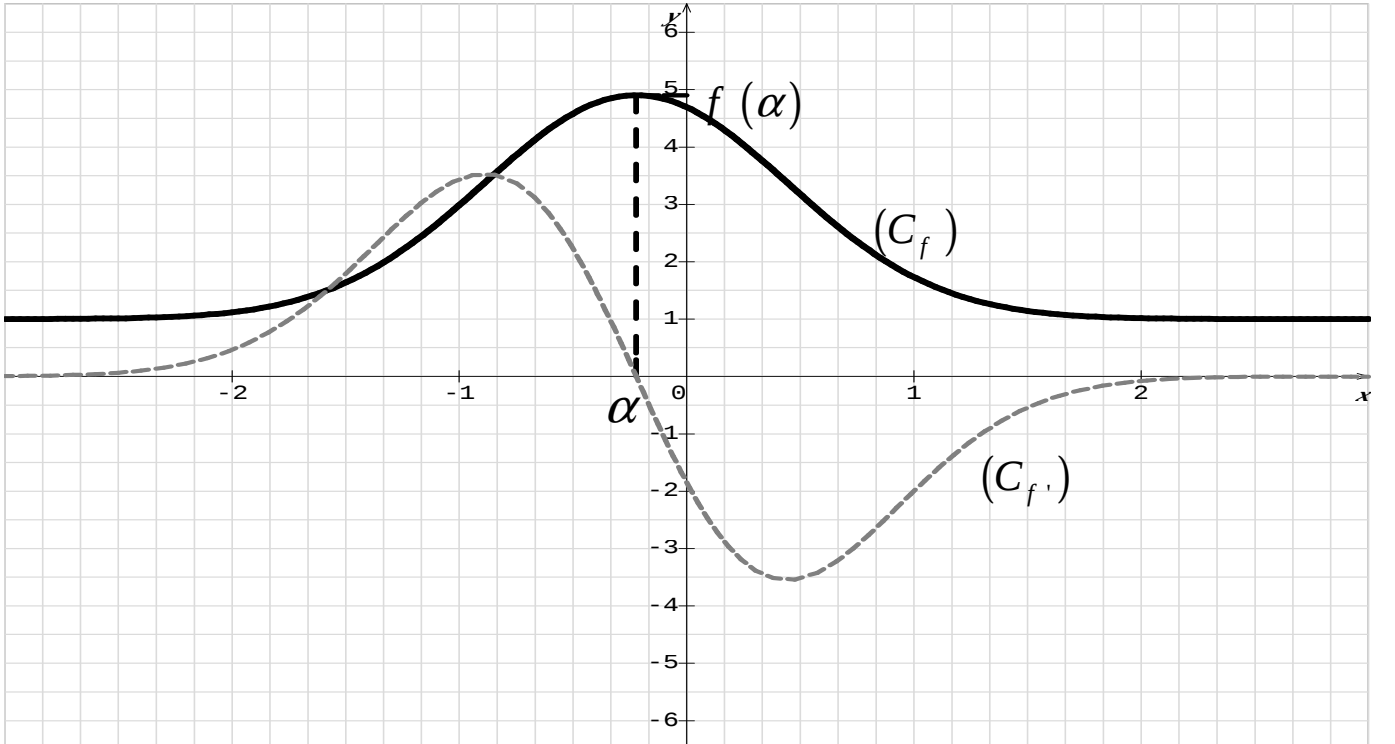
أستاذ المادة

التمرين الأول: (7.5 نقطة) لتكن الدالة f المعرفة على IR بتمثيلها البياني (C_f) (بخط مستمر). النقطة ذات $(\alpha; f(\alpha))$ الإحداثيات تمثل ذروة للمنحنى (C_f) . و لتكن f' دالتها المشتقة على IR وممثلة في نفس المعلم بتمثيلها البياني $(C_{f'})$ (بخط متقطع). في الشكل المرافق: الجزء الأول: لكل سؤال فيما يلي إجابة وحيدة صحيحة. اختر الإجابة الصحيحة (بدون تبرير):

1. إشارة $f(x)$ من أجل كل x من IR هي:
 - أ. موجبة من أجل كل x من IR .
 - ب. سالبة من أجل كل x من IR .
 - ج. موجبة على المجال $]-\infty; 0[$ و سالبة على المجال $]0; +\infty[$.
2. اتجاه تغير الدالة f هو:
 - أ. متزايدة ثم متناقصة.
 - ب. متناقصة ثم متزايدة.
 - ج. متزايدة ثم متناقصة ثم متزايدة.
3. المستقيم ذي المعادلة: $y = 0$ يمثل:
 - أ. مقاربا أفقيا لـ: (C_f) .
 - ب. مقاربا أفقيا لـ: $(C_{f'})$.
 - ج. مقاربا عموديا لـ: $(C_{f'})$.
4. المعادلة $f'(x) = 0$
 - أ. تقبل حلا وحيدا في IR .
 - ب. تقبل حلين في IR .
 - ج. لا تقبل حلا في IR .
5. هل لـ: (C_f) نقط انعطاف:
 - أ. لـ: (C_f) نقطتي انعطاف.
 - ب. لـ: (C_f) نقطة انعطاف وحيدة.
 - ج. ليس لـ: (C_f) أي نقطة انعطاف.
6. (C_h) منحنى الدالة h المعرفة على IR بـ: $h(x) = f(-x)$ هو:
 - أ. (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لـ: (yy') .
 - ب. (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لـ: (xx') .
 - ج. (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة للمبدأ.
7. المعادلة $f'(x) = m$ حيث وسيط حقيقي:
 - أ. تقبل حلا وحيدا من أجل كل m من $]-\infty; -4[$.
 - ب. تقبل حلين من أجل كل m من $]-2; -1[$.
 - ج. لا تقبل حلا لـ: $m = 0$.

الجزء الثاني: لتكن الدالة k المعرفة على IR بـ: $k(x) = \ln[f(x)]$

- (1) أوجد: $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} k(x)$.
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة k . ثم شكل جدول تغيراتها.



التمرين الثاني: (12.5 نقطة)

لتكن g الدالة المعرفة على IR بـ: $g(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$.

و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس: $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (وحدة الطول هي 2cm)

(1) أحسب كلا من: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

(2) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g'(x) = \frac{e^{2x} + 1}{(e^x + 1)^2}$. و شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المنحنى (C_g) يقبل مستقيمين مقاربين مانلين (Δ) و (Δ') معادلتهما :

$y = x + 2$ و $y = x$ في جوار $(-\infty)$ و $(+\infty)$ على الترتيب.

ب) بين أن المنحنى (C_g) يقع داخل الشريط المحدد بالمستقيمين (Δ) و (Δ') .

(إرشاد: أدرس وضعية بالنسبة للمستقيمين (Δ) و (Δ'))

(4) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديد إحداثياتها.

(5) أكتب معادلة المستقيم (T) المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة A ذات الفاصلة: 0.

(6) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x) + g(-x) = 2$. ثم فسر النتيجة بيانياً.

ب) أحسب: $g(1)$ و استنتج $g(-1)$ أحسب: $g(2)$ و استنتج $g(-2)$.

ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن:

المنحنى (C_g) يقطع حامل محور الفواصل مرة وحيدة في نقطة فاصلتها α . بحيث: $-2 < \alpha < -1$.

(7) أرسم كلا من المستقيمتين: (Δ) ، (Δ') و (T) ثم أرسم المنحنى (C_g) .

(8) ناقش بياناً و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $m e^x + m - 2 = 0$.

(9) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = g\left(\frac{1}{x}\right)$. (عبارة الدالة h غير مطلوبة)

أ) أحسب نهايات الدالة h على أطراف مجموعة تعريفها.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة h . ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) أثبت أن النقطة A مركز تناظر للمنحنى (C_h) . (إرشاد: استعن بالإجابة عن السؤال: 6) أ).

التمرين الأول: (09 نقط)

f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \frac{2+2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في $M(0; \vec{i}; \vec{j})$

① g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2\ln x$

أدرس تغيرات g و شكل جدول تغيراتها. استنتج إشارة $g(x)$

② أ / عين النهايات للدالة f عند 0 و عند $+\infty$ ، فسر بيانيا هذه النتيجة.

ب/ بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) . عين وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

ج/ أدرس تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها

③ عين النقطة A من (C_f) التي يكون عندها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) . أكتب معادلة للمماس (T)

④ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث: $0.34 < \alpha < 0.35$

⑤ أنشئ (T) و (Δ) و (C_f) (الوحدة البيانية : 2 cm)

⑥ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و عدد نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو معادلة $y = x + m$

التمرين الثاني: (11 نقطة)

الجزء I : نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = 1 + (x-1)e^{-x}$

① أدرس تغيرات h .

② أحسب $h(0)$ ثم استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

الجزء II : f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - 2 - xe^{-x}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

① أحسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

② بين أن (C_f) له مستقيم مقارب (Δ) معادلة له: $y = x - 2$ عند $+\infty$. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة له

③ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = h(x)$. أدرس تغيرات f

④ بين أن (C_f) يقطع (xx') عند نقطتين فاصلتاها x_0 و x_1 حيث: $-1.1 < x_0 < -1$ و $2.2 < x_1 < 2.3$

⑤ عين النقطة A من (C_f) التي يكون عندها المماس (T) للمنحنى (C_f) موازيا للمستقيم (Δ) . أكتب معادلة للمماس (T)

⑥ أحسب $f(-2)$ وأنشئ (T) و (Δ) و (C_f)

⑦ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة: $m + \frac{x}{e^x} = -2$

المستوى : ثالثة علوم تجريبية	الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية وزارة التربية الوطنية مديرية التربية لولاية الأغواط ثانوية الشّير محمّد بوسبسي	يوم : الثلاثاء 24 نوفمبر 2015
إلى	الامتحان الأول في مادة الرياضيات	من
✓ التمارين إجبارية. ✓ تُمنح نقطة واحدة على تنظيم ورقة الاجابة.		هامة

التمرين الأول: (07 نقاط)

أجب بـ : صح أو خطأ مع التبرير :

- الدالة $f: x \mapsto \ln(2-x)$ معرفة على $]2; +\infty[$
- إذا كانت f دالة مستمرة ورتيبة على $[a; b]$ فإن المعادلة $f(x) = k$ تقبل حلاً وحيداً على $[a; b]$
- حل المعادلة التفاضلية $2y + 3 = y' + 2$ والذي يحقق $f(\ln 2) = \frac{7}{2}$ هو الدالة $f(x) = e^{2x} - \frac{1}{2}$
- بعد تبسيط العدد $A = \frac{\sqrt[3]{8^2} \times \sqrt[4]{32}}{8 \cdot \sqrt[8]{4}}$ نجد : $A = 1$
- مجموعة حلول المعادلة $4^x + 3 \times 2^x - 4 = 0$ هي : $S = \{-4; 1\}$
- نعتبر النقط من الفضاء : $A(0; -1; 1)$, $B(4; -2; 3)$, $C(-1; 2; -3)$
- الشعاعان : $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ متعامدان.
- $\widehat{BAC} \approx 130^\circ$.
- معادلة ديكراتية للمستوي (ABC) هي : $-2x + 14y + 11z + 3 = 0$.
- النقطة $H\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$ هي المسقط العمودي للنقطة $D\left(\frac{1}{2}; 7; \frac{11}{2}\right)$ على المستوي (ABC) .

التمرين الثاني: (12 نقطة)

❖ الجزء الأول:

تكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = x e^x + 1$

- ✓ ادرس تغيرات الدالة h .
- ✓ استنتج حسب قيم x إشارة $h(x)$ على $\mathbb{R}$.

❖ الجزء الثاني:

تتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = x + 2 - e^x$

✓ ادرس تغيرات الدالة g .

✓ بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاّت α و β

حيث: $1.14 < \alpha < 1.15$ و $-2 < \beta < -1$

✓ اعتمادا على الجدول المقابل استنتج أحسن حصر للعدد β

✓ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

❖ الجزء الثالث:

تتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x) = \frac{e^x - 1}{xe^x + 1}$

و (c_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

① برّر لماذا f الدالة معرّفة على $\mathbb{R}$

② بين أن : $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x + 1)^2}$ ثم استنتج تغيرات الدالة f

③ أحسب نهاية الدالة f عند أطراف مجال التعريف ثم شكّل جدول تغيّراتها.

④ بين أن : $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha + 1}$ ثم استنتج حصر العدد $f(\alpha)$.

⑤ اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (c_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

⑥ تحقّق أن : $f(x) - x = \frac{(x+1)u(x)}{xe^x + 1}$ حيث : $u(x) = e^x - xe^x - 1$

- ادرس تغيّرات الدالة u (حساب النهايات غير مطلوب).

- شكل جدول تغيّرات الدالة u ثم استنتج اشارتها على $\mathbb{R}$.

⑦ من السؤال السابق استنتج الوضع النسبي للمماس (Δ) و المنحنى (c_f) .

⑧ أنشئ (c_f) و (Δ) . نأخذ: $-1.19 < f(\beta) < -1.18$

❖ الجزء الرابع:

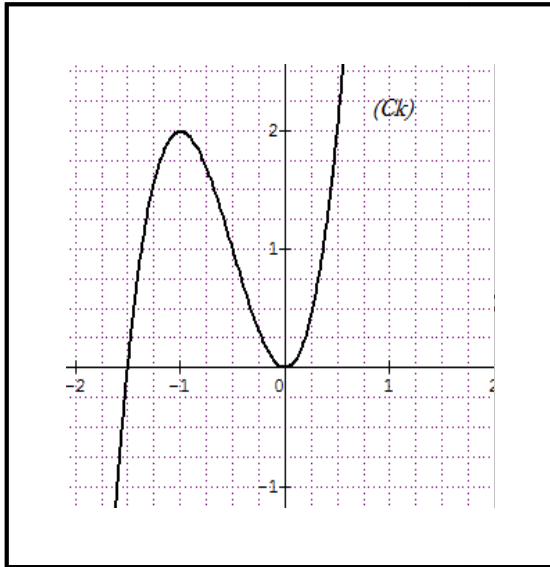
k دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x) = f(|x|)$

① أثبت أن k زوجية.

② اشرح كيفية إنشاء (c_k) انطلاقا من (c_f) (الرسم غير مطلوب).

الأستاذ زيرة يتمنى النجاح للجميع

لتحقيق النجاح، اعمل كما لو كان يستحيل عليك أن تفشل.

اختبار لفصل الأول في مادة الرياضياتالتمرين الأول (06 نقاط):

✓ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني المقابل :

بقراءة بيانية اجب على مايلي:

1 شكل جدول تغيرات الدالة k

2 حدد إشارة $k(x)$ على مجال تعريفها

✓ نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\frac{3}{2}, 0[\cup]0, +\infty[$ بـ:

$$h(x) = \ln[k(x)]$$

1 احسب نهايات الدالة h عند أطراف مجال تعريفها

2 ادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج جدول تغيراتها

✓ لتكن الدالة F المعرفة على $]-\frac{1}{2}, 2[\cup]2, +\infty[$ بـ:

1 اشرح كيفية إنشاء (C_F) المنحنى البياني لـ $F(x)$ انطلاقا من (C_h) التمثيل البياني للدالة h

2 ارسم (C_h) و (C_F) في نفس المعلم

التمرين الثاني (14 نقطة):

I دالة معرفة على R بالعلاقة التالية : $g(x) = (a - 2x)e^{x+1} + b$ حيث : $(a, b) \in R^2$

(C_g) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

(1) عين العددين الحقيقيين a و b حتى يتحقق الشرطان معا :

✓ g هي حل للمعادلة التفاضلية : $y' - y = -2e^{x+1} - 2$ (E)

✓ المنحنى (C_g) يقبل مماس معامل توجيهه 1 عند النقطة التي فاصلتها $(x = -1)$

(2) إذا اعتبرنا أن : $a = 1$ و $b = 2$

أ اكتب عبارة $g(x)$ ثم ادرس تغيراتها

ب بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]0.68, 0.69[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II نعتبر الدالة f دالة معرفة على R بالعلاقة التالية : $f(x) = 1 + \frac{4x+2}{1+e^{x+1}}$

نسوي (C_f) منحناها البياني في المعلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ احسب $f'(x)$ الدالة المشتقة للدالة f ثم بين انه من اجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = \frac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$$

ب استنتج إشارة الدالة f' على R

(2) بين أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 1$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$

(3) أ/ تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (4x - 3) = \frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$

ب/ احسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x - 3)]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 1]$ وماذا تستنتج؟

(4) ادرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) الذي $y = 4x - 3$ معادلة له

(5) شكل جدول تغيرات الدالة f ثم ارسم (C_f) و (Δ) والمستقيم الذي معادلته $y = 1$

(III) لتكن الدالة h دالة معرفة على R بالعلاقة التالية : $h(x) = 1 + \frac{4|x|+2}{1+e^{|x|+1}}$

(1) بين أن الدالة h دالة زوجية

(2) اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم ارسم (C_h) التمثيل البياني للدالة h في نفس المعلم السابق

(3) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$4|x| + 2 = (-1 - m)(1 + e^{|x|+1})$$

محددات تستبدل نظراتك السلبية بأخرى ايجابية

ستبدأ في الحصول على نتائج ايجابية

الإجابة النموذجية لاختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

1 جدول تغيرات الدالة k

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$		
$k'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$k(x)$	$-\infty$		2		0	$+\infty$

2 إشارة $k(x)$ على مجال تعريفها:

x	$-\infty$	$-3/2$	0	$+\infty$		
$k(x)$		-	0	+	0	+

✓ نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\frac{3}{2}, 0[\cup]0, +\infty[$: $h(x) = \ln[k(x)]$ 1 نهايات الدالة h عند أطراف مجال تعريفها

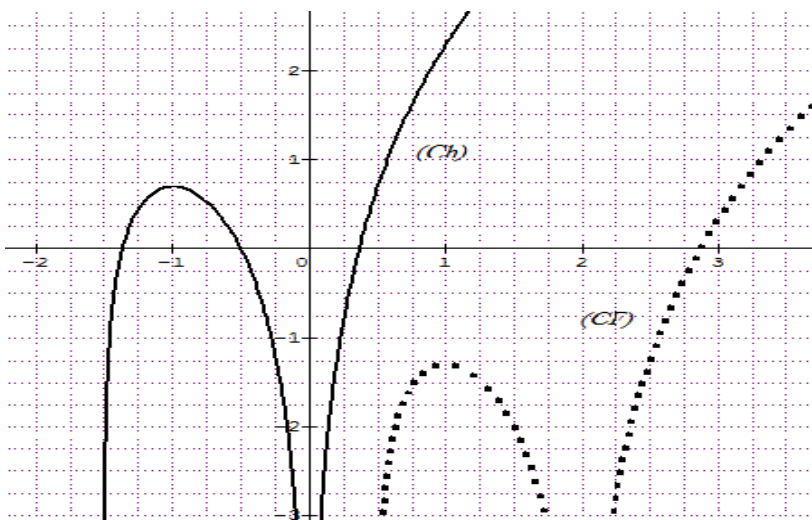
$$\begin{aligned} * \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln[k(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \\ * \lim_{|x| \rightarrow 0} h(x) &= \lim_{|x| \rightarrow 0} \ln[k(x)] = \lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty \\ * \lim_{x \rightarrow -3/2} h(x) &= \lim_{x \rightarrow -3/2} \ln[k(x)] = \lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty \end{aligned}$$

2 دراسة اتجاه تغير الدالة h واستنتاج جدول تغيراتها:• نحسب الدالة المشتقة وندرس إشارتها: لدينا من أجل كل $x \in]-\frac{3}{2}, 0[\cup]0, +\infty[$: $h'(x) = \frac{k'(x)}{k(x)}$ إذن:

x	$-3/2$	-1	0	$+\infty$
$k'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$k(x)$	$+$		$+$	$+$
$h'(x)$	$+$		$-$	$+$

• جدول تغيرات الدالة h :

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
$h'(x)$		$+$	0	$-$	$+$
$h(x)$			$\ln 2$		
	$-\infty$		$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$

3 المنحنى البياني (C_h) :

✓ لتكن الدالة F المعرفة على $2 \left[\cup \right] 2, +\infty[$ ، $F(x) = h(x-2) - 2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ،
 1 يتم إنشاء (C_F) المنحنى البياني لـ $F(x)$: بانسحاب (C_h) بيان الدالة h بشعاع قدره : $\vec{v}\left(\frac{2}{-2}\right)$
التمرين الثاني:

(I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة التالية : $g(x) = (a-2x)e^{x+1} + b$
 1 عين العددين الحقيقيين a و b : لدينا g هي حل للمعادلة التفاضلية (E) : يعني أن : $g'(x) - g(x) = -2e^{x+1} - 2$
 أي : $-2e^{x+1} + (a-2x)e^{x+1} - [(a-2x)e^{x+1} + b] = -2e^{x+1} - 2$
 ومنه $-2e^{x+1} - b = -2e^{x+1} - 2$ وبالمطابقة نجد : $b = 2$
 ولدينا : المنحنى (C_g) يقبل مماس معامل توجيهه 1 عند النقطة التي فاصلتها $(x = -1)$: يعني أن : $g'(-1) = 1$
 حيث : $g'(x) = -2e^{x+1} + (a-2x)e^{x+1} = (a-2-2x)e^{x+1}$ ومنه : $(a-2-2(-1))e^{-1+1} = 1$
 إذن : $a = 1$ وبالتالي : $g(x) = (1-2x)e^{x+1} + 2$
 1 دراسة اتجاه تغير الدالة g : g دالة معرفة على $\mathbb{R}$: $g(x) = (1-2x)e^{x+1} + 2$

• نحسب نهايات الدالة g :
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} ((1-2x)e^{x+1} + 2) = 2$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} ((1-2x)e^{x+1} + 2) = -\infty$
 $g'(x) = (-1-2x)e^{x+1}$
 • نحسب الدالة المشتقة وندرس إشارتها :
 لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $g'(x) = 0$ إذا كان : $(-1-2x) = 0$ أي $x = -\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	2	$g\left(-\frac{1}{2}\right)$	$-\infty$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-

اذن:

ومنه:

ب اثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا بحيث $\alpha \in]0.68, 0.69[$:
 • الدالة g دالة معرفة ومستمرة ومتناقصة تماما على $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ اذن فهي حتما معرفة ومستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[0.68, 0.69]$

• ولدينا $\begin{cases} g(0.68) = 0.0683 \\ g(0.69) = -0.0594 \end{cases}$ أي $g(0.68) \times g(0.69) < 0$

• اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا حيث $\alpha \in]0.68, 0.69[$ استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

(II) نعتبر الدالة f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة التالية : $f(x) = 1 + \frac{4x+2}{1+e^{x+1}}$

(1) $\hat{=}$ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$

$$f'(x) = \frac{4(1+e^{x+1}) - e^{x+1}(4x+2)}{(1+e^{x+1})^2} = \frac{4+4e^{x+1}-4xe^{x+1}-2e^{x+1}}{(1+e^{x+1})^2} = \frac{2e^{x+1}-4xe^{x+1}+4}{(1+e^{x+1})^2} = \frac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$$

ب استنتاج إشارة الدالة f' على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-
$f'(x)$	+	0	-

(2) بين أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 1$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$

لدينا $f(\alpha) = 1 + \frac{4\alpha+2}{1+e^{\alpha+1}} \dots \dots \dots (1)$
 ولدينا : $g(\alpha) = (1-2\alpha)e^{\alpha+1} + 2 = 0$ إذن :

بالتعويض (2) في (1) نجد (1) $f(\alpha) = 1 + \frac{4\alpha+2}{1+\frac{-2}{1-2\alpha}} \dots \dots \dots (1)$ و بعد توحيد المقامات والتبسيط نجد : $f(\alpha) = \frac{8\alpha^2+2\alpha-1}{1+2\alpha}$
 وباستعمال القسمة الاقليدية نجد : $f(\alpha) = \frac{(1+2\alpha)(4\alpha-1)}{(1+2\alpha)}$ ومنه $f(\alpha) = 4\alpha - 1$

• حصر $f(\alpha)$: لدينا $0.68 \leq \alpha \leq 0.69$

بضرب طرفي المتباينة في العدد (4) نجد : $4(0.68) \leq 4\alpha \leq 4(0.69)$

بإضافة العدد (-1) إلى الطرفين نجد : $4(0.68) - 1 \leq 4\alpha - 1 \leq 4(0.69) - 1$

$1.72 \leq f(\alpha) \leq 1.76$

ومنه نستنتج أن :

(3) أ/ التحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (4x+3) = \frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$

$f(x) - (4x+3) = \frac{4x+2}{1+e^{x+1}} - 4x - 2 = \frac{4x+2-4x-4xe^{x+1}-2-2e^{x+1}}{1+e^{x+1}} = \frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$

ب/ حساب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x+3)]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 1]$ ثم تفسير النتائج هندسيا :

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x+3)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{-2e^{x+1}-4xe^{x+1}}{1+e^{x+1}} \right] = 0$

ومنه نستنتج أن $y = 4x + 3$ هي معادلة لمستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 1] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{4x+2}{1+e^{x+1}} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{4+\frac{2}{x}}{1+\frac{1}{e^{x+1}}} \right] = 0$

ومنه نستنتج أن $y = 1$ هي معادلة لمستقيم مقارب أفقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$

(4) ادرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = 4x + 3$

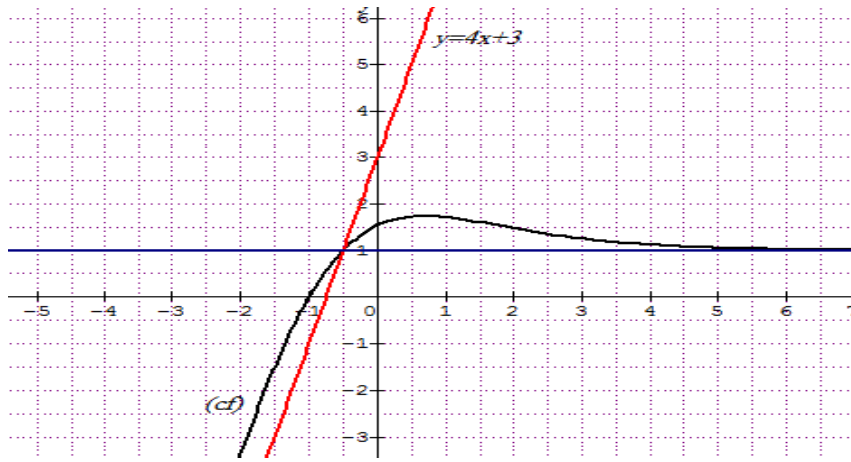
نحل المعادلة : $f(x) - (4x+3) = 0$ أي $\frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}} = 0$ ويتحقق ذلك إذا كان $(-2-4x) = 0$ أي $x = -\frac{1}{2}$

m	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) - y$	+	0	-
الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في $(-\frac{1}{2}, f(-\frac{1}{2}))$	(C_f) تحت (Δ)

(5) شكل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$		$f(\alpha)$	
	$-\infty$		1

(6) ارسم المستقيمات المقاربة والمنحنى البياني (C_f) :

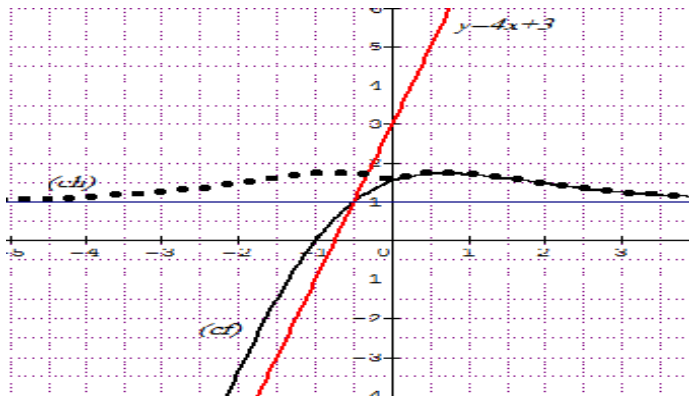


(III) لتكن الدالة h دالة معرفة على R بالعلاقة التالية : $h(x) = 1 + \frac{4|x|+2}{1+e^{|x|+1}}$

(1) إثبات أن الدالة h دالة زوجية :

$$h(-x) = 1 + \frac{4|-x|+2}{1+e^{-|x|+1}} = 1 + \frac{4|x|+2}{1+e^{|x|+1}} = h(x) \quad \text{لأن } |-x| = |x| \text{ ومنه } h(x) \text{ دالة زوجية}$$

(2) كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم رسم (C_h) التمثيل البياني للدالة h في نفس المعلم السابق :



$$h(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4x+2}{1+e^{x+1}} = f(x) & , x \geq 0 \\ 1 + \frac{2-4x}{1+e^{1-x}} = f(-x) & , x < 0 \end{cases}$$

(3) المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $e^{|x|+1} + 4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - 1$

$$e^{|x|+1} + 4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - 1 \quad \text{لدينا:}$$

$$4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - (1 + e^{|x|+1}) \quad \text{أي : } 4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - 1 - e^{|x|+1}$$

$$\frac{4|x|+2}{(1+e^{|x|+1})} + 1 = -m \quad \text{أي : } \frac{4|x|+2}{(1+e^{|x|+1})} = -m - 1 \quad \text{نجد : } (1 + e^{|x|+1})$$

$$h(x) = -m \quad \text{وبالتالي المعادلة تصبح:}$$

المناقشة

- لا تقبل حل $h(x) = -m$ المعادلة $m \in]-\infty, -f(\alpha)[$
- تقبل حلين مضاعفين احدهما موجب α والآخر سالب $-\alpha$ $h(x) = -m$ المعادلة $m = -f(\alpha)$
- تقبل أربعة حلول حلين موجبين وحلين سالبين $h(x) = -m$ المعادلة $m \in]-f(\alpha), -f(0)[$
- تقبل ثلاثة حلول حل معدوم وحل موجب وآخر سالب $h(x) = -m$ المعادلة $m = -f(0)$
- تقبل حلين احدهما موجب والآخر سالب $h(x) = -m$ المعادلة $m \in]-f(0), -1[$
- لا تقبل حل $h(x) = -m$ المعادلة $m \in [-1, +\infty[$

التمرير الأول :

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln\left(\frac{1}{1-x}\right)}{1-x}$ هي : (أ) $+\infty$ ، (ب) $-\infty$ ، (ج) 0 .

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\frac{x+1}{x} \right)$: (أ) 0 ، (ب) -1 ، (ج) $+\infty$

3. للمعادلة: $\ln(2x+4) + \ln(3-x) = 2\ln 3$ - (أ) حل واحد ، (ب) - حلين (ج) - ليس لها حلول في IR .
التمرين الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بالعلاقة :

$$\begin{cases} f(x) = x \ln \left(\frac{x^2 + 1}{x^2} \right) : x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1. بين أن : $f(x) = x \ln(x^2 + 1) - 2x \ln x$. مستتجا أن : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$. ماذا تستنتج ؟

2. احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ثم فسر ذلك هندسياً.

التمرين الثالث :

الجزء الأول : f الدالة العددية المعرفة على $IR - \{-1\}$ كمايلي : $f(x) = x + 1 + \frac{e^{x+1}}{2(e^{x+1} - 1)}$

ونسـمي (C_f) تمثـيلها البـياني في معلـم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها.

2. (أ) - حل في IR المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $2e^{2x+2} - 5e^{x+1} + 2 = 0$

3. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ فإن $f(x) = x + \frac{3}{2} + \frac{1}{2(e^{x+1} - 1)}$ واستنتج أن للمنحنى (C_f)

مستقيمين مقاربين مائلين ومستقيم مقارب عمودي يطلب تعيين معادلاتها .
الجزء الثاني :

1. حدد وضعية المنحنى (C_r) بالنسبة لكل من المقاريبين المائلين (Δ_1) بجوار $-\infty$ و (Δ_2) بجوار $+\infty$

2. تحقق من أن $f(-2-x) + f(x) = \frac{1}{2}$ وذلك من أجل $x \in D_f$ و $-2-x \in D_f$. ماذا تستنتج؟

3. نعتبر المستقيم (d) ذو المعادلة $y = ax + b$. عين a و b حتى يمس المستقيم (d) المنحنى (C_f) عند نقطة التقاطع مع حامل محور الترتيب .

4. ارسم المستقيم (d) والمنحنى (C_f) في المعلم السابق.

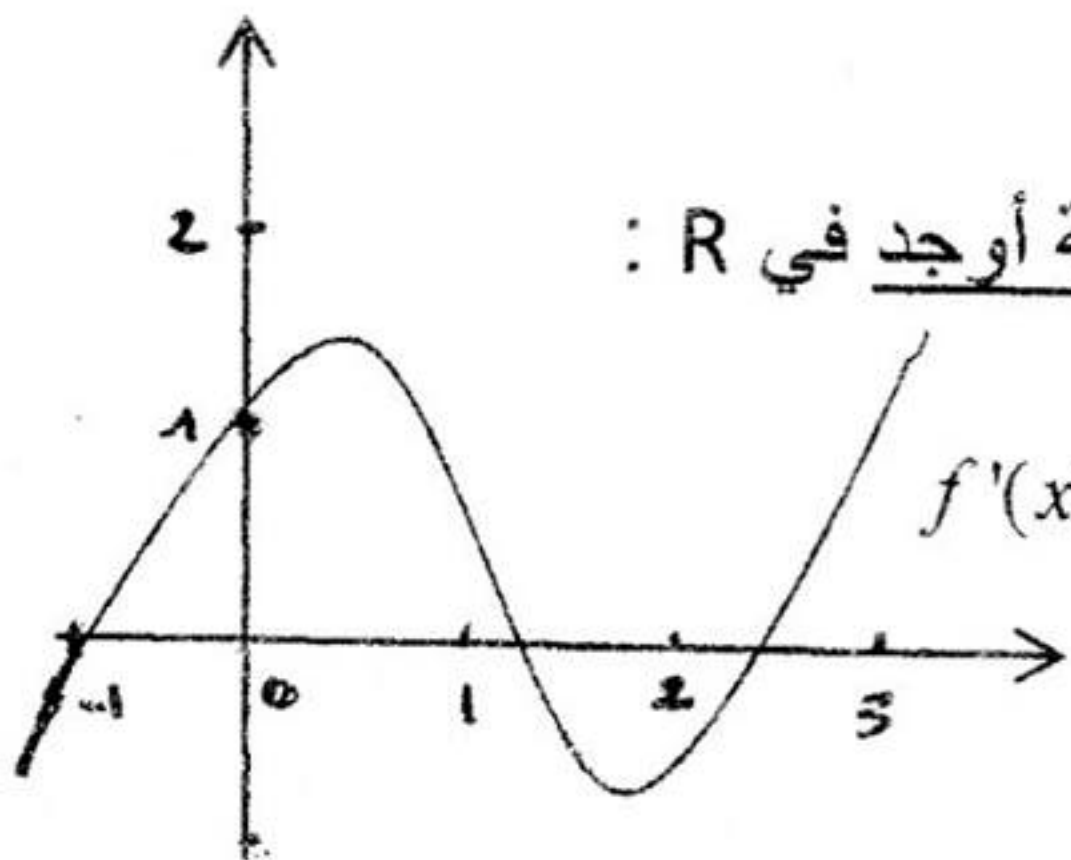
5. نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعلاقة $h(x) = \ln[f(x)]$. دون حساب الدالة المشتقة عين جهة تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

بتاريخ: 2015|11|29

إختبار في مادة الرياضيات للفصل الأول

أستاذ المادة : عالم

التمرين الأول (4,5 ن)



ليكن (C_f) منحنى دالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ الممثل بالشكل المقابل , بقراءة بيانية أوجد في $\mathbb{R}$:

(1) حلول المعادلات $f(x) = 1$, $f(x) = 0$, $f'(x) = 0$, و المتراجحتين $f'(x) < 0$, $f(x) < 0$

(2) أوجد النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

التمرين الثاني (5,5 ن)

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = \begin{cases} x \ln |x|; & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$

(1) أدرس استمرارية وقابلية الاشتقاق للدالة f عند الفاصلة $x = 0$

(2) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها

(3) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

التمرين الثالث (10 ن)

(I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (2-x)e^x - 1$

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}$ α و β حيث $-1.2 < \alpha < -1.1$ و $1.8 < \beta < 1.9$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

(II) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في $M(0; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$ واستنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$, $f(\beta)$ أحسب $f(1)$ ثم أرسم المنحنى (C_f)

الاختبار الاول في مادة الرياضيات

المدة : ساعتين

المستوى : 3 علوم تجريبية وتقني رياضي

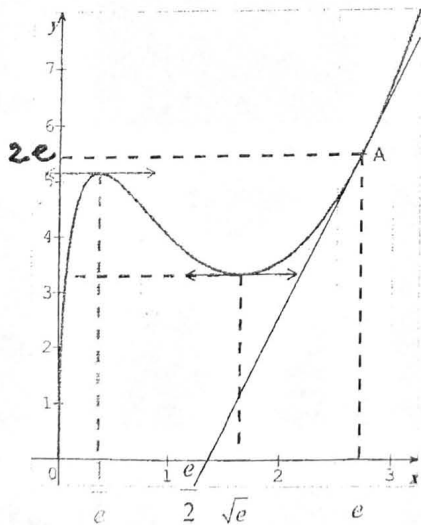
تمارين الاول

I. نعتبر الدالة g المعرفة على IR بـ $g(x) = e^{\frac{x}{2}} - e^x + 2$.1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.2. عين نقاط تقاطع المنحني (C_g) مع محوري الاحداثيات.3. عين الوضع النسبي لـ (C_g) بالنسبة إلى المستقيم المقارب الافقي .4. أنشئ المنحني (C_g) .5. استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـ $f(x) = [g(x)]^2$.(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.1. أكتب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .2. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها .III. نعتبر الدالة h المعرفة على IR بـ $h(x) = g(-x^2)$.1. باستعمال نهاية ومشتقة الدالة المركبة ادرس تغيرات الدالة h وشكل جدول تغيراتها2. أنشئ (C_h) في نفس المعلم3. ناقش بيانيا عدد وإشارة حلول المعادلة $h(x) = m$.

التمرين الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$. في الشكل الموالي مرسوم تمثيلها البياني $\mathcal{C}$ في معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$ و مماسه عند النقطةA التي فاصلتها e يقطع محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها $\frac{e}{2}$.نقبل أن $f(x) = 2x(a(\ln x)^2 + b \ln x + c)$ ، حيث a ، b و c أعداد حقيقية .1. احسب $f'(x)$ بدلالة a ، b و c .2. باستعمال المعلومات المتوفرة في الشكل، عين $f'(\frac{e}{2})$ ، $f'(\sqrt{e})$ و $f'(e)$.3. استنتج أن $f(x) = 2x(2(\ln x)^2 - 3 \ln x + 2)$.4. عين نهاية f عند 0 (يمكن وضع $t = -\ln x$)5. عين نهاية f عند $+\infty$.6. بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ ،

$$f'(x) = 2(\ln x + 1)(2 \ln x - 1)$$

7. ادرس إشارة $f'(x)$ و شكل جدول تغيرات f .

امتحان الفصل الأول في مادة: الرياضيات

التمرين الأول:

عين مجموعة حلول كل مما يلي:

$$2.e^x - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{e^x}{2.e^x - 1} > 1 \quad (2)$$

$$x - \ln(2.e^x - 1) > 0 \quad (3)$$

التمرين الثاني:

لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بواسطة المنحنى (C) الموالي:

(Δ) هو المماس للمنحنى (C) عند النقطة $A(1 ; 2)$

(1) شكل جدول تغيرات الدالة f

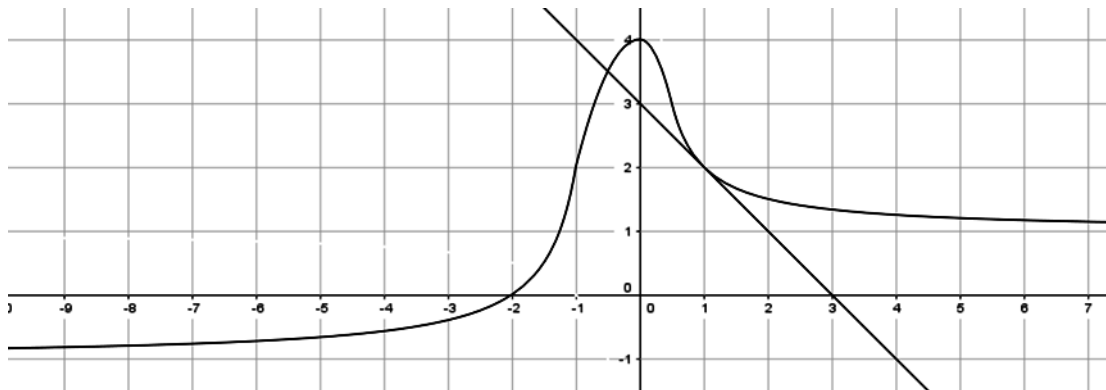
(2) جد معادلة المماس (Δ)

(3) عين عدد و إشارة حلول المعادلة : $e^x - f(x) = 0$

(4) لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (f(x))^2$

(أ) عين $g'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

(ب) عين معادلة المماس لـ: (D) لمنحنى الدالة g عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$



التمرين الثالث:

(I) لتكن g دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = -1 + x \cdot \ln(x)$

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) أثبت أن $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا a يحقق $1,76 < a < 1,77$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x

(II) لتكن f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x - \ln(x)}{1+x}$

(C_f) منحنى الدالة f

(1) عين نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة التعريف ، ماذا تستنتج؟

(2) بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x \cdot (1+x)^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) عين نقطة تقاطع (C_f) مع المستقيم (D) ذو المعادلة : $y = 1$

(4) بين أن $f(a) = 1 - \frac{1}{a}$ ، ثم عين حصرا للعدد $f(a)$

(5) أرسم (C_f)

(6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(1-m) \cdot x - m - \ln(x) = 0$