

ملاحظة

كَمْ تُمنَحُ نُقْطَةً وَاحِدَةً عَلَى تَنْظِيمِ وَرَقَةِ الْإِجَابَةِ

السُّؤَالُ النَّظَرِي: (نُقْطَةً وَاحِدَةً)

علما أنَّ الدالة "ln" مستمرة وقابلة للإشتقاق على $[0; +\infty[$.

أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty[$, $\ln'(x) = \frac{1}{x}$.

التمرين الأول: (03 نقاط): أجب بـ: صحيح أو خطأ مع التبرير.

1- من أجل كل x من $\mathbb{R}_+^*$, و من أجل كل n من $\mathbb{Q}$, $\ln(\ln((x)^{(2)^{(-n)}})) = -n \ln 2 + \ln(\ln(x))$.

2- من أجل كل x من $[-1; 0[$, $e^{\ln(|x|)} = \frac{1}{x}$.

3- لدينا: n عدد طبيعي غير معدوم و x عدد حقيقي من $]\frac{\pi}{2}; 0[$.

إذا كان: $\begin{cases} \log(\sin x) + \log(\cos x) = -1 \\ \log(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(-1 + \log n) \end{cases}$ فإن: $n = 12$.

التمرين الثاني: (08 نقاط):

في الشكل المقابل، C_f هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \frac{4x}{1+x}$ ولدينا $\Delta: y = x$.

I- تحقق أنَّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; 3]$.

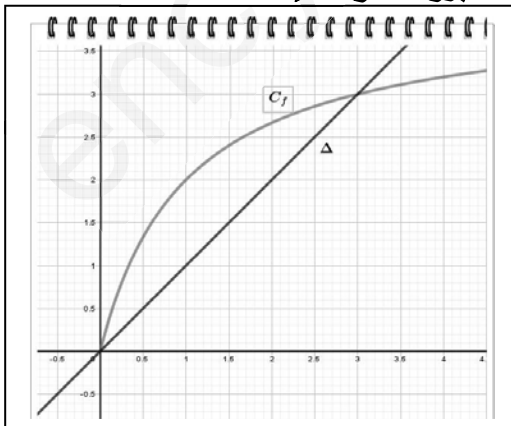
II- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n , $u_{n+1} = \frac{4u_n}{1+u_n}$.

(1) أعد رسم الشكل ثم مثل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها، مبرزاً خطوط الإنشاء.

(2) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

(3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $0 < u_n < 3$.

(4) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.



III- (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n}$.

(1 - أ) بين أنَّ المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

(1 - ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{3}{1 + 2\left(\frac{1}{4}\right)^n}$.

(2) عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n = -\frac{341}{128}$.

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{3}{u_0} + \frac{3}{u_1} + \frac{3}{u_2} + \dots + \frac{3}{u_n}$.

(3 - أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = \frac{8}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right) + n + 1$.

(3 - ب) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{S_n}{n}\right)$.

(3 - ج) أدرس إتجاه تغير المتتالية (S_n).

التمرين الثالث (07نقاط):

الجزء الأول:

g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = e^x(2-x) - 2$. C_g تمثيلها في معلم متعامد و متجانس.

(1) أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

(2) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أنَّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.5 < \alpha < 1.6$.

(4) أحسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة الدالة g على $\mathbb{R}$.

(5) بين أن معادلة المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة α تُكتب على الشكل: $y = \frac{2(1-\alpha)}{(2-\alpha)}(x-\alpha)$.

(6) لتكن الدالة العددية h المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي: $h(x) = |g(x)|$.

- بين أنَّ الدالة h غير قابلة للاشتقاق عند $x_0 = \alpha$.

الجزء الثاني:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{e^x - 1}; x \neq 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$.

(1) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$. ثم برّر أنها مستمرة على $\mathbb{R}$.

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أنَّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x) = \frac{xg(x)}{(e^x - 1)^2}$.

(4) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(5) بين أنَّ: $f(\alpha) = \alpha(2-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(6) أنشئ C_f منحنى الدالة f في معلم متعامد و متجانس.

(7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = e^{-m}$.

الأستاذ: زبدرة يتمنى النجاح للجميع

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

يوم 02 ديسمبر 2018

المستوى: الثالثة علوم تجريبية

التمرين الأول

اختيار من متعدد: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التبرير.
 (1) نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $(E'): e^{2x} + 5e^x + 6 = 0$
 مجموعة حلول المعادلة (E') هي :

(أ) $S = \{-2; -3\}$	(ب) $S = \{-\ln 2; -\ln 3\}$	(ج) $S = \emptyset$ مجموعة خالية
----------------------	------------------------------	----------------------------------

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^x}{x}$ هذه النهاية بعد ازالة حالة عدم التعيين تساوي :

(أ) $l = 5$	(ب) $l = 4$	(ج) $l = 0$
-------------	-------------	-------------

(3) نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $(E): 3^{x+3} = 27$
 مجموعة حلول المعادلة (E) هي :

(أ) $S = \{\ln 3\}$	(ب) $S = \{3\}$	(ج) $S = \{0\}$
---------------------	-----------------	-----------------

(4) عبارة الدالة المشتقة الأولى f' للدالة f حيث، $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$ من أجل x من $\mathbb{R}$ هي :

(أ) $f'(x) = (\ln 2) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$	(ب) $f'(x) = -(\ln 2) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$	(ج) $f'(x) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$
---	--	---

التمرين الثاني

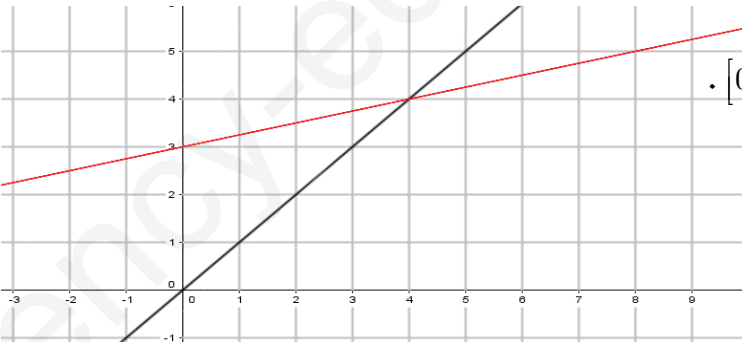
المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

f الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$ ، وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها، (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (أنظر الشكل المقابل)

(I) تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$.

(II) (u_n) متتالية معرفة بحددها الأول $u_0 = 0$

و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.



(1) (أ) أنقل الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

(2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 4$.

(3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، هل هي متقاربة؟

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln(4 - u_n)$.

(أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(ب) عبّر عن v_n ثم عن u_n بدلالة n .

(ج) ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟

(5) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المجموع S_n و الجداء P_n المعرفين كما يلي : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و

$$P_n = (4 - u_0) \times (4 - u_1) \times \dots \times (4 - u_n)$$

أحسب بدلالة n المجموع S_n ثم استنتج الجداء P_n

التمرين الثالث:

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = \frac{x-2}{x} + \ln x$

(1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]1, 4; 1, 5[$.

(3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = 1 + (x-2)\ln(x)$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند 0 وعند $+\infty$ ثم فسر النهاية عند الصفر هندسياً .

(2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = g(x)$.

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) (أ) بين أن : $f(\alpha) = 1 - \frac{(\alpha-2)^2}{\alpha}$ ثم أعط قيمة مقربة لـ $f(\alpha)$ من أجل $\alpha \approx 1,45$

(4) ليكن (T_{x_0}) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة M_0 ذات الفاصلة x_0 .

(أ) عين x_0 إذا علمت أن المماس (T_{x_0}) يمر بالنقطة $A(2; 0)$

(ب) استنتج أن (C_f) يقبل مماسين يمران بالنقطة A ثم أكتب معادلة ديكارتية لكل منهما .

(5) أنشئ كل من المماسين والمنحنى (C_f)

(6) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]-\infty; 0[$ بما يلي : $h(x) = f(-x)$

إشرح كيفية الحصول على التمثيل البياني (C_h) انطلاقاً من (C_f) ثم أنشئ (C_h) .

الجزء الثالث:

نعتبر المستقيمات (d_m) المعطاة بالمعادلة الديكارتية $y = mx - 2m$ حيث m وسيط حقيقي .

(أ) تحقق أن (d_m) يمر بالنقطة $A(2; 0)$.

(ب) ناقش بياناً تبعاً لقيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx - 2m$

بالتوفيق ☺ والنجاح ☺ في شهادة البكالوريا 2019 🌸 🌸 🌸

لأساتذة

الإجابة النموذجية

التمرين الأول:

✎ إختيار من متعدد : إختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التبرير.

- (1) لدينا في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $(E') : e^{2x} + 5e^x + 6 = 0$ نضع في $e^x = t$ تكافئ $t = e^x = -2$ و منه مميز المعادلة ذات المجهول الحقيقي t ، $\Delta = 1$ أي أن $t = e^x = -3$ والحلان مرفوضان و منه مجموعة حلول المعادلة (E') هي: $S = \emptyset$

(2) هذه النهاية بعد ازالة حالة $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^x \left(\frac{e^{4x} - 1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} 4e^x \left(\frac{e^{4x} - 1}{4x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} 4e^x \times 1 = 4$ $l = 4$: تساوي

- (3) لدينا في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $e^{(x+3)\ln 3} = 27$ تكافئ $(x+3)\ln 3 = \ln 27$ تكافئ $(x+3)\ln 3 = 3\ln 3$ تكافئ $x+3 = 3$ تكافئ $x = 0$ مجموعة حلول المعادلة (E) هي: $S = \{0\}$

(4) عبارة الدالة المشتقة الأولى f' للدالة f حيث، $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$ من أجل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

و منه $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} = e^{(-x+1)\ln \frac{1}{2}}$ و منه f' للدالة f :

$f'(x) = -\left(\ln \frac{1}{2}\right) e^{(-x+1)\ln \frac{1}{2}} = (\ln 2) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$

التمرين الثاني:

التحقق أن f متزايدة على $[0; +\infty[$ لدينا $f'(x) = \frac{1}{4} > 0$ ،

و منه الدالة f متزايدة على $[0; +\infty[$.

(II) (أ) تمثيل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 : (أنظر الشكل المقابل)
(ب) التخمين :

نلاحظ أن المتتالية (u_n) متزايدة ،

و تتقارب حدودها نحو فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(2) البرهان أن: $0 \leq u_n \leq 4$:

نضع : $P(n) : 0 \leq u_n \leq 4$

المرحلة 1: من أجل $n = 0$ لدينا $u_0 = 0$ أي : $1 \leq u_0 \leq 5$ و منه $P(0)$ محققة .

المرحلة 2: نفرض صحة $P(n)$ و نبرهن صحة $P(n+1)$ من أجل كل عدد طبيعي n . أي نفرض أن

$$0 \leq u_n \leq 4 \text{ صحيحة و نبين أن } 0 \leq u_{n+1} \leq 4 .$$

- لدينا فرضاً أن: $0 \leq u_n \leq 4$ ، وبما أن f متزايدة على $[0; 4]$ ، فإن: $f(0) \leq f(u_n) \leq f(4)$ ، أي :

$$0 \leq u_{n+1} \leq 4 . \text{ ومنه : } 3 \leq u_{n+1} \leq 4 . \text{ وأخيراً الخاصية } P(n) \text{ محققة من أجل كل عدد طبيعي } n .$$

(3) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها:

من أجل كل عدد طبيعي n ندرس إشارة الفرق : $u_{n+1} - u_n$:

$$\text{لدينا: } u_{n+1} - u_n = \frac{1}{4}u_n + 3 - u_n = -\frac{3}{4}u_n + 3$$

$$\text{تكافئ } u_{n+1} - u_n \geq 0$$

بعد الدراسة نلاحظ أنه على المجال $[0; 4]$: $u_{n+1} - u_n \geq 0$ ، ومنه المتتالية (u_n) متزايدة .

- بما أن المتتالية (u_n) متزايدة و محدودة من الأعلى ، فهي متقاربة .

(3أ) بيان أن (v_n) متتالية حسابية:

$$\text{لدينا: } v_n = \ln(4 - u_n) , \text{ أي :}$$

$$v_{n+1} = \ln(4 - u_{n+1}) = \ln(4 - \frac{1}{4}u_n - 3) = \ln(1 - \frac{1}{4}u_n) = \ln(\frac{1}{4})(4 - u_n) = -\ln 4 + \ln(4 - u_n) = v_n - \ln 4$$

ومنه : $v_{n+1} - v_n = -\ln 4$ ، إذن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $r = -\ln 4$ ، وحدها الأول :

$$v_0 = \ln(4 - u_0) = \ln(4 - 0) = \ln 4$$

(ب) التعبير عن v_n بدلالة n و u_n بدلالة n :

$$\text{- عبارة } v_n : v_n = v_0 + nr = \ln 4 - n \ln 4 = (\ln 4)(-n + 1) , \text{ أي :}$$

$$\text{- عبارة } u_n : \text{لدينا } v_n = \ln(4 - u_n) \text{ أي : } e^{v_n} = 4 - u_n \text{ أي : } 4 - e^{v_n} = u_n \text{ أي : } u_n = 4 - e^{\ln 4(-n+1)}$$

(ج) حساب نهاية المتتالية (u_n) :

$$\text{نعلم أن : } \lim_{n \rightarrow +\infty} (4 - e^{\ln 4(-n+1)}) = 4 , \text{ لأن : } \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{\ln 4(-n+1)} = 0 , \text{ ومنه : } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4 .$$

(5) حساب المجموع S_n :

لدينا :

$$.. + v_n = \frac{(n+1)(v_0 + v_n)}{2} = \frac{(n+1)(\ln 4 + \ln 4(-n+1))}{2} = \frac{(n+1)(2\ln 4 - 2n\ln 2)}{2} = (n+1)(2\ln 2 - n\ln 2)$$

$$\text{حساب الجداء } p_n : P_n = (4 - u_0) \times (4 - u_1) \times \dots \times (4 - u_n) : \text{نعلم أن : } 4 - e^{v_n} = u_n \text{ أي :}$$

$$P_n = (4 - (4 - e^{v_0})) \times (4 - (4 - e^{v_1})) \times \dots \times (4 - (4 - e^{v_n})) = e^{v_0} \times e^{v_1} \times \dots \times e^{v_n} = e^{v_0 + v_1 + \dots + v_n}$$

$$P_n = e^{S_n} = e^{\ln 2(n+1)(2-n)} = (2)^{(n+1)(2-n)}$$

التمرين الثالث:

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = \ln x + \frac{x-2}{x}$.

(1) حساب النهايات :

$$\begin{aligned} & \cdot \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-2}{x} = -\infty \end{cases} \text{ لأن : } \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty \quad \checkmark \\ & \cdot \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1 \end{cases} \text{ لأن : } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \quad \checkmark \end{aligned}$$

(2) دراسة تغيّرات الدالة g و تشكيل جدول تغيّراتها :

جدول التغيّرات :

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

الدالة المشتقة :

الدالة g قابلة للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ ،

ودالتها المشتقة هي : $g'(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$.

نلاحظ أن : $g'(x) > 0$ من أجل كل x من $]0; +\infty[$.

إذن الدالة g متزايدة تماماً على $]0; +\infty[$.

(3) بيان أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $1,4 < \alpha < 1,5$:

الدالة g مستمرة ورتيبة على $]0; +\infty[$ ، إذن هي مستمرة ورتيبة على المجال $[1,4; 1,5]$.

وبما أن : $\begin{cases} g(1,4) = -0,09 \\ g(1,5) = 0,07 \end{cases}$ أي : $g(1,4) \times g(1,5) < 0$ ، إذن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α

حيث : $1,4 < \alpha < 1,5$.

✓ إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]0; +\infty[$: نلخص الإشارة في الجدول التالي :

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$		-	+

من أجل $x \geq \alpha$ يكون $g(x) \geq g(\alpha)$ ، أي : $g(x) \geq 0$.

من أجل $0 < x < \alpha$ يكون $g(x) < g(\alpha)$ ، أي : $g(x) < 0$.

الجزء الثاني : f دالة معرفّة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = 1 + (x - 2) \ln x$.

(1) حساب النهايات :

$$\cdot \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} (x - 2) = -2 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty \end{cases} : \text{لأن} , \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} [1 + (x - 2) \ln x] = +\infty \quad \checkmark$$

التفسير الهندسي : المنحني (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً عمودياً معادلته $x = 0$.

$$\cdot \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \end{cases} : \text{لأن} , \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [1 + (x - 2) \ln x] = +\infty \quad \checkmark$$

(2) دراسة اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول تغيّراتها :

✓ الدالة المشتقة : الدالة f تقبل الإشتقاق على $]0; +\infty[$ ، ودالتها المشتقة هي :

$$\cdot f'(x) = g(x) : \text{ومنه} , f'(x) = \ln x + \frac{x-2}{x} : \text{أي} , f'(x) = \ln x + \frac{1}{x}(x-2)$$

إذن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

✓ جدول التغيّرات :

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$		$\circ$	
		-	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

(3) بيّن أن : $f(\alpha) = 1 - \frac{(\alpha - 2)^2}{\alpha}$ ، ثم أعط قيمة مقربة لـ $f(\alpha)$ من أجل $\alpha \approx 1,45$.

$$\cdot \ln \alpha = -\frac{\alpha - 2}{\alpha} : \text{ومنه} , \ln \alpha + \frac{\alpha - 2}{\alpha} = 0 : \text{أي} , g(\alpha) = 0$$

نحسب الآن $f(\alpha)$: $f(\alpha) = 1 + (\alpha - 2) \ln \alpha$: أي : $f(\alpha) = 1 + (\alpha - 2)(-\frac{\alpha - 2}{\alpha})$ ، ومنه :

$$f(\alpha) = 1 - \frac{(\alpha - 2)^2}{\alpha} . \text{ وهو المطلوب .}$$

✓ من أجل $\alpha \approx 1,45$ ، يكون : $f(\alpha) \approx 0,8$.

(4) (T_{x_0}) هو المماس للمنحني (C_f) عند النقطة M_0 ذات الفاصلة x_0 :

أ) كتابة معادلة المماس $(T_{x_0}) : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.

ب) بما أن (T_{x_0}) يشمل النقطة $A(2;0)$ فيكون لدينا : إحداثياها يحققان معادلة المماس (T_{x_0}) .

$$\text{أي : } 0 = f'(x_0)(2 - x_0) + f(x_0) \text{ ، أي : } 0 = \left[\ln x_0 + \frac{x_0 - 2}{x_0} \right] (2 - x_0) + 1 + (x_0 - 2) \ln x_0 \text{ ، ومنه :}$$

$$0 = (x_0 - 2) \left[\ln x_0 - \left(\ln x_0 + \frac{x_0 - 2}{x_0} \right) \right] + 1 \text{ ، أي : } 0 = (x_0 - 2) \left[-\frac{x_0 - 2}{x_0} \right] = -1 \text{ ، ومنه :}$$

$$-\frac{(x_0 - 2)^2}{x_0} = -1 \text{ ، أي : } -(x_0 - 2)^2 = -x_0 \text{ ، أي : } (x_0 - 2)^2 = x_0 \text{ ، أي : } x_0^2 - 4x_0 + 4 - x_0 = 0 \text{ ، ومنه :}$$

$$x_0^2 - 5x_0 + 4 = 0 \text{ ، معناه أن : } x_0 = 1 \text{ ، أو } x_0 = 4$$

ج) إذن المنحني (C_f) يقبل مماسين يمران بالنقطة A :

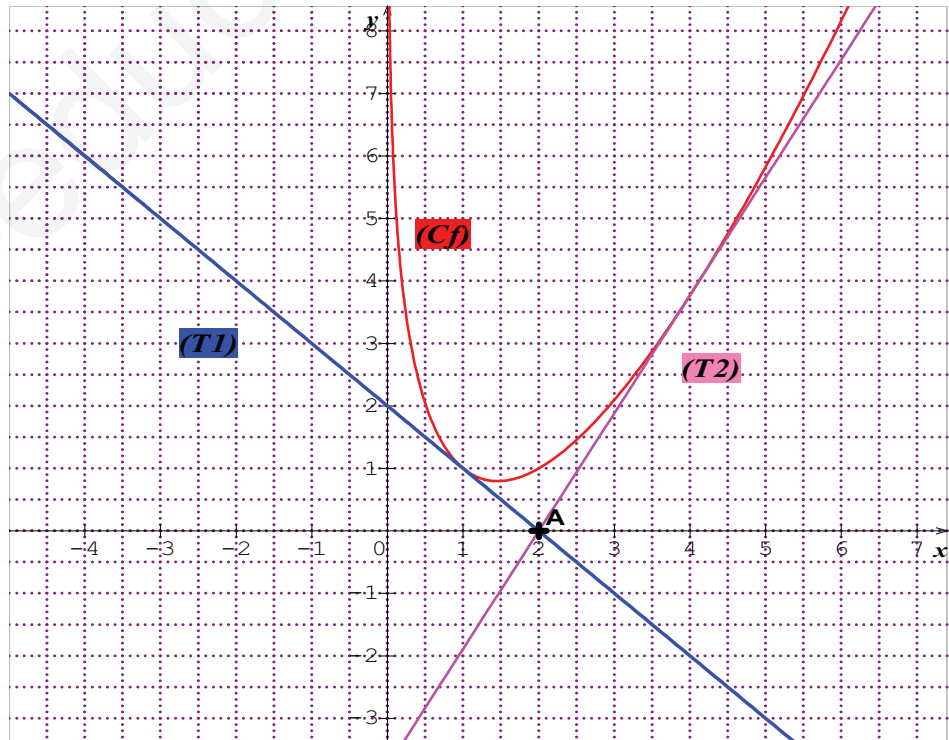
✓ المماس الأول يمس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

✓ المماس الثاني يمس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 4 .

1) معادلة المماس الأول : $(T_1) : y = f'(1)(x - 1) + f(1)$ ، ومنه : $y = -x + 2$.

2) معادلة المماس الثاني : $(T_2) : y = f'(4)(x - 4) + f(4)$ ، ومنه : $y = (\ln 4 + \frac{1}{2})x - 2\ln(4) - 1$.

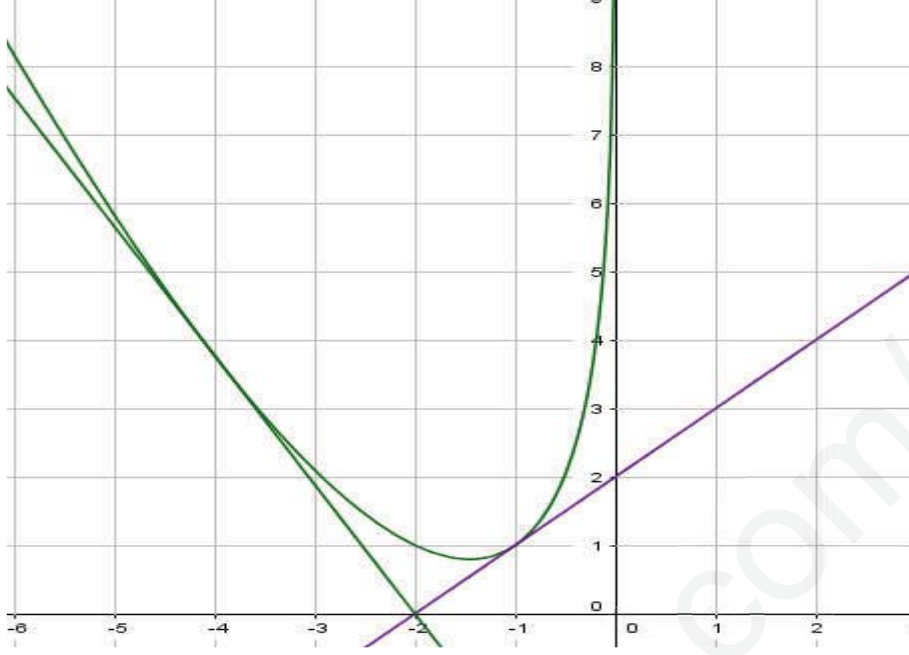
5) رسم المماسين والمنحني (C_f) :



(6) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]-\infty; 0[$ بما يلي : $h(x) = f(-x)$

(C_h) نظير (C_f) بالنسبة لحامل محور الترتيب

رسم المماسين والمنحني (C_h)



الجزء الثالث : $(d_m) : y = mx - 2m$.

(أ) التحقق أن : (d_m) يمر بالنقطة A أي : نعوض إحداثيي النقطة A في معادلة المستقيم (d_m) :

$$0 = m(2) - 2m \text{ ، إذن : } (d_m) \text{ يشمل النقطة } A .$$

(ب) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة $f(x) = mx - 2m$:

عدد حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم (d_m) .

المستقيم (d_m) يتحرك حركة دورانية حول النقطة الثابتة A .

نعلم أن المماسين (T_1) و (T_2) يمران أيضا بالنقطة A .

$$\text{لدينا : } \begin{cases} (d_m) : y = mx - 2m \\ (T_1) : y = -x + 2 \\ (T_2) : y = (\ln 4 + \frac{1}{2})x - 2 \ln(4) - 1 \end{cases} \text{ . ندرس ثلاث حالات :}$$

✓ لما : $m < 0$ ، هناك ثلاث حالات :

(1) $m < -1$ معناه أن : (d_m) يقع فوق (T_1) ، ومنه المعادلة تقبل حلين متميزين .

(2) $m = -1$ معناه أن : (d_m) هو نفسه (T_1) ، ومنه المعادلة تقبل حل وحيد هو 1 .

(3) $-1 < m < 0$ معناه أن: (d_m) يقع تحت (T_1) ، ومنه المعادلة لا تقبل حلول .

✓ لما : $m = 0$ معناه أن: $y = 0$: (d_m) ، ومنه المعادلة لا تقبل حلول .

✓ لما : $m > 0$ ، هناك ثلاث حالات :

(1) $0 < m < \ln 4 + \frac{1}{2}$ معناه أن: (d_m) يقع تحت (T_2) ، ومنه المعادلة لا تقبل حلول .

(2) $m = \ln 4 + \frac{1}{2}$ معناه أن: (d_m) هو نفسه (T_2) ، ومنه المعادلة تقبل حل وحيد هو 4 .

(3) $m > \ln 4 + \frac{1}{2}$ معناه أن: (d_m) يقع فوق (T_2) ، ومنه المعادلة تقبل حلين متميزين .

👏 🌸 🌸 في شهادة البكالوريا 2019 🌸 🌸 👏 بالتوفيق 🌸 والنجاح 🌸

السنة الثالثة

😊 زايدي علاء الدين 😊

😊 بجاخ صورية 😊

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (6ن)

اجب بصحيح او خطأ مع تبرير الاجابة

(1) حلول المعادلة $e^x - 1 = 0$ هي : $S = \{0\}$

(2) اذا كان $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 2)] = 2$ فان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = x$ بجوار $+\infty$

(3) العدد $\ln(\sqrt{2} + 1)^{2017} + \ln(\sqrt{2} - 1)^{2017}$ يساوي 2017

(4) الحل f للمعادلة التفاضلية $\sqrt{2}y' + y = 1$ والذي يحقق $f(0) = 2$ هو : $f(x) = e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}x} + 1$

التمرين الثاني (14ن)

الفرع الاول نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بالعلاقة : $g(x) = \frac{2x}{1+x} - \ln(1+x)$.

(1) ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

(2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $3,9 \leq \alpha \leq 4$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على $[0; +\infty[$

الفرع الثاني نعتبر الدالة f المعرفة على $\square$ ب : $f(x) = \frac{\ln(1+e^{2x})}{e^x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(o; \vec{i}, \vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = 1cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$.

(1) برهن أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x} = 0$ ثم عين عندئذ نهاية الدالة f عند $-\infty$

(2) بين أن $f(x) = \frac{2x}{e^x} + \frac{\ln(1+e^{-2x})}{e^x}$, عين عندئذ نهاية الدالة f عند $+\infty$

(3) بين انه من من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{-x} g(e^{2x})$, ثم عين اشارة $f'(x)$

(4) شكل جدول تغيرات الدالة f اكتب الصيغة

(5) بين ان $f\left(\frac{\ln \alpha}{2}\right) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{1+\alpha}$ و اعط قيمة مقربة للقيمة الحدية للدالة f

(6) أنشئ المنحنى (C_f)

الفرع الثالث

نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $h(x) = e^{-x} \ln\left(\frac{e^{-2x}}{1+e^{-2x}}\right)$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

(1) بين أن $h(x) + f(x) = 0$ و استنتج تحويلا بسيطا S يحول (C_f) الى (C_h)

(2) أنشئ في المعلم السابق المنحنى (C_h)

(3) ناقش حسب قيم الوسيط m حلول المعادلة $\ln\left(\frac{1}{1+e^{2x}}\right) + 4e^x = me^x$

حكمة :

"أول العلم الصمت والثاني الإستماع والثالث حفظه والرابع العمل به والخامس نشره".

بالتوفيق

إمتحان الفصل الأول لمادة الرياضيات

التمرين الأول: (08ن)

عين الاجابة الصحيحة ان وجدت مع التبرير:

(1) حلول المتراجحة $x \ln x - x \geq 0$ هي :

(أ) $[e; +\infty[$ (ب) $]0; +\infty[$ (ج) $]0; e]$

(2) الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$ تقبل محور تناظر معادلته:

(أ) $x=1$ (ب) $x=-1$ (ج) $x=2$

(3) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $\begin{cases} g(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} : x \neq 0 \\ g(0) = \alpha \end{cases}$ مستمرة على $\mathbb{R}$ يعني ان

(أ) $\alpha = 1$ (ب) $\alpha = 0$ (ج) $\alpha = 3$

(4) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ من أجل كل عدد حقيقي x :

(أ) $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$ (ب) $f(x) = x + 1 + \frac{2}{e^x + 1}$ (ج) $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$

(5) المعادلة التفاضلية من الشكل $y' = ay + b$ و التي حلها $f(x) = 3e^{-2x} + 4$ هي

(أ) $y' = -2y + 8$ (ب) $y' + 2y - 8 = 0$ (ج) $2y = y' + 8$

(6) h دالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$ المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

(أ) $1,60 < \alpha < 1,61$ (ب) $1,61 < \alpha < 1,62$ (ج) $1,59 < \alpha < 1,60$

التمرين الثالث (12ن):

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2\ln x$.

1 / ادرس تغيرات الدالة g .

2 / بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β حيث : $0.75 < \beta < 0.76$. ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$. نسمي (C_f)

المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 / أ* أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

ب* بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

2 / أ* أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$.

ب* استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3 / أ* بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، يطلب كتابة معادلة له.

ب* ارسم المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) .

4 / m عدد حقيقي، عين قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $0 = -mx + 2 + 2 \ln x \dots (E)$ حلين مختلفين موجبين.

(III) α عدد حقيقي موجب تماما. نعتبر الدالة f_α المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$f_\alpha(x) = 1 - x + \frac{\alpha}{x}(1 + \ln x)$. نسمي (C_α) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 / أثبت أن جميع المنحنيات (C_α) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثيها.

2 / نعتبر النقط $A\left(-2; \frac{4}{\alpha}\right)$ ، $B\left(1; \frac{2 \ln \alpha}{\alpha}\right)$ و $C(-2\alpha; 2\alpha - 2)$ ولتكن G_α مرجح الجملة المثقلة :

$$\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}.$$

أ* عين بدلالة α إحداثيي النقطة G_α .

ب* استنتج مجموعة النقط G_α عندما يسمح العدد α المجموعة $\mathbb{R}_+^*$.

بالتوفيق

التمرين الأول: (6 نقاط)

f دالة معرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x+3}{x+4}$ و (C_f) تمثيلها البياني كما هو في الوثيقة المرفقة.

(1) أ - بين أن الدالة f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$.

ب - بين أنه إذا كان $0 \leq x < 1$ فإن $0 \leq f(x) < 1$

(2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\square$ بـ $u_0 = 0$ و من أجل كل n من $\square$: $u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$

أ - على الوثيقة المرفقة مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 دون حساب مبينا خطوط التمثيل.

ب - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية و تقاربها.

(3) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\square$: $0 \leq u_n < 1$

ب - بين أن المتتالية متزايدة تماما ثم بين أنها متقاربة.

ج - احسب في هذه الحالة $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) (v_n) متتالية معرفة على $\square$ بـ: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$

أ - اثبت أن (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ و يطلب حساب حدها الأول v_0 .

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم عبارة الحد العام u_n .

ج - احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ بطريقة ثانية.

التمرين الثاني: (6.5 نقاط)

(I) f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 2x \left[2(\ln x)^2 - 3\ln(x) + 2 \right]$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ (يمكن وضع $\ln x = X$)

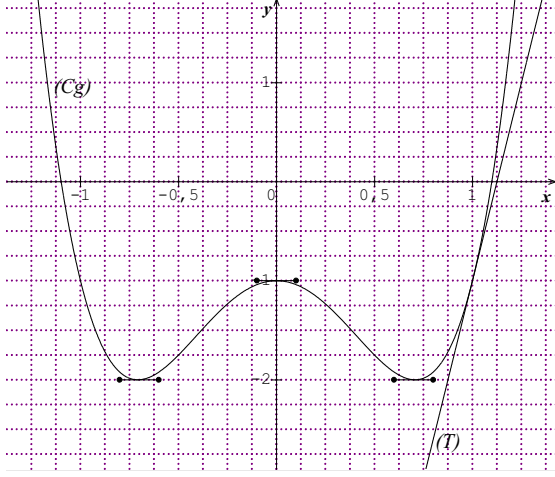
(2) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = 2 \left[\ln(x) + 1 \right] \left[2\ln(x) - 1 \right]$

(3) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(4) بين أن $f''(x) = \frac{2}{x} \left[4\ln(x) + 1 \right]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

- (5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيههما يساوي 4
- (6) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) . (نأخذ: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 1cm$)
- (7) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $f(x) - m = 0$ ثلاث حلول موجبة.

التمرين الثالث: (7.5 نقاط)



(I) $g(x) = ax^4 + bx^2 + c$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

حيث a, b, c أعداد حقيقية ثابتة. (C_g) تمثيلها البياني

كما هو مبين في الشكل المقابل. (T) المماس للمنحنى

(C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 1 معادلته: $y = 8x - 9$

(1) اوجد بدلالة a و b عبارة $g'(x)$

(2) اعتمادا على (C_g) عين الأعداد الحقيقية a, b, c و

(1) نضع: $g(x) = 4x^4 - 4x^2 - 1$

أ - حدد بيانيا عدد حلول المعادلة ثم اعط لكل حل منها حصرا سعتة 0,1

ب - استنتج بيانيا حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{xe^{(x^2)}}$

(1) بين أن الدالة f فردية ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(3) أ - بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2 e^{(x^2)}}$

ب - استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها. (نرسم α و β إلى فاصلتا نقطتي تقاطع (C_f) مع (ox))

(4) أ - اكتب معادلة المماس (T_λ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة λ حيث λ عدد حقيقي غير معدوم.

ب - عين قيم العدد الحقيقي λ حتى يشمل المماس (T_λ) المبدأ O .

ج - اكتب معادلة (T_λ) في هذه الحالة .

بالتوفيق

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية		
المستوى 3 علمي		
المدة 3 سا	اختبار الفصل الأول في الرياضيات	2019/2018

التمرين الأول 4ن:

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $[0; \infty[$ بما يلي :

$$h(0)=0 \quad \text{و} \quad h(x)=(x+1)e^{\frac{1}{x}} \quad \text{اذا كان } x > 0$$

في كل ما يلي اجب ب صحيح ام خاطئ مع التبرير

$$\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = 0 \quad \leftarrow$$

$$x \in]0; \infty[\text{ من اجل كل } h'(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} \quad \leftarrow$$

$$x \in]0; \infty[\text{ من اجل كل } \frac{h(x)}{x} = e^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{x} e^{\frac{1}{x}} \quad \leftarrow$$

$$\text{الدالة } h \text{ قابلة للاشتقاق عند القيمة } 0. \quad \leftarrow$$

التمرين الثاني 8ن:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{(x+1)^2}$ وليكن (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- ادرس تغيرات f ثم استنتج ان (c_f) يقبل مستقيما مقاربا عموديا .

2- بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (c_f) .

3- ادرس الوضع النسبي بين (c_f) والمستقيم (Δ) .

4- احسب احداثيات نقطتي تقاطع المنحني (c_f) مع حامل محور الفواصل.

5- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

6- أنشئ (Δ) , (c_f) , (T) .

6- أ) ناقش وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

7- لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = x^2 \frac{|x|+2}{(|x|+1)^2}$

-بين ان g زوجية وأن $g=f$ على مجال يطلب تعيينه.

-ادرس استمرارية الدالة g عند 0 ثم اشتقاقية g عند 0.

-انشئ (c_g) .

التمرين الثالث 8 ن:

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = 2\sqrt{1+x^2} - x$ وليكن (cf) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس. ($0; i \rightarrow; j \rightarrow$)

(1) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا:

$$2\sqrt{1+x^2} - x > 0 \quad \sqrt{1+x^2} + x > 0 \quad \sqrt{1+x^2} - x > 0$$

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x)$ ماذا تستنتج بالنسبة لـ (cf)

احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + 3x)$ ماذا تستنتج بالنسبة لـ (cf)

أدرس الوضع النسبي بين (cf) والمستقيمان (d) و (T) حيث

$$(d): y = -3x \quad \text{و} \quad (T): y = x$$

(3) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(4) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = 2x - \sqrt{1+x^2}$

أ) اثبت ان الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

ب) حل في مجموعة الاعداد الحقيقية المعادلة $g(x) = 0$

ت) عين إشارة $g(x)$

(5-أ) بين انه مهما يكن x من $\mathbb{R}$ فان $f'(x) = \frac{g(x)}{\sqrt{1+x^2}}$

ب) شكل جدول تغيرات f

(6) ارسم. $(cf) : (d) ; (T)$

Mohammed Mehlabi

2019/2018

ثانوية الشهيد محمد بوجمعة لوطاية
الموسم الدراسي : 2018/2019
المدة : 3 ساعات

مديرية التربية لولاية بسكرة
المستوى: الثالثة ثانوي
الشعبة : العلوم التجريبية

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات
الموضوع الأول

التمرين الأول: 5 نقاط :

توجد إجابة واحدة صحيحة لكل حالة حددها مع التبرير:

ج	ب	أ	
0	$-\infty$	$+\infty$	1. إذا كانت $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{1}{e^x}\right)$ تساوي
$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$	2. إذا كانت f دالة تحقق لكل عدد حقيقي x موجب تماما $x \leq f(x) \leq x^2$ و g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ $g(x) = \frac{f(x)}{e^x}$ فإن:
$+\infty$	$-f'(1)$	$f'(1)$	3. إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند 1 فإن $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1+2h)}{2h}$ تساوي :
IR	$\left[\frac{2}{3}; +\infty\right[$	$\left]-\infty; \frac{2}{3}\right]$	4. مجموعة حلول المتراجحة: $e^{-3x+2} \leq 1$ هي
$u(x) = -e^{-2x} + 1$	$u(x) = e^{2x} + 1$	$u(x) = -e^{-2x} - 1$	5. حل المعادلة التفاضلية $y' = 2y - 2$ والذي يحقق $u(0) = 0$ هو u

التمرين الثاني: 7 نقاط :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

حيث a ؛ b و c أعداد حقيقية و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1- عين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c بحيث يقبل (C_f) عند النقطة $A(0; -3)$ مماسا

معامل توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x) = 0$.

2- نضع $c = -3$, $b = 0$, $a = 1$

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3- أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ثم عين

إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4- أرسم (T) و (C_f) .

5- m وسيط حقيقي ؛ ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة

$$x^2 - 3 + me^x = 0$$

التمرين الثالث: 8 نقاط :

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2 \ln x$

1- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ ؛ $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g .

2- ادرس إشارة $g(x)$. (لاحظ أن $g(1) = 0$)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$ وليكن (C)

منحناها البياني في المستوي السابق .

1- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, +\infty[$ ؛ $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و

فسر النتيجة هندسيا .

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

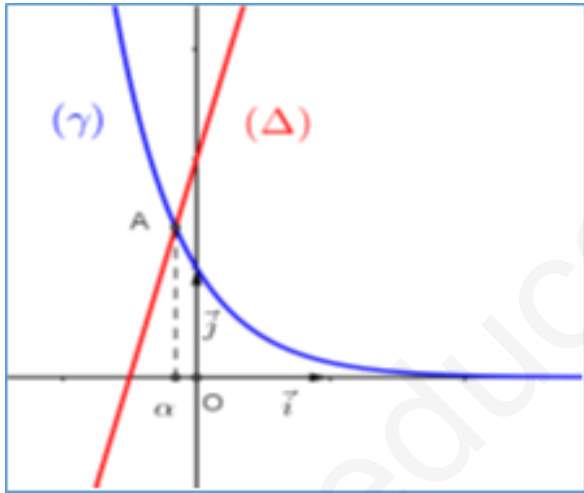
3- أنشئ المنحنى (C) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: 5 نقاط : في كل سؤال يوجد اقتراح واحد صحيح ، المطلوب تعيينه مع التبرير:

الرقم	السؤال	أ	ب	ج
1	علما ان f تقبل الاشتقاق عند 3 اذن: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{-x + 3} =$	$f'(3)$	$-f'(3)$	$f'(-3)$
2	f دالة معرفة على IR وتحقق $f(-1) = \frac{1}{2}$ فإن:	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(e^{-x} - 1) = -\frac{1}{2}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(e^{-x} - 1) = e^{\frac{1}{2}}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(e^{-x} - 1) = \frac{1}{2}$
3	حل المعادلة التفاضلية $y' + 2y + 3 = 0$ الذي يحقق $f(0) = 1$	$f(x) = \frac{5}{2}e^{-x} - \frac{3}{2}$	$f(x) = \frac{5}{2}e^{-2x} - \frac{3}{2}$	$f(x) = \frac{5}{2}e^{-2x} + \frac{3}{2}$
4	مجموعة حلول المتراجحة: $\ln x^2 > \ln(2x - 1)$	$\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$	$\left] \frac{1}{2}; 1 \right[\cup] 1; +\infty \right[$	$] -\infty; +\infty [$
5	عدد حلول المعادلة $e^{2x} - 3e^x - 4 = 0$ في IR	2	1	0

التمرين الثاني: 7 نقاط :



1 (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto e^{-2x}$ و (Δ) المستقيم ذو

المعادلة $y = 4x + 2$ ؛ α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ) .

g الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{-2x} - 4x - 2$.

أ (بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $\mathbb{R}$ ،

ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

ب (تحقق أن: $-0.16 < \alpha < -0.15$.

2 (لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x) = x + 3 - 2xe^{2x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. الوحدة 2cm.

أ (أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = e^{2x}g(x)$ شكل جدول تغيرات الدالة f .

3 (بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مانلا (D) يُطلب تعيين معادلة له ثم أدرس وضعية

(C_f) بالنسبة لـ (D) .

4 (بين أن : $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + 6\alpha + 3}{2\alpha + 1}$.

5 (أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا موازيا للمستقيم (D) يُطلب تعيين معادلة له .

6 (أرسم المستقيم (D) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \approx 3.07$) .

التمرين الثالث: 8 نقاط :

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$

1. ادرس تغيرات الدالة g على $]0; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

2. استنتج انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$ فان : $g(x) \geq \frac{1}{2}$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 + 2\ln x}{2x}$

(C_f) : التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
(الوحدة 2cm)

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

3. أ) احسب $f'(x)$ ، ثم بين انه من اجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ فان اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x) + 1$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

5. أنشئ (C_f) ، (Δ) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

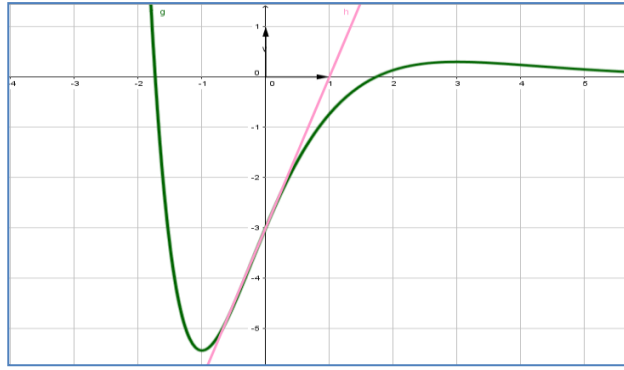
بالتوفيق للجميع

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع										
المجموع	مجزأة												
05	1	<u>التمرين الأول:</u> 1: 0 (نهاية مركب دالتين) لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ 2: 0 (النهاية بالحصص) لأن: $x \leq f(x) \leq x^2$ ومنه $\frac{x}{e^x} \leq \frac{f(x)}{e^x} \leq \frac{x^2}{e^x}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ أي $0 \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \leq 0$ ومنه $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ 3: $-f'(1)$ لأن: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1+2h)}{2h} = -\lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(1+k) - f(1)}{k} = -f'(1)$ 4: $\left[\frac{2}{3}; +\infty\right]$ لأن: $e^{-3x+2} \leq 1$ تكافئ $e^{-3x+2} \leq e^0$ ومنه $-3x + 2 \leq 0$ ومنه $-3x \leq -2$ ومنه $x \geq \frac{2}{3}$ 5: $f_{-1}(x) = -e^{2x} + 1$ لأن: حلول المعادلة التفاضلية $y' = 2y - 2$ هي الدوال $f_c(x) = ce^{2x} + 1$ و $f(0) = 0$ معناه $c = -1$	الدوال العددية										
	1												
	1												
	1												
													
07	0.75	<u>التمرين الثاني:</u> 1) تعيين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c : * $f(0) = -3$ و هذا يعني $c = -3$. * $f'(0) = 3$ يعني $b - c = 3$ أي $b = 0$. * $f(\sqrt{3}) = 0$ يعني ان $f(\sqrt{3}) = (3a - 3)e^{-\sqrt{3}} = 0$ و منه $a = 1$											
	0.5+0.5	2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2)e^{-x} = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 3)e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$ (2)											
	0.5+0.5	دراسة اتجاه تغير الدالة f : المشتقة : $f'(x) = (-x^2 + 2x + 3)e^{-x}$ إشارتها من إشارة $(-x^2 + 2x + 3)$ تنعدم عند العددين 3 و -1 و منه f متناقصة على المجالين $]-\infty; -1]$ و $[3; +\infty[$ متزايدة على المجال $[-1; 3]$ و شكل جدول تغيراتها:											
	0,5	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$-2e$</td><td>$\frac{6}{e^3}$</td><td>0</td></tr></table>		x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	$f(x)$	$+\infty$	$-2e$	$\frac{6}{e^3}$	0
	x	$-\infty$		-1	3	$+\infty$							
$f(x)$	$+\infty$	$-2e$	$\frac{6}{e^3}$	0									
0.5	3) كتابة معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) : معادلة المماس هي $y = 3x - 3$.												

0,5

تعيين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل : $f(x)=0$ يكافئ $x^3-3=0$ أي ان $x=\sqrt{3}$ او $x=-\sqrt{3}$ أي نقطتي التقاطع هما $A(\sqrt{3};0)$ و $B(-\sqrt{3};0)$.

(4) رسم (T) و (C_f) :



1

(5) المناقشة بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2 - 3 + me^x = 0$:

0.5

المعادلة تكافئ $me^x = -(x^2 - 3)$ أي ان $-m = (x^2 - 3)e^{-x}$ يكافئ $-m = f(x)$. حلها هو إيجاد فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y = -m$.

المناقشة :

- لما $-m < -2e$ أي ان $m > 2e$ نلاحظ ان (Δ_m) و (C_f) لا يتقاطعان و منه ليس للمعادلة حلول.
- لما $-m = -2e$ أي ان $m = 2e$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها سالبة و منه للمعادلة حل وحيد سالب.
- لما $-m > -2e$ أي ان $-3 > -m$ أي ان $3 < m < 2e$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين فاصلتهما سالبان و منه للمعادلة حلين سالبين.
- لما $-m = -3$ أي ان $m = 3$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين إحداهما فاصلتها معدومة و الأخرى فاصلتها سالبة و منه للمعادلة حلين إحداهما معدوم و الآخر سالب.
- لما $-m > -3$ أي ان $0 \geq -m$ أي ان $0 \leq m < 3$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين فاصلتهما مختلفان في الإشارة و منه للمعادلة حلين مختلفان في الإشارة.
- لما $-m > 0$ أي ان $\frac{6}{e^3} > -m$ أي ان $-\frac{6}{e^3} < m < 0$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في ثلاثة نقاط نقطتان فاصلتهما موجبتان و نقطة فاصلتها سالبة و منه للمعادلة حلين موجبان و حل سالب.
- لما $-m = \frac{6}{e^3}$ أي ان $m = -\frac{6}{e^3}$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين فاصلتهما مختلفان في الإشارة و منه للمعادلة حلين مختلفان في الإشارة.
- لما $-m > \frac{6}{e^3}$ أي ان $m < -\frac{6}{e^3}$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطة فاصلتهما سالبة و منه للمعادلة حل وحيد سالب.

1

الدوال
العددية

(I)

1: تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$: $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$:

لنا $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln(x)$ و منه $g'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} = \frac{x^2 + 1 - 2x}{x^2} = \frac{(x-1)^2}{x^2}$.

استنتاج اتجاه تغير الدالة g : مما سبق نجد أن $g'(x) \geq 0$ و منه الدالة g متزايدة على $]0, +\infty[$.

2: دراسة إشارة $g(x)$ بما أن $g(1) = 0$ و الدالة g متزايدة على $]0, +\infty[$ نتلخص
الإشارة في الجدول الموالي :

x	0	1	$+\infty$
إشارة $g(x)$		-	0 +

(II)

1 : تبين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[\ln(x)]^2}{x} = 0$:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[\ln(x)]^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[\ln((\sqrt{x})^2)]^2}{(\sqrt{x})^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[2\ln(\sqrt{x})]^2}{(\sqrt{x})^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 4 \left[\frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} \right]^2 = 0$

لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$ (التزايد المقارن) .

حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[1 + \frac{1}{x^2} - \frac{(\ln x)^2}{x} - \frac{2}{x} \right] = +\infty$:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{(\ln x)^2}{x} - \frac{2}{x} \right] = 0$.

التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, +\infty[$: $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$: لدينا

$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + x - \left(\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2 - 2 = x + \frac{1}{x} - (-\ln x)^2 - 2 = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2 = f(x)$

حساب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$: و منه المنحني (C_f)
يقبل مستقيماً مقارب موازياً لمحور الترتيب معادلته $x = 0$.

2: تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ بالحساب نجد

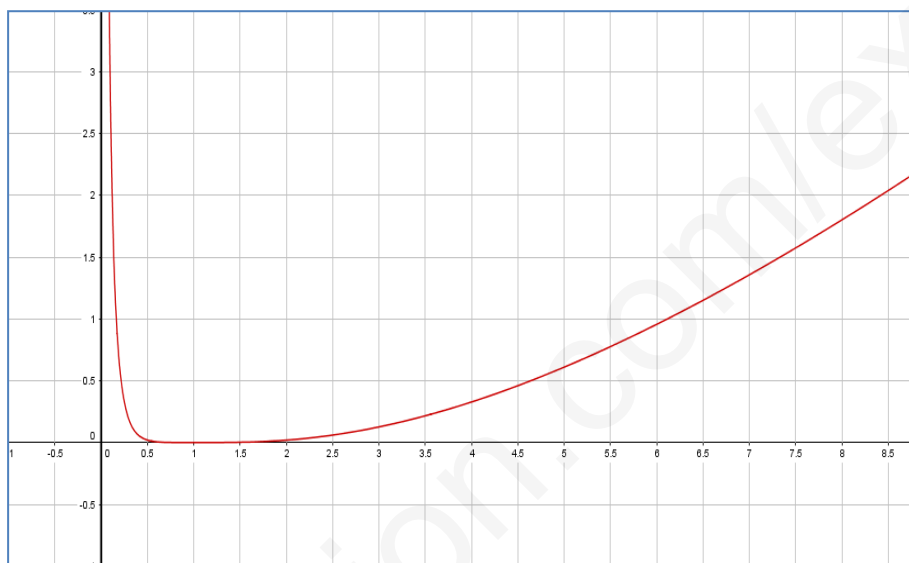
ومنه $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} - 2\frac{1}{x}(\ln x) = \frac{x^2 - 1 - 2x \ln x}{x^2} = \frac{x - \frac{1}{x} - 2\ln x}{x} = \frac{g(x)}{x}$

جدول تغيرات الدالة f :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow \quad \nearrow$ 0	$+\infty$

3: رسم المنحني (c) :



تصحيح الموضوع الثاني:

تصحيح التمرين الأول:

1: $-f'(3)$ لأن: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{-x + 3} = \lim_{x \rightarrow 3} -\frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = -\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = -f'(3)$ (تعريف العدد المشتق).

2: $\frac{1}{2}$ (نهاية دالة مركبة) لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(e^{-x} - 1) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1) = \frac{1}{2}$.

3: $f(x) = \frac{5}{2}e^{-2x} - \frac{3}{2}$ لأن: المعادلة تكتب $y' = -2y - 3$ وحلها هي الدوال المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
 $f_c(x) = ce^{-2x} - \frac{3}{2}$ و $f(0) = 1$ معناه $c - \frac{3}{2} = 1$ ومنه نجد $c = \frac{5}{2}$.

4: $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$ لأن: أولا المتراجحة معرفة على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$ و $\ln x^2 > \ln(2x - 1)$ معناه $x^2 > 2x - 1$ ومنه نجد $(x - 1)^2 > 0$ وهذه المتراجحة محققة من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ ومنه نجد مجموعة حلول المتراجحة المعطاة هي $S =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[\cap \left[\frac{1}{2}; +\infty\right] = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$.

5: حل واحد: لأن: بوضع $t = e^x$ نجد $t^2 - 3t - 4 = 0$ والتي لها حلان هما $t_1 = 4$ و $t_2 = -1$ وحيث ان الحل السالب مرفوض لان $t = e^x > 0$.

تصحيح التمرين الثاني:

(1)

أ) تحديد الوضعية: (γ) يقع فوق (Δ) على المجال $]-\infty; \alpha[$ و تحت (Δ) على $]\alpha; +\infty[$ و (γ) يقطع (Δ) في النقطة A ذات الفاصلة α .
 * استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$:

1

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

0.5

ب) التحقق أن $-0.16 < \alpha < -0.15$:
 لدينا: $g(-0.16) \cdot g(-0.15) = 0.017 \times (-0.05) < 0$ ومنه ح ن ق م $-0.16 < \alpha < -0.15$.

(2)

أ) حساب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$:

0.5

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 + \frac{3}{x} - 2e^{2x}\right) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 3 - 2xe^{2x}) = -\infty$

ب) إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $f'(x) = e^{2x}g(x)$: الدالة f قابلة للاشتقاق

على $\mathbb{R}$ ولدينا: $f'(x) = 1 - 2e^{2x} - 4xe^{2x} = e^{2x}(e^{-2x} - 4x - 2) = e^{2x}g(x)$

0.5+0.5

ومن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ إذن: الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty; \alpha[$ ومتناقصة تماما على المجال $]\alpha; +\infty[$.
 جدول تغيرات الدالة f :

0.5

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$-\infty$

0.5

(3) تبيان أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) :

لدينا $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x e^{2x}) = 0$ و منه المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x + 3$ مستقيم مقارب للمنحني (C_f) عند $-\infty$.

* دراسة وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D) :

لدينا $[f(x) - (x+3)] = -2x e^{2x}$ و منه إشارة الفرق $[f(x) - (x+3)]$ هي عكس إشارة x إذن (C_f) يقع تحت (D) على المجال $]0; +\infty[$ و فوق (D) على المجال $]-\infty; 0[$ و (C_f) يقطع (D) في النقطة ذات الإحداثيات $(0; 3)$.

0.5

(4) تبيان أن : $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + 6\alpha + 3}{2\alpha + 1}$

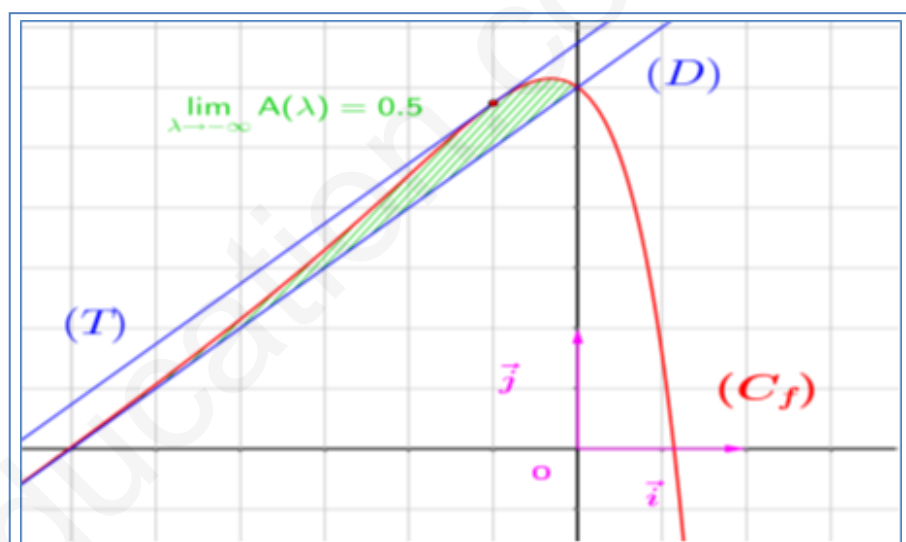
لدينا $g(\alpha) = 0$ معناه : $e^{-2\alpha} - 4\alpha - 2 = 0$ أي : $e^{2\alpha} = \frac{1}{4\alpha + 2}$ نعوض نجد :

0.5

$$f(\alpha) = \alpha + 3 - 2\alpha \times \frac{1}{4\alpha + 2} = \alpha + 3 - \alpha \times \frac{1}{2\alpha + 1} = \frac{2\alpha^2 + 6\alpha + 3}{2\alpha + 1}$$

07

(5) رسم المستقيم (D) والمنحني (C_f) :



1

(6) إثبات أن (C_f) يقبل مماسا موازيا للمستقيم (D) :

لدينا $f'(x) = 1$ تكافئ $-2e^{2x} - 4xe^{2x} = 0$ أي أن $-2e^{2x}(2x+1) = 0$ ومنه $2x+1=0$

1

إذن $x = -\frac{1}{2}$ ومنه (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) عند النقطة ذات الفاصلة

$$\frac{-1}{2} \text{ معادلته : } y = x + 3 + \frac{1}{e}$$

تصحيح التمرين الثالث:

I.

(1) دراسة تغيرات الدالة g على $]0; +\infty[$ ، مع تشكيل جدول تغيراتها:

0.5

• النهايات : $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

• دراسة اتجاه تغير الدالة g :

0.5

حساب $g'(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$: $g'(x)$

0.5

دراسة إشارة $g'(x)$: من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، لدينا : $g'(x) > 0$

• تشكيل جدول تغيرات الدالة g :

0.5

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$

08

(2) استنتاج انه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ فإن $g(x) \geq \frac{1}{2}$:

1

لدينا من جدول التغيرات : الدالة المشتقة g' تتعدم من أجل $x = 1$ وتغير من إشارتها عند تلك القيمة إذن فإن $g(1) = \frac{1}{2}$ هي قيمة حدية صغرى للدالة g أي من أجل كل x من المجال

$]0; +\infty[$ فإن $g(x) \geq \frac{1}{2}$.

(II)

0.5

(1) حساب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$

0.5

(2) أ) تبين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

ب) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) : $d(x) = f(x) - \frac{1}{2}x = \frac{\ln x}{x}$

0.5

x	0	$1+\infty$
$d(x)$	-	0 +

• لما x من المجال $]0; 1[$: (C_f) يقع تحت (Δ)

• لما $x = 1$: (Δ) يقطع (C_f)

• لما x من المجال $]1; +\infty[$: (C_f) يقع فوق (Δ)

(3) حساب $f'(x)$ ، ثم بين انه من اجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ فان اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x) + 1$:

$$f'(x) = \left(\frac{x^2 + 2 \ln x}{2x} \right)' = \frac{\left(2x + \frac{2}{x} \right) 2x - 2(x^2 + 2 \ln x)}{4x^2} = \frac{\frac{1}{2}x^2 - 2 \ln x + 1}{x^2} = \frac{g(x) + 1}{x^2}$$

0.5

لدينا من اجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ فان $x^2 > 0$ اذن اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x) + 1$

(ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ مع تشكيل جدول تغيرات الدالة f :
 • دراسة إشارة $f'(x)$:

x من المجال $]0; +\infty[$ ، لدينا اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x) + 1$

0.5

بما ان اجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ لدينا $g(x) \geq \frac{1}{2}$ فان $g(x) + 1 \geq \frac{3}{2} > 0$ اذن

من اجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ فان $f'(x) > 0$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

0.5

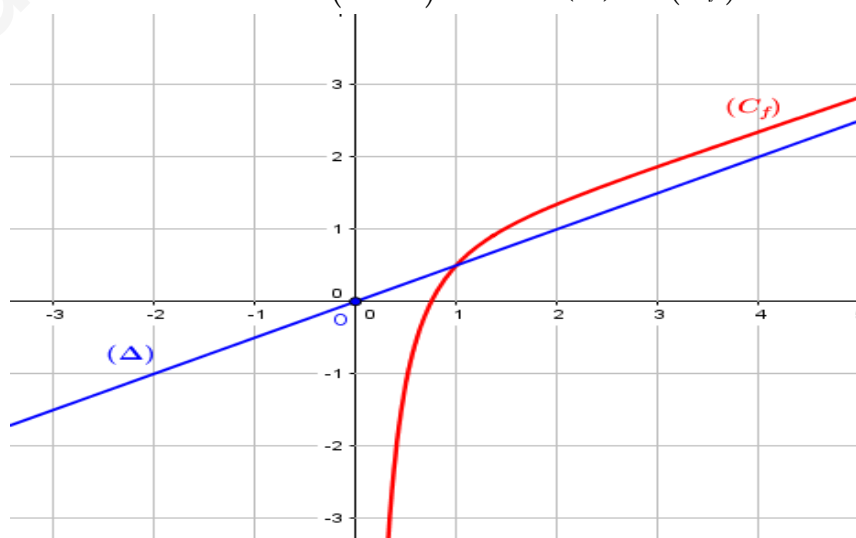
(4) تبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\frac{1}{2} < \alpha < 1$: الدالة f مستمرة

(مع البرهان) ورتيبة تماما على المجال $]0; +\infty[$ اذن حسب مبرهنة

1

القيم المتوسطة فان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\frac{1}{2} < \alpha < 1$.

(5) أنشاء (C_f) و (Δ) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$:



1

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

المدة: 3 ساعات

المستوى: الثالثة علوم تجريبية.

النصين الأول: 2 ن

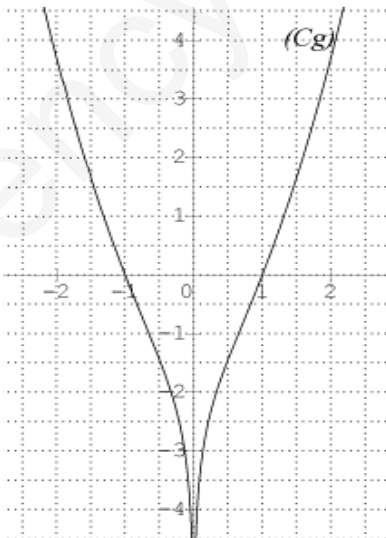
في كل حالة من الحالات التالية عين الإجابة الصحيحة من بين A و B و C، مع التعليل :

السؤال	A	B	C
العدد $e^{3\ln 2 - \ln \frac{1}{4}}$ يساوي	$\frac{2\ln 2}{-\ln 4}$	32	$e^{3\ln(2 - \frac{1}{4})}$
الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $2y' + 4y = 8$ و $f(1) = 3$ هو:	$f(x) = e^{2x} + 2$	$f(x) = e^{-2x+2} + 2$	$f(x) = e^{-2x+2}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}(x^2 + 1 - \ln x)$ هي:	0	$+\infty$	$-\infty$

النصين الثاني: 7 ن

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = -\frac{1}{2}x + \ln(1 + e^{2x})$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.1- أ - احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.ب - استنتج أن للمنحنى (C_f) مستقيم (Δ) مقارب مائل عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.ج - ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .2- أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، لدينا: $f(x) = \frac{3}{2}x + \ln(1 + e^{-2x})$ ب - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.ج - استنتج أن للمنحنى (C_f) مستقيم (Δ') مقارب مائل عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.د - ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ') .3- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.4- أ - بين أن للمنحنى (C_f) مستقيماً مماساً (T) معامل توجيهه $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين معادلة له.ب - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، لدينا: $f(x) - f(-x) = x$.ج - M و N نقطتان من المنحنى (C_f) فاصلتهما على الترتيب x و $(-x)$ ،- بين أن المستقيمين (MN) و (T) متوازيان.5- أنشئ المستقيمات (Δ) ، (Δ') ، و (T) والمنحنى (C_f) .

النصين الثالث: 7 ن

1- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $g(x) = x^2 + \ln|x| - 1$ (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.- بقراءة بيانية حدد جدول إشارة لـ $g(x)$.

II- نعتبر في $\mathbb{R}^*$ الدالة f المعرفة كما يلي: $f(x) = \frac{\ln|x|}{x} - x + 2$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات مجموعة تعريفها.

2- أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، لدينا: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بين أن النقطة $A(0; 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

4- بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β

حيث: $0,4 < \alpha < 0,5$ و $2,3 < \beta < 2,4$.

5- بين أن المستقيم $y = -x + 2$: (d) مقارب مائل للمنحنى (C_f) ،

ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d) .

6- بين أن للمنحنى (C_f) مستقيمين مماسين (T') و (T) معامل توجيههما (-1) ، جد معادلة لكل منهما.

7- أ) أنشئ المستقيمتين (d) ، (T) ، (T') والمنحنى (C_f) .

ب) m عدد حقيقي، ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x) = -x + m$.

8- نعتبر الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = |f(x)|$.

أنشئ (C_h) بالاعتماد على (C_f) في نفس المعلم السابق وبلون مختلف.

النص الرابع: 4 ن

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{4}{3}$.

1- أنشئ في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ المنحنى (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على N حيث:

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \quad \text{والمستقيم } (\Delta) \text{ ذو المعادلة } y = x.$$

2- مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 و u_2 باستعمال الرسم السابق ودون حساب الحدود.

أ- ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

3- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بالعلاقة: $v_n = u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم.

أ- عين قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0 .

ب- نضع $\alpha = -4$

- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

- احسب نهاية u_n و v_n .

- احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

- احسب بدلالة n الجداء: $P_n = e^{-3} \times e^{\left(\frac{-6}{3}\right)} \times \dots \times e^{\left(-3 \times \frac{2^n}{3^n}\right)}$.

النص الأول:

$$e^{3\ln 2 - \ln \frac{1}{4}} = e^{\ln 2^3 + \ln 4} = e^{\ln 2^3} \times e^{\ln 4} = 8 \times 4 = 32 \quad 'B' (1)$$

$$2y' + 4y = 8 \quad 'B' (2)$$

$$y' = -2y + 4$$

$$f(1) = 3 ; f(x) = Ce^{-2x} + 2 \text{ الشكل}$$

$$f(x) = e^{-2x+2} + 2 \text{ ومنه } f(x) = e^2 \times e^{-2x} + 2 \quad C = e^2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} (x^2 + 1 - \ln x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} \right) = +\infty \quad 'B' (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \quad \text{لأن}$$

النص الثاني:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + \ln(1 + e^{2x}) \text{ كما يلي:}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1 + e^{2x}) = 0 \quad \text{لأن } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad -1$$

$$\text{ب- بمأن } \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1 + e^{2x}) = 0 \quad \text{فإن } y = -\frac{1}{2}x \text{ مستقيم } (\Delta)$$

$$\text{مقارب مائل للمنحنى } (C_f) \text{ بجوار } -\infty$$

$$\text{ج- دراسة الوضع النسبي للمنحنى } (C_f) \text{ و } (\Delta)$$

$$f(x) - \left(-\frac{1}{2}x \right) = \ln(1 + e^{2x}) \quad 1 + e^{2x} > 1$$

$$\text{ومنه } e^{2x} > 0 \text{ محققة ومنه } (C_f) \text{ فوق } (\Delta)$$

$$-2 \quad \text{أ- بيان أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \quad f(x) = \frac{3}{2}x + \ln(1 + e^{-2x})$$

$$\frac{3}{2}x + \ln(1 + e^{-2x}) = \frac{3}{2}x + \ln\left(1 + \frac{1}{e^{2x}}\right) = \frac{3}{2}x + \ln\left(\frac{e^{2x} + 1}{e^{2x}}\right)$$

$$= \frac{3}{2}x + \ln(e^{2x} + 1) - \ln(e^{2x}) = \frac{3}{2}x - 2x + \ln(e^{2x} + 1)$$

$$= -\frac{1}{2}x + \ln(e^{2x} + 1) = f(x)$$

$$\text{ب- } \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 + e^{-2x}) = 0 \quad \text{لأن } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\text{ج- بمأن } \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 + e^{-2x}) = 0 \quad \text{فإن } y = \frac{3}{2}x \text{ مستقيم } (\Delta') \text{ مقارب}$$

$$\text{مائل للمنحنى } (C_f) \text{ بجوار } +\infty$$

$$\text{د- دراسة الوضع النسبي للمنحنى } (C_f) \text{ و } (\Delta')$$

$$f(x) - \left(\frac{3}{2}x \right) = \ln(1 + e^{-2x}) \quad 1 + e^{-2x} > 1$$

$$\text{ومنه } e^{-2x} > 0 \text{ محققة ومنه } (C_f) \text{ فوق } (\Delta')$$

$$-3 \text{ دراسة اتجاه التغير: } f'(x) = \frac{-1}{2} + \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}} = \frac{3e^{2x} - 1}{2(e^{2x} + 1)}$$

$$\text{لدينا } 2(e^{2x} + 1) > 0 \text{ ومنه الإشارة من إشارة } 3e^{2x} - 1 \text{ جدول الإشارة:}$$

x	$-\infty$	$-\ln(3)/2$	$+\infty$
$f'(x)$		-	+

الدالة f متزايدة تماماً على $[-\ln(3)/2; +\infty[$ ومتناقصة تماماً على $] -\infty; -\ln(3)/2]$
جدول التغيرات

x	$-\infty$	$-\frac{\ln 3}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{\ln 3}{4} + \ln\left(\frac{4}{3}\right)$	$+\infty$

$$-4 \quad \text{أ- إيجاد مماسا } (T) \text{ معامل توجيهه } \frac{1}{2}. \text{ نحل المعادلة } f'(x) = \frac{1}{2}$$

$$\text{ومنه } \frac{3e^{2x} - 1}{2(e^{2x} + 1)} = \frac{1}{2} \text{ ومنه } 3e^{2x} - 1 = e^{2x} + 1 \text{ ومنه } e^{2x} = 1$$

$$\text{ومنه } x = 0. \text{ و معادلة المماس } (T) \text{ هي: } y = \frac{1}{2}x + \ln 2$$

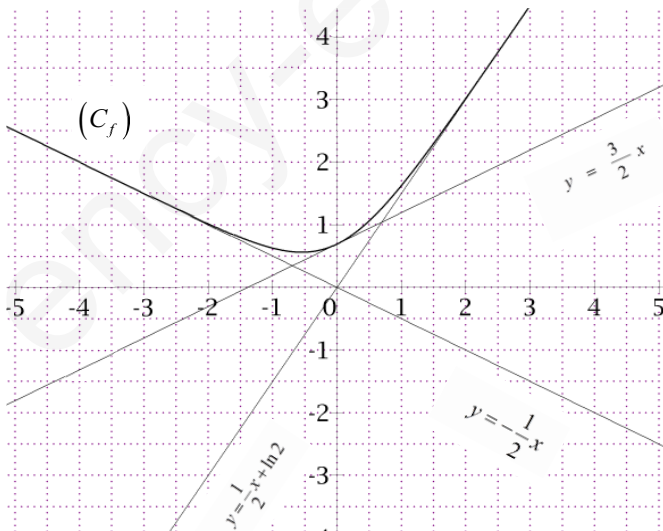
$$\text{ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x, f(x) - f(-x) = x$$

$$\begin{aligned} f(x) - f(-x) &= -\frac{1}{2}x + \ln(e^{2x} + 1) - \left(\frac{3}{2}(-x) + \ln(1 + e^{-2(-x)}) \right) \\ &= -\frac{1}{2}x + \ln(e^{2x} + 1) + \frac{3}{2}x - \ln(1 + e^{2x}) \\ &= -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}x = x \end{aligned}$$

$$\text{ج- } M(x; f(x)); N(-x; f(-x)) \text{ بيان أن } (MN), (T) \text{ متوازيان}$$

$$\text{ومنه المستقيمان } (MN), (T) \text{ متوازيان } \frac{f(x) - f(-x)}{x - (-x)} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$-5 \quad \text{أنشئ المستقيمتين } (\Delta), (\Delta'), (T) \text{ والمنحنى } (C_f).$$



النص: الثالث

I- الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $g(x) = x^2 + \ln|x| - 1$

(C_g) تمثيلها البياني.

جدول الإشارات لـ: $g(x)$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-	-	+

II- الدالة f المعرفة $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = \frac{\ln|x|}{x} - x + 2$

1- حساب النهايات

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \quad \text{لأن} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln|x|}{x} - x + 2 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(-x)}{x} - x + 2 = \lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{\ln X}{-X} + X + 2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln|x|}{x} - x + 2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\ln|x|}{x} - x + 2 = -\infty$$

2- أ- حساب المشتقة:

الدالة f تقبل الاشتقاق على المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$

$$f'(x) = \frac{1 - \ln|x|}{x^2} - 1 = \frac{1 - \ln|x| - x^2}{x^2} = \frac{-g(x)}{x^2} \cdot \infty$$

ب- استنتاج اتجاه التغير:

إشارة المشتقة f' حسب إشارة $-g(x)$ ومنه:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	+	-

ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجالين $[-1; 0[$ و $]0; 1]$

ومتناقصة تماما على المجالين $]1; +\infty[$ و $]-\infty; -1]$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	+	-
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$	1	$-\infty$

3- بيان أن النقطة $A(0; 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

$$f(0 \times 2 - x) + f(x) = 4$$

$$f(-x) + f(x) = \frac{\ln|x|}{-x} + x + 2 + \frac{\ln|x|}{x} - x + 2 = 4$$

ومنه النقطة $A(0, 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

4- بيان أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β

الدالة f مستمر ورتيبة تماما على المجال $]0, 4; 0, 5[$

$$f(0, 4) = -0, 6 \quad f(0, 5) = 0, 1$$

$$f(0, 4) \times f(0, 5) < 0$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]0, 4; 0, 5[$

الدالة f مستمر ورتيبة تماما على المجال $]2, 3; 2, 4[$

$$f(2, 3) = 0, 06 \quad f(2, 4) = -0, 6$$

$$f(2, 4) \times f(2, 3) < 0$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا β حيث $\beta \in]2, 3; 2, 4[$

5- بيان أن المستقيم $(d): y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 2)] = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{\ln|x|}{x} = 0$$

ومنه المستقيم $(d): y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى بجوار $-\infty; +\infty$

دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (d)

$$f(x) - (-x + 2) = \frac{\ln|x|}{x}$$

جدول الإشارات:

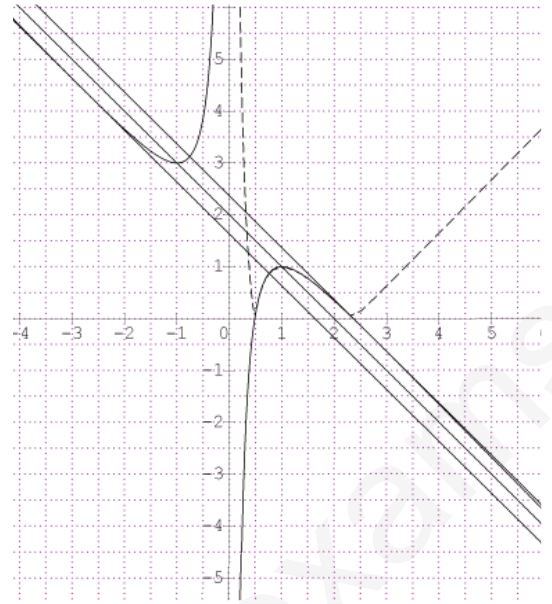
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
x	-	-	+	+	
$\ln x $	+	0	-	0	+
$\frac{\ln x }{x}$	-	+	-	+	
الوضعية النسبية	تحت (C_f)	فوق (C_f)	تحت (C_f)	فوق (C_f)	
(d)	(d)	(d)	(d)	(d)	

6- بيان أن للمنحنى (C_f) مماسين (T') و (T) معامل توجيهها (-1)

$$1 = \ln|x| \quad \frac{1 - \ln|x|}{x^2} - 1 = -1 \quad \text{ومنه} \quad f'(x) = -1$$

$$x = -e \quad \text{أو} \quad x = e$$

$$y = -x + 2 + \frac{1}{e} \quad y = -x + 2 - \frac{1}{e}$$



8- المناقشة البيانية حلول المعادلة $f(x) = -x + m$
 حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم
 ذو المعادلة $y = -x + m$

$m \in]-\infty; 2 - \frac{1}{e}[$ المعادلة تقبل حل وحيد.

$m = 2 - \frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حلين احدهما مضاعف.

$m \in]2 - \frac{1}{e}; 2[$ المعادلة تقبل ثلاث حلول.

$m = 2$ المعادلة تقبل حلين.

$m \in]2; 2 + \frac{1}{e}[$ المعادلة تقبل ثلاث حلول

$m = 2 + \frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حلين احدهما مضاعف.

$m \in]2 + \frac{1}{e}; +\infty[$ المعادلة تقبل حل وحيد.

8- الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = |f(x)|$.

إنشاء (C_h) بالاعتماد على (C_f) في نفس المعلم السابق

- من أجل $f(x) \leq 0$ $h(x) = -f(x)$

(C_f) و (C_h) متناظران بالنسبة إلى محور الفواصل.

- من أجل $f(x) > 0$ $h(x) = f(x)$

- (C_f) و (C_h) متطابقان.

التمرين الأول :

نعتبر كثير الحدود p للمتغير الحقيقي x حيث :

$$p(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$$

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $p(x) = (2x + 1)(x^2 - 5x + 6)$ ،

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x) = 0$

(3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين :

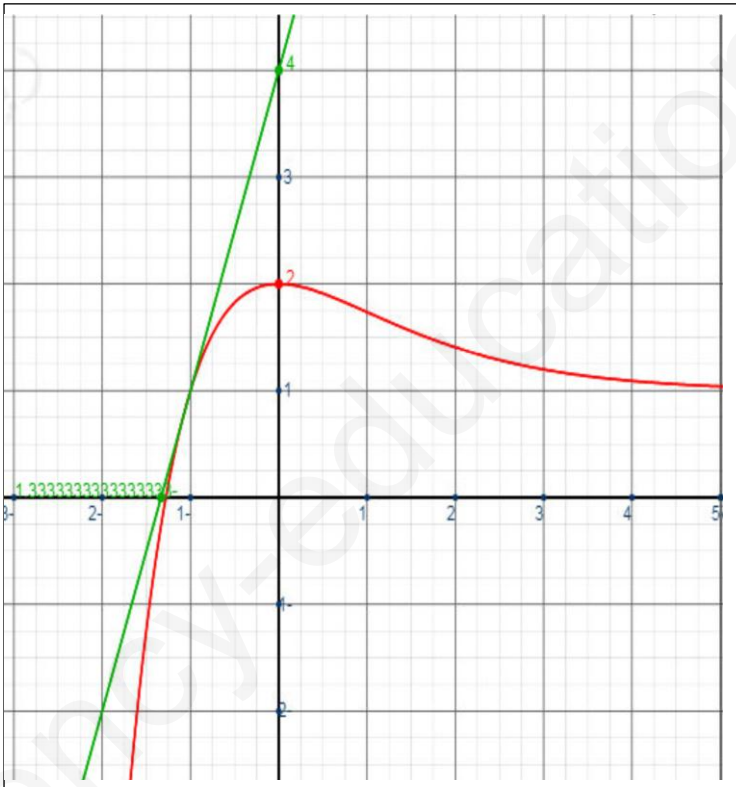
$$2(\ln x)^3 - 9(\ln x)^2 + 7 \ln x + 6 = 0 \quad / \text{أ}$$

$$6e^{-3x} + 7e^{-2x} - 9e^{-x} + 2 = 0 \quad / \text{ب}$$

(4) إستنتج في $\mathbb{R}$ حلول المتراجحة : $2e^{3x} - 9e^{2x} + 7e^x + 6 \leq 0$

التمرين الثاني :

(I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$. المنحنى (C) في الشكل هو لدالة g



معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$g(x) = (ax + b)e^{-x} + c \quad , \text{ حيث}$$

a, b, c أعداد حقيقية

(1) بقراءة بيانية :

/أ عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ثم فسر النتيجة الأخيرة بيانيا .

/ب عين كلا من $g(0)$ ، $g(-1)$ ، $g'(0)$ ،

$$g'(-1)$$

/ج إعتامادا على المعطيات السابقة ، جد قيمة كل

من a, b, c

(2) /أ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا

α حيث : $-1,4 < \alpha < -1,2$.

/ب إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(3) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $h(x) = (|x| + 1)e^{-x} + 1$:
 - أحسب كلا من $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{h(x)-2}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{h(x)-2}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
 (نقبل أن : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x}-1}{x} = -1$)

(II) نضع فيما يلي : $g(x) = (x + 1)e^{-x} + 1$ ، ونعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$f(x) = x - \frac{x+2}{e^x}$ و (C_f) منحناها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$. (تعطى $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$) .

(1) أ/ أحسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 ب/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لمنحنى الدالة f بجوار $(+\infty)$.

(2) أ/ بين أنه من أجل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ ،
 ب/ إستنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الذي يوازي (Δ) .

(5) بين أن : $f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{1}{\alpha+1}$ ، ثم إستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(6) أ/ أحسب $f(0)$ ، ثم أنشئ كلا من (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) .

(يعطى $f(1,06) \approx 0$ و $f(-2,24) \approx 0$) .

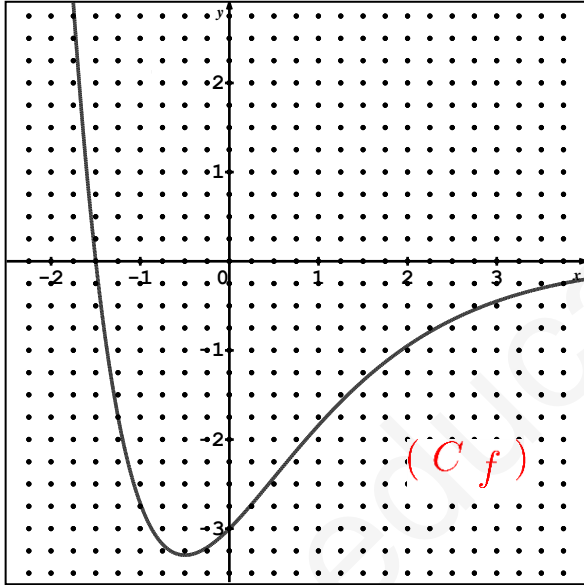
ب/ m وسيط حقيقي ، ناقش حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

الإرادة متى تمكنت من النفوس ،،، وذلت كل الصعاب ،،، ومحت كل عقبة
 وقهرت كل مانع مهما كان قويا ،،، ووصلت عاجلا أو أجلا إلى الغاية المطلوبة
 من أجل تحقيق النجاح

المطلوب اختيار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة مع التبرير

السؤال	جواب 1	جواب 2	جواب 3
① مشتق الدالة المعرفة بـ: $f(x) = (2x - 3^{x+1} \times e^x)$	$f'(x) = (e^x)(2 - x \ln 3)$	$f'(x) = (x 3^x \times e^x)$	$f'(x) = (2 - 3^{x+1}(1 + \ln 3)e^x)$
② $f(x) = (2x + 1)(e^{\frac{1}{x}} - 1)$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ تساوي	$+\infty$	$\frac{1}{2}$	2
③ حلول المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 3e - 1$ هي:	$f(x) = C e^{-3x} - e + \frac{1}{3}$ $C \in \mathbb{R}$	$f(x) = C e^{-3x} + e - \frac{1}{3}$ $C \in \mathbb{R}$	$f(x) = C e^{-3x} + e + \frac{1}{3}$ $C \in \mathbb{R}$

التمرين الثاني: (7 نقط)

 (C_f) التمثيل البياني المعطى في الشكل المقابل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ،يقبل حامل محور الفواصل مقاربا له في جوار $+\infty$.① ① بقراءة بيانية ، عين نهايتي f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ② استنتج نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و عند $+\infty$ حيث $g(x) = \exp(f(x))^2$ مع $\exp$ تشير إلى الدالة الأسية النبرية .② أحسب $g'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات g .③ عين قيم الوسيط m حتى تكون للمعادلة $f(x) + m = 0$ حلين متمايزين

التمرين الثالث: (9 نقط)

 f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$ بـ : $f(x) = x - 1 + \ln \left| \frac{x-3}{x-1} \right|$ ① ① من أجل كل x من $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$ أحسب : $2 - f(4-x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .② ① أحسب النهايات عند أطراف مجال التعريف . ② بيّن أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (d) يطلب تعيين معادلته .③ بيّن أنه لكل x من $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$: $f'(x) = 1 + \frac{2}{(x-1)(x-3)}$ ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة f ④ بيّن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط فواصلها α ؛ β ؛ γ ؛ يطلب تعيين حصرا لكل واحدة منها .• أنشئ (C_f) ، (d) ② h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} \setminus \{1; -1\}$ بـ : $h(x) = x + \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$ • بيّن أن : $1 + h(x) - f(x+2) = 0$.• استنتج طريقة لإنشاء (C_h) منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f) . ثم أنشئ (C_h)

بالتوفيق

التمرين الأول: 04 نقاط

أجب بصحيح أم خطأ مع التعليل:

1. الحلول في $\mathbb{R}$ للمعادلة التفاضلية: $2y' - 3y = 2$ هي الدوال f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = ke^{2x} - \frac{3}{2}$ مع k عدد حقيقي.

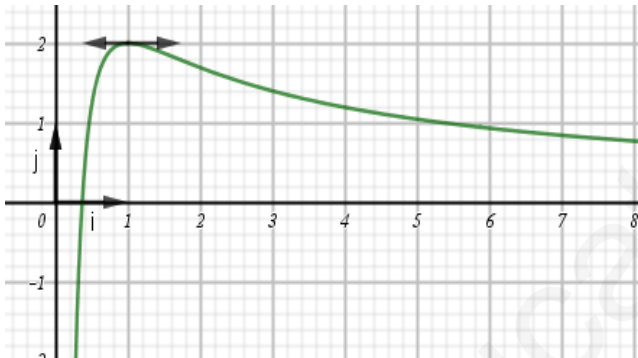
2. مجموعة حلول المتراجحة: $e^{2x} + e^x - 2 \geq 0$ هي المجال $S =]-2; 1[$.

3. التقريب التآلفي للدالة f في جوار الصفر هو: $f(x) \approx x$ حيث: $f(x) = e^{-2x} + x - 1$.

4. المعادلة: $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[1, 5; 1, 6]$ حيث: $h(x) = 4e^x - 2xe^x - 1$.

التمرين الثاني: 07 نقاط

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.



التمثيل البياني المقابل (γ) هو للدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$

a و b حقيقيان موجبان بحيث من أجل كل عدد حقيقي موجب

$$f(x) = \frac{a + b \ln x}{x} \quad \text{تماما } x$$

I (1) باستعمال المنحنى (γ) ، جد القيمتين $f(1)$ و $f'(1)$.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x ،

$$f'(x) = \frac{(b-a) - b \ln x}{x^2} \quad \text{ثم استنتج العددين الحقيقيين } a \text{ و } b.$$

II نضع $a = b = 2$

(1) أحسب نهاية f عند كل من 0 و $+\infty$ ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(2) جد إحداثيات نقطة تقاطع (γ) مع محور الفواصل. ثم استنتج إشارة $f(x)$

(3) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد β من المجال $[1; +\infty[$ حيث: $f(\beta) = 1$.

(4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $m x - 2 \ln x = 2$

(5) n عدد طبيعي حيث: $n \geq 1$ ، الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f_n(x) = \frac{2}{x} + 2n \frac{\ln x}{x}$ ، و (γ_n) منحناها البياني في

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- أكتب $f_{n+1}(x)$ بدلالة $f_n(x)$. ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (γ_n) و (γ_{n+1}) .

إقلب الورقة....

التمرين الثالث: 09 نقاط

نعتبر الدالة f حيث: $f(x) = x + 1 + e^{-2|x|}$

ونسمي (C_f) منحنىها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أكتب $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة
2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = 0$
3. أدرس تغيرات الدالة f وبين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته
4. بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها a حيث $-\frac{5}{4} < a < -1$
5. هل المنحني (C_f) يقبل نقطة إنعطاف ؟ علل
6. بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا ميله $\frac{1}{2}$ ثم أكتب معادلة لهذا المماس
7. أرسم المماس والمنحني (C_f)
8. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + 2m$

انتهى ...

😊 بالتوفيق 😊
أساتذة المادة

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوي : 3 ع ت

المدة : ساعتان

التمرين الأول (12 ن):

I - لتكن الدالة العددية g المعرفة على $] - 1; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2x^2 + 4x + \ln(x + 1)$

1 - ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

2 - احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $] - 1; +\infty[$

II - لتكن الدالة العددية f المعرفة على $] - 1; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = 2x - 1 + \frac{1 - \ln(x + 1)}{x + 1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ؛ فسر النتيجة هندسياً

2 - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $] - 1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x + 1)^2}$

ب - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3 - بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب - ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

4 - انشئ المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f)

5 - عين بيانياً قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = f(m)$ حلين متميزين

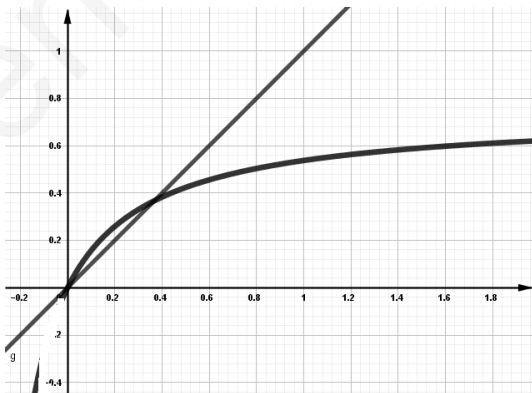
6 - الدالة العددية المعرفة على المجال $] - \infty; 1[$ بـ : $h(x) = e^{f(-x)}$ (عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

التمرين الثاني (8 ن):

f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{2.x}{e.x + 1}$

(U_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بمحداهما الأول $U_0 = 1$ ، $U_{n+1} = \frac{2.U_n}{e.U_n + 1}$



ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ؛ و (Δ) المستقيم

ذو المعادلة $y = x$ (الشكل المقابل)

I - مثل الحدود $U_0; U_1; U_2$ على حامل محور الفواصل

دون حسابها مبرزاً خطوط التمثيل

2-ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها

II - لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $V_n = \frac{e.U_n}{e.U_n - 1}$

1 - برهن ان المتتالية (V_n) هندسية اساسها 2 يطلب حساب حدها الاول

2 - اكتب V_n بدلالة n

3 - تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي n : $V_n = 1 + \frac{1}{e.U_n - 1}$ ؛ ثم استنتج U_n بدلالة n

4 - احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

5 - احسب بدلالة n كلاً من المجموعين S_n ؛ S'_n حيث :

$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n \text{ و } S'_n = \frac{e}{e.U_0 - 1} + \frac{e}{e.U_1 - 1} + \dots + \frac{e}{e.U_n - 1}$$

6 - احسب الجداء P حيث: $P = V_{1962} \times V_{1963} \times \dots \times V_{2019}$

بالتوفيق

السنة الدراسية : 2018 - 2019	مديرية التربية لولاية الأغواط
المستوى : الثالثة علوم تجريبية	ثانوية غزاوي بلقاسم بآفلو
التاريخ : 03 ديسمبر 2018 = 25 ربيع الأول 1440	إمتحان الثلاثي الأول
مدة الإجازة : $e^{(4\ln 2 + 3\ln 3 + 2\ln 5)}$ ثانية	إختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : 05 نقاط

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب :

$$f(x) = \frac{x}{2x+1} \text{ وليكن } (C_f) \text{ المنحنى الممثل لها , } (\Delta) \text{ المستقيم ذو المعادلة } y = x.$$

(1) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$, ثم إستنتج أنه إذا كان $0 \leq x \leq 1$ فإن $0 \leq f(x) \leq 1$.

(2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة ب : $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{u_n}{2u_n + 1}$.

- على الوثيقة المرفقة , مثل على محور الفواصل الحدود u_3, u_2, u_1, u_0 دون حسابها مع إظهار خطوط التمثيل .
- ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

(3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $0 \leq u_n \leq 1$.

- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة . إستنتج أنها متقاربة .

(4) لتكن المتتالية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $w_n = \frac{1}{u_n}$.

(أ) أثبت أن المتتالية (w_n) متتالية حسابية أساسها $r = 2$ يطلب إيجاد حدها الأول w_0 .

(ب) أكتب عبارة w_n بدلالة n , ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

(5) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثاني : 04 نقاط

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = \cos x + \sin^2 x$, (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى

معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. حيث : $\|\vec{i}\| = 2 \text{ cm}$.

(1) تحقق أن الدالة g دورية ودورها 2π .

(2) أثبت أن الدالة g زوجية .

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; \pi]$ فإن إشارة $g'(x)$ من إشارة $(2\cos x - 1)$.

- إستنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0; \pi]$, ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) بين أن المنحنى (C_g) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $2,20 < x_0 < 2,30$.

(5) أرسم المنحنى (C_g) على $[-\pi; \pi]$.

التمرين الثالث : 04 نقاط

إختر الإجابة الصحيحة مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية :

الجواب - 03	الجواب - 02	الجواب - 01	العبارة
$r = 1954$	$r = 1440$	$r = 2019$	أساس المتتالية الحسابية المعرفة بـ : $U_0 = 2018$ و $U_6 - 2U_2 = 1890$
$S = \{-1\}$	$S = \{-1; -\ln 2\}$	$S = \emptyset$	مجموعة حلول المعادلة $2.8^x + 4^x - 2^x = 0$
0	2	3	نهاية الدالة $h(x) = \frac{x + \sin 2x}{2x - \sin x}$ عند (0) هي :
$Ce^{2x} + \ln 4$	$Ce^{x \ln 2} + 4$	$C 2^x + 3$	حلول المعادلة : $y' = (\ln 2)y - \ln 8$ هي الدوال من الشكل :

التمرين الرابع : 07 نقاط

الجزء الأول : لتكن الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 2 + 2\ln x$

- 1- أدرس تغيرات الدالة g . ثم شكل جدول تغيراتها .
- 2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,24 < \alpha < 1,25$.
- 3- حدد إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني : لتكن الدالة f المعرفة على المجموعة $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + 2 - \frac{2\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. الوحدة $\|\vec{i}\| = 2cm$.

- 1- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. فسر النتيجة بيانيا . ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
- إستنتج إجهاد تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها .
- 3- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
- أثبت أن : $f(\alpha) = 2\alpha + 2 - \frac{2}{\alpha}$ ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.
- 4- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب إيجاد معادلة له .
- 5- أرسم المنحنى (C_f) والمستقيمين (Δ) و (T) .
- 6- عين قيم العدد الحقيقي m بحيث المعادلة : $\ln x = \left(1 - \frac{m}{2}\right)x$ تقبل حلين متمايزين .

(ما الفشل إلّا هزيمة مؤقتة تخلق لك فرص النجاح ... تدارك أخطائك مستقبلا كن إيجابيا)

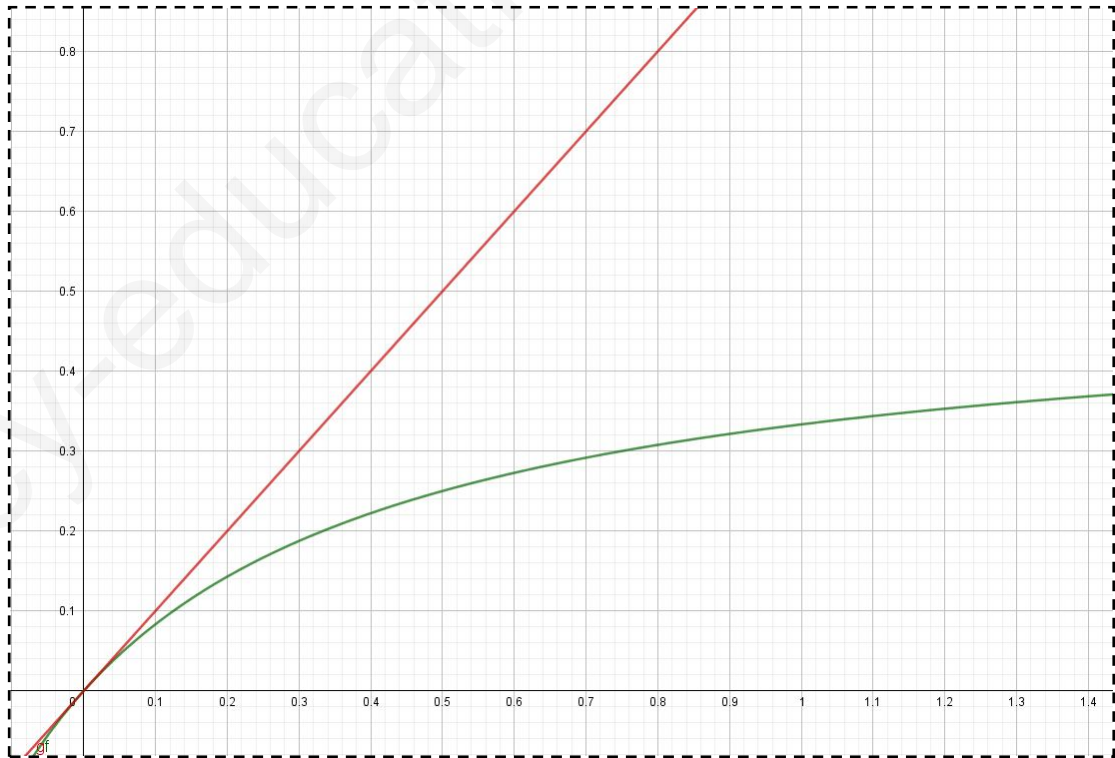
أستاذ المادة : نوقبة نورالدين

بالتوفيق والنجاح

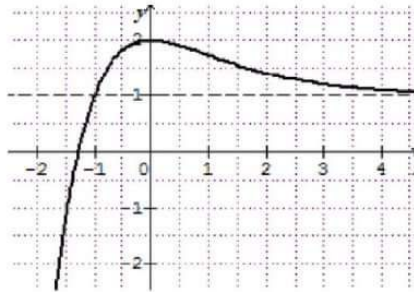
الإسم واللقب : القسم :



الإسم واللقب : القسم :



التمرين الأول: (12 نقاط)



(I) الشكل المقابل يمثل التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$

$$g(x) = (x+1)e^{-x} + 1 \quad \text{بـ} :$$

(1) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$

ثم تحقق أن: $-1,3 < \alpha < -1,2$

(2) بين أن $e^a = -\alpha - 1$ واستنتج إشارة $g(x)$

(II) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x}{e^{-x} + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، فسر النهاية الأولى هندسيا

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^{-x} + 1)^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب/ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

(4) بين أن $f(\alpha) = \alpha + 1$ ثم استنتج حصرا $f(\alpha)$

(5) أثبت أن معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $-\alpha$ هي: $y = x + \alpha + 1$

(6) ارسم (Δ) و (C_f)

(7) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = \frac{x}{e^{|x|} + 1}$ ، (C_h) تمثيلها البياني

بين أن h دالة فردية ، ثم ارسم المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) مع شرح طريقة الرسم.

التمرين الثاني: (08 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = -x - \ln x$.

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,5 < \alpha < 0,6$ ،

ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]0; +\infty[$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{-1 + (x-1)\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

(2) بين أن: من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) (γ) هو المنحنى الممثل للدالة $\ln$ في المعلم السابق .

احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ ، فسر النتيجة بيانيا ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (γ) .

(4) احسب $f(1)$ ، $f(2)$ و $f(e)$ ثم ارسم (γ) و (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \simeq -1,3$)

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير في كل مما يلي :

الجواب (ج)	الجواب (ب)	الجواب (أ)	
$y = ce^{\frac{-x}{2}} + 3$	$y = ce^{\frac{-x}{2}} + 2$	$y = ce^{\frac{-x}{2}} - 3$	حلول المعادلة التفاضلية $2y' + y - 3 = 0$ هي
$2e$	e^{-1}	e	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+e) - 1}{x} =$
$S =]-\infty; \frac{1-e^3}{2}[$	$S =]-\infty; \frac{1}{2}[$	$S =]\frac{1-e^3}{2}; \frac{1}{2}[$	حلول المتراجحة $\ln(-2x+1) < 3$ هي
مقارب مائل معادلته $y = 2x$ عند $+\infty$	مقارب أفقي معادلته $y = -1$ عند $-\infty$	مقارب عمودي معادلته $x = -1$	إذا كان $f(x) = \ln(e^{2x} + 1)$ فإن (C_f) يقبل
2	1	0	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3\sin(x) - x}{x^2} =$

التمرين الثاني :

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ ب : $g(x) = 1 - x^3 - 2\ln x$ ① ادرس اتجاه تغير الدالة g .② احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0, +\infty[$.II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ ب : $f(x) = \frac{2\ln x}{x^2} - 2x + 3$ (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ① احسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة بياناً.② أ - بين أنه من أجل كل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^3}$.ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.③ أ - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α ؛ β حيث : $0,6 < \alpha < 0,8$ و $1,6 < \beta < 1,8$.ب - استنتج إشارة $f(x)$.④ أ - بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -2x + 3$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $(+\infty)$.ب - ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .⑤ أنشيء (Δ) والمنحنى (C_f) .⑥ نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب : $h(x) = \frac{2\ln|x|}{x^2} - 2|x| + 3$ أ - بين أن الدالة h زوجية ثم اشرح كيفية إنشاء (C_h) اعتماداً على (C_f) . ((C_h) منحنى الدالة h)⑦ نعتبر الدالة k المعرفة ب : $k(x) = \ln f(x)$ ● اعتماداً على السؤال ③ ب شكل جدول تغيرات الدالة k .

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (04 ن)

لكل سؤال من بين الأسئلة التالية إجابة واحدة صحيحة يطلب تعيينها معللا اختيارك .

(1) الحلول على R للمعادلة التفاضلية : $y' = (\ln 1962)y + 3\ln(654\sqrt{2187})$ هي الدوال f حيث:

(أ) $f(x) = c1962^x + 3$ (ب) $f(x) = c1962^x - 3$ (ج) $f(x) = c1962^x - \ln 3$

(2) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+2019} - 45}{x^2 - 36}$ هي: (أ) $\frac{1}{36}$ (ب) $\frac{1}{12}$ (ج) $\frac{1}{1080}$

(3) مجموعة حلول المعادلة : $e^{2x} - 1955e^x + 1954 = 0$ في R هي :

(أ) $\{0; \ln 1954\}$ (ب) $\{1; 1954\}$ (ج) $\{1; \ln 1954\}$

(4) العدد $\ln[e^{3^0} \times e^{3^1} \times e^{3^2} \times \dots \times e^{3^{1439}}]$ مساويا : (أ) $\frac{3^{1439} - 1}{2}$ (ب) $\frac{3^{1440} - 1}{2}$ (ج) $3\ln 1439$

التمرين الثاني (04 ن) :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كمايلي :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{2}{3^{n+1}} \end{cases}$$

(1) أحسب u_1 و u_2 .

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\square$ بمايلي : $v_n = 3^n u_n$

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية .

ب- أكتب v_n ثم u_n بدلالة n وتحقق أن حدود المتتالية (u_n) موجبة .

(3) أ- بين بالتراجع أن من أجل عدد طبيعي n حيث $n \geq 3$ أن $2^n \geq 1 + 2n$

ب- استنتج أن من أجل كل $n \geq 3$: $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$

ج- حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثالث (06 ن)

(I) في الشكل المقابل (C) هو التمثيل البياني للدالة

g المعرفة على $\square$ ب : $g(x) = (ax+b)e^x + c$

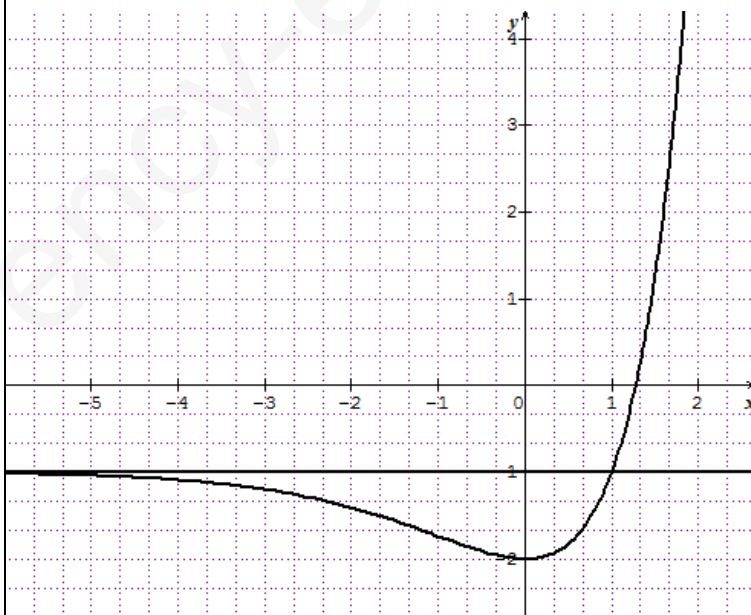
1 - بقراءة بيانية :

(أ) عين $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ثم استنتج قيمة c

(ب) عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(ج) عين كلا من $g(0)$ و $g'(0)$ ثم استنتج قيمة كل من

a و b



2 - نفرض في ما يلي : $g(x) = (x-1)e^x - 1$

أ- شكل جدول تغيرات الدالة g

ب- بين المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\square$

ثم تحقق أن : $1,2 < \alpha < 1,3$.

ج- استنتج إشارة $g(x)$.

(II) f الدالة المعرفة على $\square$: $f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم

المتعامد المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم حدد معادلة للمستقيم المقارب بجوار $+\infty$.

2- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3- أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4- بين أن $f(\alpha) = \alpha - 1$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

5- أرسم المنحنى (C_f) .

6- ناقش بياننا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x) = f(m)$.

التمرين الرابع (06ن)

f الدالة المعرفة على : $]-\infty; -2[\cup]-1; +\infty[$: $f(x) = x + 1 + 2 \ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا .

2/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x + 1$ مقارب لـ (C_f) بجوار ∞ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3/ بين أنه لأجل كل $x \in (C_f)$ و $(-3-x) \in (C_f)$ فإن : $f(-3-x) + f(x) = -1$ ثم قدم تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

4/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5/ برهن على وجود مماسين لـ (C_f) معامل توجيه كل منهما مساويا $\frac{2}{3}$.

أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

6/ ناقش بياننا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m حيث $m > 0$ وجود وعدد حلول المعادلة ذات المجهول x :

$$2 \ln\left(\frac{mx+m}{x+2}\right) = x+1$$

بالتوفيق في الحلوريا 2019/2018

المستوى : الثالثة

المدة : 03 ساعات

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (04 ن)

لكل سؤال من بين الأسئلة التالية إجابة واحدة صحيحة يطلب تعيينها معللا اختيارك .

(1) الحلول على R للمعادلة التفاضلية : $y' = (\ln 1962)y + 3 \ln(654\sqrt{2187})$ هي الدوال f حيث :

$$(أ) f(x) = c1962^x + 3 \quad (ب) f(x) = c1962^x - 3 \quad (ج) f(x) = c1962^x - \ln 3$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+2019} - 45}{x^2 - 36} \text{ هي : } (أ) \frac{1}{36} \quad (ب) \frac{1}{12} \quad (ج) \frac{1}{1080}$$

(3) مجموعة حلول المعادلة : $e^{2x} - 1955e^x + 1954 = 0$ في R هي :

$$(أ) \{0; \ln 1954\} \quad (ب) \{1; 1954\} \quad (ج) \{1; \ln 1954\}$$

$$(4) \text{ العدد } \ln[e^{3^0} \times e^{3^1} \times e^{3^2} \times \dots \times e^{3^{1439}}] \text{ مساويا : } (أ) \frac{3^{1439} - 1}{2} \quad (ب) \frac{3^{1440} - 1}{2} \quad (ج) 3 \ln 1439$$

التمرين الثاني: (04 ن)

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{2}{3^{n+1}} \end{cases} \text{ نعتبر المتتالية العددية } (u_n) \text{ المعرفة كمايلي :}$$

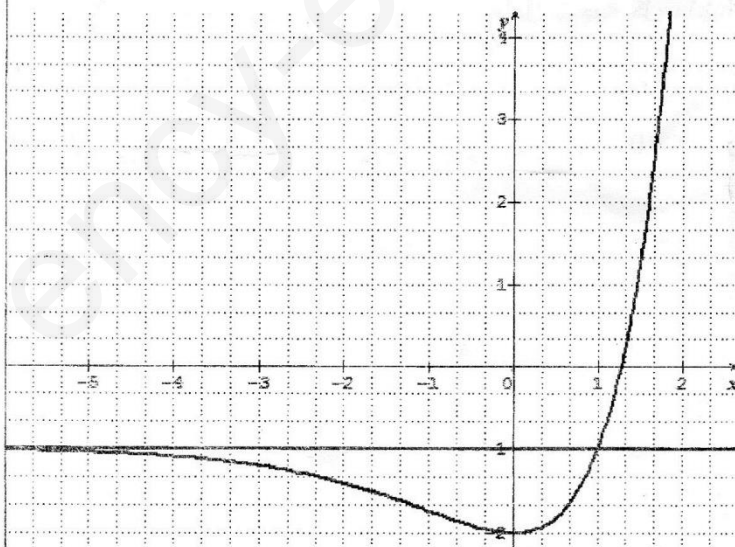
(1) أحسب u_1 و u_2 .(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بمايلي : $v_n = 3^n u_n$ أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية .ب- أكتب v_n ثم u_n بدلالة n وتحقق أن حدود المتتالية (u_n) موجبة .(3) أ- بين بالتراجع أن من أجل عدد طبيعي n حيث $n \geq 3$ أن $2^n \geq 1 + 2n$ ب- استنتج أن من أجل كل $n \geq 3$: $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ج- حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثالث: (06 ن)

(I) في الشكل المقابل (C) هو التمثيل البياني للدالة

$$g \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ : } g(x) = (ax+b)e^x + c$$

1 - بقراءة بيانية :

(أ) عين $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ثم استنتج قيمة c (ب) عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ (ج) عين كلا من $g(0)$ و $g'(0)$ ثم استنتج قيمة كل من a و b 

2 - نفرض في ما يلي : $g(x) = (x-1)e^x - 1$

أ- شكل جدول تغيرات الدالة g

ب- بين المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$

ثم تحقق أن : $1,2 < \alpha < 1,3$.

ج- استنتج إشارة $g(x)$.

(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم حدد معادلة للمستقيم المقارب بجوار $+\infty$.

2- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3- أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4- بين أن $f(\alpha) = \alpha - 1$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

5- أرسم المنحنى (C_f) .

6- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x) = f(m)$.

التمرين الرابع (06)

f الدالة المعرفة على : $]-\infty; -2[\cup]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + 1 + 2 \ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا .

2/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x + 1$ مقارب لـ (C_f) بجوار ∞ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3/ بين أنه لأجل كل $x \in (C_f)$ و $(-3-x) \in (C_f)$ فإن : $f(-3-x) + f(x) = -1$ ثم قدم تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

4/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5/ برهن على وجود مماسين لـ (C_f) معامل توجيه كل منهما مساويا $\frac{2}{3}$.

أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

6/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m حيث $m > 0$ وجود و عدد حلول المعادلة ذات المجهول x :

$$2 \ln\left(\frac{mx+m}{x+2}\right) = x+1$$

توضيح اختيار الفصل رقم 1

التحري الأول (004)

اختيار 1 جابر المصححة مع التي

$$\sqrt[3]{2187} = 3/y' = (\ln 1962)y + 3 \ln(654^{1/2187})$$

$$y' = (\ln 1962)y + 3 \ln(654^{1/2187})$$

$$f(n) = e^{\frac{\ln 1962 x}{2187} - \frac{3 \ln 1962}{2187}} / f(n) = e^{1962} - 3$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{x+6} \times \frac{1/\sqrt{x+2019}-43}{n-6} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+2019}-43}{n-6} = \frac{1}{12} \times \frac{1}{2 \times 45}$$

$$= \frac{1}{12} \left(\frac{1}{2\sqrt{x+2019}} \right) = \frac{1}{12} \times \frac{1}{2 \times 45}$$

$$2x - 1954e^x + 1954 = 0 \quad (s = \{0, \ln 1954\})$$

$$(e^x - 1)(e^x - 1954) = 0$$

$$\ln\left(\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \dots \times e^{\frac{1440}{3-1}}\right) = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{3}{2} = 1 \times \frac{1440}{3-1} \quad (s = \frac{1440}{3-1})$$

التحري الثاني (005)

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ L_{n+1} = \frac{1}{3} L_n + \frac{2}{3^{n+1}} \end{cases}$$

u_0	u_1	u_2
1	1	$\frac{5}{9}$

$$V_n = 3^n \times L_n$$

$$V_{n+1} = V_n + r$$

$$V_{n+1} = 3^{n+1} \times L_{n+1} = 3^{n+1} \left(\frac{1}{3} L_n + \frac{2}{3^{n+1}} \right) = 3^n L_n + 2 = V_n + 2$$

$$V_{n+1} = 3^n L_n + 2 \rightarrow r = 2$$

$$V_0 = 1, V_1 = 3, V_2 = 5, V_3 = 7, \dots$$

$$V_n = 1 + 2n$$

$$L_n = \frac{1+2n}{3^n}$$

$$1+2n > 0 \text{ and } 3^n > 0$$

$$2^n \geq 1+2n$$

$$2^3 = 8 > 7$$

$$p(3) \text{ محقق}$$

$$2^n \geq 1+2n$$

$$2^{n+1} \geq 1+2(n+1)$$

$$\frac{2^n}{3^n} \geq \frac{1+2n}{3^n}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^n \geq \frac{1+2n}{3^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \leq \ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} L_n = 0$$

$$g(x) = (ax+b)e^x + c$$

$$g'(x) = (a+b)e^x + c$$

$$g'(0) = 0$$

$$g(x) = (x-1)e^x - 1$$

$$g'(x) = xe^x$$

$$g(x) = (x-1)e^x - 1$$

$$g'(x) = xe^x$$

$$g(x) = (x-1)e^x - 1$$

$$g'(x) = xe^x$$

$$g(x) = (x-1)e^x - 1$$

$$g'(x) = xe^x$$

$$g(x) = (x-1)e^x - 1$$

$$g'(x) = xe^x$$

$$g(x) = (x-1)e^x - 1$$

$$g'(x) = xe^x$$

$$g(x) = (x-1)e^x - 1$$



g(x) = (x-1)e^x - 1

g'(x) = xe^x

g(x) = (x-1)e^x - 1

g'(x) = xe^x

g(x) = (x-1)e^x - 1

التي في انشأته (0 0)

$$f(x) = x+1 + 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right) \quad \text{في } x = -\infty, -2, 1, +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f = +\infty, \lim_{x \rightarrow -2} f = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f = +\infty$$

نلاحظ من الجدول ان $x = -1$ و $x = -2$ هما نقطتان متطرفتان، لذا نبحث عن النقطتين

$$\ln[f(x) - (x+1)] = \ln 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$$

ونلاحظ ان $\ln 2 = 0$ عند $x = -2$

$$y = x+1$$

دراسة الوضع النسبي لـ (A) و (B)

$$f(x) - (x+1) = 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$$

نلاحظ ان $\frac{x+2}{x+1} = 1 + \frac{1}{x+1}$

x	$-\infty$	-2	-1	+
f(x)	-			+

(A) انشأته (A) انشأته (A) انشأته

$$f(-3-x) + f(x) = -1$$

ونلاحظ ان النقطة $H(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ هي مركز تناظر لـ (A)

دراسة اتجاه تغير الدالة f

$$f'(x) = \frac{x(x+3)}{(x+1)(x+2)}$$

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	+
f(x)	+	0	-	+	+	+
f(x)	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$

$$f(-3) = -2 - 4\ln 2, f(0) = 1 + 2\ln 2$$

(A) يقبل تبايناً متزايداً

$$f'(x) = \frac{x}{3}$$

$$\frac{x^2+3x}{x^2+3x+2} = \frac{2}{3}$$

$$3x^2+9x = 2x^2+6x+4$$

$$x^2+3x-4 = 0 \quad (\Delta = 25)$$

$$x_1 = -4, x_2 = 1$$

$$f(x) = \frac{x}{e^x+1}, \quad \text{في } x = -\infty, 0, +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

ونلاحظ ان $y = 0$ هي خط مماس لـ (A) عند $x = 0$

$$\ln[f(x) - x] = \ln\left[\frac{x}{e^x+1} - x\right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-xe^x}{e^x+1} = 0$$

ونلاحظ ان $y = x$ هي خط مماس لـ (A) عند $x = -\infty$

دراسة وضع النسبي لـ (A) و (B)

x	$-\infty$	0	+
f(x)	+	0	-

(A) انشأته (A) انشأته (A) انشأته

دراسة اتجاه تغير الدالة f

$$f'(x) = \frac{-x}{(e^x+1)^2}$$

$$f(x) = \frac{x}{e^x+1}$$

نلاحظ ان $g(x) = 0$ عند $x = 0$

$$e^x = \frac{1}{x-1}$$

$$f(x) = x-1$$

$$f(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$0.2 < f(x) < 0.3$$

(A) انشأته (A) انشأته (A) انشأته



لناقطة كسبية لـ (A) و (B)

نلاحظ ان $f(x) = k$ عند $x = 0$

لوجود عدد حيز العادلة

(i) $f(x) = f(m)$ في $m \in]-\infty, 0[$

(ii) $f(x) = f(m)$ في $m \in]0, +\infty[$

(iii) $f(x) = f(m)$ في $m \in]-\infty, +\infty[$

(iv) $f(x) = f(m)$ في $m \in]-\infty, +\infty[$

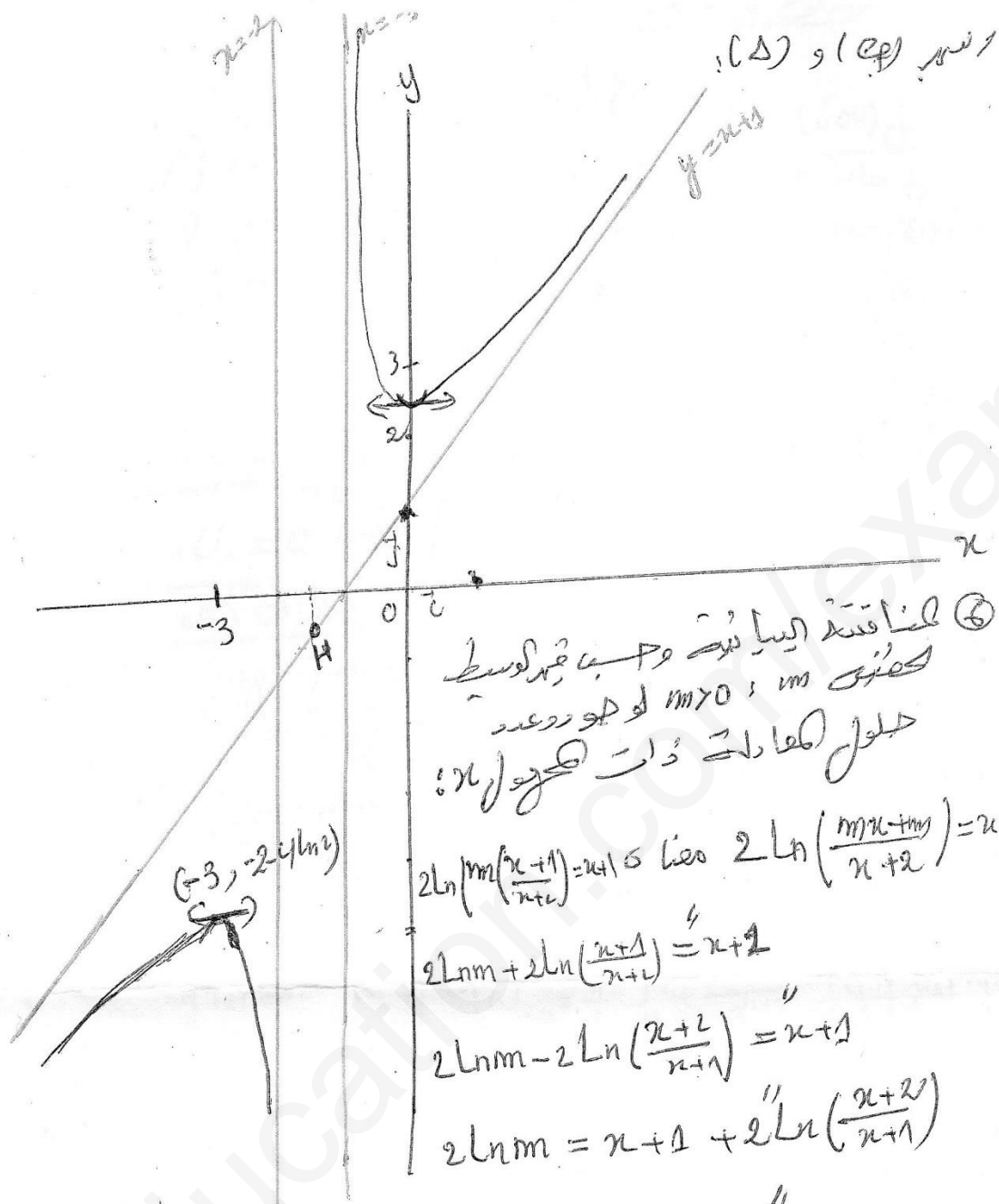
(v) $f(x) = f(m)$ في $m \in]-\infty, +\infty[$

(vi) $f(x) = f(m)$ في $m \in]-\infty, +\infty[$

(vii) $f(x) = f(m)$ في $m \in]-\infty, +\infty[$

(viii) $f(x) = f(m)$ في $m \in]-\infty, +\infty[$

(ix) $f(x) = f(m)$ في $m \in]-\infty, +\infty[$



فستكون بين (P) و (Δ) نريد ان نجد عدد كثير من m ، $m > 0$ او هو عدد
(d) $y = 2 \ln mx$

(i) $2 \ln m < -2 - 4 \ln 2$ معناه $m < e^{-1-2 \ln 2}$ فان المعادلة تقبل حلا واحدا $x = -3$

(ii) $m = e^{-1-2 \ln 2}$ فان المعادلة لا تقبل حلا

(iii) $2 \ln m < 1 + 2 \ln 2$ معناه $m < e^{\frac{1+2 \ln 2}{2}}$ فان المعادلة تقبل حلا واحدا $x = 0$

(iv) $m > e^{\frac{1+2 \ln 2}{2}}$ فان المعادلة تقبل حلا واحدا $x = 0$