مديرية التربية لولاية تيسمسيلت
ثانوية 11 ديسمبر

المستوى : 3 ع ت
المدة : 3 ساعات

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (4 ن)

لكل جملة مما يلي اقتراح وحيد صحيح من بين الاقتراحات الثلاثة يطلب تعيينه مع التبرير :

1) الحل العام للمعادلة التفاضلية $y'' + 2\cos x - \frac{1}{x^2} = 0$ على $]0, +\infty[$ هو (بحيث C_1, C_2 ثوابت حقيقية :
أ) $y = -2\sin x + \ln x + C_1 x + C_2$ ب) $y = 2\cos x - \ln x + C_1 x + C_2$
ج) $y = 2\cos x - \frac{1}{x} + C_1 x + C_2$

2) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = 3xe^{x^2}$ هي :
- القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[0,1]$ هي :
أ) $m = \frac{3}{2}e$ ب) $m = 6(e-1)$ ج) $m = \frac{3}{2}(e-1)$

3) حصر العدد I بحيث $I = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx$ هو :
أ) $1 \le I \le \frac{3}{2}$ ب) $\frac{1}{2} \le I \le 1$ ج) $0 \le I \le \frac{1}{2}$

4) نعتبر العدد الحقيقي $I = \int_1^e \frac{(\ln x)^{2024}}{x}dx$ هي :
أ) $I = 2025$ ب) $I = \frac{1}{2025}$ ج) $I = \frac{2024}{2025}$

التمرين الثاني : (4 ن)

I. حل في $\mathbb{N}^2$ الجملة $\begin{cases} C_{x+1}^{y} = C_x^{y-1} \\ C_{x+y}^{2} = 10 \end{cases}$

II. كيس به 12 كرية متجانسة لا يفرق بينها باللمس منها 5 خضراء و 4 بيضاء و 3 حمراء نسحب في **آن واحد** **3 كريات** من هذا الكيس .
1) ماهو عدد حالات السحب الممكنة
2) أحسب احتمال الحوادث الآتية **A : سحب 3 كرات من نفس اللون**
B : سحب على الأقل كرية بيضاء
C : سحب 3 كريات مختلفة اللون مثنى مثنى

III. ليكن x المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس
1) حدد قيم x الممكنة
2) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي x
3) أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي x ثم استنتج : $E(3x+2)$

التمرين الثالث : (5 ن)

(U_n) متتالية عددية معرفة بـ $U_1 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n

$$U_{n+1} = \frac{n}{2(n+1)}U_n + \frac{3(n+2)}{2(n+1)}$$

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم : $u_n \le 3$

www.ency-education.com

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة

ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n $V_n = n(3 - U_n)$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول v_1

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n

ج) أحسب بدلالة n $s_n = \frac{v_1}{3-U_1} + \frac{v_2}{3-U_2} + \frac{v_3}{3-U_3} + \cdots + \frac{v_n}{3-u_n}$

$$T_n = u_1 + 2U_2 + 3U_3 + \cdots + nU_n$$

التمرين الرابع : (7 ن)

الجزء الأول :

f دالة عددية معرفة على $]0 , +\infty[$ بـ : $\boldsymbol{f(x) = x + (1 - 2x)\ln x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O, i, j) (وحدة الطول $2cm$)

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) بين أنه من أجل كل $x \in]0 , +\infty[$ $\boldsymbol{f'(x) = -2\ln x + \frac{1-x}{x}}$

4) بين أن الدالة متزايدة تماما على $]0 , 1]$ و متناقصة تماما على $[1 , +\infty[$

5) شكل جدول تغيراتها

6) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

7) أنشئ (C_f) و المستقيم (Δ)

8) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m الموجب تماما عدد حلول المعادلة $me^{2x\ln x} = xe^x$

الجزء الثاني :

g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ $g(x) = f\left(\frac{1}{|x|}\right)$ (عبارة g غير مطلوبة)

1) أثبت أن g دالة زوجية

2) أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها

3) مستعملا اتجاه تغير الدالة f أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

الجزء الثالث :

1) باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $I = \int_{\frac{1}{2}}^{1} (1 - 2x)\ln x\, dx$

2) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمان اللذين معادلتهما $x = \frac{1}{2}, x = 1$

بالتوفيق

www.ency-education.com