

الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

ملاحظة: التنظيم والدقة في الإجابة تؤخذ بعين الاعتبار.

تمرين 1 :

- لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} - x$ و C_f تمثيلها البياني في $M \times M$ و $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 1/ أحسب نهايات الدالة f
 - 2/ أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها
 - 3/ بين أن المستقيم $y = -x - 1$: (δ) مقارب مائل لـ C_f بجوار $-\infty$
 - 4/ بين أن المستقيم $y = -x + 1$: (δ') مقارب مائل لـ C_f بجوار $+\infty$
 - 5/ حدد وضعية C_f بالنسبة لـ (δ) و (δ')
 - 6/ ارسم C_f و (δ) و (δ') والمستقيم ذو المعادلة $y = -x$
 - 7/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $\sqrt{x^2+1} - x(x+mx) = 0$
 - 8/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي λ عدد حلول المعادلة $f(x) = -x + \lambda$
- لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{|x|} - |x|$
- 9/ أكتب g دون رمز القيمة المطلقة
 - 10/ بين كيف يمكن رسم منحنى الدالة g بالاستعانة بـ C_f ثم ارسمه

تمرين 2 :

- لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ $f(x) = \frac{1}{x+1} + |-x+2|$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 1/ أكتب f دون رمز القيمة المطلقة
 - 2/ ادرس قابلية اشتقاق f عند 2
 - 3/ أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها
 - 3/ بين أن المستقيم $y = -x + 2$: (δ) مقارب مائل لـ C_f بجوار $-\infty$
 - 4/ بين أن المستقيم $y = x - 2$: (δ') مقارب مائل لـ C_f بجوار $+\infty$
 - 5/ حدد وضعية C_f بالنسبة لـ (δ) و (δ')
 - 6/ بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-2 < \alpha < -1$
 - 7/ ارسم C_f و (δ) و (δ')
- لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-3\}$ بـ $g(x) = \frac{1}{x+3} + |x|$
- 8/ بين كيف يمكن رسم منحنى الدالة g بالاستعانة بـ C_f ثم ارسمه

الفرص الأول والثالث في مادة الرياضيات

المدة : ساعة واحدة

المستوى: ثالثة تقني رياضي

الجزء الأول

لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 9$.

- (1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (2) أحسب $g(3)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ تبعاً لقيم العدد الحقيقي x .

الجزء الثاني

لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ $f(x) = x - 3 + \frac{4}{(x-1)^2}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي.

(1) أحسب نهايات الدالة f بجوار أطراف مجموعة تعريفها. فسّر هندسياً النتائج.

(2) (أ) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فإن $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^3}$.

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً μ حيث $-0,2 < \mu < -0,1$.

(4) (أ) بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته الديكارتية.

(ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

(5) أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$.

(6) أحسب $f(0)$ ثم أرسم (C_f) و (T) و (Δ) .

(7) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلتين $f(x) = m + 1$ و $f(x) = x + m$.

الجزء الثالث

(1) لتكن h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ $h(x) = f(|x|)$.

أرسم (C_h) منحنى الدالة h انطلاقاً من (C_f) منحنى الدالة f

(2) لتكن k دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ $k(x) = |f(x)|$.

أرسم (C_k) منحنى الدالة k انطلاقاً من (C_f) منحنى الدالة f .

إستاذة (المادة): زليخة علال (الرياضيات)

الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المدة : ساعة واحدة

المستوى: ثالثة علوم تجريبية 03

الجزء الأول:

لتكن g دالة عددية معرفّة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 7$.

- (1) أدرّس تغيّرات الدالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.
- (2) أحسب $g(-1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ تبعاً لقيم العدد الحقيقي x .

الجزء الثاني:

لتكن f دالة عددية معرفّة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ $f(x) = x + \frac{3}{2} + \frac{1}{2(x+2)^2}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها

البياني في معلم متعامد ومتجانس للمستوي.

- (1) أحسب نهايات الدالة f بجوار أطراف مجموعة تعريفها. فسّر هندسياً النتائج.

(2) أ) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$ فإن $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^3}$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

- (3) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً μ حيث $-3 < \mu < -2,5$.

(4) أ) بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته الديكارتية.

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

- (5) أحسب $f(0)$ ثم أرسم (C_f) و (Δ) .

(6) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلتين $f(x) = m$ و $f(x) = x + m$.

الجزء الثالث:

(1) لتكن h دالة عددية معرفّة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ $h(x) = f(x^2)$.

أ) أحسب $h'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة h (حساب عبارة $h(x)$ غير مطلوب)

ب) استنتج نهايات الدالة h ثم شكّل جدول تغيّراتها.

أستاذة: زكريا علال الدين

3as.ency-education.com

بتاريخ: 2017/10/17

المدة: ساعة

ثانوية: زريمش عيسى (حمام دباغ)

المستوى: 3عج + 3تر + 3

فرض الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

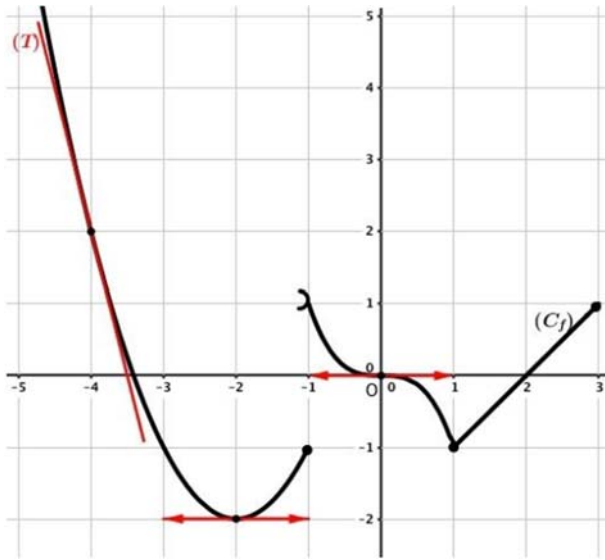
التمرين الأول: (06 نقاط)

اجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير

1 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ ، 2 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} = +\infty$ ، 3 القيمة التقريبية للعدد $(0.98)^2$ هي 0.96

4 حلول المعادلة التفاضلية $y' = \frac{1}{x^2}$ في $]0; +\infty[$ هي الدوال y حيث: $y = \frac{1}{x} + c$ مع c ثابت حقيقي.

التمرين الثاني: (06 نقاط)



f دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty; 3]$ بتمثيلها البياني (C_f) في الشكل المقابل، (T) مماس لـ (C_f) في النقطة التي فاصلتها (-4)

1 بقراءة بيانية:

أ/ عين: $f(-2)$ ، $f'(-2)$ ، $f(-4)$ ، $f'(-4)$

ب/ $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ماذا تستنتج ؟

ج/ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x}$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{\tan x}{x}\right)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{1}{x}\right)$

2 بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في $[-4; -3]$

3 أكتب معادلة المماس (T) .

4 شكل جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $]-\infty; -2]$ بـ: $g(x) = f(x+1)$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

$$\begin{cases} f(x) = (x-1)\sqrt{x^2-1} ; x \in [1; +\infty[\\ f(x) = -x + \frac{3}{2} - \frac{x}{x^2+1} ; x \in]-\infty; 1[\end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

1 أوجد الأعداد الحقيقية $a; b; c$ حيث: $x \in]-\infty; 1[$ و $f(x) = \frac{(x-1)(ax^2+bx+c)}{2(x^2+1)}$

2 أ/ بين أن الدالة f مستمرة عند 1.

ب/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم أحسب كل من: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)}{x-1}$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{x-1}$ ماذا تستنتج ؟ فسر النتيجة بيانياً.

3 أ/ لتكن f' الدالة المشتقة للدالة f . بين أن:

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{2x^2-x-1}{\sqrt{x^2-1}} ; x \in [1; +\infty[\\ f'(x) = -\frac{x^4+x^2+2}{(x^2+1)^2} ; x \in]-\infty; 1[\end{cases}$$

ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ب/ بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

4 بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف في المجال $]-\infty; 1[$ يطلب تعيين إحداثيتهما. 5 ارسم (Δ) و (C_f) .

3 كتابة معادلة المماس (T):

$$(T): y = -4x - 14 \text{ ومنه } (T): y = f'(-4)(x+4) + f(-4)$$

4 تشكيل جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $]-\infty; -2]$

$$g'(x) = f'(x+1), \quad g(x) = f(x+1):$$

x	$-\infty$	-3	-2
g'(x)	-	0	+
g(x)	$+\infty$		-1

التمرين الثالث: (08 نقاط)

1 إيجاد الأعداد الحقيقية c, b, a حيث $x \in]-\infty; 1]$ و

$$f(x) = \frac{(x-1)(ax^2 + bx + c)}{2(x^2 + 1)}$$

$$f(x) = -x + \frac{3}{2} - \frac{x}{x^2 + 1} = \frac{-2x^3 + 3x^2 - 4x + 3}{2(x^2 + 1)}$$

باستعمال طريقة هورنر نجد:

$$c = -3; b = 1; a = -2 \text{ ومنه}$$

$$f(x) = \frac{(x-1)(-2x^2 + x - 3)}{2(x^2 + 1)}$$

2 أ/ نبين أن الدالة f مستمرة عند 1:

$$\text{لدينا: } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x-1)\sqrt{x^2 - 1} = 0, \quad f(1) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(-x + \frac{3}{2} - \frac{x}{x^2 + 1} \right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \text{ فإن } f \text{ مستمرة عند } 1.$$

$$\text{ب/ حساب مايلي: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1)\sqrt{x^2 - 1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x + \frac{3}{2} - \frac{x}{x^2 + 1} \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{x^2 - 1}}{x-1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(-2x^2 + x - 3)}{(x-1)2(x^2 + 1)} = -1$$

$$\text{بما أن } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} \neq \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} \text{ فإن الدالة } f \text{ غير قابلة}$$

للاشتقاق عند 1.

التفسير البياني: $A(1;0)$ هي نقطة زاوية للمنحنى (C_f)

2018/2017

ثانوية: زريمش عيسى

تصحيح الفرض الأول للثلاثي الأول--3 عتج +3 تر+3 ر

التمرين الأول: (06 نقاط)

سؤال 1	سؤال 2	سؤال 3	سؤال 4
صحيح	خاطئ	صحيح	خاطئ

التبرير: (1)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{x^2(1 + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x^2(1 + \cos x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} \cdot \frac{1}{(1 + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 \cdot \frac{1}{(1 + \cos x)} = \frac{1}{2}$$

2 لدينا: $1+2+3+\dots+n = \frac{n}{2}(1+n)$ مجموع حدود متتالية

حسابية حدها الأول 1 وأساسها 1 وحدها الأخير n

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{n(1+n)}{2}}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n}{2n^2} = \frac{1}{2}$$

3 بوضع: $f(x) = x^2$, $f'(x) = 2x$ لدينا $(0.98)^2 = f(1-0.02)$

$$h = -0.02; x_0 = 1, \quad f(x_0 + h) \approx hf'(x_0) + f(x_0)$$

$$\text{بما أن } f(1-0.02) \approx 0.96 \text{ فإن } f(1-0.02) \approx 0.02f'(1) + f(1)$$

4 حلول المعادلة التفاضلية $y' = \frac{1}{x^2}$ في $]0; +\infty[$ هي

$$\text{الدوال } y \text{ حيث: } y = -\frac{1}{x} + c \text{ مع } c \text{ ثابت حقيقي.}$$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1 بقراءة بيانية: أ/ تعيين:

$$f'(-4) = -4, \quad f(-2) = -2, \quad f(-4) = 2, \quad f'(-2) = 0$$

$$\text{ب/ } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1 \text{ بما أن}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \text{ فإن الدالة غير مستمرة عند } -1$$

$$\text{ج/ } \lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{\tan x}{x}\right) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{1}{x}\right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - 0}{x - 0} = f''(0) = 0$$

2 نبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في $[-4; -3]$

لدينا: الدالة f معرفة ومستمرة ورتيبة تماما على $[-4; -3]$ و

$$f(-4) = 2, \quad f(-1) = -1 \text{ لأن } f(-4)f(-3) < 0$$

المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في $[-4; -3]$

ندرس إشارة الفرق: $\left[f(x) - \left(-x + \frac{3}{2} \right) \right] = -\frac{x}{x^2+1}$

x	$-\infty$	0	1
$-x$	+	○	-
x^2+1	+	+	+
$\frac{-x}{x^2+1}$	+	○	-
وضعية (C_f) بالنسبة (Δ)	(Δ) فوق (C_f)		(Δ) تحت (C_f)
	$(C_f) \cap (\Delta) = \left\{ A' \left(0; \frac{3}{2} \right) \right\}$		

(4) نبين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف في المجال

$]-\infty; 1[$ **يطلب تعيين إحداثيتهما:**

لدينا: $f'(x) = -\frac{x^4+x^2+2}{(x^2+1)^2}; x \in]-\infty; 1[$

الدالة f قابلة للاشتقاق مرتين على المجال $]-\infty; 1[$:

$$f''(x) = \frac{-2x^3+6x}{(x^2+1)^3} = -\frac{2x(x^2-3)}{x^6+3x^4+3x^2+1}$$

إشارة $f''(x)$ على $]-\infty; 1[$:

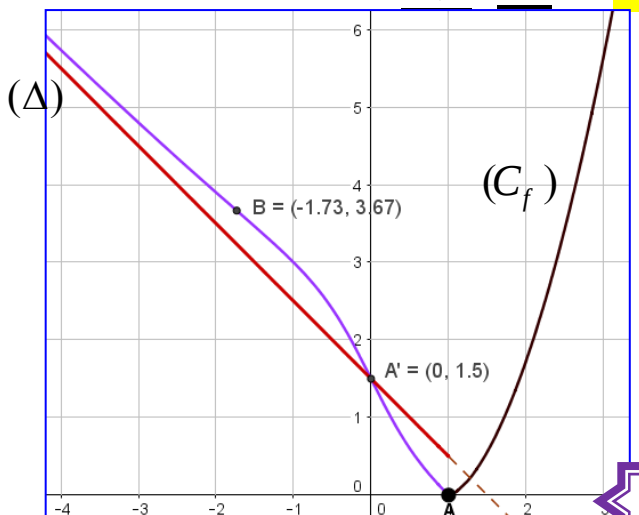
x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	1
$-2x$	+	+	○	-
x^2-3	+	○	-	-
$(x^2+1)^3$	+	+	+	+
$f''(x)$	+	○	-	+

$f''(x)$ انعدمت مغيرة إشارتها عند 0 و $-\sqrt{3}$ ومنه:

المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف في المجال $]-\infty; 1[$ هما

$$\frac{5}{4}\sqrt{3} + \frac{3}{2} = 3.67, B \left(-\sqrt{3}; \frac{5}{4}\sqrt{3} + \frac{3}{2} \right) \text{ و } A' \left(0; \frac{3}{2} \right)$$

(5) رسم (Δ) و (C_f):



(3) أ/ نبين أن:

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{2x^2-x-1}{\sqrt{x^2-1}}; x \in]1; +\infty[\\ f'(x) = -\frac{x^4+x^2+2}{(x^2+1)^2}; x \in]-\infty; 1[\end{cases}$$

*الدالة f قابلة للاشتقاق على $]1; +\infty[$ دالتها المشتقة f' :

$$f'(x) = \sqrt{x^2-1} + \frac{2x(x-1)}{2\sqrt{x^2-1}} = \frac{2x^2-x-1}{\sqrt{x^2-1}}$$

*الدالة f قابلة للاشتقاق على $]-\infty; 1[$ دالتها المشتقة f' :

$$f'(x) = -1 - \frac{(x^2+1)-2x \cdot x}{(x^2+1)^2} = -\frac{x^4+x^2+2}{(x^2+1)^2}$$

ومنه:

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{2x^2-x-1}{\sqrt{x^2-1}}; x \in]1; +\infty[\\ f'(x) = -\frac{x^4+x^2+2}{(x^2+1)^2}; x \in]-\infty; 1[\end{cases}$$

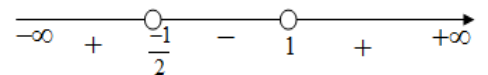
**** تشكيل جدول تغيرات الدالة f :**

**** إشارة $f'(x)$ في المجال $]1; +\infty[$:**

إشارة $f'(x)$ تتعلق بإشارة البسط لأن المقام موجب

$$f'(x) = 0 \text{ يكافئ } \frac{2x^2-x-1}{\sqrt{x^2-1}} = 0 \text{ يكافئ } 2x^2-x-1=0$$

حساب Δ : $\Delta = 9$ ، $x_1 = 1$ أو $x_2 = -\frac{1}{2}$ مرفوضين



بما أن $f'(x) > 0$ فإن الدالة f متزايدة تماماً على $]1; +\infty[$

إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 1[$: لدينا $-\frac{x^4+x^2+2}{(x^2+1)^2} < 0$

بما أن $f'(x) < 0$ فإن الدالة f متناقصة تماماً على $]-\infty; 1[$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 0 $\nearrow$	$+\infty$

ب/ نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ)

بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته: من أجل كل $x \in]-\infty; 1[$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[f(x) - \left(-x + \frac{3}{2} \right) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{x}{x^2+1} \right) = 0$$

م.م. مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ (Δ): $y = -x + \frac{3}{2}$

**** دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لـ (Δ):**

الأسئلة

التمرين الأول :

جدول التغيرات الموالي هو لدالة f معرفة على $D_f = [-2; 3]$.

x	-2	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$		3		-1		2

1- عيّن إشارة $f(x)$.

2- نعتبر الدوال

g, h و t المعرفة

كما يلي: $h = f^3, g = f^2$

$t = \frac{1}{f}$

أ- عيّن مجموعة تعريف لكل دالة من الدوال g, h, t .

ب- عبّر عن g', h' و t' بدلالة f و f' .

ج- استنتج جدول تغيرات لكل دالة من الدوال g, h, t .

د- ارسم في معلم متعامد ومتجانس تمثيلًا بيانيًا مناسبًا لكل من f, t .

التمرين الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$.

(ف) التمثيل البياني لـ f في معلم متعامد ومتجانس.

1- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x - 1 + \frac{2}{e^x + 1}$ و $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

د- بين أن المستقيمين $(\Delta_1): y = x - 1$ و $(\Delta_2): y = x + 1$ مقاربان لـ (ف).

2- أ- بين أن الدالة f فردية، ثم أدرس تغيراتها على $[0; +\infty[$.

ب- أرسم $(\Delta_1), (\Delta_2)$ والخاص لـ (ف) عند النقط ذات الفاصلة 0 ثم المضمن (ف).

- بالتوفيق -

التمرين الأول (6ن): f دالة معرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ ، (C_f) تمثيلها البياني و جدول تغيراتها معطى كما يلي:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	2

أجب بـ: خطأ أو صحيح على كل سؤال مما يلي مع تبرير الإجابة:

- المستقيم الذي معادلته: $y = 2$ مقارب للمنحنى (C_f) . (0.25+0.75ن).
- المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيداً. (0.25+0.75ن).
- مجموعة حلول المتراجحة: $f(x) > 0$ هي: $S =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$. (0.25+0.75ن).
- في المجال $]-\infty; -1[$ يكون: " $f(-2) > f(x)$ " عندما يكون " $x < -2$ ". (0.25+0.75ن).
- النقطة $A(-3; 1)$ تنتمي إلى المنحنى (C_f) . (0.25+0.75ن).
- الدالة f زوجية. (0.25+0.75ن).

التمرين الثاني (14ن): الشكل الموالي هو التمثيل البياني لدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على $]0; 5]$.

المستقيمان المرسومان في الشكل هما المماسان للمنحنى عند النقطتين اللتين فاصلتهما 1 و $\frac{7}{4}$.

- بقراءة بيانية عين $f(1)$ و $f'(1)$. (القيم المقروءة تُعطى على شكل كسور مقامها 4). (1+2ن).
- حل بيانياً في المجال $]0; 5]$ المتراجحات التالية:

(أ) $f(x) \geq 0$ ، (ب) $f'(x) \geq 0$ ، (ج) $f(x) \leq 1$. (1.5ن).

- نقبل أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; 5]$: $f(x) = a + bx(2 - \sqrt{x})$.
 a و b عدنان حقيقيان نريد حسابهما.

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; 5]$ ،

$$f'(x) = b \left(2 - \frac{3}{2} \sqrt{x} \right) \quad (3.5ن).$$

ب- بإستعمال قيم $f(1)$ و $f'(1)$ المحصل عليها في السؤال 1 عين a و b . (4ن).

ملاحظات هامة جداً:

(1) يُمنع منعاً باتاً التشطيب و الكتابة تكون إما بالأزرق أو الأسود .

(2) لا تكتب و لا تُلطخ هذه الورقة لأنك سترجعها مع ورقة الإجابة .

(3) كل شخص يُرجع الورقة فارغة (على الأقل حاول) يتحمل مسؤوليته .

الفرض الثاني للثلاثي الأول في مادة الرياضياتالأسئلة:

(I) g دالة عددية معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = e^{\frac{x}{x+1}}$ ** أدرس تغيرات الدالة g ، ثم بين أن من أجل كل $x > -1$: $0 < g(x) < e$

(II) f دالة معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 - e^{\frac{x}{x+1}}$ (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى م.م.م $(o, \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول $2cm$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.
(2) أ (من أجل كل $x > -1$: أحسب $f'(x)$ ، ثم بين أن: $f''(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}}$

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$. ثم بين أن: $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 e^{\frac{x}{x+1}}$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة المشتقة f' ثم شكل جدول تغيراتها ($\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$)

(د) بين أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث:
 $-0.72 < \alpha < -0.71$

(3) مما سبق استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) لتكن النقطة $A(x;0)$ حيث $x > -1$ ، المستقيم العمودي المار من النقطة A ويقطع المنحنى (C_f) في النقطة M و يقطع المستقيم (Δ) ذو المعادلة

$y = x - e + 1$ في النقطة N ، نضع : $\Psi(x) = MN$

الفرض الثاني للثلاثي الأول في مادة الرياضياتالأسئلة:

(I) g دالة عددية معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = e^{\frac{x}{x+1}}$ ** أدرس تغيرات الدالة g ، ثم بين أن من أجل كل $x > -1$: $0 < g(x) < e$

(II) f دالة معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 - e^{\frac{x}{x+1}}$ (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى م.م.م $(o, \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول $2cm$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

(2) أ (من أجل كل $x > -1$: أحسب $f'(x)$ ، ثم بين أن: $f''(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}}$

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$. ثم بين أن: $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 e^{\frac{x}{x+1}}$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة المشتقة f' ثم شكل جدول تغيراتها ($\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$)

(د) بين أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث:
 $-0.72 < \alpha < -0.71$

(3) مما سبق استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) لتكن النقطة $A(x;0)$ حيث $x > -1$ ، المستقيم العمودي المار من النقطة A ويقطع المنحنى (C_f) في النقطة M و يقطع المستقيم (Δ) ذو المعادلة

$y = x - e + 1$ في النقطة N ، نضع : $\Psi(x) = MN$

أ) بين أن $\Psi(x) = -g(x) + e$

ص1

اقلب الصفحة

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \Psi(x)$. ثم فسر النتيجة هندسيا حسب المنحنى (C_f) .

ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

5) أ) بين أن : $f(\alpha) = -\alpha(\alpha+1)$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$
6) ارسم (Δ) و (C_f) .

7) ناقش بيانيا عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = |m|$ ، m وسيط حقيقي

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ : $h(x) = x - 1 - e \cdot e^{\frac{-1}{x}}$

(C_h) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى م.م. $(o, \vec{i}, \vec{j})$

أ) عين قيمة العدد الحقيقي β : $h(x) = f(x-1) + \beta$

ب) اشرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) .

انتهى

ص2

أ) بين أن $\Psi(x) = -g(x) + e$

ص1

اقلب الصفحة

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \Psi(x)$. ثم فسر النتيجة هندسيا حسب المنحنى (C_f) .

ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

5) أ) بين أن : $f(\alpha) = -\alpha(\alpha+1)$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$
6) ارسم (Δ) و (C_f) .

7) ناقش بيانيا عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = |m|$ ، m وسيط حقيقي

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ : $h(x) = x - 1 - e \cdot e^{\frac{-1}{x}}$

(C_h) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى م.م. $(o, \vec{i}, \vec{j})$

أ) عين قيمة العدد الحقيقي β : $h(x) = f(x-1) + \beta$

ب) اشرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) .

انتهى

ص2

$$1 - 4/e \approx -0.47$$

x	-1	-1/2	+∞
f''(x)	-	0	+
f'(x)	1	↘ 1-4/e ↗	1

$$\lim_{x \rightarrow -1} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \left(1 - \frac{1}{x^2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 e^{\frac{x}{x+1}} \right) = 1$$

(د) نبين أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم

والآخر α حيث: $-0.72 < \alpha < -0.71$ لدينا: $f'(0) = 0$

$$f'(-0.71) = -0.029, f'(-0.72) = 0.025$$

بما أن الدالة f' معرفة و مستمرة و رتيبة تماما (متناقصة تماما) على $[-0.72; -0.71]$ و $f'(-0.72) \cdot f'(-0.71) < 0$

فإن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f'(x) = 0$

تقبل حل وحيد α حيث $-0.72 < \alpha < -0.71$

نستنتج أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم

والآخر α : $-0.72 < \alpha < -0.71$

(3) استنتاج مما سبق اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل

x	-1	α	0	+∞
f'(x)	+	0	-	+

جدول تغيراتها:

إشارة $f'(x)$

الدالة f متزايدة تماما على $[-1; \alpha] \cup [0; +\infty]$

الدالة f متناقصة تماما على $[\alpha; 0]$

x	-1	α	-1/2	0	+∞
f'(x)	+	0	-	-	+
f(x)	0	↗ f(α) ↘	↘ 1/2 - 1/e ↗	0	+∞

الدالة f' قابلة للاشتقاق على $]-1; +\infty[$ دالتها المشتقة "

$$f''(x) = - \left[\left(\frac{-2(x+1)}{(x+1)^4} \right) e^{\frac{x}{x+1}} + \frac{1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}} \right]$$

$$= \frac{2x+1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}} \right) = 1$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 e^{\frac{x}{x+1}}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}} = 1 - \frac{1}{x^2} \frac{x^2}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}}$$

$$= 1 - \frac{1}{x^2} \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 e^{\frac{x}{x+1}}$$

(ج) استنتاج اتجاه تغير الدالة المشتقة f' ثم تشكيل

جدول تغيراتها: $(\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^x = 0)$

إشارة $f''(x)$: تتعلق بإشارة $(2x+1)$ لأن المقام

x	-1	-1/2	+∞
2x+1	-	0	+
f''(x)	-	0	+

موجب و $e^{\frac{x}{x+1}} > 0$

بما أن: $f''(x) > 0$

على المجال $]-1/2; +\infty[$

فإن الدالة f' متزايدة تماما على $[-1/2; +\infty[$

بما أن: $f''(x) < 0$ على $]-1; -1/2[$

تصحيح الفرض الثاني للثلاثي الاول---3عتج+3تر+3ر

(I) دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = e^{\frac{x}{x+1}}$

دراسة تغيرات الدالة: $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = e$

الدالة g قابلة للاشتقاق على $]-1; +\infty[$ دالتها المشتقة

$$g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}}$$

حيث:

$g'(x) > 0$ على المجال $]-1; +\infty[$

ومنه: g متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$

** نبين أن من أجل كل $x > -1$: $0 < g(x) < e$

من جدول التغيرات نستنتج:

من أجل كل $x > -1$: $0 < g(x) < e$

(II) معرفة f على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 - e^{\frac{x}{x+1}}$

(1) حساب النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 1 - e^{\frac{x}{x+1}} \right) = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \left((x+1)^0 - e^{\frac{x}{x+1}} \right) = 0$$

(2) (أ) حساب $f'(x)$: f قابلة للاشتقاق على $]-1; +\infty[$:

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} e^{\frac{x}{x+1}}$$

(III) معرفة h على $]-1; +\infty[$: $h(x) = x - 1 - e e^{\frac{-1}{x}}$

(أ) تعيين قيمة العدد الحقيقي β : $h(x) = f(x-1) + \beta$

$$\beta = h(x) - f(x-1), \quad f(x-1) = x - e \cdot \frac{x-1}{x} = x - e \cdot \frac{1}{x}$$

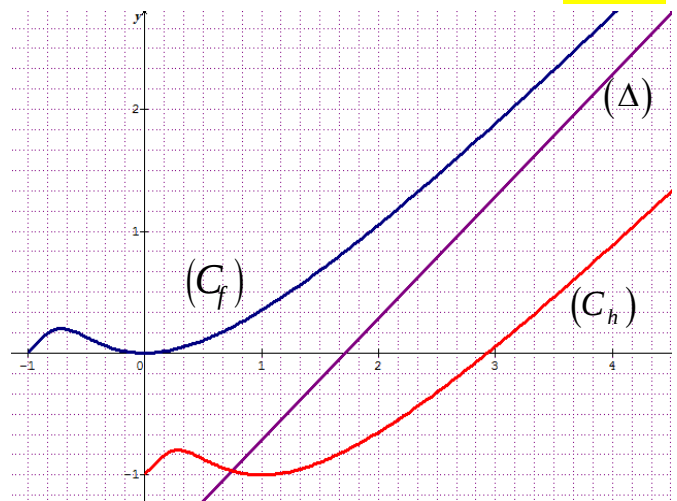
$$\text{ومنه: } \beta = x - 1 - e e^{\frac{-1}{x}} - \left(x - e e^{\frac{-1}{x}} \right) = -1$$

(ب) شرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقاً من (C_f) :

لدينا: $h(x) = f(x-1) - 1$

(C_h) هو صورة (C_f) بواسطة انسحاب شعاعه $\vec{i} - \vec{j}$

(6) رسم (Δ) و (C_f) .



فإن الدالة f' متناقصة تماماً على $]-1; -\frac{1}{2}]$

ومنه: $0.1 < f'(\alpha) < 0.2088$

(7) مناقشة بيانياً عدد و إشارة حلول المعادلة

$|f(x)| = m$ ، m وسيط حقيقي

حلول المعادلة (E) هي فواصل نقط تقاطع المنحنى

(C_f) مع المستقيمات التي معادلاتها : $y = |m|$

1 $|m| = 0$ يكافئ $m = 0$

* إذا كان $m = 0$ فإن (E) تقبل حل مضاعف معدوم

2 $0 < |m| < f(\alpha)$ يكافئ $\begin{cases} 0 < |m| \\ |m| < f(\alpha) \end{cases}$ يكافئ

$m \in]-f(\alpha); 0[\cup]0; f(\alpha)[$ يكافئ $\begin{cases} m \in]-f(\alpha); 0[\\ m \in]0; f(\alpha)[\end{cases}$

* إذا كان $m \in]-f(\alpha); 0[\cup]0; f(\alpha)[$ فإن المعادلة

(E) تقبل حلان سالبان و حل موجب

3 $|m| = f(\alpha)$ يكافئ $m = f(\alpha)$ أو $m = -f(\alpha)$

* إذا كان $m = f(\alpha)$ أو $m = -f(\alpha)$ فإن المعادلة

(E) تقبل حل مضاعف سالب و حل موجب

4 $|m| > f(\alpha)$ يكافئ $m > f(\alpha)$ أو $m < -f(\alpha)$

يكافئ $m \in]-\infty; -f(\alpha)[\cup]f(\alpha); +\infty[$

* إذا كان $m \in]-\infty; -f(\alpha)[\cup]f(\alpha); +\infty[$ فإن

m	$-\infty$	$-f(\alpha)$	0	$f(\alpha)$	$+\infty$
عدد وإشارة حلول المعادلة (E)	حل وحيد موجب	حل مضاعف سالب وحل موجب	حل مضاعف معدوم	حل مضاعف سالب وحل موجب	حل وحيد موجب

* نبين أن $f'(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^4} e^{\frac{x}{x+1}}$

(4) نبين أن $\Psi(x) = -g(x) + e$ لدينا $A(x; 0)$

$M(x; f(x)); N(x; x - e + 1), (\Delta): y = x - e + 1$

$$\Psi(x) = MN = \sqrt{(x-x)^2 + ((x-e+1)-f(x))^2}$$

$$= \sqrt{\left(-e + e^{\frac{x}{x+1}}\right)^2} = \left|-e + e^{\frac{x}{x+1}}\right| = -e^{\frac{x}{x+1}} + e$$

ومنه: $\Psi(x) = -g(x) + e$

(ب) حساب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \Psi(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-g(x) + e) = 0$

تفسير النتيجة هندسياً حسب المنحنى (C_f) :

بما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - e + 1)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \Psi(x) = 0$

فإن: (C_f) يقبل (Δ) مستقيماً مقارباً مائلاً بجوار $+\infty$

(ج) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) :

دراسة إشارة الفرق $\Psi(x) = -g(x) + e = e - e^{\frac{x}{x+1}}$

من أجل كل $x > -1$: $\Psi(x) > 0$ ومنه:

من أجل كل $x > -1$: المنحنى (C_f) يقع فوق (Δ)

(5) نبين أن $f(\alpha) = -\alpha(\alpha+1)$ لدينا

$$e^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} = (\alpha+1)^2 \text{ أن } f'(\alpha) = 1 - \frac{1}{(\alpha+1)^2} e^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} = 0 \text{ ومنه}$$

$$f(\alpha) = \alpha + 1 - e^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} = \alpha + 1 - (\alpha+1)^2 = -\alpha(\alpha+1)$$

استنتاج حصراً لـ $f(\alpha)$ لدينا $-0.72 < \alpha < -0.71$

$$(2) \dots 0.28 < \alpha + 1 < 0.29, (1) \dots 0.71 < -\alpha < 0.72$$

		بضرب أطراف المتباينة (1); (2) طرف إلى طرف : $0.1988 < -\alpha(\alpha + 1) < 0.2088$
--	--	--

**** أرجو إعلامنا إن كانت هناك أخطاء ****

التمرين الأول (5ن):

u دالة عددية معرفة بجدول تغيراتها التالي:

x	0	1	$+\infty$
$u(x)$	$\ln 2$	$-\infty$	$+\infty$

إستنتج جدول تغيرات f حيث: $f(x) = e^{u(x)}$. (مع الشرح المفصل). (0.5+0.5+0.5+0.5+0.5+0.5).

التمرين الثاني (15ن):

(I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$.

1. أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها. (0.75+0.75+0.5+0.5).

2. بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث: $1.60 < \alpha < 1.59$. (0.25+0.5).

3. إستنتج إشارة $g(x)$. (0.25).

(II) نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x-2}{e^x-2x}$.

(C_f) منحنى الدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(\vec{i}; \vec{j})$.

1. أحسب النهايات و أول النتائج المحصل عليها هندسياً. (0.75+0.75).

2. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$. (0.25+0.25).

3. إستنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات f . (0.75+0.75).

4. أحسب $f(1)$ ، ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$. (0.25+0.5).

5. بين أن: $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha-1}$ ، إستنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}). (0.75+0.5).

6. أرسم (C_f) . (2).

(III) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = [f(x)]^2$.

1. أحسب $h'(x)$ ثم إستنتج إشارتها. (0.5+0.5+0.5).

2. شكل جدول تغيرات الدالة h . (1).

ملاحظات هامة جداً:

(1) يُمنع منعاً باتاً التشطيب و الكتابة تكون إما بالأزرق أو الأسود .

(2) لا تكتب و لا تُلطخ هذه الورقة لأنك ستُرجعها مع ورقة الإجابة .

(3) كل شخص يُرجع الورقة فارغة (على الأقل حاول) يتحمل مسؤوليته .

بالتوفيق _____ الإثنين 27 نوفمبر 2017 _____ الأستاذة زعتر آمال