الملخص العام

ملاحظة : إذا كتبنا ∞ فنقصد $+\infty$ أو $-\infty$

1) المستقيم المقارب العمودي:

إذا كان $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$ فإنّ تفسيرها البياني(أو الهندسي) هو المنحنى C_f يقبل مستقيما مقاربا عموديّا معادلته $x=a$.

2) المستقيم المقارب الأفقي:

إذا كان $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=b$ فإنّ تفسيرها البياني(أو الهندسي) هو: C_f يقبل مستقيما مقاربا أفقيّا معادلته $y=b$ ،وذلك بجوار ∞

3) المستقيم المقارب المائل:

ا-لإثبات أنّ المستقيم $(\Delta): y=ax+b$ مقارب مائل لـ C_f بجوار ∞ ، يكفي أنْ نثبت أنّ : $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-(ax+b))=0$.

بـ- إذا لم تُعْط لنا معادلة المستقيم المقارب المائل، و طُلِب منّا تعيينه، ننظر إلى عبارة $f(x)$، فإنْ كانت من الشكل التالي:

$$f(x)=ax+b+\varphi(x) \quad \text{مع} \quad \lim_{x\to\infty}\varphi(x)=0$$

فالمستقيم ذو المعادلة $y=ax+b$ مقارب مائل لـ C_f عند ∞

إذا لم تتوفر الملاحظة السابقة، نعيّن المستقيم المقارب المائل بالطريقة التالية: نحسب $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ ، فنجد عددا حقيقيّا a غير معدوم، ثم نحسب $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)-ax]$ ، فنجد عددا حقيقيّا b و تكون معادلة المستقيم المقارب المائل هي: $y=ax+b$.

4) الدالة الزوجية:

f دالة حيث D_f متناظرة بالنسبة إلى الصفر. لإثبات أنّ f زوجيّة، نبرهن،من أجل كل x من D_f، أنّ: $f(-x)=f(x)$

ملاحظة هامّة: إذا كانت f زوجيّة، فيُمْكِن إنشاء القسم من C_f على الجزء الموجب (أو السالب) من D_f ، ثم نُكمل C_f بالتناظر بالنسبة إلى محور التراتيب.

5) الدالة الفردية:

f دالة حيث D_f متناظرة بالنسبة إلى الصفر. لإثبات أنّ f فرديّة، نبرهن،من أجل كل x من D_f، أنّ: $f(-x)=-f(x)$ أو $f(-x)+f(x)=0$.

ملاحظة هامّة: إذا كانت f فرديّة، فيُمْكِن إنشاء القسم من C_f على الجزء الموجب (أو السالب) من D_f ، ثم نُكمل C_f بالتناظر بالنسبة إلى مبدإ المعلم.

6) مركز التناظر:

α عدد حقيقي و f دالة، حيث D_f متناظرة بالنسبة لـ α.

لإثبات أنّ النقطة $\omega(\alpha,\beta)$ مركز تناظر للمنحني C_f ، يكفي أنْ نثبت، من أجل كل x من D_f، أنّ :

$f(2\alpha-x)+f(x)=2\beta$ أو $f(\alpha-x)+f(\alpha+x)=2\beta$.

7) محور التناظر:

α عدد حقيقي و f دالة، حيث D_f متناظرة بالنسبة لـ α.

لإثبات أنّ المستقيم $(D): x=\alpha$ محور تناظر للمنحني C_f يكفي أنْ نثبت، من أجل كل x من D_f، أنّ :

$f(2\alpha-x)=f(x)$ أو $f(\alpha-x)=f(\alpha+x)$.

8) نقطة الإنعطاف:

بصفة عامّة، لتعيين نقطة الانعطاف، نقوم بما يلي:

نحسب المشتق الثاني $f''(x)$ ، و ندرس إشارته ، فإذا وجدنا $f''(x)$ انعدم عند قيمة x_0 من D_f، مُغيّراً إشارته، تكون النقطة ذات الفاصلة x_0 نقطة انعطاف لـ C_f.

حالة خاصّة: في بعض الحالات، يمكن تعيين نقطة الانعطاف دون اللجوء إلى المشتق الثاني $f''(x)$، وذلك إذا انعدم المشتق الأوّل $f'(x)$ عند قيمة x_0 من D_f، ولمْ يغيّر إشارته ، فتكون النقطة ذات الفاصلة x_0 نقطة انعطاف لـ C_f.

ملاحظة: في بعض الحالات، يَفرضُ علينا سياق التمرين أن نعيّن نقطة الانعطاف بالكيفيّة التالية :

يُطلب منّا أنْ ندرس وضعيّة المنحني C_f بالنسبة إلى المماس عند النقطة ذات الفاصلة x_0، فإذا وجدنا أنّ C_f غيّر وضعيّته بالنسبة إلى المماس(قبْل و بعْد نقطة التّماس) نستنتج أنّ النقطة ذات الفاصلة x_0 هي نقطة انعطاف لـ C_f.

التمرين رقم 01 :

الدالة العددية f المعرفة على $\Re-\{-1\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^2+3}{x+1}$$

ـ وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. عين الأعداد a,b,c بحيث: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$.
2. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة التعريف
3. بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب يطلب تعيين معادلة له.
4. بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مستقيما مقاربا مائلا (C_f).
5. أدرس وضعية المنحنى مع المستقيم المقارب المائل (Δ) .
6. بيّن أنه مهما $x\in\Re-\{-1\}$ فإن: $f'(x)=\frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$.
7. عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
8. أكتب معادلة المماس (D) عند النقطة التي فاصلتها 0 .
9. بين أن نقطة $A(-1;-2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).
10. أرسم كلا من (Δ)، (D) و (C_f).

التمرين رقم 02 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\Re$ بـ :

$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+1}$ ـ وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها في م.م. $(O;\vec{i};\vec{j})$.

الوحدة $1cm$ على محور الفواصل و $4cm$ على محور التراتيب

بيّن أنه مهما تكن $x\in\Re$ فإن: $f(x)=1-\frac{x}{x^2+1}$.

- ✓ احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
- ✓ استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له.
- ✓ أدرس وضعية بين المنحنى للمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$.
- ✓ احسب $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- ✓ بيّن أنه مهما تكن $x\in\Re$ فإن: $f(-x)=2-f(x)$.واستنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر يطلب تعيينه.
- ✓ أنشئ (C_f) والمستقيم (Δ) .
- ✓ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$.

التمرين رقم 03 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\Re-\{-1\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^2+x+4}{x+1}$$

ـ وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. عين الأعداد a,b,c بحيث: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$.
2. أدرس تغيرات الدالة f .
3. أوجد معادلات المستقيمات المقاربة، ثم أدرس وضعية المنحنى مع المستقيم المقارب المائل وليكن (Δ) .
4. بين أن نقطة تقاطع الخطين المقاربين هي مركز تناظر.
5. بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين ميلاهما -3 ، ثم أكتب معادلتيهما.
6. أنشئ المنحنى والمماسات بدقة .
7. استنتج إشارة الدالة على مجموعة تعريفها.
8. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $-x^2+(m-1)x-4+m=0$.

التمرين رقم 04 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\Re-\{2\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{4x^2-11x+7}{2(x-2)}$$

وليكن (C_f) منحناها البياني في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1. أدرس تغيرات الدالة f .ثمّ عين المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f) وأحسب إحداثيات a نقطة تقاطعهما وبيّن أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
2. برهن أنه يوجد مماسين للمنحنى (C_f) معامل توجيههما $\frac{3}{2}$.
   - أحسب إحداثيات نقطتي التماس $b;c$ لهذين المماسين مع المنحنى .
   - تحقق من أن النقطتين $b;c$ متناظرتين بالنسبة إلى a . أنشئ المنحنى.
3. نعتبر الدالة الوسيطية للمتغير الحقيقي x المعرفة كمايلي :

$f_m(x)=\frac{4x^2+(m-8)x-m+4}{2(x-2)}$ حيث m وسط حقيقي.

ـ نسمي (C_{f_m}) المنحنى الممثل للدالة f_m في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

- ❖ بيّن أنه توجد نقطة ثابتة تنتمي إليها كل منحنيات (C_{f_m}) .
- ❖ ماهو المنحنى الذي يشمل النقطة التي إحداثياها $(\frac{7}{4};0)$.

التمرين رقم 05 :

لتكن الدّالة f المعرفة علَى $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ:

$$f(x) = \frac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$$

نسمي C_f المنحنَى الممثل لهَا في معلم متعامد ومتجَانس (O,I,J)

1. ادرس تغيرَات الدّالة f. استنتج أن المنحني C_f يقبل مستقيم مقَارب عموديًا
2. بين أن المستقيم (D) ذي المعَادلة $y=x$ مقَارب مَائِل للمنحنَى C_f
3. أدرس وضعية المنحنَى C_f بالنسبة للمستقيم (D)
4. أحسب إحدَاثيّات نقطتي تقَاطع C_f مع حَامل محور الفوَاصل
5. أكتب معَادلة للممَاس Δ عند النقطة ذَات الفَاصلة 1
6. أنشئ Δ ثم المنحنى C_f

التمرين رقم 06 :

I. نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\Re$ بـ :

$$h(x) = x^3+3x^2+3x+2$$

✓ أدرس تغيرات الدالة h .ثمّ استنتج إشارة $h(x)$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\Re-\{-1\}$ بـ :

$$f(x) = \frac{2x^3+7x^2+8x+2}{(x+1)^2}$$

1.بيّن أن $f'(x) = \frac{2h(x)}{(x+1)^3}$.

2.أدرس تغيرات الدالة f.

3.بيّن أنه يوجد ثلاثة أعداد حقيقية a,b,c بحيث:

$$f(x) = ax+b+\frac{c}{(x+1)^2}$$

4.بيّن أن المنحنى (C_f) الممثل للدالة f يقبل مستقيمين أحدهما مائل وليكن (Δ) .ثمّ أدرس وضعية المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

5.بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $x_0 \in \left]\frac{-3}{8};\frac{-1}{4}\right[$.

6.أرسم المنحنى (C_f).

7.ناقش حسب الوسيط m عدد نقاط تقاطع (C_f) والمستقيم الذي معادلته $y=2x+m$.

III. g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\Re$:

$g(x) = f(|x|)$.

✓ بيّن أن الدالة g زوجية.

✓ أرسم منحناها البيانيوذلك باستعمال (C_f) في معلم آخر.

التمرين رقم 07 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\Re-\{1\}$ بـ :

$$f(x) = \frac{x^3-3x^2+3x+1}{(x-1)^2}$$

_وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1/ نسمي h الدالة المعرفة على $\Re$ بـ: $h(x) = x^3-3x^2+3x-5$.

أدرس تغيرات الدالة h.

بيّن أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2 \prec \alpha \prec 3$ ، جد حصرا له سعته 10^{-2}. استنتج إشارة $h(x)$.

2/ أدرس نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها .

بيّن أنه من أجل $x \neq 1$ فإن: $f'(x) = \frac{h(x)}{(x-1)^3}$.

بيّن أن $f(\alpha) = \frac{6}{(\alpha-1)^2}$.ثم استنتج جدول تغيرت الدالة f.

3/ بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-1$ مستقيم مقارب لـ (C_f).

4/ حدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ). أرسم المنحنى (C_f).

5/ استنتج بيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$: m وسيط حقيقي.

التمرين رقم 08 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\Re-\{-1\}$ بـ :

$$f(x) = 2x+3-\frac{1}{(x+1)^2}$$

_وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. بيّن أن الدالة f قابلة للاشتقاق على مجال تعريفها وأنه مهما يكن العدد الحقيقي x من هذه المجموعة فإن:

$$f'(x) = \frac{2(x+2)(x^2+x+1)}{(x+1)^3}$$

2. أدرس تغيرات الدالة f.

3. ثمّ بيّن أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة x_0 حيث: $-\frac{3}{8} \prec x_0 \prec -\frac{1}{4}$.

4. أكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5. أرسم المنحنى (C_f) والمماس (Δ).

6. m عدد حقيقي.ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $2x^3+(7-m)x^2+2(4-m)x+2-m=0$

7. لتكن h معرفة على $\Re-\{-1\}$ حيث: $h(x) = f(|x|)$

بين أن الدالة h زوجية.

-استنتج رسم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f).

التمرين رقم 09 :

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ :

$$f(x)=|x+2|+\frac{1}{x+1}$$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أدرس قابلية الاشتقاق للدالة عند $x_0=-2$، ثم أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة المتحصل عليها.
2. أدرس تغيرات الدالة f.
3. برهن أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين .
4. أدرس الوضعية بين المنحنى والمستقيمين المقاربين.ثم أرسم المنحنى .

التمرين رقم 10 :

لتكن الدالة f المعرفة على R-{2,-2} بـ: $f(x)=|x+2|+\frac{4x}{x^2-4}$

و ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس.

1. أ) أحسب f(-4) , f(-3) , f(0)
   أ) أدرس تغيرات الدالة f
2. أ) برهن على وجود عدد حقيقي $\alpha\in]-4;-3[$ حيث $f(\alpha)=0$
   ب) برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد $\beta\in]-2;2[$
3. عين المستقيمين المقاربين العموديين و المائلين للمنحنى (C)
4. أ) أوجد معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0
   ب) أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) على المجال]-2; 2[و فسر هندسيا النتيجة.
5. أنشئ المنحنى (C)
6. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة :
   $f(x)=m$
7. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة :
   $f(x)=2m+1$

التمرين رقم 11 :

لتكن الدالة f المعرفة على R-{-1,1} بـ: $f(x)=\frac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أدرس تغيرات الدالة f
2. أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0
3. بين أن : $f(x)=x+1+\frac{x}{x^2-1}$
4. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل بجوار $+\infty$ و عند $-\infty$
5. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)
6. بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha\in]\frac{1}{2};1[$
7. أرسم المنحنى (C_f)

التمرين رقم 12 :

الجزء الأول

لتكن الدالة g المعرفة على R كما يلي: $g(x)=x^3+3x+16$

1. ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
2. بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-2.5<\alpha<-2$
3. عين حصرا للقيمة α سعته 10^{-1}
4. استنتج إشارة g(x) حسب قيم x

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على R بما يلي : $f(x)=\frac{x^3-8}{x^2+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=\frac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$
2. أدرس تغيرات الدالة f ثم أوجد نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل
3. بين أن $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$ ثم عين حصرا ل $f(\alpha)$
4. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)
5. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)
6. أرسم (Δ) و (C_f)
7. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة :
   $x^3-mx^2-8-m=0$

الجزء الثالث

لتكن الدالة h المعرفة على R كما يلي: $h(x)=\frac{|x|x^2-8}{x^2+1}$

1. ادرس شفعية الدالة h
2. أكتب الدالة h دون إستعمال رمز القيمة المطلقة
3. استنتج رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f)

التمرين رقم 13 :

الجزء الأول

لتكن الدالة g المعرفة على R كما يلي: $g(x)=x^3-3x-3$

1. أدرس تغيرات الدالة g
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2.1<\alpha<2.2$
3. عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث : $\frac{n}{100}<\alpha<\frac{n+1}{100}$
4. عين إشارة g(x)

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على R-{-1,1} بما يلي : $f(x)=\frac{2x^3+3}{x^2-1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. بين أن : $f'(x)=\frac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$
2. أحسب النهايات
3. شكل جدول تغيرات الدالة f
4. بين أن $f(\alpha)=3\alpha$
5. عين الأعداد الحقيقية d,c,b,a بحيث : $f(x)=ax+b+\frac{cx+d}{x^2-1}$
6. عين المستقيمين المقاربين
7. أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و المستقيم المقارب المائل(Δ)
8. من أجل $\alpha\approx 2.2$ أرسم (Δ) و (C_f)

التمرين رقم 14 :

الجزء الأول

g دالة عددية معرفة على R كما يلي : $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$

1. أدرس تغيرات الدالة g
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha \in]2;3[$
3. عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث : $\frac{n}{10} < \alpha < \frac{n+1}{10}$
4. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^3-3x^2+3x+1}{(x-1)^2}$

1. أحسب النهايات عند أطراف مجال التعريف
2. بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^3}$
3. شكل جدول تغيرات الدالة f
4. بين أن : $f(\alpha) = \frac{6}{(\alpha-1)^2}$
5. عين الأعداد الحقيقية c,b,a بحيث : $f(x) = ax+b+\frac{c}{(x-1)^2}$
6. بين أن المنحنى (C_f) بيان الدالة f يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل
7. عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0
8. أرسم المنحنى (C_f) و مستقيماته المقاربة (نختار $\alpha \approx 2.5$)
9. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة :
$x^3 - (3+m)x^2 + (3+2m)x + 1 - m = 0$

التمرين رقم 15 :

الجزء الأول

لتكن الدالة g المعرفة على R كما يلي: $g(x)=2x^3 - 3x^2 - 1$

1. شكل جدول تغيرات الدالة g
2. بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha \in]1;2[$
3. عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث : $\frac{n}{10} < \alpha < \frac{n+1}{10}$
4. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

الجزء الثاني

f دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1-x}{x^3+1}$

1. أحسب النهايات ثم فسرها هندسيا
2. بين أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x^3+1)^2}$
3. شكل جدول تغيرات الدالة f
4. من أجل $\alpha \approx 1.8$ عين الحصر إلى 10^{-1} للعدد $f(\alpha)$
5. عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) بيان الدالة f عند الفاصلة 0
6. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) و ماذا تستنتج ؟
7. أنشئ المنحنى (C_f)
8. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة :
$mx^3 + x + m - 1 = 0$

التمرين رقم 16 :

I) نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ : $g(x) = 2x^3 + x^2$

1. أدرس تغيرات الدالة g .
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]0;1[$
3. عين حصرا لـ α سعته 0.1 .
4. عين العدد الطبيعي n بحيث : $\frac{n}{100} < \alpha < \frac{n+1}{100}$
5. حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = \frac{x^3+x^2+1}{3x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ وحدة الأطوال هي 3cm.

1. أدرس تغيرات الدالة f .
2. بين أن : $f(\alpha) = \frac{\alpha}{6} + \frac{1}{2\alpha}$, ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
3. هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) موازية للمستقيم $y = \frac{2}{3}x + 1$.
4. أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $\alpha \approx \frac{2}{3}$)

التمرين رقم 17 :

I) نعتبر دالة كثير الحدود P المعرفة على R بـ : $P(x)= x^3+3x^2+3x-5$

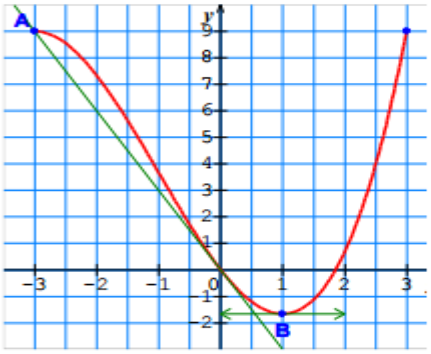
1. أدرس تغيرات الدالة P .
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in [0;1]$
3. عين حصرا لـ α سعته 10^{-1} ثم حصرا سعته 0.25.
4. عين العدد الطبيعي n بحيث : $\frac{n}{100} < \alpha < \frac{n+1}{100}$
5. حدد حسب قيم x إشارة $P(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x^3-3x+1}{(x+1)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ وحدة الأطوال هي 2cm.

1. عين نهاية الدالة f عند -1 , فسر بيانيا النتيجة.
2. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
3. بين أن: $f'(x) = \frac{P(x)}{(x+1)^3}$
4. شكل جدول تغيرات الدالة f
5. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
6. هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) موازية لمحور الفواصل
7. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).
8. عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
9. أنشئ المنحنى (C) و المماس (Δ) .

التمرين رقم 18 :



الشكل الموالي هو التمثيل البياني $\mathscr{C}$ لدالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $[-3;3]$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;I,J)$

المنحنى $\mathscr{C}$ يحقق الشروط التالية :

يمر بمبدأ المعلم O ، و يشمل النقطة $A(-3;9)$ ، يقبل في النقطة B التي فاصلتها 1 مماسا أفقيا ويقبل المستقيم (OA) كمماس عند النقطة O

1. ما هو معامل توجيه المستقيم (OA) ؟

2.نفرض أن f معرفة على $[-3;3]$ ب :-

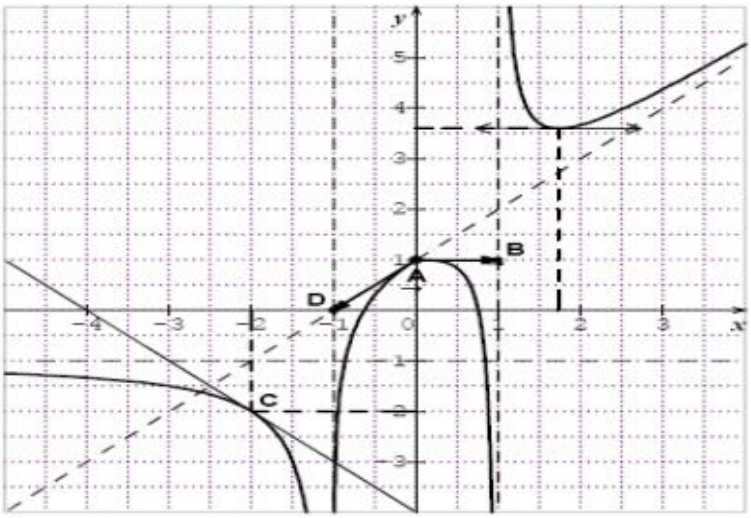
$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$$

حيث a ، b ، c و d أعداد حقيقية .

أ- بين باستعمال الشروط السابقة أن : $a=\frac{1}{3}$ ، $b=1$ ، $c=-3$ و $d=0$

ب-حلل $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f .

التمرين رقم 19 :



لتكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

بقراءة بيانية :

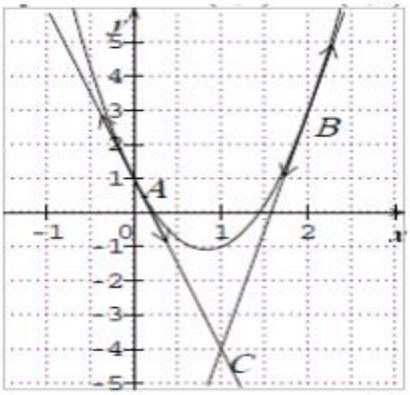
1°) عيّن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to1} f(x)$

2°) عيّن : $f'(0)$ و $f'(-2)$ و $f'\left(\frac{7}{4}\right)$

التمرين رقم 20 :

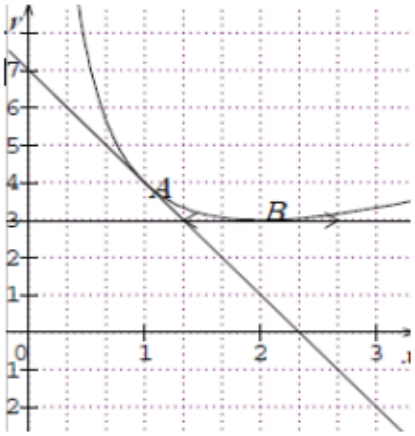
f دالة معرفة على R حيث $f(x)=ax^2+bx+c$ و (C)

تمثيلها البياني معطى في الشكل التالي. مع العلم أن (C) يشمل النقطتين A (0,1) و B (2,3) و المماسين في A و B يتقاطعان في النقطة c(1,-4)



1. أكتب معادلتي المماسين عند A و B
2. استنتج $f'(2)$ و $f'(0)$
3. أوجد الأعداد الحقيقية a,b,c
4. أدرس تغيرات الدالة f
5. أوجد المماسات لـ (C) التي تشمل المبدأ O
6. بين أن المستقيم ذو المعادلة : $x=\frac{5}{6}$ محور تناظر لـ (C)

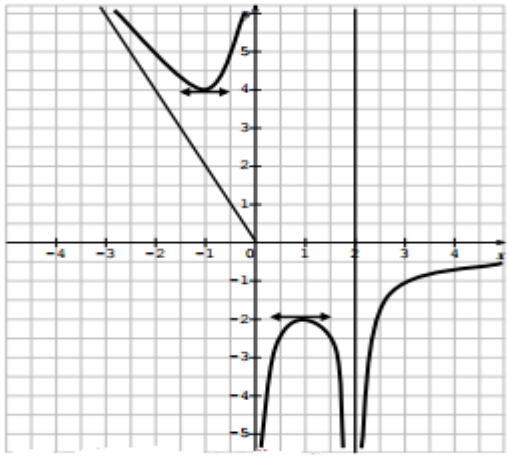
التمرين رقم 21 :



f دالة معرفة على R^* حيث $f(x)=ax+b+\frac{c}{x}$ و (C) تمثيلها البياني معطى في الشكل السابق علما أن A(1;4) و B(2;3)

1. أحسب بيانيا $f'(2)$ و $f'(1)$
2. أحسب $f'(x)$ بدلالة a,b,c
3. أجد عبارة f(x)
4. أدرس تغيرات الدالة f
5. أثبت أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين
6. أوجد النقط M(x,y) من (C) التي تكون فيها المماسات موازية للمستقيم الذي معادلته : y = -3x
7. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة f(x) = -3x + m
8. لتكن $h(x)=|x|-1+\frac{4}{|x|}$ بين أن الدالة h زوجية ثم استنتج رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من (C)

التمرين رقم 22 :



f دالة معرفة على D_f ، يعطى C_f المنحنى الممثل لها

1) عين بيانيا D_f و النهايات على حدود D_f ، و عين معادلات المستقيمات المقاربة .

2) شكل جدول تغيرات f

3) عين بيانيا : $f'(-1)$ ، $f'(1)$

4) حل بيانيا المعادلتين : $f(x)=5$ ، $f(x)=-2$ ثم المتراجحة : $-2<f(x)<5$

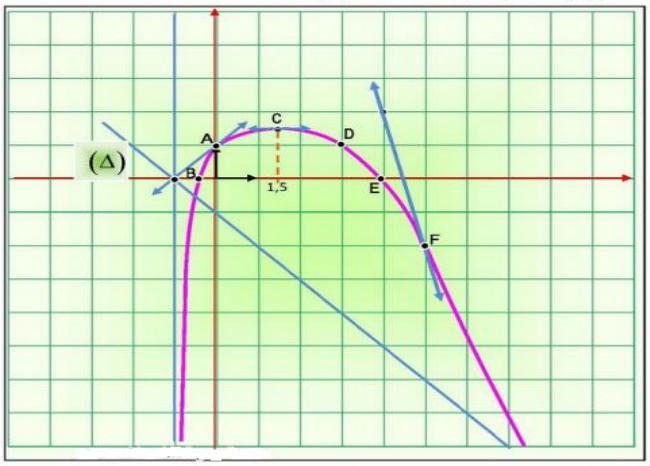
5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=m^2$

التمرين رقم 23 :

f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ ، يعطى C_f المنحنى الممثل لها والذي يشمل النقط :

$A(0;1)$ ، $B\left(-\frac{1}{2};0\right)$ ، $C\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$ ، $D(3;1)$ ، $E(4;0)$ ، $F(5;-2)$.

- المماسات T_A ، T_C و T_F هي مماسة للمنحنى C_f عند النقط A ، C و F على الترتيب .
- المستقيم (Δ) مستقيم مقارب مائل للمنحنى C_f عند $+\infty$.



1) عين بيانيا : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-1^+} f(x)$ ، و شكل جدول تغيرات f

2) عين بيانيا : $f'(0)$ ، $f'\left(\frac{3}{2}\right)$ ، $f'(5)$ ، $\lim_{x\to 5}\frac{f'(x)-f'(5)}{f(x)-f(5)}$

3) حل بيانيا المعادلتين : $f(x)=0$ ، $f(x)=1$

4) حل المتراجحات : $f(x)<0$ ، $f(x)>1$ ، $f'(x)\leqslant 0$ ، $f'(x)\geqslant 1$.

5) أكتب معادلة كل من T_A ، T_C و T_F و (Δ)

6) في كل حالة مما يلي ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m إشارة و عدد حلول المعادلة :

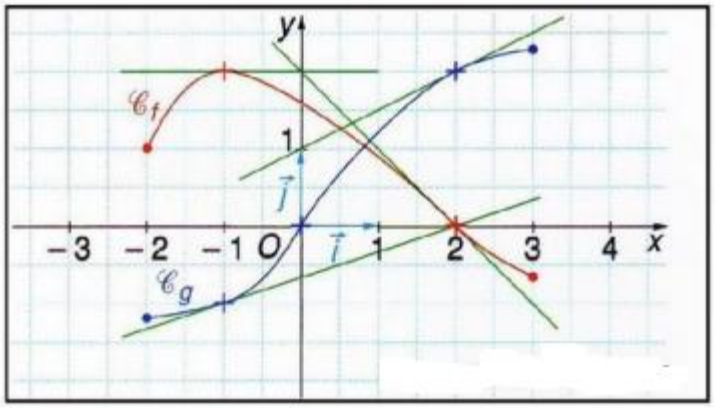
أ) $f(x)=m$ ب) $f(x)=m+1$ ج) $f(x)=m+x$ د) $f(x)=mx+m$

7) نفرض أن : $f(x)=ax+b+\Phi(x)$. حيث : (a و b عددان حقيقيان)

عين a و b علما أن : $\lim_{x\to+\infty}\Phi(x)=0$

التمرين رقم 24 :

رسمنا في الشكل الموالي المنحنيين (C_f) و (C_g) الممثلين لدالتين f و g معرفتين و قابلتين للاشتقاق على المجال $[-2;3]$ و بعض مماساتهما.



1. أحسب الأعداد المشتقة التالية:

- $(f)'(-1)$ * $(g)'(-1)$ * $(f)'(2)$ * $(g)'(2)$ *
- $(f+g)'(-1)$ * $(fg)'(2)$ * $\left(\frac{3}{f}\right)'(-1)$ * $\left(\frac{f}{g}\right)'(2)$ *

2. من أجل كل x من المجال $[0;2]$ نضع: $h(x)=f(2x-1)$

أحسب $h'(0)$ و $h'\left(\frac{3}{2}\right)$.

التمرين رقم 25 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بجدول تغيراتها :

x	$+\infty$		0		-1		-2		$-\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$	$\|$	$\|\|$	$-$	$-$		$+$
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	$+\infty$	↘	$+\infty$	↗	$+\infty$
							2		

حيث f من الشكل: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$ مع a و b و c أعداد حقيقية.

1. عيّن $f'(x)$. ثم استخرج الأعداد a و b و c مستعملا جدول التغيرات.
2. بيّن أن (C_f) التمثيل البياني للدالة f يقبل مستقيم مقارب (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$.
3. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .
4. أرسم المنحنى (C_f) .

التمرين رقم 26 :

انظر جدول تغيرات الدالة u المعرفة على المجال $D_u = [-4, 3]$

x	-4		-2		0		1		2		3
$u'(x)$		+	0	−	‖	−	0	+	0	+	
$u(x)$	2	↗	4	↘	‖	↘	-1	↗	4	↗	

1- أدرس اشارة $u(x)$.

2 – نعتبر الدوال f_1, f_2, f_3 حيث: $f_1 = u^2$ ، $f_2 = \frac{1}{u}$ ، $f_3 = \sqrt{u}$

أ) عين مجموعة تعريف لكل من الدوال f_1, f_2, f_3 .

ب) أحسب الدالة المشتقة لكل من الدوال السابقة ثم أنجز جدول تغيراتها .

التمرين رقم 27 :

f دالة عددية معرفة على $R-\{2\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{4(x-1)}{(x-2)^2}$$

1) ادرس تغيرات الدالة f .
2) اكتب معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) عند نقطة تقاطعه مع محور الفواصل.
3) بين أن (Δ) يقطع (C_f) في نقطة B يطلب تعيين إحداثيتها.
4) احسب $f(-2)$ ، $f(-1)$ ، $f(3)$ ، $f(4)$ ثم ارسم بدقة المماس (Δ) ثم المنحنى (C_f).
5) m عدد حقيقي ، (Δ_m) مستقيم معادلته : $y=4x+m$
ناقش حسب قيم الوسيط m عدد نقاط التقاطع بين (Δ_m) و (C_f)

التمرين رقم 28 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $D_f = \mathbb{R}-\{-1\}$ بـ

$$f(x)=\frac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$$

نسمي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f

2/ أوجد ثلاثة أعداد حقيقية α ، β و γ بحيث يكون من أجل كل x من D_f :

$$f(x)=\alpha x+\frac{\beta}{x+1}+\frac{\gamma}{(x+1)^2}$$

3/ بيّن أن المنحني C_f يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب إعطاء معادلة ديكارتية له

4/ ادرس وضعية المنحني C_f بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

5/ احسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني C_f مع حامل محور الفواصل

6/ بيّن أن المنحني C_f يقبل مماسا Δ معامل توجيهه 1. اكتب معادلة لـ Δ

7/ أنشئ المماس Δ و المنحني C_f

8/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

التمرين رقم 29 :

f دالة عددية معرفة على $R-\{1;3\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{3x^2-12x+10}{x^2-4x+3}$$

1) ادرس تغيرات الدالة f .
2) اوجد المستقيمات المقاربة لـ (C_f).
3) عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.
4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $R-\{1;3\}$ أن :
$f(2-x)=f(2+x)$
- ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة للمنحني (C_f).
5) ارسم (C_f) في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
6) باستعمال (C_f) حدد إشارة $f(x)$ حسب قيم x.

التمرين رقم 30 :

نعتبر الدالة f المعرفة بـ : $f(x)=ax+\frac{b}{4x+2}$ مع a و b عددان حقيقيان.

1. أ - عين D_f مجموعة تعريف الدالة f .

ب - بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق على كل مجال من المجموعة D_f .

جـ - عين العددين a و b بحيث من أجل كل $x \in D_f$ ، $f'(0)=\frac{7}{2}$ و $f(0)=-\frac{3}{2}$.

2. أ - أحسب النهايات عند حدود المجموعة D_f .

ب - برّر أنه من أجل كل $x \in D_f$ ، $f'(x)>0$.

جـ - أنجز جدول تغيرات الدالة f .

3. نسمي $\mathcal{C}_f$ المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

أ - برهن أن المستقيم ذي المعادلة $y=\frac{1}{2}x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى $\mathcal{C}_f$

ب - أكتب معادلة لمماس المنحنى $\mathcal{C}_f$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

جـ - برهن أنّ النقطة ω ذات الإحداثيتين $\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى $\mathcal{C}_f$. أرسم المنحنى $\mathcal{C}_f$.

التمرين رقم 31 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\Re-\{-2;1\}$ بـ:

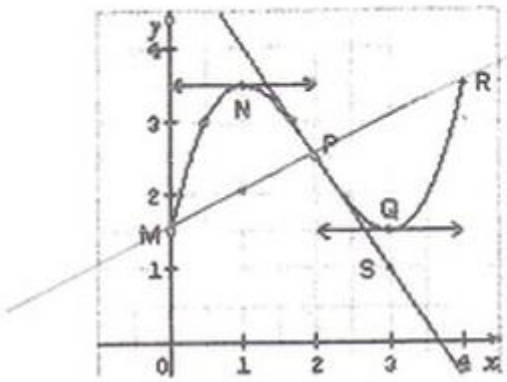
$$f(x)=\frac{ax^2+bx}{x^2+cx+d}$$

ـ وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. عين الثوابت a,b,c,d بحيث المنحنى يقبل محاور مقاربة له وهي: $x=-2, x=1, y=3$ وبحيث يكون ميل المماس في المبدأ هو 3 .
2. أدرس تغيرات الدالة f .
3. بيّن أن (C_f) يقبل على الأقل نقطة انعطاف.
4. أرسم المنحنى (C_f) .
5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-3)x^2+(m+6)x-2m=0$.

التمرين رقم 01 :

لتكن f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $[0;4]$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ في الشكل المقابل
النقط M ، N ، P ، Q و R تنتمي إلى C_f. المنحنى C_f يقبل في كل من النقطتين N و Q مماس موازيا لحامل محور الفواصل. المستقيم Δ هو المماس للمنحنى (C_f) في النقطة $P\left(2;\frac{5}{2}\right)$ و يشمل النقطة $S(3;1)$.



1. أ) عين $f'(1)$ ، $f'(2)$ و $f'(3)$
ب) عين معادلة للمستقيم Δ
2. أ) عين باستعمال التمثيل البياني عدد حلول المعادلة $f(x)=3$ على المجال $[0;4]$
ب) ارسم المستقيم الذي معادلته $y=\frac{x}{2}+\frac{3}{2}$ ثم حل المتراجحة $f(x)<\frac{x}{2}+\frac{3}{2}$
3. الدالة f هي مشتقة دالة F معرفة على $[0;4]$. أعط تغيرات الدالة F مبررا الجواب.
4. لتكن الدالة g المعرفة على $[0;4]$ بـ $g(x)=\frac{1}{f(x)}$
أعط جدول تغيرات f استنتج جدول تغيرات g

التمرين رقم 02 :

لتكن الدالة f المعرفة على $]-2,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^2+4x+2}{2(x+2)}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة $2cm$

1. أدرس نهاية الدالة f عند العدد -2 ، وعند $+\infty$

- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y=\frac{x}{2}+1$ مقارب للمنحنى (C_f)، أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) و (Δ)

3. أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-2,+\infty[$: $f'(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{(x+2)^2}$
ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $]-2,+\infty[$
4- أرسم المنحنى (C_f)
5- ليكن المستقيم (δ_m) ذو المعادلة : $y=\frac{1}{2}x+m$ حيث m عدد حقيقي. عين بيانيا عدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم (δ_m)
6- أرسم في نفس المعلم السابق المنحنى (C_h) الممثل للدالة h المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $h(x)=\frac{1}{x}$
7- أ- بين أنه على المجال $]0,+\infty[$ المعادلة $f(x)=h(x)$ تكافئ المعادلة $x^3+4x^2-4=0$
ب- لتكن الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=x^3+4x^2-4$
بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد x_0 على المجال $[0,5,1]$
8- لتكن الدالة k المعرفة بـ:
$$\begin{cases} k(x)=\frac{x^2+4x+2}{2(x+2)} & -2<x<x_0 \\ k(x)=\frac{1}{x} & x\geq x_0 \end{cases}$$
- أرسم (C_k) منحنى الدالة k باستعمال (C_f) و (C_h) - شكل جدول تغيرات الدالة k

التمرين رقم 03 :

الجزء الأول: نعتبر الدالة φ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\varphi(x)=2x^3-6x^2+6x+3$

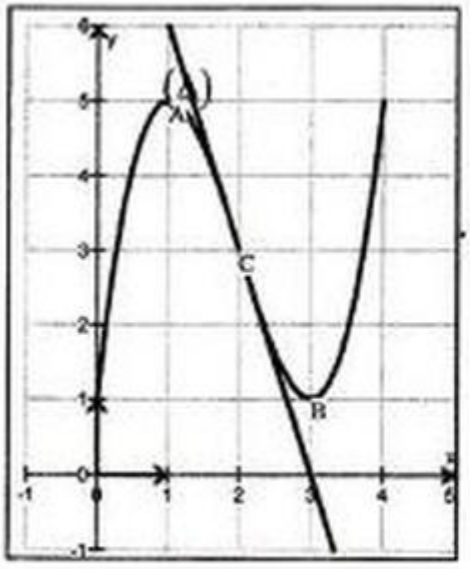
1. أدرس تغيرات الدالة φ
2. بين أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.4<\alpha<-0.3$
3. حدد حسب قيم x إشارة $\varphi(x)$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 لدينا : $f(x)=x^2-2x-1-\dfrac{5}{x-1}$
2. أحسب النهايات عند حدود مجموعة تعريفها
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
4. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x^2-2x-1)\right]$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x^2-2x-1)\right]$ و ما هو تفسيرك الهندسي للنتيجة
5. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (P) الممثل للدالة "$x\to(x^2-2x-1)$"
6. بين أن $f(\alpha)=\dfrac{15}{2(1-\alpha)}-2$ و أستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$
7. أرسم (P) و (C_f)

التمرين رقم 04 :



التمثيل البياني (C_f) المقابل و المرسوم في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ هو لدالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على $[0;4]$.

النقط A، B و C هي نقط من (C_f) بحيث أن مماسي (C_f) عند كل من A و B يوازيان محور الفواصل بينما مماس (C_f) عند النقط C هو (Δ).

لدينا: $A(1;5)$، $B(3;1)$ و $C(2;3)$.

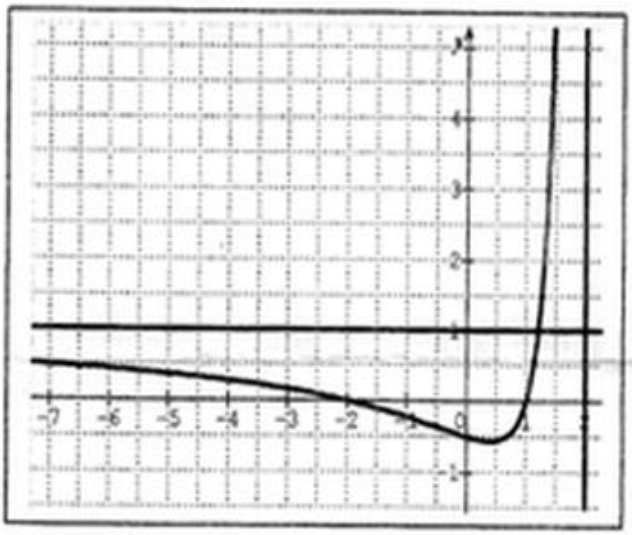
1/أحسب $f'(1)$، $f'(2)$ و $f'(3)$. أكتب معادلة للمماس (Δ).

2/عين بيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=4$ على المجال $[0;4]$.

3/شكل جدول تغيرات الدالة f ثم استنتج جدول تغيرات الدالة g المعرفة على المجال $[0;4]$ بـ $g(x)=\dfrac{5}{f(x)}$

التمرين رقم 05 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;2[$ و (C_f) تمثيلها البياني في الشكل المقابل , نقبل المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$ و المستقيم (Δ') الذي معادلته $x=2$ مستقيمان مقاربان للمنحنى (C_f) .



انطلاقا من التمثيل البياني عين :

1) نهاية $f(x)$ عندما يؤول x الى 2.

نهاية $f(x)$ عندما يؤول x الى $-\infty$.

2) شكل جدول تغيرات f على المجال $]-\infty;2[$.

3) نقبل ان : $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{(2-x)^2}$ حيث a , b و c أعداد حقيقية.

بحساب نهاية $\frac{ax^2+bx+c}{(2-x)^2}$ عندما يؤول x الى $-\infty$, بين ان $a=1$

4) بقراءة بيانية للمنحنى احسب $f(-2)$ و $f(1)$.

أ) استنتج جملة لمعادلتين ذات المجهولين b و c .

ب) حل هذه الجملة و عبر عن $f(x)$ بدلالة x.

التمرين رقم 06 :

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $IR-\{1\}$ بـ : $g(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1}$ حيث a و b عددان حقيقيان

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في علم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

عين العددين a و b بحيث (C_g) يقبل مماسا عند النقطة O معادلته $y=-2x+1$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $IR-\{1\}$ بـ : $f(x)=\frac{x^2+3x-1}{x-1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في علم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها . استنتج المستقيم المقارب الموازي لمحور التراتيب

2. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل $x\in IR-\{1\}$ ، $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$

3. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+4$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ و $+\infty$.

- حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .

4. أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f . شكل جدول التغيرات

5. بين من أجل كل $x\in IR-\{1\}$ ، $f(2-x)+f(x)=10$. فسر النتيجة بيانيا

6. حدد نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات

7- أرسم المستقيمات المقاربة والمنحنى (C_f).

التمرين رقم 07 :

نعتبر الدالة f المعرفة على D_f بـ : $f(x)=\frac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$ حيث $D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$. ولـيكن (C_f) تمثيلها البياني في علم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .استنتج المستقيمات المقاربة الموازية لمحور التراتيب .

2. أ - بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق على D_f و أن : $f'(x)=\frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. اكتب معادلة لمماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4. أ- بين أنه من أجل كل x من D_f . $f(x)=x+1+\frac{x}{x^2-1}$.

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ و $+\infty$.

جـ- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .

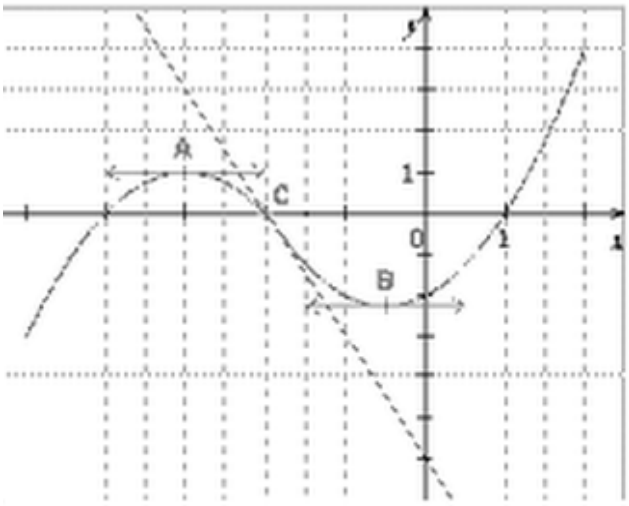
5. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;1[$.

6. بين أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

7. ارسم المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f) .

التمرين رقم 08 :

المنحنى البياني (C_f) التالي هو للدالة f القارلة للإشتقاق على $[-5;2]$:



1.أ- بقراءة بيانية عين $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ ، $f'(-2)$ و $f'(-3)$

ب- استنتج معادلات المماسات لـ (C_f) عند A ، B و C علما أن ترتيب النقطة B هو $-\frac{9}{4}$

2.حدد من أجل كل $x\in[-5;2]$ إشارة $f'(x)$ في جدول.

3.حدد من أجل كل $x\in[-5;2]$ إشارة $f(x)$ في جدول.

4. حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمماس عند النقطة c ماذا تلاحظ؟

5. هل توجد مماسات أخرى لـ (C_f) موازية لمماسه عند النقطة c؟

التمرين رقم 09 :

I) نعتبر الدالة f_m للمتغير الحقيقي x و الوسيط الحقيقي m المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بالشكل :

$$f_m(x)=\frac{3x^2-mx}{x-3}$$

و ليكن $(\mathcal{C}_m)$ المنحنى البياني الممثل للدالة f_m في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أنه توجد نقطة ثابتة وحيدة A تنتمي إلى كل المنحنيات $(\mathcal{C}_m)$.

2) ما هي قيم m التي تجعل الدالة f_m تتغير دوما في نفس الاتجاه؟

3) ما هي قيم m التي تجعل الدالة f_m تقبل قيمة حدية محلية عظمى و قيمة حدية محلية صغرى؟

II) نعتبر الدالة g المعرفة بالشكل : $g(x)=f_5(x)$ أي من أجل $m=5$

و ليكن $(\mathcal{C})$ منحناها البياني في المعلم السابق.

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) برهن أنه يوجد نقطتين من المنحنى $(\mathcal{C})$ يكون عندهما ميل المماس =2 ، ثم أكتب معادلة أحد المماسين .

3) عين الأعداد الحقيقية : γ,β,α بحيث يكون :

مهما يكن $x\in D_g$ $\quad g(x)=\alpha x+\beta+\dfrac{\gamma}{x-3}$

4) برهن أن المنحنى $(\mathcal{C})$ يقبل خطين مقاربين ثم عين نقطة تقاطعهما ω .

5) بين أن النقطة ω هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C})$.

6) أنشئ المنحنى $(\mathcal{C})$.

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي λ وجود و إشارة حلول المعادلة: $3x^2-(2\lambda+5)x+6\lambda=0$

8) نعتبر الدالة φ المعرفة بالشكل : $\varphi(x)=\dfrac{3x^2-5|x|}{|x|-3}$

أ) عين مجموعة تعريف الدالة φ.

ب) أدرس قابلية الاشتقاق للدالة φ عند $x_0=0$.

ج) أدرس شفعية (زوجية أو فردية) الدالة φ.

د) برهن أن $\varphi(x)-g(x)$ على مجال I يطلب تعيينه ثم استنتج كيفية رسم منحنى الدالة φ.

التمرين رقم 10 :

لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=ax-1+\dfrac{b}{x+2}$ مع a ، b عددين حقيقيين

1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2) بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق على كل مجال من المجموعة D_f .

3) عين العددين a ، b بحيث من أجل كل $x\in D_f$: $f'(0)=\frac{5}{4}$ و $f(0)=\frac{1}{2}$.

4) برهن أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=ax-1$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .

5) أكتب معادلة لمماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

6) حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

التمرين رقم 11 :

قطعة زجاج شكلها مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 1m .
أراد صاحبها أن يستخلص منها قطعة مستطيلة الشكل.
نضع $AM=BN=x$ ، حدد قيمة x حتى تكون مساحة
هذه القطعة المستطيلة أكبر ما يمكن و ما هي قيمة هذه المساحة؟ (انظر الشكل)

التمرين رقم 12 : بكالوريا 2008 شعبة تسيير و إقتصاد الموضوع الأول (08 نقاط)

لتكن f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها .لها جدول التغيرات التالي :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$ حيث c,b,a أعداد حقيقية.

1) احسب $f'(x)$.

2) اعتمادا على جدول تغيرات الدالة f:

أ- عين الأعداد الحقيقية c,b,a .

ب-عين $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ و فسّر النتيجة بيانيا.

جـ- قارن بين صورتي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللا إجابتك.

3) نأخذ فيما يلي : $a=1$ ؛ $b=1$ ؛ $c=\frac{1}{4}$ و ليكن (C) المنحنى البياني الممثل لتغيرات الدالة f في معلم متعامد و متجانس.

أ) بين انه عندما يؤول x الى $(+\infty)$ أو $(-\infty)$ فان المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y=x+1$.

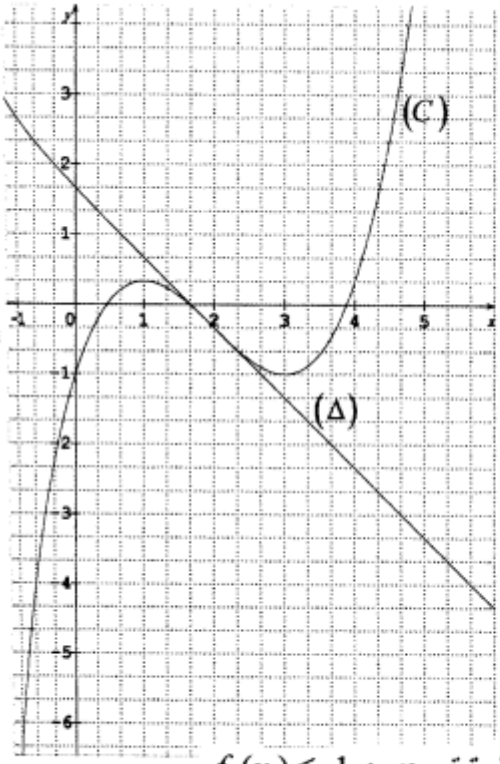
ب) ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

جـ) اثبت ان النقطة $\omega(1,2)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

د) عين نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل

4) λ عدد حقيقي ، عيّن بيانيا ، حسب قيم λ عدد حلول المعادلة $f(x)=|\lambda|$.

التمرين رقم 13 : بكالوريا 2008 شعبة اداب و فلسفة + لغات اجنبية الموضوع الثاني (10 نقاط)



المنحنى (C) المرسوم في الشكل المقابل هو لدالة f معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ وَ (Δ) مماس للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 2 .

1) خمن نهاية f عند $+\infty$ ثم بقراءة بيانية عين اتجاه تغير f على المجال $]-1,+\infty[$.
شكل جدول تغيرات f .

2) من العبارات الأتية:

$f_1(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$ ، $f_2(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$

$f_3(x)=-\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$

عين العبارة المناسبة للدالة f مبررًا ذلك .

3) ادرس تغيرات الدالة f . هل تخميناتك و قراءتك السابقة صحيحة؟

4) عين معادلة للمستقيم (Δ).

5) عين إحداثيي نقطة الانعطاف للمنحنى (C) .

6) ارسم المستقيم $y=-1$ ، ثم حل بيانيا المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x)<-1$

7) عين نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (D) ذي المعادلة : $y=3x-1$

التمرين رقم 14 : بكالوريا 2008 شعبة تسيير و إقتصاد الموضوع الثاني (05 نقاط)

الدالة كثير الحدود P معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $P(x)=x^3-4x^2+4x+\frac{1}{2}$

1. شكل جدول تغيرات الدالة P على $\mathbb{R}$.

2. بين أن المعادلة $P(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]-\frac{1}{2};0\right[$.

3. استنتج إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$.

4. الدالة العددية G معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $G(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{4}{3}x^3+2x^2+\frac{1}{2}x$

عين اتجاه تغير الدالة G على $\mathbb{R}$ (لا يطلب حساب $G(\alpha)$).

التمرين رقم 15 : بكالوريا 2008 شعبة اداب و فلسفة + لغات اجنبية الموضوع الثاني (09 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^3-3x$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $f(-2)$ ، $f(-1)$.

2) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) احسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها.

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط يطلب تعيين إحداثيي كل منها .

جـ) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

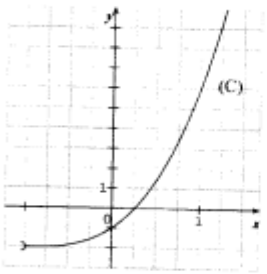
ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) . ماذا تستنتج ؟

د) أرسم (C_f) و (Δ).

التمرين رقم 16 : بكالوريا 2008 شعبة علوم تجريبية الموضوع الأول (07 نقاط)

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي :

$g(x)=x^3+3x^2+3x-1$



1- أ) – بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g و حدد $g(0)$ وإشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0,\frac{1}{2}\right[$ يحقق : $g(\alpha)=0$

ج) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

2 – f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بما يأتي :

$f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$

و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^3}$

حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

ب) عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسّر النتيجة بيانيا.

ج) احسب : $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ و فسّر النتيجتين بيانيا.

د) شكل جدول تغيرات الدالة f .

3 – نأخذ $\alpha=0,26$

أ) عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} .

ب) ارسم المنحنى (Γ)

4- أ) أكتب $f(x)$ على الشكل : $f(x)=x+a+\frac{b}{(x+1)^2}$ ، حيث a و b عددان حقيقيان.

ب) عين F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ والتي تحقق : $F(1)=2$

التمرين رقم 17 : بكالوريا 2009 شعبة تسيير و إقتصاد الموضوع الأول (03 نقاط)

f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ ، (C_f) تمثيلها البياني و جدول تغيراتها معطى كما يلي:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f(x)	2	↗ $+\infty$	$+\infty$	↘	2

أجب بـــ: **خطأ** أو **صحيح** على كل سؤال مما يلي مع تبرير الإجابة.

1. المستقيم الذي معادلته $y=2$ مقارب للمنحنى (C_f).
2. المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا.
3. مجموعة حلول المتراجحة $f(x)>0$ هي $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$. $S=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$
4. في المجال $]-\infty;-1[$ يكون: "$f(x)>f(-2)$ عندما يكون $x<-2$".
5. النقطة $A(-3;1)$ تنتمي إلى المنحنى (C_f).
6. الدالة f زوجية.

التمرين رقم 18 : بكالوريا 2009 شعبة تسيير و إقتصاد الموضوع الأول (09 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$

يرمز (C_f) إلى المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I. 1) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$:

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$$

2) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب يطلب تعيين معادلة له .

4) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

5) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

II. 1) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن: $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$ و(f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

2) عيّن اتجاه تغيّر الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها و شكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة للمماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

III. 1) بيّن أنّ النقطة $A(-1;-2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

2) ارسم كلا من: (Δ)، (D) و (C_f).

3) عيّن بيانيا قيّم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=m$ حلاّن مختلفان.

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e^2-1$

التمرين رقم 19 : بكالوريا 2009 شعبة رياضيات الموضوع الثاني (07 نقاط)

f الدّالة العددية المعرّفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ كما يأتي : $f(x)=x-\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$.

(C_f) منحنى الدّالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدّالة f .

2) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته: $y=x$.

ب- ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D).

3) أ- بيّن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث: $1,3<x_0<1,4$.

ب- عين معادلة (Δ) مماسا للمنحني (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب.

جـ- ارسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم.

4) أوجد الدّالة الأصلية للدّالة f والتي تنعدم من أجل القيمة 0 للمتغير x .

5) g الدّالة العددية المعرّفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=|f(x)|$.

(C_g) منحنى الدّالة g في المعلم السابق.

- بيّن كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ، ثمّ ارسمه في نفس المعلم السّابق.

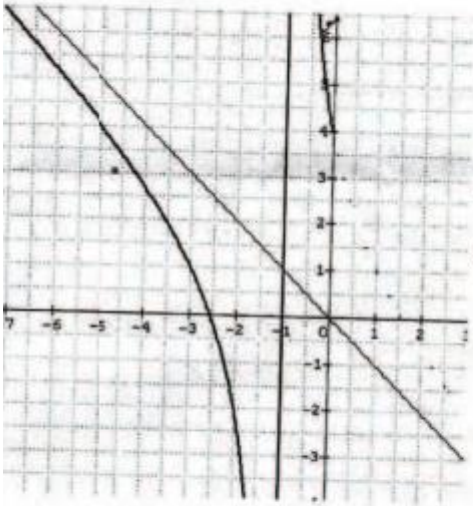
6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $g(x)=m^2$.

التمرين رقم 20 : بكالوريا 2009 شعبة علوم تجريبية الموضوع الأول (7.5 نقطة)

I) f دالة معرّفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ: $f(x)=-x+\dfrac{4}{x+1}$

(c_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

كما هو مبين في الشكل.



1) أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I

ب) بقراءة بيانية و دون دراسة اتجاه تغيرات f شكّل جدول تغيراتها.

2) g دالة معرفة المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x+\dfrac{4}{x+1}$

(c_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد تجانس.

أ) أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) تحقق من أن (c_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلاً (Δ)

عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

جـ) أدرس تغيرات g .

II) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $k(x)=|x|+\dfrac{4}{x+1}$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ >}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ <}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج ؟

ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

2) أكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أرسم (Δ_1)، (Δ_2) و (C_k).

4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_k) و المستقيمات التي معادلاتها:

$x=-\dfrac{1}{2}$، $x=\dfrac{1}{2}$، $y=0$

التمرين رقم 21 : بكالوريا 2010 شعبة تسيير و إقتصاد الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـــ: $f(x)=\dfrac{x^3-5x^2+4}{x^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f(x)=x-5+\dfrac{a}{x^2}$ ، حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه.

2) أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

3) أ- بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x)=\dfrac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$، استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما.

5) أوجد معادلة لـــ(Δ) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

6) أرسم (Δ) والمنحنى (C_f).

7) أ- عيّن الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ والتي تحقق: $F(2)=-10$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$.

التمرين رقم 22 : بكالوريا 2010 شعبة تقني رياضي الموضوع الثاني (06 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ- أثبت أن الدالة f فردية.

ب- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=1+\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

جـ- ادرس تغيرات الدالة f .

2) أ- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

جـ- بيّن أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$، ثم استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب الآخر.

د- ارسم (d) و (d') و (C_f) في المعلم السابق.

3) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=|x|\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

أ- بيّن أن الدالة g زوجية.

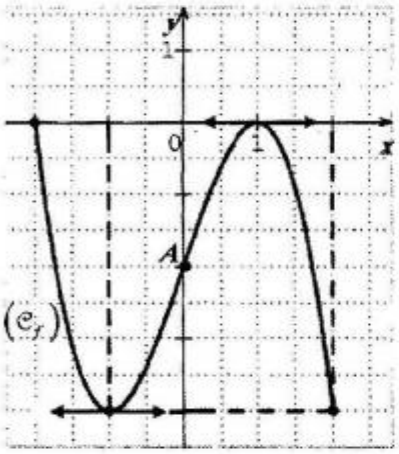
ب- انطلاقا من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.

التمرين رقم 23 : بكالوريا 2010 شعبة اداب و فلسفة + لغات اجنبية الموضوع الأول (09 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=2x^3-9x^2+12x-5$.
ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
2. أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
3. بيّن أن النقطة $I(\frac{3}{2}\ ;\ -\frac{1}{2})$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).
4. أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة I.
5. تحقّق أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=(x-1)^2(2x-5)$
ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.
6. أرسم (Δ) و (C_f).

التمرين رقم 24 : بكالوريا 2010 شعبة اداب و فلسفة + لغات اجنبية الموضوع الثاني (07 نقاط)



f دالة عددية معرفة على المجال $[-2\ ;\ 2]$
و $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس.
انظر الشكل وأجب عن الأسئلة التالية:

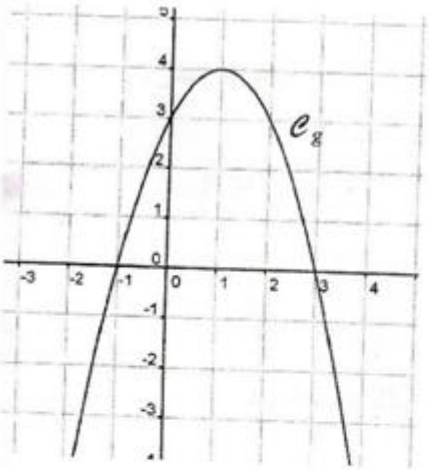
1. أ - عيّن $f'(1)$ و $f'(-1)$ (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)
ب - عيّن صورتي العددين (-2) و (-1) بواسطة الدالة f.
جـ - شكّل جدول تغيّرات الدالة f على المجال $[-2\ ;\ 2]$.
2. باستعمال اتجاه تغيّر الدالة f، قارن العددين $f\left(\frac{3}{2}\right)$ و $f(\sqrt{3})$.
3. A هي النقطة من المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ التي إحداثياها $(-2\ ;\ 0)$ ، وبفرض أنّ $f'(0)=3$ ؛ اشرح كيف يمكن رسم مماس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة A ثمّ ارسمه بعد نقل الشكل.

التمرين رقم 25 : بكالوريا 2011 شعبة اداب و فلسفة + لغات اجنبية الموضوع الأول (08 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=\frac{x+2}{x-2}$
(C) التّمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. احسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها، ثمّ استنتج أنّ (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
2. احسب $f'(x)$ ثمّ ادرس إشارتها.
3. شكّل جدول تغيّرات الدالة f.
4. عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري الإحداثيات.
5. اكتب معادلة لـــ (Δ) مماس المنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 4 .
6. أنشئ (Δ) و (C).

التمرين رقم 26 : بكالوريا 2011 شعبة اداب و فلسفة + لغات اجنبية الموضوع الثاني (08 نقاط)



أ) في الشكل المقابل، $\mathcal{C}_g$ هو التمثيل البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس للدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=-x^2+2x+3$

بقراءة بيانية:

1. شكّل جدول تغيّرات الدالة g على $\mathbb{R}$.
2. عيّن حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب) لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+3$$

$\mathcal{C}_f$ التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. بيّن أنّ: $f'(x)=-g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.
2. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.
3. احسب $f(-1)$ ، $f(3)$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
4. بيّن أنّه يوجد مماسّان للمنحنى $\mathcal{C}_f$ معامل توجيه كلّ منهما يساوي 5 .
5. حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=g(x)$ ثم استنتج احداثيات نقط تقاطع المنحنيين $\mathcal{C}_g$ و $\mathcal{C}_f$.

التمرين رقم 27 : بكالوريا 2011 شعبة تسيير و إقتصاد الموضوع الثاني (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+1}$$

(C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.
الوحدة $1cm$ على محور الفواصل و $4cm$ على محور التراتيب.

1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x)=1-\frac{x}{x^2+1}$.

2) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ، واستنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له.

3) ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$.

4) احسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x)=2-f(x)$. واستنتج أن (C) يقبل مركز تناظر يطلب تعيينه.

6) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C) .

7) أ. احسب التكامل: $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx$.

ب. احسب بالسنتمتر مربع مساحة الحيز من المستوي المحدّد بالمنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ و $x=1$.

التمرين رقم 28 : بكالوريا 2012 شعبة اداب و فلسفة + لغات اجنبية الموضوع الأول (08 نقاط)

نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=-x^3+3x^2-4$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
2. احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها . (f' الدالة المشتقة للدالة f)
3. شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
4. أ) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 1

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-(3x-5)=-(x-1)^3$

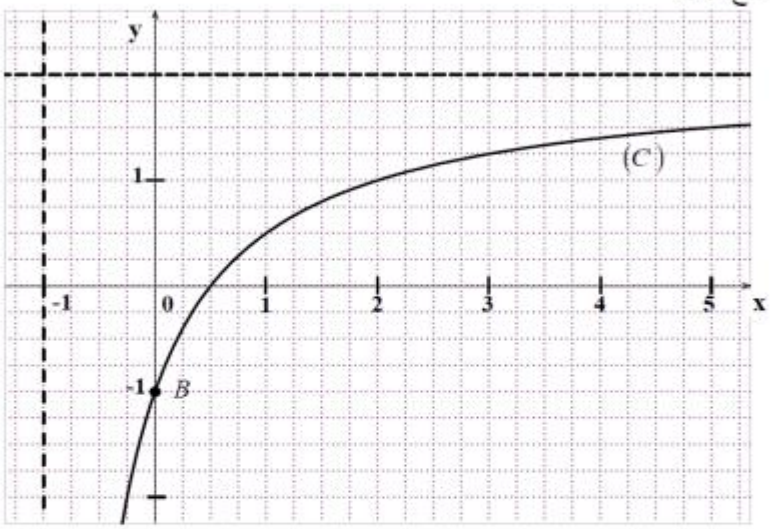
ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) و المستقيم (Δ).

5. احسب $f(-1)$ ثمّ أنشئ المماس (Δ) و المنحنى (C) .

التمرين رقم 29 : بكالوريا 2012 شعبة اداب و فلسفة + لغات اجنبية الموضوع الثاني (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=2-\dfrac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي.

يرمز (C) إلى التّمثيل البياني للدالة f في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ كما هو موضّح أدناه.



1. اعتمادا على التمثيل البياني (C) بيّن أنّ: $a=3$.
2. أ) احسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين هندسيا.

ب) احسب $f'(x)$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f على $]-1;+\infty[$. (f' الدالة المشتقة للدالة f)

3. أ) حل في المجال $]-1;+\infty[$ المعادلة : $f'(x)=\dfrac{3}{4}$

ب) (D) مستقيم معادلته: $y=\dfrac{3}{4}x-1$

اكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) الذي يوازي المستقيم (D) .

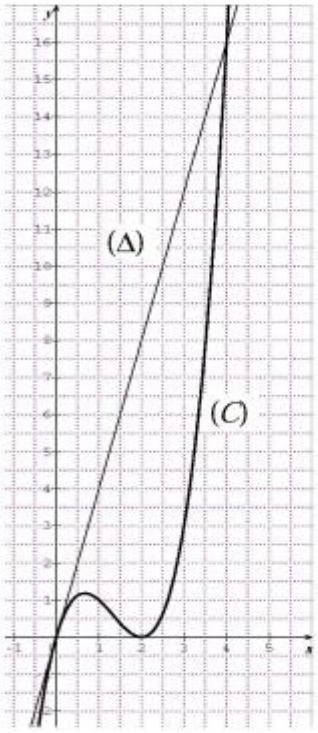
4. احسب $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ ثمّ حلّ بيانيا المتراجحة $f(x)\geq 0$.

التمرين رقم 30 : بكالوريا 2013 شعبة اداب و فلسفة + لغات اجنبية الموضوع الأول (08 نقاط)

في الشّكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

والمستقيم (Δ) هو مماس للمنحنى (C) عند مبدأ المعلم O، حيث: $y = g(x)$ معادلة له.



I) بقراءة بيانية، عيّن:

1- عدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

2- إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

3- عدد حلول المعادلة: $f(x) = g(x)$

II) باستعمال عبارة الدالة f:

1- أ) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

ب) احسب $f'(x)$ ، ثمّ ادرس إشارتها.

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2- أ) أثبت أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x:

$$f(x) = x(x-2)^2$$

ب) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

3- أ) بيّن أنّ: $g(x) = 4x$.

ب) عيّن فواصل نقط تقاطع (C) مع (Δ).

4- بيّن أنّ، (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $\frac{4}{3}$.

5- عيّن بيانيا، مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m، التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = m$ ثلاثة حلول متمايزة.

التمرين رقم 31 : بكالوريا 2013 شعبة اداب و فلسفة + لغات اجنبية الموضوع الثاني (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ بالعبارة: $f(x) = \frac{2x-1}{2x-4}$ و (C) المنحنى البياني الممثّل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- بيّن أنّه، من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ ، $f(x) = 1 + \frac{3}{2x-4}$.

2- هل النقطة $A\left(1;-\frac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى (C)؟

3- أ) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

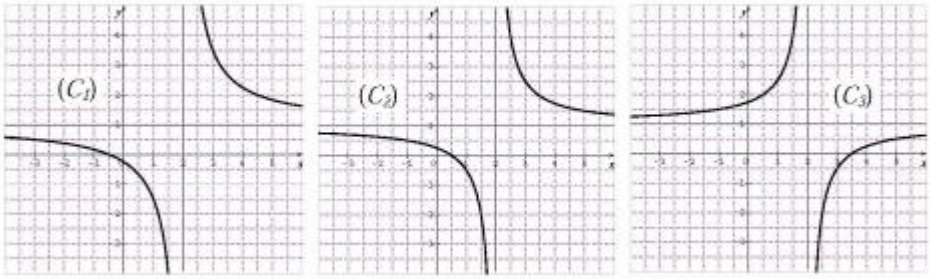
ب) استنتج أنّ (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكلّ منهما.

4- احسب $f'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

5- جد فواصل نقط المنحنى (C)، التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي $-\frac{3}{2}$.

6- جد إحداثيات نقط تقاطع (C) مع كل من حامل محور الفواصل وحامل محور التراتيب.

7- عيّن، مع التبرير، المنحنى (C) من بين المنحنيات (C_1) ، (C_2) ، (C_3) الممثلة أدناه.



التمرين رقم 32 : بكالوريا 2014 شعبة اداب و فلسفة + لغات اجنبية الموضوع الأول (09 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$

(C_f) المنحنى الممثّل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عيّن العدد الحقيقي α بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f(x)=\alpha-\dfrac{3}{x+2}$

2) عيّن النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعدادًا صحيحة.

3) احسب نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالي تعريفها.

4) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f'(x)=\dfrac{3}{(x+2)^2}$

(f' الدّالة المشتقّة للدالة f)

ب) شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

5) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

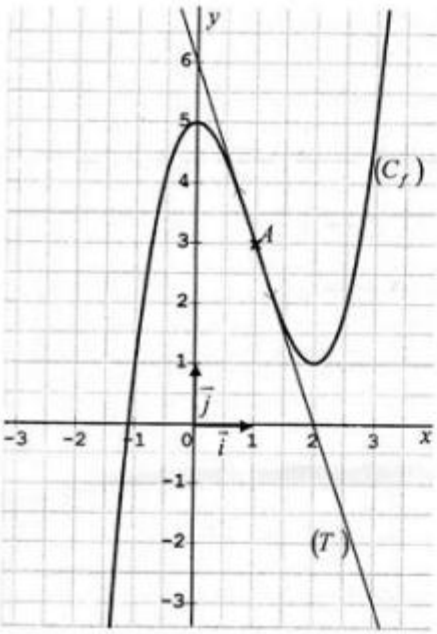
6) أ) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة -1

ب) بيّن أنّه يوجد مماس آخر (Δ') للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ).

7) ارسم المماس (Δ) والمنحنى (C_f).

التمرين رقم 33 : بكالوريا 2014 شعبة اداب و فلسفة + لغات اجنبية الموضوع الثاني (08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة $A(1;3)$ كما في الشكل:



I) بقراءة بيانية:

1) خمن نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) اكتب معادلة للمماس (T)

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (T)

ثمّ استنتج أنّ A هي نقطة الانعطاف للمنحنى (C_f)

4) عيّن حلول المتراجحة: $f(x)>5$

II) إذا علمت أنّ f معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل:

$f(x)=x^3+ax^2+b$ حيث: a و b عددان حقيقيان.

1) عيّن العددين a و b

2) تحقق من صحة إجاباتك السابقة حول:

أ) اتجاه تغير الدالة f

ب)معادلة المماس (T)

ج) نقطة الانعطاف A

د) حلول المتراجحة: $f(x)>5$

التمرين رقم 34 : بكالوريا 2014 شعبة علوم تجريبية الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) – لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) – نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب) استنتج أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f. (نأخذ $f(\alpha)\approx-0,1$)

4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6) لتكن h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$.

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.

ب) استنتج أنّ (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_h).

التمرين رقم 35 : بكالوريا 2015 شعبة اداب و فلسفة + لغات اجنبية الموضوع الأول (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{-x+3}{x-2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to2\\x<2}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to2\\x>2}} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

2) احسب $f'(x)$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدالة f.

3) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

4) a و b عددان حقيقيان ، (Δ) مستقيم معادلته $y=ax+b$.

عيّن العددين a و b علماً أنّ المستقيم (Δ) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

5) أ) تحقّق أنّه لكل x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $f(x)=-1+\dfrac{1}{x-2}$.

ب) استنتج النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة.

6) أنشئ (Δ) و (C_f).