الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربـــــــــــــية الوطنية — ثانويـــــــــــــة جبابري امحمد

اختبـــــــــــــار الفصل الثاني — الاثنين 29 فيفري 2016 — السنة الدراسية: 2015 – 2016

المستوى : 3 ثانوي	الشعبة: علوم تجريبية	المادة: رياضيات	المـدة: 3 سا

التمرين الأول: (05 ن)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

(P) معرف بالمعادلة الديكارتية حيث $(P): x+2y+2z+2=0$

(S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$

1- بين ان (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها r.

2- $B(3;2;0)$ نقطة من الفضاء .

- تحقق ان B تنتمي الى (S).

- اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) المماس ل (S) في النقطة B.

3- بين ان (P) و (Q) متعامدان

4- (D) المستقيم المار من $C(1;1;1)$ و الموازي للمستويين (P) و (Q).

- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

- احسب البعد بين النقطة Ω و المستقيم (D).

بين ان (D) يقطع (S) في نقطتين .(تحديدهما غير مطلوب)

التمرين الثاني: (06 ن)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

I/ من اجل كل عدد مركب z نضع : $p(z)=z^3+(2\sqrt{2}-4)z^2+\left(8-8\sqrt{2}\right)z+16\sqrt{2}$

1- احسب $p(-2\sqrt{2})$.

2- بين ان $p(z)=\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2+az+b\right)$ حيث $a;b$ عددان حقيقيان يطلب تحديدهما.

3- حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $p(z)=0$.

II/ نضع النقط $A;B;C$ التي لواحقها على الترتيب $Z_A=2+2i$. $Z_B=2-2i$ و $Z_C=-2\sqrt{2}\,i$

1- علم النقط $A;B;C$.

2- احسب طويلة لواحق النقط $A;B;C$ ثم بين انها تنتمي الى نفس الدائرة (Γ) يطلب تحديد عناصرها المميزة

3- احسب عمدة العدد المركب Z_A و عمدة العدد المركب Z_B .ثم اثبت ان $\left(\vec{OB};\vec{OA}\right)=\frac{\pi}{2}$

4- عين z_D لاحقة النقطة D حيث O منتصف $[BD]$

5- بين ان $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ثم فسر النتيجة

6- لتكن (E') مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث : . $z=2\sqrt{2}e^{i\theta}$

أ) تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المجموعة (E') .

ب) عين طبيعة المجموعة (E') ثم أنشئها .

التمرين الثالث: (09 ن)

I) g دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل : $g(x)=1-x^2-\ln(x)$

و ليكن (C_g) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1). احسب $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} g(x)$.ثم $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$

2). أدرس تغيرات الدالة g.

3). احسب $g(1)$ واستنتج اشارة g على $]0,+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل : $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}-x+2$

و ليكن (C_f) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1). احسب $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} f(x)$.ثم $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا

2). بين أنه مهما يكن $x\in]0,+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3). ا) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته : $y=-x+2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي بين (D) و (C_f)

4). أ) بين أنه توجد نقطة وحيدة B يكون عندها المماس للمنحني (C_f) موازيا لـ (D) يطلب تعيين إحداثيتها.

ب) بين ان معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة هي $y=-x+\dfrac{1}{e}+2$ B .

5). بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α_1 على المجال $](0,4);(0,5)[$ و تقبل حلا وحيدا α_2 على المجال $](2,2);(2,5)[$ ما ذا تستنتج بيانيا؟

6). أنشئ المنحني (C_f) و المستقيمان (D) و(Δ)

7). ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(m-2)x=\ln x$

وزارة التربيـــــــــــــــية الوطنية		ثانويـــــــــــــة جبابري امحمد
تصحيح الأختبار	الفصل الثاني	السنة الدراسية: 2015 – 2016
المستوى : 3 ثانوي	الشعبة:علوم تجريبية	المادة : رياضيات	عدد الصفحات :

التمرين الأول:

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

(P) معرف بالمعادلة الديكارتية حيث

$(P): x+2y+2z+2=0$

(S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق

$x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$:

1- اثبات ان (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها r.

لدينا $a=-2;b=-2;c=-4;d=-3$ ومنه

$x_\Omega=-\frac{a}{2}=1;y_\Omega=-\frac{b}{2}=1;z_\Omega=-\frac{c}{2}=2$ و

$r^2=x^2+y^2+z^2+d=9$ ومنه $\Omega(1;1;2)$ و $r=3$

2- $B(3;2;0)$ نقطة من الفضاء .

$(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$

- التحقق ان B تنتمي الى (S). لدينا

$(3-1)^2+(2-1)^2+(0-1)^2=3$ محقق

اي $B\in(S)$

- المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) المماس ل (S) في النقطة B . شعاعه الناظمي $\overrightarrow{\Omega B}(2,1,-2)$

ومنه $B\in(Q)$ يعني ان $d=-8$ أي

$(Q): 2x+y-2z-8=0$

3- اثبات ان (P) و (Q) متعامدان

$\vec{n}_{(P)}(1;2;2)$ و $\overrightarrow{\Omega B}(2,1,-2)$ ومنه

$\overrightarrow{\Omega B}.\vec{n}_{(P)}=2+2-4=0$ (P) و (Q) متعامدان

4- (D) المستقيم المار من $C(1;1;1)$ و الموازي للمستويين (P) و (Q).

- تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).شعاع توجيهه $\vec{u}(a,b,c)$ يحقق

$\begin{cases}\vec{u}.\overrightarrow{\Omega B}=0\\ \vec{u}.\vec{n}_{(P)}=0\end{cases}$

ومنه نحل الجملة $\begin{cases}2a+b-2c=0\\ a+2b+2c=0\end{cases}$ ناخذ c ثابت نجد

$a=-b$ و $b=-2c$ اذن $\vec{u}(2,-2,1)$

اذن $(D):\begin{cases}x=2t+1\\ y=-2t+1\\ z=t+1\end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$

البعد بين النقطة Ω و المستقيم (D).و بوضع النقطة H مسقطها العمودي نجد $\overrightarrow{\Omega H}(2t;-2t;t-1)$

ومنه $\overrightarrow{\Omega H}.\vec{u}=0;4t+4t+t-1=0;\left(t=\frac{1}{7}\right)$ أي

$\Omega H=\frac{\sqrt{44}}{7}$ ومنه $\overrightarrow{\Omega H}\left(\frac{2}{7};-\frac{2}{7};-\frac{6}{7}\right)$

اثبات ان (D) يقطع (S) في نقطتين $r=3$ و

$\Omega H=\frac{\sqrt{44}}{7}\simeq 1$ اذن $\Omega H<r$ يعني ان (D) يقطع (S) في نقطتين .

التمرين الثاني:

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

I/ من اجل كل عدد مركب z نضع :

$p(z)=z^3+(2\sqrt{2}-4)z^2+\left(8-8\sqrt{2}\right)z+16\sqrt{2}$

1- حساب $p(-2\sqrt{2})$.

$p(-2\sqrt{2})=\left(-2\sqrt{2}\right)^3+(2\sqrt{2}-4)\left(-2\sqrt{2}\right)^2$

$+\left(8-8\sqrt{2}\right)\left(-2\sqrt{2}\right)+16\sqrt{2}$

$p(-2\sqrt{2})=-16\sqrt{2}+16\sqrt{2}-32$

$-16\sqrt{2}+32+16\sqrt{2}=0$

2- اثبات ان $p(z)=\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2+az+b\right)$ حيث $a;b$ عددان حقيقيان يطلب تحديدهما.

$p(z)=z^3+az^2+bz+2\sqrt{2}z^2+2\sqrt{2}az+b2\sqrt{2}$

$p(z)=z^3+z^2\left(a+2\sqrt{2}\right)+z\left(b+2\sqrt{2}a\right)+b2\sqrt{2}$

بالمطابقة نجد $a=-4;b=8$

ومنه $p(z)=\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2-4z+8\right)$

3- حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $p(z)=0$.

أي ان $\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2-4z+8\right)=0$ ومنه $z=-2\sqrt{2}$ و

z^2-4z+8 أي $Z=2+2i$ و $Z=2-2i$

II/ نضع النقط $A;B;C$ التي لواحقها على الترتيب

$Z_A=2+2i$. $Z_B=2-2i$ و $Z_C=-2\sqrt{2}\,i$

1- تعليم النقط $A;B;C$.

2- حساب طويلة لواحق النقط $A;B;C$ لدينا

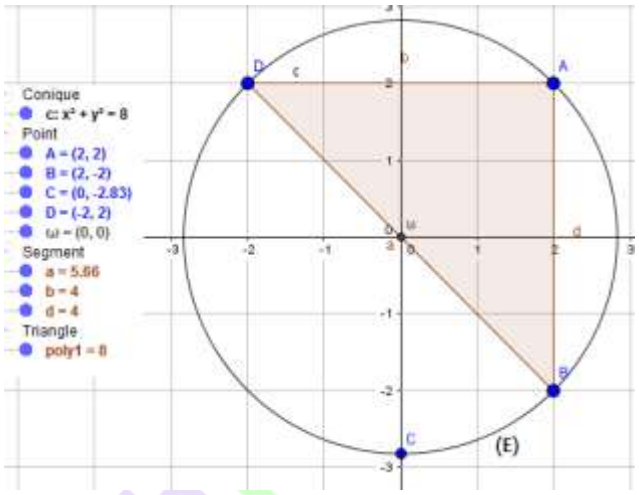
$|Z_A|=|2+2i|=2\sqrt{2}$ و $|Z_B|=|2-2i|=2\sqrt{2}$ و

$|Z_C|=|-2\sqrt{2}\,i|=2\sqrt{2}$

نستنتج ان النقط $A;B;C$ تنتمي الى نفس الدائرة (Γ) ذات المركز 0 ونصف قطرها $r=2\sqrt{2}$

3- عمدة العدد المركب Z_A :

$$\arg(Z_A)\begin{cases}\cos\theta=\sqrt{2}/2\\ \sin\theta=\sqrt{2}/2\end{cases}\theta=\frac{\pi}{4}$$



و عمدة العدد المركب: Z_B :

$$\arg(Z_B)\begin{cases}\cos\theta=\sqrt{2}/2\\ \sin\theta=-\sqrt{2}/2\end{cases}\theta=-\frac{\pi}{4}$$

اثبات ان

$$(\vec{OB};\vec{OA})=(\vec{OI};\vec{OA})-(\vec{OI};\vec{OB})=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$$

4- عين z_D لاحقة النقطة D حيث O منتصف $[BD]$

لدينا $\frac{z_D+z_B}{2}=0$ ومنه $z_D=-2+2i$

5- اثبات ان $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه

$$\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=\frac{2-2i-2-2i}{-2+2i-2-2i}=i=e^{i\pi/2}$$ العدد تخيلي صرف موجب

تفسير النتيجة المثلث ABD قائم في A ومتساوي الساقين

6- لتكن (E') مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث $z=2\sqrt{2}e^{i\theta}$. :

أ) التحقق أن النقطة D تنتمي إلى المجموعة (E').

$z_D=2\sqrt{2}e^{i\theta}$ يعني ان $-2+2i=2\sqrt{2}e^{i\theta}$ وبما ان $|z_D|=|-2+2i|=2\sqrt{2}$ فان $D\in(E')$

ب) المجموعة (E') هي دائرة مركزها 0 ونصف قطرها $2\sqrt{2}$ ثم أنشئها .

التمرين الثالث:

I) g دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل : $g(x)=1-x^2-\ln(x)$

و ليكن (C_g) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) تغيرات الدالة g. نعلم ان

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x^2}=-\infty;\lim_{x\to0}\frac{\ln(x)}{x^2}=+\infty$$

و $\lim_{x\to0}g(x)=\lim_{x\to0}1-x^2-\ln(x)=+\infty$

$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}1-x^2-x\ln(x)=-\infty$

المشتقة :g دالة تقبل الاشتقاق و دالتها المشتقة

$$g'(x)=\left(1-x^2-\ln(x)\right)'=-2x-\frac{1}{x}=\frac{-2x^2-1}{x}$$

اشارة المشتقة $g'(x)=0$ يعني ان $-2x^2-1=0$ ومنه $g'(x)<0$

جدول التغيرات $g(1)=0$

x	0	1	$+\infty$
$-2x^2-1$	‖	-	
x	‖	+	
$g'(x)$	‖	-	
$g(x)$	$+\infty$ ‖	$\searrow 0 \searrow$	0

لما $x\in]0;1[$ الدالة $g(x)>0$ ولما $x\in]1;+\infty[$ فان $g(x)<0$

II) نعتبر الدالة f معرفة $]0,+\infty[$ بالشكل : $f(x)=\frac{\ln x}{x}-x+2$

أ) النهايات

$$\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}\frac{\ln x}{x}-x+2=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}-x+2=-\infty$$

1). بين أنه مهما يكن $x\in]0,+\infty[$ ثم $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

الدالة f تقبل الاشتقاق

$$f'(x)=\left(\frac{\ln x}{x}-x+2\right)'$$

$$=-1+\frac{1-\ln x}{x^2}=\frac{-x^2+1-\ln x}{x^2}=\frac{g(x)}{x^2}$$

اشارة المشتق: $f'(x)$ يعني ان $g(x)=0$ ومنه $x=1$

لدينا $f(1)=1$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$

2).ا) اثبات أن المستقيم (D) الذي معادلته : $y=-x+2$

هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي بين (D) و (C_f) لدينا

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}-x+2+x-2=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$$

ومنه $y=-x+2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني

ب) وضعية"المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)

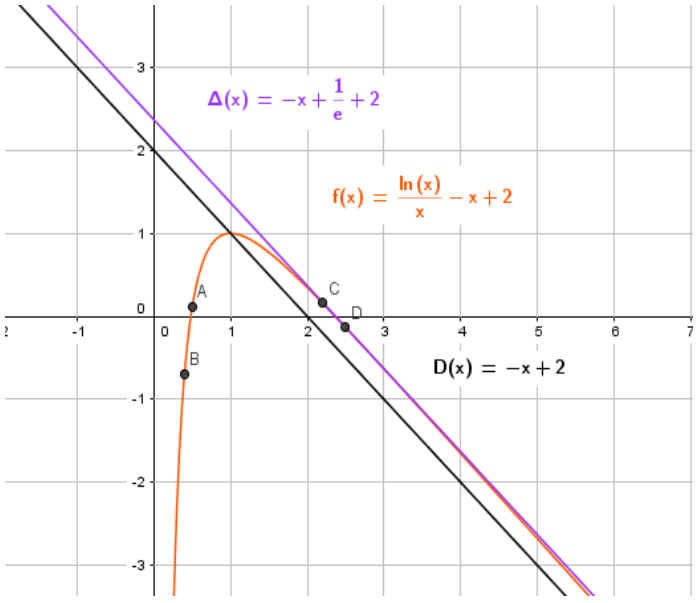
$[f(x)-y]=\frac{\ln x}{x}$ ومنه $\ln x=0$ اي ان $x=1$

$x\in]0;1[$ المنحنى (C_f) فوق (D) ولما $x\in]1;+\infty[$ المنحنى (C_f) تحت (D)

3).المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $]0,4);(0,5)[$ بما ان الدالة f متزايدة على المجال $]0;1[$ ومستمرة فهي رتيبة و متزايدة ومستمرة على المجال $]0,4);(0,5)[$ فهي رتيبة

وبما ان $f(0,5)\simeq 0.11$ و $f(0,4)=-0,69$ وبما ان $f(0,4)\times f(0,5)\le 0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(\alpha_1)=0$ تقبل حلا وحيدا على المجال

$\alpha_1\in]0,4);(0,5)[$



بما ان الدالة f متناقصة ومستمرة على المجال $]1;+\infty[$ فهي رتيبة فهي متناقصة ومستمرة على المجال $]2,2);(2,5)[$ وهي رتيبة وبما ان $f(2,5)\simeq -0.13$ و $f(2,2)=0,11$

وبما ان $f(2,2)\times f(2,5)\le 0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(\alpha_2)=0$ تقبل حلا وحيدا على المجال

$\alpha_2\in]2,2);(2,5)[$

نستنتج بيانيا ان المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة α_2 و α_1

4).ا) النقطة الوحيدة B يكون عندها المماس للمنحني (C_f) موازيا لـ (D) أي $f'(x)=-1$ ومنه $f'(x)+1=0$ ومنه $1-\ln x=0$ ومنه $x=e$

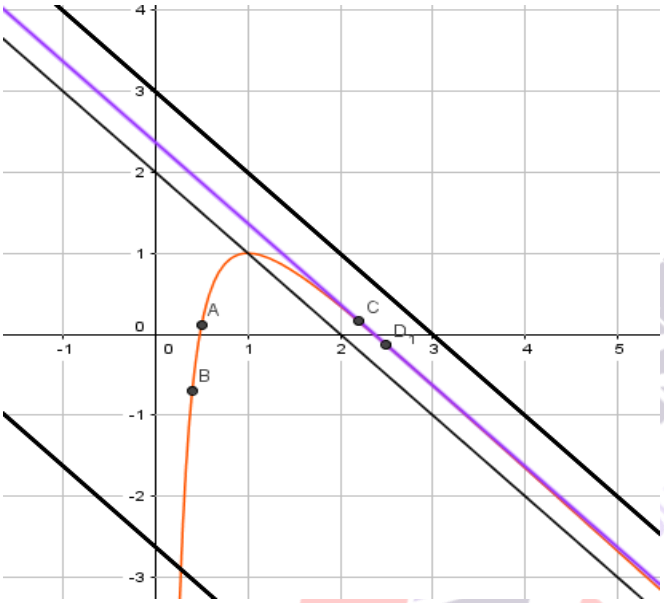
ب) معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة B هي : $y=-(x-e)+f(e)$.

لان $f(e)=\frac{1}{e}-e+2=\frac{1-e^2+2e}{e}$ ومنه

$y=-x+\frac{1}{e}+2$ أي $y=-x+e+\frac{1-e^2+2e}{e}$

5).أنشئ المنحني (C_f) و المستقيمان (D) و(Δ)

6).المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد



حلول المعادلة : $(m-2)x=\ln x$

$-x+m=\frac{\ln x}{x}-x+2$ و $f(x)=-x+m$ ومنه

المعادلة تقبل حل وحيد $m\in\left]-\infty;\frac{1}{e}+2\right[$

المعادلة لا تقبل حلول $m\in\left]\frac{1}{e}+2;+\infty\right[$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية المسيلة — ثانوية الشيخ عمر المختار

امتحان الفصل الثاني :بكالوريا دورة ماي **2016** — المدة :**02** ساعة

اختبار مادة الرياضيات — شعبة : علوم تجريبية

التمرين الاول: **المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد متجانس** $(o;\vec{i};\vec{j})$

لتكن النقط A , B , C **لواحقها على الترتيب:** $z_A = 1+i\sqrt{3}$ ، $z_B = 1-i$ ، $z_C = 2z_B$

1) **مثل النقط** A , B , C

2) **اكتب كل من** z_A **و** z_B ، $z_A \times z_B$ **على الشكل المثلثي.**

3) **اكتب** $z_A \times z_B$ **على الشكل الجبري**

4) **استنتج القيم المضبوطة لكل من :** $\sin\frac{\pi}{12}$ ، $\cos\frac{\pi}{12}$.

5) $M(x;y)$ **نقطة ذات الاحقة** Z

- (F) **مجموعة النقط** M **من المستوي حيث:** $|Z-1-i\sqrt{3}| = |Z-1+i|$
  - **عين طبيعة مجموعة النقط** (F)

6) (T) **مجموعة النقط** M **من المستوي حيث:** $Arg(\overline{Z}-1-i) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

- **هل النقطة** C **تنتمي الى** (T).

7) **عين طبيعة مجموعة النقط** (T).

التمرين الثاني : **نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد متجانس**

لتكن النقط $A(1,1,1)$ ، $B(3,2,0)$

1) **اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي** (P) **الذي يشمل** B **و عمودي على المستقيم** (AB)

2) **اكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة** (S) **ذات المركز** A **و نصف القطر** AB

3) **ليكن المستوي** (Q) **ذو المعادلة :** $(Q): x-y+2z+4=0$

- **هل المستوي** (Q) **مماس لسطح الكرة** (S)

4) **بين ان المسقط العمودي للنقطة** A **على المستوي** (Q) **هي النقطة** $C(0,2,-1)$

5) **بين ان** (P) **و** (Q) **متقاطعان وفق المستقيم** (Δ) **حيث تمثيله الوسيطي** $t \in \mathbb{R}$

$$(\Delta): \begin{cases} x = t \\ y = 12-5t \\ z = 4-3t \end{cases}$$

6) **تحقق ان** A **لا تنتمي الى المستقيم** (Δ)

7) **ليكن** (R) **المستوي الذي يشمل** A **ويحوي على المستقيم** (Δ) **هل المستوي** (R) **هو المستوي المحوري للقطعة** $[BC]$

اذا كانت الاجابة بنعم ماذا تمثل النقطة B **بالنسبة الى** C

التمرين الثالث:

I) **لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:**

$$g(x)=\begin{cases}-x+x(\ln x+1) & \text{اذ اكان } x>0\\ 0 & \text{اذ اكان } x=0\end{cases}$$

1) **احسب نهايات الدالة g عند $+\infty$**

2) **عين اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول التغيرات.**

3) **أحسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.**

II) **لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:** $f(x)=\dfrac{x+1}{x}+\dfrac{\ln x}{x}$

(C_f) هو التمثيل البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) **احسب نهايات الدالة f على اطراف مجموعة التعريف ثم فسر هندسيا النتائج**

2) **بين انه من أجل كل قيم x من $\mathbb{R}$ ان:** $f'(x)=\dfrac{1}{x}g(\dfrac{1}{x})$

3) **استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على $]0;1[$ و متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$ ثم شكل جدول التغيرات**

4) **عين حسب قيم x اشارة :** $f(x)-1$ **ثم فسر هندسيا النتيجة**

5) **اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الإحداثيات $A(1;y)$**

6) **اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0<\alpha\leq 1$**

7) **أشئ كل من (C_f) و (T)**

8) **m عدد حقيقي موجب تماما**

❖ **ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة :** $e^{f(x)}=m$.

مساعدة : $e^{-1}=0.36$

بالتوفيق استاذ المادة: ز.أسامة

العمل المستمر والمنظم هو بداية النجاح

التمرين الاول:

$Z_A = 1+i\sqrt{3}$ ، $Z_B = 1-i$ ، $Z_C = 2Z_B = 2-2i$

تمثيل النقط:

$A(1;\sqrt{3})$ صورة العدد المركب: $Z_A = 1+i\sqrt{3}$

$B(1;-1)$ صورة العدد المركب: $Z_B = 1-i$

$C(2;-2)$ صورة العدد المركب: $Z_C = 2-2i$

نمثل النقط A ; B ; C في المستوي المنسوب الى معلم م.م $(o;\vec{i};\vec{j})$

كتابة كل من Z_A و Z_B ، $Z_A \times Z_B$ على الشكل المثلثي

$Z_A = 2(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$ ، $Z_B = \sqrt{2}(\cos-\frac{\pi}{4}+i\sin-\frac{\pi}{4})$

بالنسبة لـ $Z_A \times Z_B$:

$|Z_A \times Z_B| = |Z_A| \times |Z_B| = 2\sqrt{2}$

$Arg(Z_A \times Z_B) = Arg(Z_A) + Arg(Z_B)$

$= \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$

$Z_A \times Z_B = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12})$

اكتب $Z_A \times Z_B$ على الشكل الجبري:

$Z_A \times Z_B = \sqrt{3}+1+i(\sqrt{3}-1)$

استنتاج القيم المضبوطة لكل من : $\sin\frac{\pi}{12}$ ، $\cos\frac{\pi}{12}$

بالمطابقة بين الشكل الجبري والشكل المثلثي لـ $Z_A \times Z_B$

إذن : $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$, $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

تعين طبيعة مجموعة النقط: (F) : $|Z-1-i\sqrt{3}| = |Z-1+i|$

$|Z-Z_A| = |Z-Z_B|$ اي $|Z-(1+i\sqrt{3})| = |Z-(1-i)|$

ومنه $AM = BM$ هي محور القطعة المستقيمة $[BC]$

(T) : مجموعة النقط: $Arg(\overline{Z}-1-i) = \frac{\pi}{4}+2k\pi$

$C \in (T)$ معناه المساواة $Arg(\overline{Z_C}-1-i) = \frac{\pi}{4}+2k\pi$ محققة

لنتأكد: $Arg(\overline{(2-2i}-1-i) = Arg(2+2i-1-i)$

$= Arg(1+i)$

$= \frac{\pi}{4}+2k\pi$

اذن: صحيح $C \in (T)$.

تعين طبيعة مجموعة النقط: (T)

$Arg(\overline{Z}-1-i) = Arg(\overline{Z-1+i}) = \frac{\pi}{4}+2k\pi$

$-Arg(Z-1+i) = \frac{\pi}{4}+2k\pi$

$Arg(Z-(1-i)) = -\frac{\pi}{4}+2k\pi$

$(\vec{U};\overrightarrow{BM}) = -\frac{\pi}{4}+2k\pi$

ومنه مج النقط هي نصف المستقيم $[BM)-\{B\}$ الذي يشمل النقطة C

اي $[BC)-\{B\}$ الذي ميله $tag(-\frac{\pi}{4})$.

التمرين الثاني: لتكن النقط: $A(1,1,1)$ ، $B(3,2,0)$

المعادلة الديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل B و عمودي على المستقيم (AB) :

ط1) معناه: $\overrightarrow{AB}(2;1:-1)$ شعاع ناظمي لـ (P) ويشمل B معناه:

هو مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق:

$\overrightarrow{BM}\overrightarrow{AB} = 0$

اي : $(P): 2x+y-z-5=0$

ط2) $\overrightarrow{AB}(2;1:-1)$ شعاع ناظمي لـ (P) معناه معادلة (P)

من الشكل: $2x+y-z+d=0$ ، (P)

ويشمل B معناه: $d=-5$

اي معادلة المستوي (P) هي $(P): 2x+y-z-5=0$.

المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) ذات المركز A و نصف القطر AB

لتكن $M(x;y;z)$ من الفضاء تنتمي الى (S) معناه:

ومنه مباشرة بعد الحساب نجد: $AM = AB = \sqrt{6}$

$(S): (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 6$

هل المستوي (Q) مماس لسطح الكرة (S) : نعم

التبرير: $d(A;(Q)) = AB = \sqrt{6}$.

بين ان المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (Q) هي النقطة $C(0,2,-1)$.

ط1) نتأكد من ان $C \in (Q)$ و $d(A;(Q)) = AC = \sqrt{6}$

ط2) نتأكد من ان : $C \in (Q)$ و $\overrightarrow{AC} \parallel \vec{n}_Q$.

تبيان ان (P) و (Q) متقاطعان وفق المستقيم (Δ) حيث تمثيله الوسيطي

$$(\Delta):\begin{cases}x=t\\y=12-5t\\z=4-3t\end{cases}\quad t\in\mathbb{R}$$

ط1) نتأكد من ان : $\overrightarrow{AB}$ ش نظ لـ (P) و $\overrightarrow{n_Q}$ غير مرتبطان خطيا و $(\Delta)\subset(P)$ و $(\Delta)\subset(Q)$

نعوض احداثيات المستقيم (Δ) في كل من (P) و (Q) نجد $0=0$

ط2) نتأكد من ان : $\overrightarrow{AB}$ ش نظ لـ (P) و $\overrightarrow{n_Q}$ غير مرتبطان خطيا

ثم نحل الجملة : $\begin{cases}2x+y-z-5=0\\x-y+2z+4=0\end{cases}$ ثم نضع $z=4-3t$

او نصع $x=t$ مع $t\in\mathbb{R}$ $y=12-5t$

تحقق ان A لا تنتمي الى المستقيم (Δ) : نجد ان: $t=1\neq\frac{11}{5}\neq 1$

اذن : A لا تنتمي الى المستقيم (Δ).

المستوي (R) الذي يشمل A ويحوي على المستقيم (Δ)

(R) هو المستوي المحوري للقطعة $[BC]$ نعم

(R) مستوي معرف بنقطة ومستقيم شعاع توجيهه $\vec{u}(1;-5;-3)$

نختار نقطة من المستقيم ولتكن $E(0;12;4)$

$\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{U}=0$ و $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AE}=0$ اذن $\overrightarrow{BC}$ ش نظ لـ المستوي (R)

$I(\frac{3}{2};2;\frac{-1}{2})$ منتصف $[BC]$ اي يبقى التأكد من ان $I\in(R)$ نحسب

$\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AI}=0$ ومنه $I\in(R)$ ومنه (R) هو المستوي المحوري للقطعة $[BC]$

ملاحظة يمكن ان نستعمل طرق اخرى للإثبات كأن تستعمل كتابة المعادلة بطريقة من الطرق.

المهم ان يكون I منتصف $[BC]$ ينتمي الى (R) و $\overrightarrow{BC}$ مرتبط خطيا مع الشعاع الناظمي لـ (R) ،،، او نحسب $BM=CM$ نجدها هي معادلة المستوي (R)

C هي نظيرة النقطة B بالتناظر المحوري بالنسبة للمستوي (R)

التمرين الثالث: لتكن الدالة g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x)=\begin{cases}-x+x(\ln x+1) & \text{اذ اكان } x>0\\ 0 & \text{اذ اكان } x=0\end{cases}$$

1-حساب نهايات الدالة g عند $+\infty$ ت.ع $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty+\infty$

ازالتها: $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x(-1+\ln x+1)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln x=+\infty$

2- اتجاه تغير الدالة g :

المشتق: g دالة ق.إ ودالتها المشتقة هي : $g'(x)=\ln x+1$

اشارة $g'(x)$: $x\in[e^{-1};+\infty[$ فان : $g'(x)\geq 0$

$x\in]-\infty:e^{-1}]$ فان : $g'(x)\leq 0$

اتجاه التغير: لما $x\in]-\infty:e^{-1}[$ فان g دالة متناقصة تماما

لما $x\in]e^{-1},+\infty[$ فان g دالة متزايدة تماما.

جدول التغيرات:

3- $g(1)=0$ ومنه اشارة $g(x)$ هي :

$x\in]1;+\infty[$ فان : $g(x)>0$ ، $x\in]0;1[$ فان : $g(x)<0$

لما $x=1$ فإن $g(x)=0$.

II) لتكن الدالة المعرفة كما يلي: $f(x)=\frac{x+1}{x}+\frac{\ln x}{x}$ $D_f=]0;+\infty[$

1-حساب نهايات الدالة f على اطراف مجموعة التعريف ثم فسر هندسيا النتائج

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{x}+\frac{\ln x}{x}=1$ لان $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

ت.ع $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{x+1}{x}+\frac{\ln x}{x}=+\infty+\frac{-\infty}{0^+}=+\infty-\infty$

ازالتها: $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1}{x}(x+1+\ln x)=+\infty\times(-\infty)=-\infty$

$y=1$ م.م موازي لمحور الفواصل بجوار $+\infty$ و $x=0$ م م في جوار $-\infty$

تبيان انه من أجل كل قيم x من $\mathbb{R}$ ان: $f'(x)=\frac{1}{x}g(\frac{1}{x})$

بعد الحساب نجد: $f'(x)=\frac{-\ln x}{x^2}=\frac{1}{x}g(\frac{1}{x})$

3-استنتاج ان الدالة f متزايدة تماما على $]0;1[$ ومتناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$.

ط1) ندرس اشارة $\frac{-\ln x}{x^2}$ فنتحصل على النتيجة مباشرة .

ط2) نستنتج من اشارة $g(\frac{1}{x})$ لأن $\frac{1}{x}>0$ ، $x\in]1;+\infty[$ فان :

$g(x)>0$ أي $\frac{1}{x}\in]1;+\infty[$ أي $x\in]0;1[$ فان : $g(\frac{1}{x})>0$

و $\frac{1}{x}\in]0;1[$ أي $x\in]0;1[$ فان : $g(x)<0$

أي $x\in]1;+\infty[$ فان : $g(\frac{1}{x})<0$.ومه : ان الدالة f متزايدة تماما على $]0;1[$ و متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$.

4 - اشارة : $f(x)-1$:

لما $x\in]e^{-1};+\infty[$ $f(x)-1>0$ أي (C_f) فوق المستقيم $y=1$

لما $x\in]0;+e^{-1}[$ $f(x)-1<0$ أي (C_f) تحت المستقيم $y=1$

لما $x=e^{-1}$ $f(x)-1=0$ أي (C_f) يقطع المستقيم $y=1$

5-معادلة المماس (T) عند $A(1;y)$: $(T):y=2$

7-المناقشة البيانية: $e^{f(x)}=m$ n f x ل() mي

لما $\ln m\in]-\infty;1]$

أي $m\in]0;e]$ حل وحيد موج

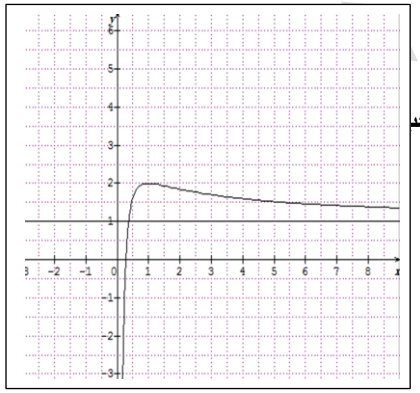
لما $\ln m\in]1;2[$

أي $m\in]e;e^2[$ حلين مج

لما $\ln m=2$ أي $m=e^2$

حل مضاعف موجب

لما $\ln m\in]2;+\infty[$ أي $m\in]e^2;+\infty[$ لا يوجد حلول.



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربـــــــــــــية الوطنية — ثانويـــــــــــــة جبابري امحمد

اختبـــــــــــــار الفصل الثاني — الاثنين 29 فيفري 2016 — السنة الدراسية: 2015 – 2016

المستوى : 3 ثانوي	الشعبة: علوم تجريبية	المادة: رياضيات	المـدة: 3 سا

التمرين الأول: (05 ن)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

(P) معرف بالمعادلة الديكارتية حيث $(P): x+2y+2z+2=0$

(S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$

1- بين ان (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها r.

2- $B(3;2;0)$ نقطة من الفضاء .

- تحقق ان B تنتمي الى (S).

- اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) المماس ل (S) في النقطة B.

3- بين ان (P) و (Q) متعامدان

4- (D) المستقيم المار من $C(1;1;1)$ و الموازي للمستويين (P) و (Q).

- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

- احسب البعد بين النقطة Ω و المستقيم (D).

بين ان (D) يقطع (S) في نقطتين .(تحديدهما غير مطلوب)

التمرين الثاني: (06 ن)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

I/ من اجل كل عدد مركب z نضع : $p(z)=z^3+(2\sqrt{2}-4)z^2+\left(8-8\sqrt{2}\right)z+16\sqrt{2}$

1- احسب $p(-2\sqrt{2})$.

2- بين ان $p(z)=\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2+az+b\right)$ حيث $a;b$ عددان حقيقيان يطلب تحديدهما.

3- حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $p(z)=0$.

II/ نضع النقط $A;B;C$ التي لواحقها على الترتيب $Z_A=2+2i$. $Z_B=2-2i$ و $Z_C=-2\sqrt{2}\,i$

1- علم النقط $A;B;C$.

2- احسب طويلة لواحق النقط $A;B;C$ ثم بين انها تنتمي الى نفس الدائرة (Γ) يطلب تحديد عناصرها المميزة

3- احسب عمدة العدد المركب Z_A و عمدة العدد المركب Z_B .ثم اثبت ان $\left(\vec{OB};\vec{OA}\right)=\frac{\pi}{2}$

4- عين z_D لاحقة النقطة D حيث O منتصف $[BD]$

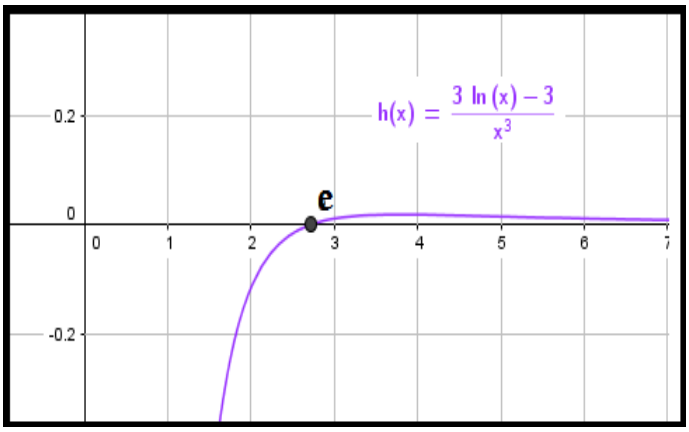
5- بين ان $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ثم فسر النتيجة

6- لتكن (E') مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث : . $z=2\sqrt{2}e^{i\theta}$

أ) تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المجموعة (E') .

ب) عين طبيعة المجموعة (E') ثم أنشئها .

التمرين الثالث: (09 ن)



المنحنى البياني (C_h) للدالة h المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ ب: $h(x)=\dfrac{-3+3\ln(x)}{x^3}$

I) g دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل : $g(x)=1+\dfrac{3}{4x^2}-\dfrac{3\ln(x)}{2x^2}$

و ليكن (C_g) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين ان $g'(x)=h(x)$

2) أدرس تغيرات الدالة g.

3) بين أن المنحني (C_g) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيينهما.

4) أدرس وضعية المنحني بالنسبة إلى المستقيم المقارب الأفقي.

5) أنشئ (C_g).

6) استنتج أنه مهما يكن $x\in]0,+\infty[$, $g(x)>0$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل : $f(x)=x+\dfrac{3}{4x}+\dfrac{3\ln x}{2x}$

و ليكن (C_f) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} f(x)$.ثم بين ان $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$

ب) بين أنه مهما يكن $x\in]0,+\infty[$, $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته : $y=x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f)

ب)أدرس وضعية"المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)

ج) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $\left]\dfrac{1}{2},1\right[$ ما ذا تستنتج بيانيا؟

3) أ) بين أنه توجد نقطة وحيدة B يكون عندها المماس للمنحني (C_f) موازيا لـ (D) يطلب تعيين إحداثيها.

ب) بين أن معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة B هي : $y=x+\dfrac{3}{2\sqrt{e}}$.

4) أنشئ المنحني (C_f) و المستقيمان (D) و(Δ)

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

تعطى $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln x}{x^n}=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^n}=0$ و $f(e^{\frac{1}{2}})=\dfrac{3+2e}{2\sqrt{e}}$ و $\sqrt{e}=e^{\frac{1}{2}}$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	
وزارة التربـــــــــــــية الوطنية	ثانويـــــــــــة جبابري امحمد
تصحيح اختبار الفصل الثاني	السنة الدراسية: 2015 – 2016
المستوى : 3 ثانوي / الشعبة:علوم تجريبية / المادة : رياضيات	عدد الصفحات :4
إعـــــداد:	الأستاذ: يوسفي عبد الرحمن

محاور	عناصر الإجابة	العلامة

التمرين الأول:

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

(P) معرف بالمعادلة الديكارتية حيث $(P): x+2y+2z+2=0$

(S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفصاء والتي تحقق : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$

1- اثبات ان (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها r.

لدينا $a=-2;b=-2;c=-4;d=-3$ ومنه $x_\Omega=-\frac{a}{2}=1;y_\Omega=-\frac{b}{2}=1;z_\Omega=-\frac{c}{2}=2$ و

$r^2=x^2+y^2+z^2+d=9$ ومنه $\Omega(1;1;2)$ و $r=3$

2- $B(3;2;0)$ نقطة من الفضاء. $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$

- التحقق ان B تنتمي الى (S). لدينا $(3-1)^2+(2-1)^2+(0-1)^2=3$ محقق اي $B\in(S)$

- المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) المماس ل (S) في النقطة B. شعاعه الناظمي $\overrightarrow{\Omega B}(2,1,-2)$

ومنه $B\in(Q)$ يعني ان $d=-8$ أي $(Q): 2x+y-2z-8=0$

3- اثبات ان (P) و (Q) متعامدان

$\vec{n}_{(P)}(1;2;2)$ و $\overrightarrow{\Omega B}(2,1,-2)$ ومنه $\overrightarrow{\Omega B}.\vec{n}_{(P)}=2+2-4=0$ (P) و (Q) متعامدان

4- (D) المستقيم المار من $C(1;1;1)$ و الموازي للمستويين (P) و (Q).

- تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D). شعاع توجيهه $\vec{u}(a,b,c)$ يحقق $\begin{cases}\vec{u}.\overrightarrow{\Omega B}=0\\ \vec{u}.\vec{n}_{(P)}=0\end{cases}$

ومنه نحل الجملة $\begin{cases}2a+b-2c=0\\ a+2b+2c=0\end{cases}$ ناخذ c ثابت نجد $a=-b$ و $b=-2c$ اذن $\vec{u}(2,-2,1)$

اذن $(D):\begin{cases}x=2t+1\\ y=-2t+1\\ z=t+1\end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$

- البعد بين النقطة Ω و المستقيم (D). و بوضع النقطة H مسقطها العمودي نجد $\overrightarrow{\Omega H}(2t;-2t;t-1)$

ومنه $\overrightarrow{\Omega H}.\vec{u}=0;4t+4t+t-1=0;\left(t=\frac{1}{7}\right)$ أي $\overrightarrow{\Omega H}\left(\frac{2}{7};-\frac{2}{7};-\frac{6}{7}\right)$ ومنه $\Omega H=\frac{\sqrt{44}}{7}$

اثبات ان (D) يقطع (S) في نقطتين .(تحديدهما غير مطلوب)

$r=3$ و $\Omega H=\frac{\sqrt{44}}{7}\simeq 1$ اذن $\Omega H<r$ يعني ان (D) يقطع (S) في نقطتين .

التمرين الثاني:

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

I/ من اجل كل عدد مركب z نضع : $p(z)=z^3+(2\sqrt{2}-4)z^2+\left(8-8\sqrt{2}\right)z+16\sqrt{2}$

1- حساب $p(-2\sqrt{2})$.

$$p(-2\sqrt{2})=\left(-2\sqrt{2}\right)^3+(2\sqrt{2}-4)\left(-2\sqrt{2}\right)^2+\left(8-8\sqrt{2}\right)\left(-2\sqrt{2}\right)+16\sqrt{2}$$

$$p(-2\sqrt{2})=-16\sqrt{2}+16\sqrt{2}-32-16\sqrt{2}+32+16\sqrt{2}=0$$

2- اثبات ان $p(z)=\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2+az+b\right)$ حيث $a;b$ عددان حقيقيان يطلب تحديدهما.

$$p(z)=z^3+az^2+bz+2\sqrt{2}z^2+2\sqrt{2}az+b2\sqrt{2}$$

$$p(z)=z^3+z^2\left(a+2\sqrt{2}\right)+z\left(b+2\sqrt{2}a\right)+b2\sqrt{2}$$

بالمطابقة نجد $a=-4;b=8$

ومنه $p(z)=\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2-4z+8\right)$

3- حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $p(z)=0$.

أي ان $\left(z+2\sqrt{2}\right)\left(z^2-4z+8\right)=0$ ومنه $z=-2\sqrt{2}$ و z^2-4z+8 أي $Z=2+2i$ و $Z=2-2i$

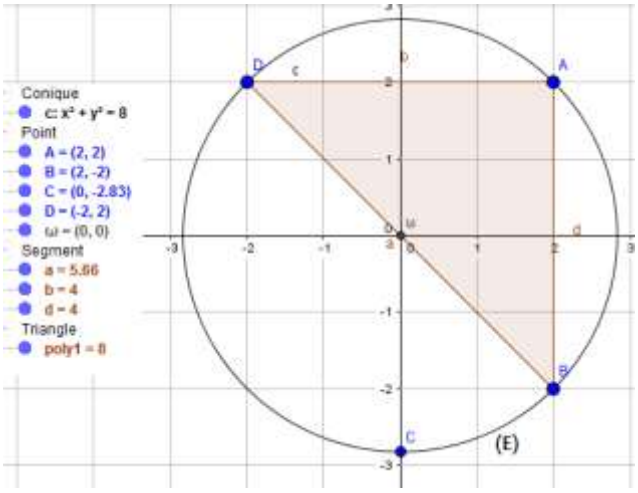
II/ نضع النقط $A;B;C$ التي لواحقها على الترتيب $Z_A=2+2i$. $Z_B=2-2i$ و $Z_C=-2\sqrt{2}\,i$

1- تعليم النقط $A;B;C$.

2- حساب طويلة لواحق النقط $A;B;C$ لدينا $|Z_A|=|2+2i|=2\sqrt{2}$ و $|Z_B|=|2-2i|=2\sqrt{2}$ و

$$|Z_C|=\left|-2\sqrt{2}\,i\right|=2\sqrt{2}$$

نستنتج ان النقط $A;B;C$ تنتمي الى نفس الدائرة (Γ) ذات المركز 0 ونصف قطرها $r=2\sqrt{2}$



3- عمدة العدد المركب Z_A :

$$\arg(Z_A)\begin{cases}\cos\theta=\sqrt{2}/2\\ \sin\theta=\sqrt{2}/2\end{cases}\theta=\frac{\pi}{4}$$

و عمدة العدد المركب: Z_B :

$$\arg(Z_B)\begin{cases}\cos\theta=\sqrt{2}/2\\ \sin\theta=-\sqrt{2}/2\end{cases}\theta=-\frac{\pi}{4}$$

اثبات ان

$$\left(\vec{OB};\vec{OA}\right)=\left(\vec{OI};\vec{OA}\right)-\left(\vec{OI};\vec{OB}\right)=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$$

4- عين z_D لاحقة النقطة D حيث O منتصف $[BD]$

لدينا $\frac{z_D+z_B}{2}=0$ ومنه $z_D=-2+2i$

5- اثبات ان $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=\frac{2-2i-2-2i}{-2+2i-2-2i}=i=e^{i\pi/2}$ العدد تخيلي صرف موجب

تفسير النتيجة المثلث ABD قائم في A ومتساوي الساقين

6- لتكن (E') مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث : . $z=2\sqrt{2}e^{i\theta}$

أ) التحقق أن النقطة D تنتمي إلى المجموعة (E') .

$z_D=2\sqrt{2}e^{i\theta}$ يعني ان $-2+2i=2\sqrt{2}e^{i\theta}$ وبما ان $|z_D|=|-2+2i|=2\sqrt{2}$ فان $D\in(E')$

ب) المجموعة (E') هي دائرة مركزها 0 ونصف قطرها $2\sqrt{2}$ ثم أنشئها .

التمرين الثالث:

I) g دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل : $g(x)=1+\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln(x)}{2x^2}$

و ليكن (C_g) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) تغيرات الدالة g. نعلم ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x^2}=0;\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(x)}{x^2}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to0}g(x)=\lim\limits_{x\to0}1+\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln(x)}{2x^2}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}1+\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln(x)}{2x^2}=1$

المشتقة g دالة تقبل الاشتقاق و دالتها المشتقة

$$g'(x)=-\frac{3\times8x}{16x^4}-\left(\frac{3(2x^2)}{x}-(4x)3\ln(x)\right)\frac{1}{4x^4}=-\frac{6x}{4x^4}-(6x-12x\ln(x))\frac{1}{4x^4}$$

ومنه $g'(x)=\frac{-6x-6x+12x\ln(x)}{4x^4}=\frac{-3+3\ln(x)}{x^3}$

اشارة المشتقة $g'(x)=0$ يعني ان $-3+3\ln(x)=0$ ومنه $x=e$

x	0		e		$+\infty$
$-3+3\ln(x)$	-		0		+
$x=e$			+		
$g'(x)$	-		0		+
$g(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	0

جدول التغيرات

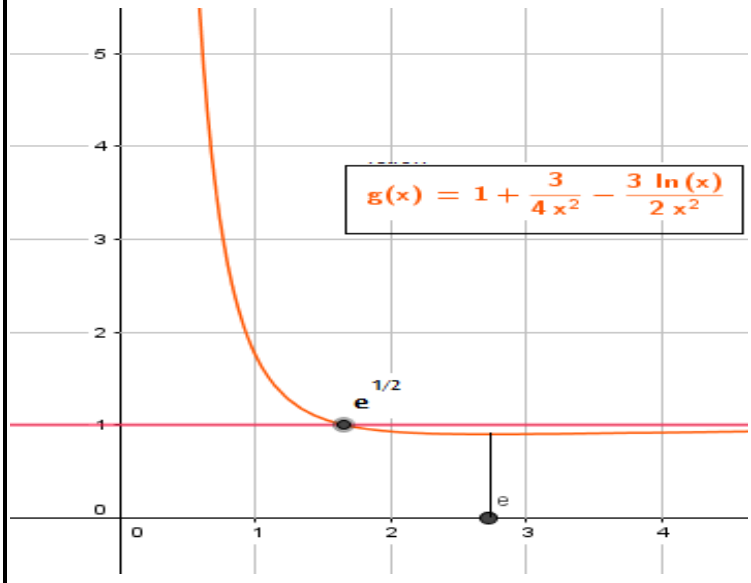
$g(e)=1+\frac{3}{4e^2}-\frac{3\ln(e)}{2e^2}=$

2) المنحني (C_g) يقبل مستقيمين مقاربين

الاول هو $x=0$ لان $\lim\limits_{x\to0}g(x)=+\infty$ والثاني هو $y=1$ لان

$\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$

3) وضعية المنحني بالنسبة إلى المستقيم المقارب الأفقي.



لدينا

$g(x)-1=\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln(x)}{2x^2}=\frac{3-6\ln(x)}{4x^2}$

ومنه $g(x)-1=0$ يعني $x=e^{\frac{1}{2}}$ أي

لما $x\in\left]0;e^{\frac{1}{2}}\right[$ المنحنى (C_g) فوق $y=1$

ولما $x\in\left]e^{\frac{1}{2}};+\infty\right[$ المنحنى (C_g) تحت $y=1$

4) أنشئ (C_g).

5) من المنحنى و مهما يكن $x\in]0,+\infty[$, $g(x)>0$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل : $f(x)=x+\frac{3}{4x}+\frac{3\ln x}{2x}$

و ليكن (C_f) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) النهايات $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}x+\frac{3}{4x}+\frac{3\ln x}{2x}=+\infty$, $\lim\limits_{x\longrightarrow0}f(x)=\lim\limits_{x\longrightarrow0}x+\frac{3}{4x}+\frac{3\ln x}{2x}=+\infty$.

ت) بين أنه مهما يكن $x\in]0,+\infty[$, $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

الدالة f تقبل الاشتقاق حيث : $f'(x)=1-\frac{12}{16x^2}+\left(\frac{3}{x}2x-6\ln x\right)\frac{1}{4x^2}=1-\frac{3}{4x^2}+\frac{3}{2x^2}-\frac{3\ln x}{2x^2}$

ومنه $f'(x)=1+\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln(x)}{2x^2}=g(x)$ من خلا المنحنى (C_g) وبما ان $g(x)>0\ ,\ x\in]0,+\infty[$

الدالة f متزايدة على المجال $]0,+\infty[$

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

2) أ) ثبات أن المستقيم (D) الذي معادلته : $y=x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f)

لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3}{4x}+\frac{3\ln x}{2x}=0$ ومنه $y=x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني

ب) وضعية"المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)

$[f(x)-x]=\frac{3}{4x}+\frac{3\ln x}{2x}=0$ ومنه $3+6\ln x=0$ اي ان $x=e^{-2}$

$x\in]0;e^{-2}[$ المنحنى (C_f) فوق (D) ولما $x\in]e^{-2};+\infty[$ المنحنى (C_f) تحت (D)

ث) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $\left]\frac{1}{2},1\right[$

بما ان الدالة f متزايدة على المجال $]0,+\infty[$ ومستمرة فهي متزايدة ومستمرة على المجال $]1/2,1[$

وبما ان $f(1)\simeq 1,75$ و $f(0,5)=-0,08$ وبما ان $f(1)\times f(0,5)\le 0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة

$f(\alpha)=0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $\alpha\in\left]\frac{1}{2},1\right[$

نستنتج بيانيا ان المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة α

3) النقطة الوحيدة B يكون عندها المماس للمنحني (C_f) موازيا لـ (D) أي $f'(x)=1$ ومنه $f'(x)-1=0$

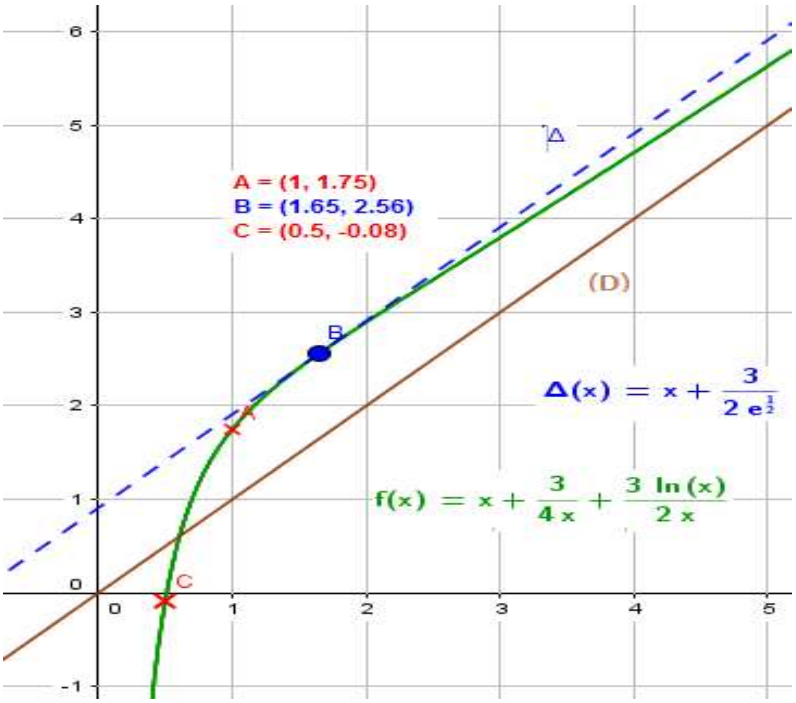
$g(x)-1=0$ أي $\frac{3}{4x^2}-\frac{3\ln(x)}{2x^2}=0$

ومنه يعني $x=e^{\frac{1}{2}}$

ب) معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة B هي : $y=x+\frac{3}{2\sqrt{e}}$.

لان $y=\left(x-e^{\frac{1}{2}}\right)+f\left(e^{\frac{1}{2}}\right)$ ومنه

$y=\left(x-e^{\frac{1}{2}}\right)+\frac{3+2e}{2\sqrt{e}}=x+\frac{3}{2\sqrt{e}}$



4) الرسم

5) المناقشة البيانية

$m\in\left]-\infty;\frac{3}{2\sqrt{e}}\right[$ المعادلة تقبل حل وحيد

$m\in\left]\frac{3}{2\sqrt{e}};+\infty\right[$ المعادلة لا تقبل حلول

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **مديرية التربية لولاية باتنة**

إختبار الثلاثي الثاني **دورة:فيفري 2016**

الشعبة :علوم تجريبية **ثانوية مصطفى بن بولعيد**

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 3 ساعات**

التمرين الأول: (4 نقاط)

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة , في كل حالة من الحالات الأربعة الآتية مع التعليل:

1) حل المعادلة $\frac{z-4}{z}=i$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ هو :

ا) $2+2i$ ب) $1+i$ جـ) $4-i$

2) ليكن z_1 و z_2 العددين المركبين المعرفين بـ : $z_1=\sqrt{3}-i$ و $z_2=2i-z_1$, العدد $\frac{z_2}{z_1}$ يساوي:

ا) $\sqrt{3}e^{i\frac{5}{6}\pi}$ ب) $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ جـ) $-e^{-i\frac{3\pi}{4}}$

3) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$. لتكن النقطتان A و B المعرفتين باللاحقتين $z_A=i$, $z_B=\sqrt{3}$ على الترتيب.

لاحقة النقطة C صورة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$ هي:

أ) $\sqrt{3}+2i$ ب) $\sqrt{3}+i$ جـ) $2i$

4) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ مجموعة النقط M التي لاحقتها $z=x+iy$ والتي تحقق العلاقة : $z=2+3i+2e^{i\theta}$ هي :

أ) مستقيم معادلة له: $y=-x$ ب) نصف مستقيم جـ)دائرة مركزها $I(2,3)$ ونصف قطرها $R=2$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$،نعتبر النقط :

$A(1,2,7)$ ، $B(2;0;2)$ ، $C(3;1;3)$ ، $D(3;-6;1)$و $E(4;-8;-4)$.

1) بين أن النقط A ، Bو C ليست في استقامية.

2) ليكن $\vec{u}$شعاعا من الفضاء مركباته $(1,b,c)$ حيث bو cعددان حقيقيان.

أ) عين b و c بحيث يكون $\vec{u}$شعاعا ناظميا للمستوي (ABC) .

ب) استنتج أن : $x-2y+z-4=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

جـ) بين أن $(ABCD)$ رباعي وجوه

د)عين (Γ)مجموعة النقط Mالتي تحقق $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right).\overrightarrow{OA}=0$

3)نعتبر المستقيم (Δ)الذي تمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=2t+3 \\ y=-4t+5,(t\in\mathbb{R}) \\ z=2t-1 \end{cases}$

أ) بين المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC).

ب) عين إحداثيات النقطة Hنقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوي (ABC).

ادرس وضعية المستقيم (DE)بالنسبة إلى المستوي (ABC).

4)أثبت وجود مستويين يوازيان (ABC)ويمسان سطح الكرة (s)ذات المعادلة: $x^2+y^2+z^2-2x+2z=0$

التمرين الثالث: (4ن)

1)علما أن: $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln x=0$ برهن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$

2) a,b عددان مركبان حيث: $|a|=|b|=1$و $1+ab\neq 0$ حيث $|a|$يرمز لطويلة a

أ)برهن أن العدد المركب z حقيقي معناه: $z=\overline{z}$ حيث $\overline{z}$مرافق z

ب)برهن أن العدد: $\dfrac{a+b}{1+ab}$حقيقي

3)أوجد: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x+2015x-1}{x}$

التمرين الرابع: (8 ن)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس، (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$حيث: $f(x)=2x-2+\ln(\dfrac{x^2-2x+2}{x^2})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$، ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) أحسب $\lim\limits_{|x|\to+\infty}[f(x)-(2x-2)]$، وفسر النتيجة بيانيا.

3) أ) بين أنه من أجل كل xمن $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\dfrac{2(x-1)(x^2-x+2)}{x(x^2-2x+2)}$.

ب) استنتج اشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $\left]-\frac{1}{2};-\frac{1}{3}\right[$ حيث: $f(\alpha)=0$

4) عين حسب قيم xإشارة $f(x)$.

5) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f)والمستقيم(Δ) ذي المعادلة $y=2x-2$

6) عين النقطة من (C_f)التي يكون عندها المماس(T) موازيا للمستقيم (Δ) ثم أكتب معادلة لـ:(T)

7) أرسم (Δ)، (T) و (C_f).

ثانويات لحسيني محمد + طارق بن زياد +بضياف محمد الموسم الدراسي: 2016/2015

المستوى:3 ع ت المدة: 03 ساعات

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

نعتبر العددين المركبين $Z_1=\sqrt{3}+i$, $Z_2=1-i$

1. اكتب العددين Z_1 و Z_2 على الشكل المثلثي ثم الشكل الآسي .
2. اكتب $\frac{Z_1}{Z_2}$ على الشكل الجبري ثم الآسي .
3. استنتج القيم المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.
4. احسب قيمة $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^{2016}$

التمرين الثاني:

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

نعتبر النقط A(7; 1; 1) , B(1 ; 7; 1) و C(1 ;1 ;7) و D(-1 ; -1 ; -1)

1.

أ - بين أن النقط A , B , C تعين مستويا (P) ,ثم تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (P) هي $x+y+z-9=0$

ب - تحقق أن المستقيم (DO)عمودي على المستوي (P).

ت - عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم(DO).

ث - بين أن النقطة H (3; 3; 3) هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي(P), وأنها مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC.

2. ليكن (Q) المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[CD]$

أ - تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (Q)هي $x+y+4z-12=0$

ب - عين إحداثيات Ω نقطة تقاطع المستقيم (DO) مع المستوي(Q)

ت - بين أن Ω هي مركز رباعي الوجوه $ABCD$.

ث - بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع , ثم احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

3. (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\| = 12\sqrt{3}$

أ - بين أن (S) هي سطح الكرة التي مركزها Ω ونصف قطرها $3\sqrt{3}$

ب - اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) ,ثم تحقق أن (S) تشمل النقط A , B , C , D

ت - حدد طبيعة تقاطع (S) مع (P)

التمرين الثالث:

I- لتكن الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ كمايلي : $g(x)=2x-1-\ln x$

1. ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$.

3.تحقق أن $g(1)=1$ وبين أن المعادلة $g(x)=1$ تقبل حلا أخر α حيث $0.1 \leq \alpha \leq 0.3$.

II – لتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$كمايلي : $f(x)=x^2-x\ln x$ و $f(0)=0$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. ا - احسب $\lim\limits_{x\to 0^{>}} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا

ب -احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2. ا - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x)=g(x)$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f, ثم شكل جدول تغيراتها .

ج - بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف Ω يطلب تعيينها .

د- عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

3. ا - اثبت أن : $f(x)=x[g(x)-x+1]$

ب- احسب $f(\alpha)$ ثم استنتج حصرا له

4. اثبت أن المنحني (C_f) يقبل مماسين (T) و(T') ميل كل منهما يساوي 1 يطلب كتابة معادلتيهما.

5. ارسم (T), (T') و (C_f)

بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: أفلح عبد الوهاب – تيارت -　　**السنة الدراسية:** 2015 / 2016

الشعبة: الثالثة علوم تجريبية　　**المـــــــــدة:** 3 ساعات ونصف

إمتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتهما $Z_A = 4+2i$ ، $Z_B = 3-i$

❶ أ) أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\dfrac{Z_B - Z_A}{Z_B}$.

ب) إستنتج طبيعة المثلث ABO .

❷ نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة M' لاحقتها Z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .

أ) بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي: $Z' = -iZ + 1 + 3i$.

ب) عيّن طبيعة التحويل R وعناصره المميزة.

ج) عيّن Z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R .

د) إستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.

هـ) عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها Z حيث: $|Z-4-2i| = |Z|$.

❸ أ) من أجل $Z \neq 2+i$ ، نضع: $L = \dfrac{Z'-2-i}{Z-2-i}$. بيّن أنّ: $L = -i$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عددًا حقيقيًا .

ج) بيّن أنّ: $(Z'-2-i)^2 + (Z-2-i)^2 = 0$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر المجموعة (S) للنقط $M(x;y;z)$ حيث: $x^2+y^2+z^2-4y-5=0$

❶ بيّن أنّ (S) سطح كرة يُطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها.

❷ نعتبر المستوي (Q) المعرف بالمعادلة: $2x-2y+z-2=0$

❸ احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) .

❹ أ) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE) .

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة المستقيمة $[DE]$.

ج) تحقق ان النقطة $F\left(-1;1;\dfrac{7}{2}\right)$ تنتمي للمستوي (Q) .

د) استنتج المسافة بين النقطة F والمستقيم (DE) .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الجزء I : لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث: $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل .

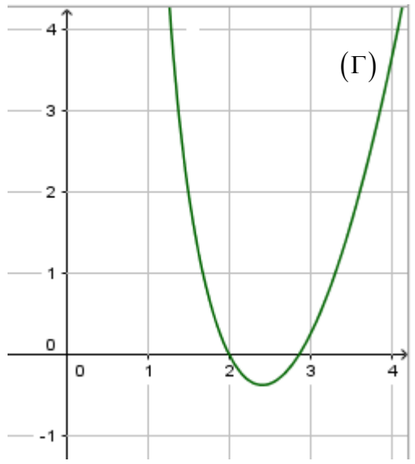
❶ بقراءة بيانية للمنحنى (Γ)، عيّن عدد حلول المعادلة: $g(x) = 0$.

❷ أحسب $g(2)$ ، ثم بين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث: $2{,}87 < \alpha < 2{,}88$.

❸ إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

الجزء II : لتكن الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث: $f(x) = x - 3 + \dfrac{4\ln(x-1)}{x-1} + \dfrac{5}{x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.



❶ أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيًا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$

❷ أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

❸ أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]1;+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

❹ أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) = 3{,}9$)

أ) حدّد الوضع النسبي للمستوي (Q) وسطح كرة (S)

ب) بيّن أنّ نقط تقاطع المستوي (Q) والسطح الكروي (S) هو دائرة يُطلب تحديد مركزها ونصف قطرها .

❸ نعتبر المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة : $2m\,x+(1-2m)\,y+m\,z+1-2m=0$ حيث m عدد حقيقي .

أ) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0,-1,0)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1,0,-2)$.

➢ بيّن أن المستقيم (Δ) محتوى في المستوي (P_m) .

ب) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) مماسًا للسطح كرة (S)

ج) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) عمودي على المستوي (Q)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-e^{2x}-2x\,e^{2x}$.

❶ أ) عيّن نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

❷ أحسب $g(0)$ ، ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

❸ لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+3-x\,e^{2x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ) عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له .

❹ أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

❺ أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=g(x)$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

❻ بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث : $-3<\alpha<-3,5$ و $0,5<\beta<1$.

❼ أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

❽ h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

أ) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم لدينا : $h(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

ب) أحسب $h'(x)$ ، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

❶ حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة: $(Z+1)\left(Z^2-4Z+7\right)=0$

نرمز بـ $Z_1\,;Z_2\,;Z_3$ لحلول هذه المعادلة حيث : Z_1 حقيقي ، $\mathrm{Im}(Z_2)\succ 0$ ، Z_3 للحل الاخر .

❷ المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. $A\,;B\,;C\,;D$ و G نقط من المستوي

لواحقها: $Z_1\,;Z_2\,;Z_3\,;Z_4\,;Z_5$ على الترتيب ، حيث $Z_4=-3i\sqrt{3}$; $Z_5=Z_1+Z_2+Z_3$

أ) أوجد قيسا للزاوية $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CG})$ ثم استنتج طبيعة المثلث GAC.

ب) عين الطبيعة و العناصر المميزة للتجويل S الذي مركزه C و يحول النقطة G الى A.

ج) أوجد عمدة للعدد المركب $\dfrac{Z_4-Z_3}{Z_5-Z_3}$.فسر ذلك هندسيا .

د) استنتج طبيعة التحويل الذي مركزه C و يحول النقطة G الى D .

❸ لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $\left(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right)\cdot\overrightarrow{CG}=12$ ……(1)

أ) بين أن G مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;-1);(B;2);(C;2)\}$

ب) بين أن العلاقة (1) تعني : $\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{CG}=-4$ ……(2)

ج) تحقق من أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (E)

د) بين أن العلاقة (2) تعني : $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{CG}=0$. استنتج طبيعة (E)

التمرين الثاني: (06 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط $A(3;4;0)\,;B(0;5;0)\,;C(0;0;5)\,;D(-2;-6;5)\,;E(-4;0;-3)$ والشعاع $\vec{n}(1;3;3)$

❶ بين أن النقط A,B,C تعيّن مستو (ABC) ،تأكد أن $\vec{n}$ شعاعه الناظمي ثم اكتب معادلة ديكارتية له

❷ أ) برهن أن المثلث AOB متساوي الساقين .

ب) عين إحداثيي النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ ، ثم بين أن $OI=\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$.

ج) بين أن $\overrightarrow{OC}$ عمودي على المستوي (AOB)

د) استنتج حجم رباعي الوجوه $OABC$

التمرين الأول: (6ن)

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط :

$A(3,-1,-3), B(1,1,1), C(-1,-3,-1), D(1,-1,1)$.

1. عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).
2. عين معادلة ديكارتية للمستوي (P) المحوري للقطعة $[AB]$.
3. أ. بين أن المستوي (Q) المحوري للقطعة $[BC]$ له معادلة ديكارتية من الشكل: $x+2y+z+2=0$

ب. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الناتج عن تقاطع المستويين (P)و (Q).

4. ليكن (R) المستوي ذو المعادلة $x+y+z+2=0$

أ. بين أن الشعاع $\overrightarrow{DC}$ ناظمي للمستوي (R).

ب. بين أن المستويات (P)و (Q)و (R)تتقاطع في النقطة $H(0;0;-2)$

ت. بين أن النقط A ، B ، Cو D تنتمي لسطح كرة (S) يطلب تعيين مركزها و طول نصف قطرها.

5. ليكن (Δ') المستقيم العمودي على المستوي (ABC) و الذي يشمل النقطة H.

أ. بين أن الجملة : $\begin{cases} x=\alpha \\ y=-\alpha \\ z=\alpha-2 \end{cases}$ $,\alpha\in\mathbb{R}$ تعين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ').

ب. عين احداثيات النقطة E نقطة تقاطع المستقيم (Δ')مع المستوي (ABC).

ت. عين تقاطع المستوي (ABC) مع سطح الكرة (S).

التمرين الثاني: (7ن)

المستوى المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس$(O\ ;\ \vec{u}\ \vec{v})$

نعتبر كثير الحدود للمتغير المركب z : $P(z)=z^3+z^2-2iz-2i$

1-احسب: $(1+i)^2$

2-عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $P(z)=(z+a)(z^2+bi)$

3-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z)=0$

4- نعتبر النقط A, B, C و D التي لواحقها على الترتيب: $z_A = 1+i$ ، $z_B = -1-i$ ، $z_C = -1$ ، $z_D = -i$

ا)اكتب الاعداد المركبة: z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل الاسي .

ب)اكتب على الشكل الجبري و الاسي العدد المركب: $\frac{z_D}{z_D - z_B}$.فسر هذه النتيجة هندسيا.

5- ليكن r الدوران الذي مركزه o وزاويته $\frac{\pi}{2}$ نسمي A' صورة A بالدوران r و B' صورة B بالدوران r

.

أ. أحسب $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' و $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' .

ب. ماهي طبيعة الرباعي $AA'BB'$ ؟

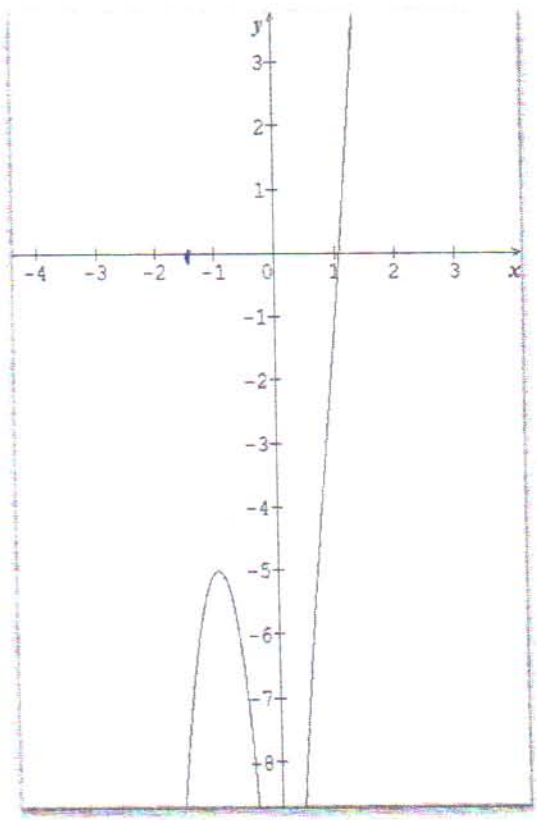
6- ليكن التحويل h الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' التي لاحقتها z' حيث: $z' = 4z + 3i$

ا)عين طبيعة التحويل h و عناصره المميزة .

ب)عين صورة الرباعي $AA'BB'$ بالتحويل h.

ج)عين طبيعة التحويل hor و عناصره المميزة.

التمرين الثالث: (7ن)



I. المنحنى المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ

$$g(x) = 2x^3 - 3 + 6\ln|x|$$

1-بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

2-بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $1.07 < \alpha < 1.09$

3- استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = 2x - 3\frac{\ln|x|}{x^2}$.

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد $(o;\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ ، $\|\vec{j}\| = 1cm$.

1-احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ؛ $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 0} f(x)$ ثم فسر النهاية الاخيرة هندسيا

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x)=\frac{x.g(x)}{x^4}$.

3-استنتج اشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4. بين أن $f(\alpha)=3\alpha-\frac{3}{2\alpha^2}$. ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

5. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x$ مقارب للمنحني (C_f) ثم أدرس وضعيته بالنسبة ل (C_f)

6-بين انه يوجد مماس (D)للمنحنى (C_f)يوازي المستقيم(Δ) ويمس(C_f) في نقطتين, يطلب اعطاء معادلة له.

7-انشئ المستقيمين (D)و(Δ)و المنحني (C_f) .يعطى : $f(-0,75)=0$

بالتوفيق

ثانوية محمد زيتوني - الدويرة - **السنة الدراسية : 2016/2015**

المدة: 2 ساعة **المستوى : 3 ع تج**

الإختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (06 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير :

I) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقطتين $A(3,0,6)$ و $I(1,-2,6)$.

(S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ حيث: $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-4=0$.

1/ (S) الكرة التي قطرها $[AI]$.

2/ مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{IM}=2$ ، هي مستو معادلته $2x-2y-z+5=0$.

3/ المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases}x=2t+1\\y=3t-1\\z=t+1\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ يقطع (S) في نقطتين .

II) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

1/ مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من المستوي التي تحقق : $Arg\left(\overline{z}+2\right)=\frac{\pi}{4}$ هي نصف المستقيم الذي مبدؤه النقطة ذات اللاحقة (-2) وشعاع توجيهه $\vec{w}$ يحقق $\left(\vec{u},\vec{w}\right)=\frac{\pi}{4}$.

2/ z عدد مركب ، n عدد طبيعي بحيث : $z=\left(1+i\sqrt{3}\right)^n$ ، قيم n التي يكون من أجلها z حقيقيا تكتب على الشكل : $n=3k+1$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

I) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، كثير الحدود $P(Z)$ المعرف كما يلي :

$$P(Z)=Z^3-(4+5i)Z^2+(13+20i)Z-65i$$

1/ بين أن $P(5i)=0$.

2/ عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث $P(Z)=(Z-5i)\left(aZ^2+bZ+c\right)$.

3/ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

II) نعتبرفي المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقطتين A و B ذات اللاحقتين $Z_A=2+3i$ ، $Z_B=5e^{i\frac{\pi}{2}}$ على الترتيب .

1/ أكتب $\overline{Z_A}^2-Z_A^2$ و $\frac{Z_B}{Z_A-\overline{Z_A}}$ على الشكل الأسي .

2/ تحقق أن Z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\left(\sqrt{2}-2;\sqrt{2}\right)$ هي $\sqrt{2}+\left(3+\sqrt{2}\right)i$.

3 / أ) بين أن $Z_B-3i=e^{i\frac{\pi}{4}}\left(Z_C-3i\right)$.

ب) استنتج أن B هي صورة C بدوران r يطلب تعيين مركزه Ω و زاويته θ.

جـ) تحقق أن C هي صورة A بالدوران r .

د) استنتج طبيعة المثلث ΩAB .

III) نرفق بكل عدد مركب Z يختلف عن $2+3i$ العدد المركب Z' حيث : $Z'=\dfrac{Z-5i}{Z-2-3i}$.

1/ عين $\left(E\right)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث $\left|Z'\right|=1$.

2/ عين $\left(F\right)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث Z' حقيقي سالب تماما .

3/ عين $\left(L\right)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث $Z=2+3i+ke^{i\frac{\pi}{6}}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}_+$.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g\left(x\right)=\ln\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)-\dfrac{2}{1+x^2}$.

1- عين نهايات الدالة g .

2- بين أنه من أجل x من $]0;+\infty[$: $g'\left(x\right)=\dfrac{2(x^2-1)}{x\left(1+x^2\right)^2}$.

3- أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α يحقق $g\left(\alpha\right)=0$ ، ثم تحقق أن $0,5<\alpha<0,6$.

5- استنتج اشارة $g\left(x\right)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $\begin{cases} f\left(x\right)=x\ln\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right) & ;x>0 \\ f\left(0\right)=0 \end{cases}$.

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة $2cm$) .

1/ أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)$ (يمكن وضع $y=\dfrac{1}{x}$) .

ب- أدرس استمرارية الدالة f على يمين 0 .

2/ أ- أدرس قابلية إشتقاق الدالة f على يمين 0 ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب- بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'\left(x\right)=g\left(x\right)$.

جـ - أدرس اتجاه تغير الدالة f مشكلا جدول تغيراتها.

د- بين أن $f\left(\alpha\right)=\dfrac{2\alpha}{1+\alpha^2}$ ، ثم عين حصرا لـ $f\left(\alpha\right)$.

3/ أنشئ $\left(C_f\right)$.