الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية ادرار
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة : التسيير و الاقتصاد
اختبار في مادة الرياضيات

المقاطعة التفتيشية الثانية – ادرار
ثانويات : أولف – رقان – برج باجي مختار
* دورة مـاي 2023 *
المـدة : 03 ساعات و نصف

**على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين**

## الموضوع الأول

### * التمرين الأول : ( 04 نقاط )

الجدول الآتي يلخص معطيات صندوق التقاعد عن عدد المحالين على التقاعد بالآلاف في إحدى الدول خلال الفترة الممتدة من 1975 إلى 2005.

| السنة | 1975 | 1980 | 1985 | 1990 | 1995 | 2000 | 2005 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الرتبة $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| عدد المتقاعدين ( بالآلاف) $y_i$ | 41 | 50 | 59 | 74 | 83 | 97 | 107 |

**1)** مثل سحابة النقط $M_i\left(x_i\,;y_i\right)$ في معلم متعامد.

( $1cm$ يمثل رتبة واحدة على حامل محور الفواصل، $1cm$ يمثل 10 آلاف متقاعد على حامل محور التراتيب)

**2)** أحسب إحداثيي النقطة المتوسطة $G$ لسحابة النقط $M_i\left(x_i\,;y_i\right)$ ثم علمها.

**3)** لتكن $y=ax+b$ معادلة $(\Delta)$، مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $\left(x_i\,;y_i\right)$.

**أ)** بيّن أن: $a\approx 11,29$، ثم أحسب قيمة $b$. ( تعطى النتيجة مدورة إلى $10^{-2}$)

**ب)** أنشئ المستقيم $(\Delta)$.

**4)** باستعمال التعديل الخطي السابق، قدّر عدد المحالين على التقاعد في سنة 2025.

### * التمرين الثاني : ( 04 نقاط )

لتكن $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=4$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$، $3u_{n+1}=u_n+6$

**1) أ)** برهن بالتراجع أنه من كل عدد طبيعي $n$، $u_n>3$

**ب)** بيّن أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماماً، ثم استنتج أنها متقاربة.

**2)** نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ بـ: $v_n=u_n-3$

**أ)** بيّن أن المتتالية $(v_n)$ هندسية، يطلب تعيين أساسها $q$ وحدها الأول $v_0$.

**ب)** أكتب عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_n=\left(\frac{1}{3}\right)^n+3$.

**ج)** أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

**د)** أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots\cdots+u_n$



www.ency-education.com

## * التمرين الثالث : ( 04 نقاط )

يحتوي كيس على أربع قريصات تحمل الأرقام : 1، 2، 3، 4.

نسحب قريصة واحدة من هذا الكيس ونعتبر $P_k$ هو إحتمال سحب القريصة ذات الرقم $k$ .

**1)** علما أن الاعداد $P_1$ ، $P_2$ ، $P_3$ و $P_4$ تشكل بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{18}$ .

احسب $P_1$ ، $P_2$ ، $P_3$ و $P_4$ .

**2)** نفرض فيما يلي أن : $P_1 = \frac{1}{6}$ ، $P_2 = \frac{2}{9}$ ، $P_3 = \frac{5}{18}$ و $P_4 = \frac{1}{3}$ .

**أ)** عرف قانون إحتمال على هذه التجربة العشوائية ثم أحسب أمله الرياضياتي.

**ب)** احسب إحتمال الحادث A " سحب قريصة تحمل رقم فردي ".

## * التمرين الرابع : ( 08 نقاط )

الجزء الأول

$g$ دالة عددية معرفة على $IR$ بـ: $g(x) = e^{-x} + x - 1$

**1)** أدرس اتجاه تغير الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

**2)** شكل جدول إشارة $g(x)$ ، ثم إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $e^{-x} + x \geq 1$ .

الجزء الثاني:

$f$ دالة عددية معرفة على $IR$ بـ: $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

**1)** تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم $x$ ، $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$ .

**2)** أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسياً.

**3) أ)** بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x) = \frac{(x+1)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$ . ($f'$ الدالة المشتقة للدالة $f$)

**ب)** استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

**4) أ)** أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة $O$ مبدأ المعلم.

**ب)** تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $x - f(x) = \frac{x \cdot g(x)}{e^{-x} + x}$ .

**ج)** أدرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y = x$ .

**5)** أنشئ المستقيم $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$ . ( يعطى $\frac{1}{1-e} \approx -0,6$ )

**6)** ناقش بيانياً، وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = m$ .



www.ency-education.com

## الموضوع الثاني

### * التمرين الأول : ( 04 نقاط )

I. الجدول التالي يمثل تطور عدد المشتركين في مجلة تعليمية خلال 6 سنوات (العدد بالآلاف) .

| السنة | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| رتبة السنة $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| عدد المشتركين $y_i$ | 20 | 30 | 43 | 63 | 92 | 135 |

**1)** أ- مثّل سحابة النقط $M_i\left(x_i\,;y_i\right)$ في معلم متعامد .

(نأخذ $1cm$ لكل 1 سنة على حامل محور الفواصل و $1cm$ لكل 10 ألاف مشترك على حامل محور التراتيب) .

ب- هل يمكن القيام بتسوية خطية ؟ برر اجابتك .

II. **1)** نضع: $z_i=\ln(y_i)$ .

أ- أكمل الجدول التالي (تدور النتائج إلى $10^{-2}$) .

| رتبة السنة $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $z_i=\ln(y_i)$ | | | | | | |

ب- مثّل سحابة النقط $M_i\left(x_i\,;z_i\right)$

ج- أحسب إحداثيي النقطة المتوسطة $G$ لسحابة النقط $M_i\left(x_i\,;z_i\right)$، ثم علمها.

د- بين أن معادلة مستقيم الانحدار هي $z=0.38x+b$ حيث $b$ عدد حقيقي يطلب تعيينه .

**2)** أ- اثبت أن عدد المشتركين $y$ يمثل بالعلاقة $y=ke^{0.38x}$ (يعطى $k$ مدورا الى الوحدة ) .

ب- بفرض أن عدد المشتركين بتزايد بنفس الوتيرة . ما هي السنة التي يبلغ فيها عدد المشتركين مليون مشترك .

### * التمرين الثاني : ( 04 نقاط )

لتكن $\left(u_n\right)$ المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+2$

**1)** أ) أحسب الحدود: $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ .

ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $u_n\prec 4$ .

ج) بين ان المتتالية $\left(u_n\right)$ متزايدة تماما ثم استنتج انها متقاربة .

**2)** $\left(v_n\right)$ المتتالية المعرفة بـ : من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $v_n=u_n-4$ .

أ) بيّن أن المتتالية $\left(v_n\right)$ هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم عين حدها الأول .

ب) أكتب عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$ .

**3)** نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ $S_n=v_0+v_1+v_2+...+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$ .

أ) أحسب بدلالة n عبارة $S_n$ .

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $S'_n=4n-2+3\left(\frac{1}{2}\right)^n$ .



www.ency-education.com

## * التمرين الثالث : ( 04 نقاط )

تتكون مؤسسة تربوية من: 75% ذكور، 25% إناث. 60% من الإناث و 30% من الذكور هم تلاميذ جيدون.

➢ نأخذ عشوائياً تلميذاً من هذه المؤسسة.

يرمز بـ : $G$ الحادثة: " التلميذ المختار ذكر " $F$ الحادثة: " التلميذ المختار أنثى "

$A$ الحادثة: " التلميذ المختار ذو مستوى جيد ".

**1)** أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.

**2)** ما احتمال أن يكون التلميذ المختار أنثى و ذات مستوى جيد؟

**3)** ما احتمال أن يكون التلميذ المختار ذو مستوى جيد؟

**4)** إذا علمت أن التلميذ المختار ذو مستوى جيد، ما احتمال أن يكون التلميذ المختار أنثى.

## * التمرين الرابع : ( 08 نقاط )

الجزء الأول:

$g$ دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-2+\ln x$

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً $\alpha$ حيث $1,2<\alpha<1,4$ .

4) استنتج تبعاً لقيم $x$ إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني:

$f$ دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{1-\ln x}{x}$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، حيث: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$

**1) أ)** أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.

**ب)** أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

**2) أ)** بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$. ($f'$ الدالة المشتقة للدالة $f$)

**ب)** استنتج اتجاه تغير الدالة $f$، ثم شكل جدول تغيراتها.

**3) أ)** بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$ مستقيماً مقارباً مائلاً للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$.

**ب)** أدرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$.

**4)** أنشئ المستقيم $(\Delta)$، المماس $(T)$ والمنحنى $(C_f)$. يعطى $(f(\alpha)\approx 1,9)$

**5)** نعتبر الدالة $F$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $F(x)=\dfrac{x^2-(\ln x)^2+2\ln x}{2}$

**أ)** بيّن أن الدالة $F$ دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$.

**ب)** أحسب $S$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها: $x=1$ ، $x=e$ و $y=0$.



ency-education.com/exams

www.ency-education.com