● **بكالوريا 2008 – الموضوع ①:**

I- نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي:

$$f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$$

حيث a و b عددان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. وحدة الطول $1\,cm$.

◆ عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II- نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$$

و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

① بين أن $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ وفسر هذه النتيجة بيانيا.

(نذكر أن: $\lim_{x\to-\infty} ue^{u}$)

② أدرس تغيرات الدالة g، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

③ بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثييها.

④ أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I.

⑤ أرسم (C_g).

⑥ H الدالة العددية المعرفة على $]-2;+\infty[$ كما يأتي:

$$H(x)=(\alpha x+\beta)e^{-x}$$

حيث α و β عددان حقيقيان.

◆ عين α و β حتى تكون H دالة أصلية للدالة:

$$x\mapsto g(x)-1$$

◆ استنتج الدالة الأصلية للدالة g والتي تنعدم عند القيمة 0.

III- لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي:

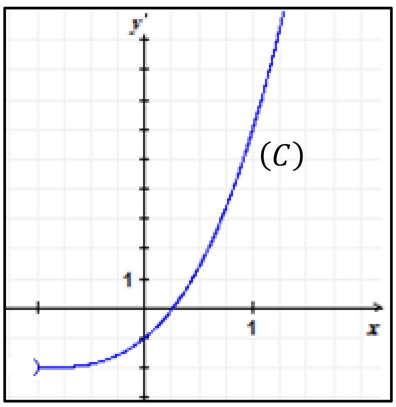
$$k(x)=g(x^2)$$

◆ باستعمال مشتقة دالة مركبة، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

● **بكالوريا 2008 – الموضوع ②:**

المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي:

$$g(x)=x^3+3x^2+3x-1$$



①

◆ بقراءة بيانية، شكل جدول تغيرات الدالة g وحدد g(0) وإشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

◆ علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ يحقق:

$$g(\alpha)=0$$

◆ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

② f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بما يأتي:

$$f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$$

وليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

◆ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^3}$$

حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f.

◆ عين دون حساب $\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

◆ أحسب $\lim_{\substack{x\to-1\\ >}} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$.

فسر النتيجتين بيانيا.

◆ شكل جدول تغيرات الدالة f.

③ نأخذ: $\alpha\simeq 0{,}26$.

◆ عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2}.

◆ أرسم المنحنى (Γ).

④

◆ أكتب $f(x)$ على الشكل:

$$f(x)=x+a+\frac{b}{(x+1)^2}$$

حيث a و b عددان حقيقيان.

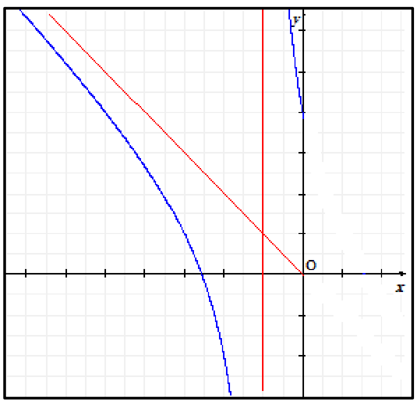
◆ عين F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ والتي تحقق: $F(1)=2$.

● **بكالوريا 2009 – الموضوع ①:**

I- f دالة معرفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ:

$$f(x)=-x+\frac{4}{x+1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس كما هو مبين في الشكل.



①
- أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I.
- بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه تغيرات f، شكل جدول تغيراتها.

② g دالة معرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x)=x+\frac{4}{x+1}$$

(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.
- أحسب نهاية g عند $+\infty$.
- تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.
- أدرس تغيرات g.

II- k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي:

$$k(x)=|x|+\frac{4}{x+1}$$

①
- أحسب $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ >}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ و $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ <}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$. ماذا تستنتج؟
- أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

② أكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

③ أرسم (Δ_1)، (Δ_2) و (C_k).

④ أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_k) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$، $x=\frac{1}{2}$ و $x=-\frac{1}{2}$.

● **بكالوريا 2009 – الموضوع ②:**

الجزء ❶:

h دالة عددية معرفة على $]-1\,;+\infty[$ كما يلي:

$$h(x)=x^2+2x+ln(x+1)$$

① أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}}h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$.

② بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1\,;+\infty[$:

$$h'(x)=\frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$$

واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها.

③ أحسب $h(0)$ واستنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x.

الجزء ❷:

لتكن f دالة معرفة على $]-1\,;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=x-1-\frac{ln(x+1)}{x+1}$$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

①
- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}}f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا.
- باستخدام: $\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{e^t}{t}=+\infty$، برهن أن: $\lim\limits_{u\to+\infty}\frac{lnu}{u}=0$.
- استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.
- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).
- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

② بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1\,;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{h(x)}{(x+1)^2}$$

ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

③ بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين $3{,}3$ و $3{,}4$.

④ أرسم (C_f).

⑤ أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=-1$، $x=0$ و $x=1$.

● **بكالوريا 2010 – الموضوع ①:**

الجزء ❶:

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$ بـ:

$$f(x)=1+ln(2x-1)$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

① أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{1}{2}\\ >}}f(x)$.

② بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I، ثم شكل جدول تغيراتها.

③ عين فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$.

④
- أثبت أنه من أجل كل x من I، يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل:

$$f(x)=ln(x+a)+b$$

حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.
- استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية ln، ثم ارسم (C) و (C_f).

الجزء ❷:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـ:

$$g(x)=f(x)-x$$

① أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{1}{2}\\ >}}g(x)$، ثم بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$.

② أدرس اتجاه تغير الدالة g على I، ثم شكل جدول تغيراتها.

③
- أحسب $g(1)$، ثم بين أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2}\,;+\infty\right[$ حلا وحيدا α. تحقق أن: $2<\alpha<3$.
- أرسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $\left]\frac{1}{2}\,;5\right]$ في المعلم السابق.
- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I، ثم حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (d).

◆ برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1\,;\alpha[$ فإن $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1\,;\alpha[$.

الجزء ❸:

نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي:

$$u_n = f\left(1+\frac{1}{2n}\right)$$

① عين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون:

$$u_n = 1 + 2ln3 - 3ln2$$

② أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث:

$$S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$$

● **بكالوريا 2010 – الموضوع ②:**

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي:

$$f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

①

◆ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

◆ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\>}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\<}} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة.

② أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

③

◆ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x + 1$.

◆ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ').

④ أثبت أن النقطة $\omega\left(0\,;\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

⑤

◆ بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث:

$$ln2 < \alpha < 1 \text{ و } -1{,}4 < \beta < -1{,}3$$

◆ هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ)؟

◆ أرسم (Δ)، (Δ') ثم المنحنى (C_f).

◆ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$(m-1)e^{-x} = m$$

● **بكالوريا 2011 – الموضوع ①:**

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ:

$$g(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

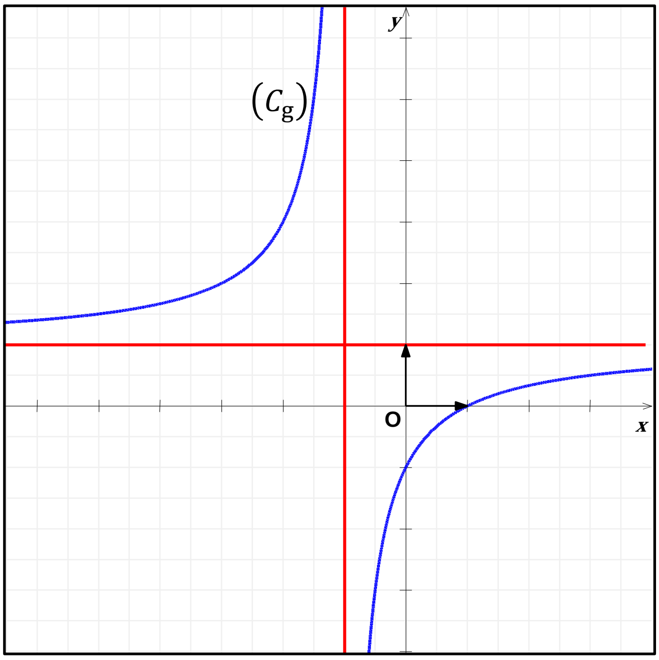
و (C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. - أنظر الشكل المقابل -

بقراءة بيانية:

① شكل جدول تغيرات الدالة g.

② حل بيانيا المتراجحة: $g(x) > 0$.

③ عين بيانيا قيم x التي يكون من أجلها: $0 < g(x) < 1$.



II- لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]1\,;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} + ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

① أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

②

◆ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1\,;+\infty[$:

$$g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$$

◆ أحسب $f'(x)$ وادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات f.

③

◆ باستعمال الجزء I- السؤال ③، عين إشارة العبارة $ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1\,;+\infty[$.

◆ α عدد حقيقي.

- بين أن الدالة: $x \mapsto (x-a)ln(x-a) - x$ هي دالة أصلية للدالة: $x \mapsto ln(x-a)$ على المجال $]1\,;+\infty[$.

◆ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1\,;+\infty[$:

$$g(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$$

ثم عين دالة أصلية للدالة f على المجال $]1\,;+\infty[$.

● **بكالوريا 2011 – الموضوع ②:**

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = e^x - ex - 1$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

①

◆ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

◆ أحسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

• شكل جدول تغيرات الدالة f.

②

• بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -ex - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

• أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

• بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]1{,}75\,;1{,}76[$ حلا وحيدا α.

• أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty\,;2]$.

③

• أحسب بدلالة α، المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين الذين معادلتيهما: $x = 0$ و $x = \alpha$.

• أثبت أن:

$$A(\alpha) = \left(\frac{1}{2}e\alpha^2 - e\alpha + \alpha\right) ua$$

(ua هي وحدة المساحات)

● **بكالوريا 2012 – الموضوع ①:**

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty\,;0[$ كما يلي:

$$f(x) = x + 5 + 6\,ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

①

• أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

• أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

②

• بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty\,;0[$:

$$f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x(x-1)}$$

• استنتج اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

③

• بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $y = x + 5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

• أدرس وضع المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

④ بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث:

$-3{,}5 < \alpha < -3{,}4$ و $-1{,}1 < \beta < -1$

⑤ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

⑥

• نعتبر النقطتين:

$A\left(-1\,;3 + 6\,ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2\,;\frac{5}{2} + 6\,ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$

- بين أن: $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6\,ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).

• بين أن المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيين إحداثيتيها.

⑦ لتكن g الدالة المعرفة على $]-\infty\,;0[$ كما يلي:

$$g(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + 6x\,ln\left(\frac{x}{x-1}\right) + 6\,ln(1-x)$$

- بين أن دالة أصلية للدالة على المجال $]-\infty\,;0[$.

● **بكالوريا 2012 – الموضوع ②:**

I- لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x) = 1 - xe^x$$

① أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

② أدرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

③

• بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1\,;+\infty[$.

• تحقق أن: $0{,}5 < \alpha < 0{,}6$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty\,;2]$ كما يلي:

$$f(x) = (x-1)e^x - x - 1$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

① أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

② لتكن f' مشتقة الدالة f.

• بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty\,;2]$ فإن:

$$f'(x) = -g(x)$$

• استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty\,;2]$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

③ بين أن:

$$f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$$

ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2})

④

• بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

• أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

⑤

• بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث:

$-1{,}6 < x_1 < -1{,}5$ و $1{,}5 < x_2 < 1{,}6$

• أنشئ (Δ) و (C_f).

⑥ لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$h(x) = (ax + b)e^x$$

• عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة: $x \mapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$.

• استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

● **بكالوريا 2013 – الموضوع ①:**

I- f الدالة المعرفة على $]-\infty\,;1[$ بـ:

$$f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

x	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24	0,25
$f(x)$	0,037	0,016	- 0,005	- 0,026	- 0,048	- 0,070

① أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}} f(x)$، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C).

②

- أحسب $f'(x)$.
- بين أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty\,;1[$، ثم شكل جدول تغيراتها.

③

- بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل في حلا وحيدا α.
- باستعمال جدول القيم أعلاه، جد حصرا للعدد α.

④ أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C)، ثم ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

⑤ عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة: $|f(x)| = m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II- g الدالة المعرفة على $]-\infty\,;1[$ بـ:

$$g(x) = f(2x-1)$$

(عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

① أدرس تغيرات الدالة g على $]-\infty\,;1[$، ثم شكل جدول تغيراتها.

②

- تحقق من أن:

$$g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$$

ثم بين أن:

$$g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'(\alpha)$$

- استنتج معادلة المماس (T) لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)$.
- تحقق أن: $y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}x - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ معادلة للمستقيم (T).

● بكالوريا 2013 – الموضوع ②:

I- g الدالة المعرفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ بـ:

$$g(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)$$

① أدرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

② استنتج أنه، من أجل كل x من المجال $]-1\,;+\infty[$:

$$g(x) > 0$$

II- f الدالة المعرفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = x - \frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. (وحدة الطول $2\,cm$)

①

- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$. فسر النتيجة بيانيا.
- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

②

- بين أنه، من أجل كل x من $]-1\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

حيث f' هي مشتقة الدالة f.

- أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1\,;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها.
- بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1\,;+\infty[$، ثم تحقق أن: $0 < \alpha < 0{,}5$.

③

- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $(+\infty)$.
- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

④ نقبل أن المستقيم (T) ذا المعادلة: $y = x + \frac{2}{\sqrt{e^3}}$، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0.

- أحسب x_0.
- أرسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثم المنحنى (C_f).
- عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة: $f(x) = x + m$ حلين متمايزين.

● بكالوريا 2014 – الموضوع ①:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x) = 1 + \frac{2\,\ln x}{x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

①

- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. فسر النتيجتين هندسيا.
- أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0\,;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها.

②

- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = 1$.
- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.
- بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]0\,;1[$ حلا وحيدا α، حيث: $e^{-0{,}4} < \alpha < e^{-0{,}3}$.

③ أنشئ (T) و (C_f).

④ لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي:

$$h(x) = 1 + \frac{2\,\ln|x|}{|x|}$$

و ليكن (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

• بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم:

$$h(x) - h(-x) = 0$$

ماذا تستنتج؟

• أنشئ المنحنى (C_h) اعتمادا على المنحنى (C_f).

• ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$lnx^2 = (m-1)|x|$$

● **بكالوريا 2014 – الموضوع ②:**

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$$

①

• أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

• أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$، ثم شكل جدول تغيراتها.

②

• بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α، حيث:

$$0{,}7 < \alpha < 0{,}8$$

• استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

• أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

②

• بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$$

• استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

• أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ).

③

• بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$$

حيث f' مشتقة الدالة f.

• استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f. (نأخذ $f(\alpha) \approx -0{,}1$)

④ أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x) = 0$.

⑤ أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

⑥ لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$$

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

• تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

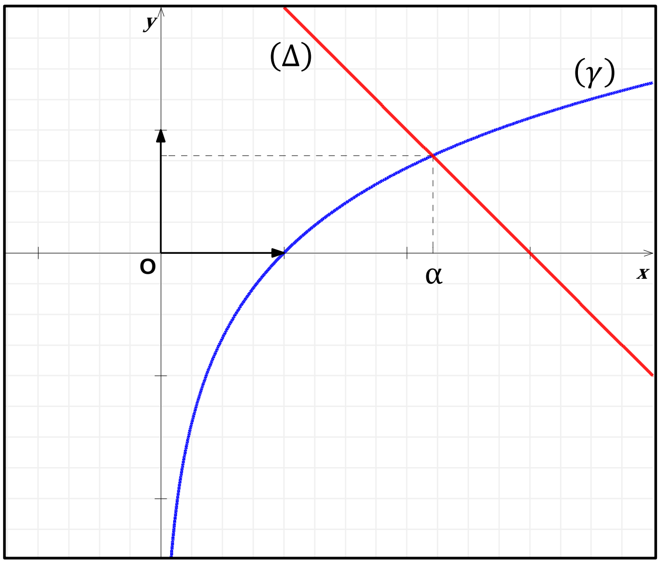
$$h(x) = f(x) - 2$$

• استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_h).

● **بكالوريا 2015 – الموضوع ①:**

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

I- (γ) التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto lnx$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y = -x + 3$، و α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ).



① بقراءة بيانية، حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $]0\,;+\infty[$.

② g الدالة المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ:

$$g(x) = x - 3 + lnx$$

- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

③ تحقق أن: $2{,}2 < \alpha < 2{,}3$.

II- f الدالة المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(lnx - 2)$$

و (C_f) تمثيلها البياني.

① أحسب $\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

② أثبت أنه من أجل كل x من $]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

③ بين أن:

$$f(\alpha) = \frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$$

ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

④ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل، ثم أنشئ (C_f) على المجال $]0\,;e^2]$.

III- F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0\,;+\infty[$ والتي تحقق: $F(1) = -3$.

① بين أن منحنى الدالة F يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

② بين أن الدالة: $x \longmapsto x\,lnx - x$ هي دالة أصلية للدالة: $x \longmapsto lnx$ على $]0\,;+\infty[$، ثم استنتج عبارة الدالة F.

● **بكالوريا 2015 – الموضوع ②:**

I- g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$$

① أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

② بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$، ثم تحقق أن: $0{,}36 < \alpha < 0{,}37$.

③ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

①

◆ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f'(x) = e^{2x+2}.g(x)$$

◆ استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty\,;-\alpha[$، ومتزايدة تماما على $]-\alpha\,;+\infty[$.

② أحسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

③ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) + x - 1]$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

④ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته:

$$y = -x + 1$$

⑤ أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty\,;\frac{1}{2}\right]$.

(نأخذ: $f(-\alpha) \approx 0{,}1$)

⑥

◆ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$$

◆ استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

● **بكالوريا 2016 – الموضوع ①:**

I- g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ:

$$g(x) = x^2 + 1 - lnx$$

① أدرس اتجاه تغير الدالة g.

② أحسب $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$، ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0\,;+\infty[$، $g(x) > 0$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = \frac{lnx}{x} + x - 1$$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

① أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

②

◆ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

◆ شكل جدول تغيرات الدالة g.

③ أكتب معادلة الماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 1.

④

◆ بين أن (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) حيث: $y = x - 1$ معادلة له.

◆ أدرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ).

⑤ أرسم المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحنى (C).

⑥ m عدد حقيقي. المستقيم (Δ_m) حيث: $y = mx - m$ معادلة له.

◆ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي m، النقطة $A(1\,;0)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ_m).

◆ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $f(x) = mx - m$.

⑦

◆ جد دالة أصلية للدالة: $x \longmapsto \frac{lnx}{x}$ على المجال $]0\,;+\infty[$.

◆ أحسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C)، المستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما: $x = 1$ و $x = n$ حيث n عدد طبيعي $(n > 1)$.

◆ عين أصغر عدد طبيعي n_0 بحيث إذا كان $n > n_0$ فإن: $I_n > 2$.

● **بكالوريا 2016 – الموضوع ②:**

I- g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$$

①

◆ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

◆ أدرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

②

◆ بين أن للمعادلة: $g(x) = 0$ حلين في $\mathbb{R}$، أحدهما معدوم والآخر α حيث:

$$-1{,}52 < \alpha < -1{,}51$$

◆ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

①

◆ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

◆ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، فإن:

$$f'(x) = -g(x)$$

حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f.

- شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$. (نأخذ $f(\alpha) \simeq 0{,}38$)
- عين دون حساب: $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

②
- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $(+\infty)$.
- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).
- بين أن للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثييهما.
- أرسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2\,;+\infty[$.
- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-x)e^x + (x^2+3x+2) = 0$ على المجال $[-2\,;+\infty[$.

III- h و H الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ:
$h(x) = x + f(x)$ و $H(x) = (ax^2+bx+c)e^{-x}$

① عين الأعداد الحقيقية a، b و c حتى تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

② λ عدد حقيقي موجب تماما، حيث:
$$A(\lambda) = \int_0^{\lambda} h(x)dx$$
- أحسب التكامل $A(\lambda)$، وفسر النتيجة هندسيا.
- أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

● بكالوريا 2016 مكرر – الموضوع ①:

I- لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ بـ:
$$g(x) = -1 + (x+1)e + 2\ln(x+1)$$
حيث العدد e هو أساس اللوغاريتم النيبيري.

① أدرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

② بين أن للمعادلة: $g(x) = 0$ حلا وحيدا α حيث:
$$-0{,}34 < \alpha < -0{,}33$$

③ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]-1\,;+\infty[$.

II- لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ بـ:
$$f(x) = \frac{e}{x+1} + \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

①
- بين أن: $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x) = -\infty$، واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، ثم فسر النتيجتين هندسيا.
- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1\,;+\infty[$:
$$f'(x) = \frac{-g(x)}{(x+1)^3}$$
f' هي مشتقة الدالة f.
- أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1\,;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها.

- أرسم المنحنى (C_f). (نقبل أن: $f(\alpha) \simeq 3{,}16$)

②
- بين أن الدالة: $x \mapsto \frac{-1}{x+1}[1+\ln(x+1)]$ هي دالة أصلية للدالة: $x \mapsto \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^3}$ على المجال $]-1\,;+\infty[$.
- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين الذين معادلتاهما على التوالي:
$x = 0$ و $x = 1$

③ نعتبر الدالة العددية k المعرفة على $]-1\,;1[$ بـ:
$$k(x) = f(-|x|)$$
و (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق.
- بين أن الدالة k زوجية.
- بين كيف يمكن استنتاج المنحنى (C_k) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه دون دراسة تغيرات الدالة f.
- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $k(x) = m$.

● بكالوريا 2016 مكرر – الموضوع ②:

I- لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$$g(x) = 2e^x - x^2 - x$$

①
- أحسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g'. (g' هي مشتقة الدالة g)
- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x) > 0$.
- أحسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$، ثم شكل جدول تغيراتها.

② بين أن للمعادلة: $g(x) = 0$ حلا وحيدا α حيث:
$$-1{,}38 < \alpha < -1{,}37$$

③ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$$f(x) = \frac{x^2e^x}{e^x - x}$$
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

①
- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:
$$f'(x) = \frac{xe^xg(x)}{(e^x-x)^2}$$
- أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$، ثم شكل جدول تغيراتها.

②
- بين أن: $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha-1}$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - x^2]$، ثم فسر النتيجة بيانيا.
- أنشئ المنحنى (C_f). (تعطى: $f(\alpha) \simeq 0{,}29$)

- بالتوفيق -