﴿ بسم الله الرحمن الرحيم ﴾

(1) دورة جوان 2008 - الموضوع الأول

a و b عددان طبيعيان حيث: $a = 1428$ و $b = 2006$.

1) أ- نعين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9:

لدينا: $1428 = 158 \times 9 + 6$

نكتب: $1428 \equiv 6\ [9]$

ومنه باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9 هو: 6

ب- نبين أن: $b \equiv -1\ [9]$.

لدينا: $2007 \equiv 0\ [9]$

نضيف العدد (-1) لطرفي الموافقة (من خواص الموافقات)

فيكون: $2007 + (-1) \equiv 0 + (-1)\ [9]$

أي: $2006 \equiv -1\ [9]$

ومنه: $b \equiv -1\ [9]$

جـ- ندرس توافق العددين a و b بترديد 9 مع التبرير:

لدينا من السؤال السابق: $a \equiv 6\ [9]$

● باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9 هو: 6

ولدينا أيضا: $b \equiv -1\ [9]$

أي: $b \equiv 8\ [9]$

● باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 9 هو: 8

بما أن العددين a و b ليس لهما نفس باقي القسمة الإقليدية على 9، فهما غير متوافقين بترديد 9.

2) أ- نبحث عن باقي قسمة العدد $(a + b^2)$ على 9:

لدينا: $a \equiv 6\ [9] \ldots (1)$

ولدينا: $b \equiv -1\ [9]$

حسب خواص الموافقات: $b^2 \equiv (-1)^2\ [9]$

أي: $b^2 \equiv 1\ [9] \ldots (2)$

بجمع (1) و (2) طرف لطرف: $a + b^2 \equiv 6 + 1\ [9]$

أي: $a + b^2 \equiv 7\ [9]$

ومنه باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + b^2)$ على 9 هو: 7

ب- استنتاج باقي قسمة $(a + b^2)$ على 3:

● طريقة 1:

لدينا: $a + b^2 \equiv 7\ [9]$

أي: $a + b^2 = 9k + 7 \ldots (k \in \mathrm{N})$

$a + b^2 = (9k + 6) + 1$

$a + b^2 = 3(3k + 2) + 1$

نضع: $k' = 3k + 2$

$a + b^2 = 3k' + 1$

أي: $a + b^2 \equiv 1\ [3]$

ومنه باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + b^2)$ على 3 هو: 1

● طريقة 2:

لدينا: $a \equiv 6\ [9]$

بضرب طرفي الموافقة في العدد $(+3)$: $3a \equiv 3 \times 6\ [9]$

فينتج: $3a \equiv 18\ [9]$

وبما أن: $18 \equiv 0\ [9]$

فإن: $3a \equiv 0\ [9] \ldots (I)$

ولدينا: $b^2 \equiv 1\ [9]$

بضرب طرفي الموافقة في العدد $(+3)$: $3b^2 \equiv 3 \times 1\ [9]$

ومنه: $3b^2 \equiv 3\ [9] \ldots (II)$

بجمع (I) و (II) طرف لطرف: $3a + 3b^2 \equiv 3\ [9]$

أي: $3(a + b^2) \equiv 3\ [3 \times 3]$

بقسمة كل طرف على العدد $(+3)$ نجد: $a + b^2 \equiv 1\ [3]$

ومنه باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + b^2)$ على 3 هو: 1

(2) دورة جوان 2008 - الموضوع الثاني

1) حساب باقي قسمة كل من: 3^2، 3^3، 3^4، 3^5 و 3^6 على 7.

العدد	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6
الباقي على 7	2	6	4	5	1

2) n عدد طبيعي غير معدوم.

نعين باقي قسمة 3^{6n} على 7:

من الجدول لدينا: $3^6 \equiv 1\ [7]$

وحسب خواص الموافقات: $(3^6)^n \equiv (1)^n\ [7]$

ولدينا من أجل كل عدد طبيعي n: $1^n \equiv 1\ [7]$

أي: $3^{6n} \equiv 1\ [7]$

● ومنه باقي قسمة 3^{6n} على 7 هو: 1

نعين باقي قسمة 3^{6n+4} على 7:

لدينا من السؤال السابق: $3^{6n} \equiv 1\ [7] \ldots (1)$

ولدينا من الجدول: $3^4 \equiv 4\ [7] \ldots (2)$

بضرب (1) في (2): $3^{6n} \times 3^4 \equiv 1 \times 4\ [7]$

أي: $3^{6n+4} \equiv 4\ [7]$

● ومنه باقي قسمة 3^{6n+4} على 7 هو: 4

- استنتاج باقي قسمة 3^{2008} على 7:

نكتب: $2008 = 6 \times 334 + 4$

$3^{2008} \equiv 3^{6(334)+4}\ [7]$

ولدينا: $3^{6(334)+4} \equiv 4\ [7]$

حسب خاصية التعدي فإن: $3^{2008} \equiv 4\ [7]$

● ومنه باقي قسمة 3^{2008} على 7 هو: 4

3) نبين أن العدد: $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n.

لدينا من السؤال السابق: $3^{6n+4} \equiv 4\ [7]$

ولدينا أيضا: $3^{6n} \equiv 1\ [7]$

$3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv 3 \times 4 - 2 \times 1 + 4\ [7]$

$3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv 12 - 2 + 4\ [7]$

$3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv 14\ [7]$

بما أن: $14 \equiv 0\ [7]$

حسب خاصية التعدي:

فإن: $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv 0\ [7]$

● ومنه من أجل كل عدد طبيعي n:

العدد $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7.

(3) دورة جوان 2009 - الموضوع الأول

ليكن العدد الطبيعي a حيث: $a = 25$.

1) أ- نتحقق أن: $a \equiv 1\ [3]$.

لدينا: .... $25 = 8 \times 3 + 1$

أي: .... $25 \equiv 1\ [3]$

ومنه: .... $a \equiv 1\ [3]$

ب- استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد: $2a^2 + 4$ على 3.

لدينا من السؤال السابق: .... $a \equiv 1\ [3]$

حسب خواص الموافقات: .... $a^2 \equiv 1^2\ [3]$

أي: .... $a^2 \equiv 1\ [3]$

نضرب طرفي الموافقة في العدد $(+2)$:

ينتج: .... $2a^2 \equiv 2 \times 1\ [3]$

أي: .... $2a^2 \equiv 2\ [3]$

نضيف العدد $(+4)$ إلى طرفي الموافقة:

ينتج: .... $2a^2 + 4 \equiv 2 + 4\ [3]$

أي: .... $2a^2 + 4 \equiv 6\ [3]$

وبما أن: .... $6 \equiv 0\ [3]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $2a^2 + 4 \equiv 0\ [3]$

- ومنه باقي القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3 هو: 0

نقول أن العدد $2a^2 + 4$ يقبل القسمة على 3.

جـ- نبين أن: $a^{360} - 5 \equiv 2\ [3]$.

لدينا من السؤال السابق: .... $a \equiv 1\ [3]$

حسب خواص الموافقات: .... $a^{360} \equiv 1^{360}\ [3]$

أي: .... $a^{360} \equiv 1\ [3]$

نضيف العدد (-5) إلى طرفي الموافقة:

ينتج: .... $a^{360} - 5 \equiv 1 - 5\ [3]$

أي: .... $a^{360} - 5 \equiv -4\ [3]$ ... (1)

لدينا: .... $-6 \equiv 0\ [3]$

نضيف العدد $(+2)$ إلى طرفي الموافقة:

ينتج: .... $2 + (-6) \equiv 2 + 0\ [3]$

ومنه: .... $-4 \equiv 2\ [3]$ ... (2)

من (1) و (2) (حسب خاصية التعدي): .... $a^{360} - 5 \equiv 2\ [3]$

2) أ- ندرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة العدد 5^n على 3.

من أجل $n = 0$ يكون: .... $5^0 \equiv 1\ [3]$

من أجل $n = 1$ يكون: .... $5^1 \equiv 2\ [3]$

من أجل $n = 2$ يكون: .... $5^2 \equiv 1\ [3]$

نلخص بواقي قسمة 5^n على 3 في الجدول التالي:

$k \in \mathbb{N}$	$2k+1$	$2k$	n
$[3]$	2	1	$5^n \equiv$

ومنه: .... $5^{2k} \equiv 1\ [3]$

و: .... $5^{2k+1} \equiv 2\ [3]$

- بواقي قسمة 5^{2k} على 3 هي: 1
- بواقي قسمة 5^{2k+1} على 3 هي: 2

ب- نعين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $5^n + a^2 \equiv 0\ [3]$.

لدينا: .... $5^n + a^2 \equiv 0\ [3]$

ولدينا: .... $a^2 \equiv 1\ [3]$

ومنه: .... $5^n + 1 \equiv 0\ [3]$

أي: .... $5^n \equiv -1\ [3]$

ونكتب أيضا: .... $5^n \equiv 2\ [3]$

ولدينا من السؤال السابق: .... $5^{2k+1} \equiv 2\ [3]$

بالمطابقة نجد: .... $n = 2k + 1$

(4) دورة جوان 2009 - الموضوع الثاني

1) ندرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9:

من أجل $n = 0$ يكون: .... $7^0 \equiv 1\ [9]$

من أجل $n = 1$ يكون: .... $7^1 \equiv 7\ [9]$

من أجل $n = 2$ يكون: .... $7^2 \equiv 4\ [9]$

من أجل $n = 3$ يكون: .... $7^3 \equiv 1\ [9]$

نلخص بواقي قسمة 7^n على 9 في الجدول التالي:

$k \in \mathbb{N}$	$3k+2$	$3k+1$	$3k$	n
$[9]$	4	7	1	$7^n \equiv$

$7^{3k} \equiv 1\ [9]$

$7^{3k+1} \equiv 7\ [9]$

$7^{3k+2} \equiv 4\ [9]$

- بواقي قسمة 7^{3k} على 9 هي: 1
- بواقي قسمة 7^{3k+1} على 9 هي: 7
- بواقي قسمة 7^{3k+2} على 9 هي: 4

2) نعين باقي القسمة الإقليدية للعدد: $1429^{2009} + 2008^{1430}$ على 9.

لدينا: .... $1429 \equiv 7\ [9]$

حسب خواص الموافقات: .... $1429^{2009} \equiv 7^{2009}\ [9]$

$1429^{2009} \equiv 7^{3(669)+2}\ [9]$

ومنه: .... $1429^{2009} \equiv 4\ [9]$ ... (1)

ولدينا: .... $2008 \equiv 1\ [9]$

حسب خواص الموافقات: .... $2008^{1430} \equiv 1^{1430}\ [9]$

ومنه: .... $2008^{1430} \equiv 1\ [9]$ ... (2)

بجمع (1) و (2) طرف لطرف:

$1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv 4 + 1[9]$

أي: .... $1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv 5[9]$

ومنه باقي قسمة $1429^{2009} + 2008^{1430}$ على 9 هو: 5

3) نبين أن العدد: $A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n.

$7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6 \equiv 1 + 7 + 4 + 6\ [9]$

$7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6 \equiv 18\ [9]$

$7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6 \equiv 0\ [9]$

$A \equiv 0\ [9]$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n: العدد A يقبل القسمة على 9.

(5) دورة جوان 2010 - الموضوع الأول

a و b عددان طبيعيان حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.

1) أ- نعين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

• لدينا: .... $2010 = 287 \times 7 + 1$

نكتب: .... $2010 \equiv 1\ [7]$

ومنه: .... $a \equiv 1\ [7]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو: 1

• ولدينا: .... $1431 = 204 \times 7 + 3$

نكتب: .... $2010 \equiv 3\ [7]$

ومنه: .... $b \equiv 3\ [7]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو: 3

ب- استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+2b)$ على 7:

لدينا: .... $a \equiv 1\ [7] \ldots (1)$

ولدينا: .... $b \equiv 3\ [7]$

نضرب طرفي الموافقة في العدد $(+2)$: .... $2b \equiv 2 \times 3\ [7]$

ومنه: .... $2b \equiv 6\ [7] \ldots (2)$

بجمع (1) و (2) طرف لطرف: .... $a + 2b \equiv 1 + 6\ [7]$

أي: .... $a + 2b \equiv 7\ [7]$

وبما أن: .... $7 \equiv 0\ [7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $a + 2b \equiv 0\ [7]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+2b)$ على 7 هو: 0

جـ- نتحقق أن: $a^3 \equiv 1\ [7]$.

لدينا: .... $a \equiv 1\ [7]$

حسب خواص الموافقات: .... $a^3 \equiv 1^3\ [7]$

ومنه: .... $a^3 \equiv 1\ [7]$

نتحقق أن: $b^3 \equiv 6\ [7]$.

لدينا: .... $b \equiv 3\ [7]$

حسب خواص الموافقات: .... $b^3 \equiv 3^3\ [7]$

وبما أن: .... $3^3 \equiv 6\ [7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $b^3 \equiv 6\ [7]$

استنتاج أن: $a^3 + b^3 \equiv 0\ [7]$.

لدينا: .... $a^3 \equiv 1\ [7] \ldots (1)$

ولدينا: .... $b^3 \equiv 6\ [7] \ldots (2)$

بجمع (1) و (2) طرف لطرف: .... $a^3 + b^3 \equiv 1 + 6\ [7]$

أي: .... $a^3 + b^3 \equiv 7\ [7]$

وبما أن: .... $7 \equiv 0\ [7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $a^3 + b^3 \equiv 0\ [7]$

2) إيجاد الأعداد الطبيعية n التي تحقق:

$$n + 2010^3 \equiv 1431\ [7]$$

$n + 2010^3 \equiv 1431[7]$

$n + a^3 \equiv b\ [7]$

$n + 1 \equiv 3\ [7]$

$n \equiv 3 - 1[7]$

$n \equiv 2\ [7]$

ومنه: .... $n = 7k + 2\ (k \in \mathbb{N})$

- استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

نحل في $\mathbb{N}$ المتراجحة: .... $n \leq 16$

أي: .... $7k + 2 \leq 16$

$7k \leq 16 - 2$

$7k \leq 14$

ومنه: .... $k \leq 2$

إذن قيم k هي: .... $k \in \{0, 1, 2\}$

نلخص قيم n في الجدول التالي:

k	0	1	2
$n = 7k + 2$	2	9	16

إذن قيم n هي: .... $n \in \{2, 9, 16\}$

(6) دورة جوان 2010 - الموضوع الثاني

احتيار الجواب الصحيح مع التعليل.

1) باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5:

لدينا: .... $203 \equiv 3\ [5]$

أي: .... $-203 \equiv -3\ [5]$

ومنه: .... $-203 \equiv 2\ [5]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو: 2

ومنه الجواب الصحيح هو: .... ب

2) x عدد صحيح، إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو 5.

باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x + 5$ على 7:

لدينا: .... $x \equiv 5\ [7]$

بضرب طرفي الموافقة في العدد $(+2)$: .... $2x \equiv 10\ [7]$

أي: .... $2x \equiv 3\ [7]$

نضيف العدد $(+5)$ إلى طرفي الموافقة: $2x + 5 \equiv 3 + 5\ [7]$

أي: .... $2x + 5 \equiv 8\ [7]$

وبما أن: .... $8 \equiv 1\ [7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $2x + 5 \equiv 1\ [7]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x + 5$ على 7 هو: 1

ومنه الجواب الصحيح هو: .... ب

3) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\mathrm{g}(x) = x^3 + 3x + 4$ و (C_{g}) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم.

1- ندرس رتابة الدالة g:

الدالة المشتقة للدالة g هي: .... $\mathrm{g}'(x) = 3x^2 + 3$

من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: .... $\mathrm{g}'(x) > 0$

إذن: .... الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

ومنه الجواب الصحيح هو: .... أ

2- احداثيات نقطة انعطاف (C_{g}):

الدالة المشتقة للدالة g' هي: .... $\mathrm{g}''(x) = 6x$

الدالة g'' تنعدم من أجل: .... $x = 0$

ولدينا: .... $\mathrm{g}(0) = 4$

إذن (C_g) يقبل نقطة انعطاف إحداثياها: .... $(0\,;4)$

ومنه الجواب الصحيح هو: .... ب

(7) دورة جوان 2011 - الموضوع الأول

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a=619$ و $b=2124$.

1) **نبين أن العددين a و b متوافقان بترديد 5:**

لدينا: .... $619 = 123\times 5 + 4$

نكتب: .... $619 \equiv 4\,[5]$

أي: .... $a \equiv 4\,[5]$

- باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 5 هو: 4

ولدينا: .... $2124 = 424\times 5 + 4$

نكتب: .... $2124 \equiv 4\,[5]$

أي: .... $b \equiv 4\,[5]$

- باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 5 هو: 4

بما أن للعددين a و b نفس باقي القسمة الإقليدية على 5، فهما **متوافقان** بترديد 5.

ملاحظة:

يمكن كذلك أن نبرهن أن: .... $2124 - 619 \equiv 0\,[5]$

ونكتب: .... $2124 \equiv 619\,[5]$

أو: .... $619 \equiv 2124\,[5]$

2) **أ- نبين أن: $2124 \equiv -1\,[5]$.**

لدينا: .... $2125 \equiv 0\,[5]$

نضيف العدد (-1) لطرفي الموافقة (من خواص الموافقات)

فيكون: .... $2125 + (-1) \equiv 0 + (-1)\,[5]$

ومنه: .... $2124 \equiv -1\,[5]$

ب- استنتاج باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل من العددين:

$$2124^{720} \text{ و } 619^{721}$$

- لدينا: .... $2124 \equiv -1\,[5]$

حسب خواص الموافقات: .... $2124^{720} \equiv (-1)^{720}\,[5]$

بما أن 720 عدد زوجي فإن: .... $(-1)^{720} = 1$

ومنه: .... $2124^{720} \equiv 1\,[5]$

إذن باقي قسمة 2124^{720} على 5 هو: 1

- لدينا: .... $619 \equiv 4\,[5]$

أي: .... $619 \equiv -1\,[5]$

حسب خواص الموافقات: .... $619^{721} \equiv (-1)^{721}\,[5]$

بما أن 721 عدد فردي فإن: .... $(-1)^{721} = -1$

أي: .... $619^{721} \equiv -1\,[5]$

ومنه: .... $619^{721} \equiv 4\,[5]$

إذن باقي قسمة 619^{721} على 5 هو: 4

جـ- نبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، فإن:

$$2124^{2n} \equiv 1\,[5]$$

لدينا: .... $2124 \equiv -1\,[5]$

حسب خواص الموافقات: .... $2124^{2n} \equiv (-1)^{2n}\,[5]$

بما أن $2n$ عدد زوجي فإن: .... $(-1)^{2n} = 1$

ومنه: .... $2124^{2n} \equiv 1\,[5]$

د- نعين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون:

$$2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0\,[5]$$

لدينا: .... $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0\,[5]$

$2124^{4n} + 619 \times 619^{4n} + n \equiv 0\,[5]$

$2124^{2(2n)} + 619 \times 619^{2(2n)} + n \equiv 0\,[5]$

$(2124^{2n})^2 + 619 \times (619^{2n})^2 + n \equiv 0\,[5]$

$(1)^2 + 4 \times (1)^2 + n \equiv 0\,[5]$

$1 + 4 + n \equiv 0\,[5]$

$n + 5 \equiv 0\,[5]$

أي: .... $n \equiv 0\,[5]$

ومنه: .... $n = 5k\ (k \in \mathbb{N})$

(8) دورة جوان 2011 - الموضوع الثاني

a، b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 و باقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6.

1) **نعين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين:**

$$a \times b \text{ و } a^2 - b^2$$

لدينا: .... $a \equiv 3\,[7]\ \dots\ (1)$

ولدينا: .... $b \equiv 4\,[7]\ \dots\ (2)$

بضرب (1) في (2) نجد: .... $a \times b \equiv 12\,[7]$

وبما أن: .... $12 \equiv 5\,[7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $a \times b \equiv 5\,[7]$

- إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a \times b$ على 7 هو: 5

لدينا: .... $a \equiv 3\,[7]$

حسب خواص الموافقات: .... $a^2 \equiv 3^2\,[7]$

وبما أن: .... $3^2 \equiv 2\,[7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $a^2 \equiv 2\,[7]\ \dots\ (3)$

ولدينا: .... $b \equiv 4\,[7]$

حسب خواص الموافقات: .... $b^2 \equiv 4^2\,[7]$

وبما أن: .... $4^2 \equiv 2\,[7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $b^2 \equiv 2\,[7]\ \dots\ (4)$

بطرح (4) من (3) طرف لطرف نجد: .... $a^2 - b^2 \equiv 0\,[7]$

- إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على 7 هو: 0

2) **أ- نثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $c^{2n} \equiv 1\,[7]$.**

لدينا: .... $c \equiv 6\,[7]$

وبما أن: .... $6 \equiv -1\,[7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $c \equiv -1\,[7]$

حسب خواص الموافقات: .... $c^{2n} \equiv (-1)^{2n}\,[7]$

بما أن $2n$ عدد زوجي فإن: .... $(-1)^{2n} = 1$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: .... $c^{2n} \equiv 1\,[7]$

ب- نتحقق أن: $48 \equiv 6\,[7]$

لدينا: .... $48 = 6 \times 7 + 6$

ومنه: .... $48 \equiv 6\,[7]$

ملاحظة:

يمكن أن نكتب أيضا: .... $48 \equiv -1\,[7]$

استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد 48^{2010} على 7:

بما أن 2010 عدد زوجي فإن: .... $(-1)^{2010} = 1$

ومنه: .... $48^{2010} \equiv 1\ [7]$

● إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد 48^{2010} على 7 هو: 1

استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد 48^{2011} على 7:

بما أن 2011 عدد فردي فإن: .... $(-1)^{2011} = -1$

أي: .... $48^{2011} \equiv -1\ [7]$

ومنه: .... $48^{2011} \equiv 6\ [7]$

● إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد 48^{2011} على 7 هو: 6

(9) دورة جوان 2012 - الموضوع الأول

نذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل.

1) n و n' عددان طبيعيان حيث: $n = 3n' + 5$.

باقي قسمة n على 3 هو 5:

لدينا: .... $n = 3n' + 5$

ويمكن أن نكتب أيضا: .... $n = 3n' + 3 + 2$

أي: .... $n = 3(n' + 1) + 2$

ومنه: .... $n \equiv 2\ [3]$

إذن باقي قسمة n على 3 هو: 2

● وبالتالي: .... **العبارة خاطئة**

2) **باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4.**

(لاحظ أن: $2012 = 3 \times 670 + 2$)

لدينا: .... $2^{2012} \equiv 2^{3\times 670+2}\ [7]$

$2^{2012} \equiv 2^{3\times 670} \times 2^2\ [7]$

$2^{2012} \equiv (2^3)^{670} \times 4\ [7]$

بما أن: .... $2^3 \equiv 1\ [7]$

فإن: .... $2^{2012} \equiv 1^{670} \times 4\ [7]$

وبما أن: .... $1^{670} \equiv 1\ [7]$

فإن: .... $2^{2012} \equiv 1 \times 4\ [7]$

ومنه: .... $2^{2012} \equiv 4\ [7]$

إذن باقي قسمة 2^{2012} على 7 هو: 4

● وبالتالي: .... **العبارة صحيحة**

3) n عدد صحيح حيث: $n \equiv 2\ [11]$.

باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو 10:

لدينا: .... $n \equiv 2\ [11]$

حسب خواص الموافقات: .... $n^2 \equiv 2^2\ [11]$

أي: .... $n^2 \equiv 4\ [11]$

بضرب طرفي الموافقة في العدد $(+2)$:

نجد: .... $2n^2 \equiv 8\ [11]$

نضيف العدد (-9) إلى طرفي الموافقة:

نجد: .... $2n^2 - 9 \equiv -1\ [11]$

أي: .... $2n^2 - 9 \equiv 10\ [11]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو: 10

● وبالتالي: .... **العبارة صحيحة**

4) g الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعبارة: $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$. (C_g) التمثيل البياني للدالة g في مستو منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

أ- (C_g) يشمل النقطة $A\left(\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right)$:

بتعويض x بـ $\frac{1}{2}$ في عبارة الدالة g نجد: .... $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3}$

إذن (C_g) يشمل النقطة: .... $A\left(\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right)$

● وبالتالي: .... **العبارة صحيحة**

ب- المنحنى (C_g) يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي (-2):

تعطى معادلة مماس المنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة x_0 بالعلاقة التالية:

$$(\Delta) : y = g'(x_0)(x - x_0) + g(x_0)$$

حيث معامل توجيه المماس (Δ) هو: .... $g'(x_0)$

لدينا: .... $g'(x) = \frac{2(x+1) - 1(2x+1)}{(x+1)^2}$

نجد: .... $g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$

من أجل كل x يختلف عن -1 لدينا: .... $g'(x) > 0$

أي: .... $\frac{1}{(x+1)^2} \neq -2$

إذن المنحنى (C_g) لا يقبل مماسا معامل توجيهه (-2)

● وبالتالي: .... **العبارة خاطئة**

(10) دورة جوان 2012 - الموضوع الثاني

a و b عددان طبيعيان بحيث:

$a + b \equiv 7\ [11]$ و $a - b \equiv 5\ [11]$.

1) **أ- نعين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على العدد 11:**

لدينا: .... $a + b \equiv 7[11] \ldots (1)$

و: .... $a - b \equiv 5[11] \ldots (2)$

بضرب (1) في (2): .... $(a+b)(a-b) \equiv 35\ [11]$

ومنه: .... $a^2 - b^2 \equiv 2\ [11]$

لأن: .... $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

و: .... $35 \equiv 2\ [11]$

باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على العدد 11 هو: 2

ب- نبين أن: $2a \equiv 1\ [11]$

● لدينا: .... $a + b \equiv 7[11] \ldots (1)$

و: .... $a - b \equiv 5[11] \ldots (2)$

بجمع (1) و (2): .... $a + b + a - b \equiv 12\ [11]$

أي: .... $2a \equiv 12\ [11]$

وبما أن: .... $12 \equiv 1\ [11]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $2a \equiv 1\ [11]$

- نبين أن: $2b \equiv 2\ [11]$

● لدينا: .... $a + b \equiv 7[11] \ldots (1)$

و: .... $a - b \equiv 5[11] \ldots (2)$

بطرح (2) من (1): .... $a + b - a + b \equiv 2\ [11]$

ومنه: .... $2b \equiv 2\ [11]$

استنتاج أن: $a \equiv 6\ [11]$

لدينا: … $2a \equiv 1\ [11]$

ونكتب أيضا: … $2a \equiv 12\ [11]$

بقسمة طرفي الموافقة على العدد $(+2)$: … $a \equiv 6\ [11]$

استنتاج أن: $b \equiv 1\ [11]$

لدينا: … $2b \equiv 2\ [11]$

بقسمة طرفي الموافقة على العدد $(+2)$: … $b \equiv 1\ [11]$

2) **أ- تثبت أن:** $a^5 \equiv -1\ [11]$.

لدينا: … $a \equiv 6\ [11]$

حسب خواص الموافقات: … $a^5 \equiv 6^5\ [11]$

أي: … $a^5 \equiv 7776\ [11]$

وبما أن: … $7776 \equiv 10\ [11]$

فإن (حسب خاصية التعدي): … $a^5 \equiv 10\ [11]$

ومنه: … $a^5 \equiv -1\ [11]$

ب- استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي k: $a^{10k} \equiv 1\ [11]$.

لدينا: … $a^5 \equiv -1\ [11]$

حسب خواص الموافقات: … $(a^5)^2 \equiv (-1)^2\ [11]$

أي: … $a^{10} \equiv 1\ [11]$

حسب خواص الموافقات: … $(a^{10})^k \equiv (1)^k\ [11]$

لدينا: … $1^k \equiv 1\ [11]$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي k: … $a^{10k} \equiv 1\ [11]$

3) **أ- نتحقق أن:** $2012 = 10 \times 201 + 2$.

لدينا: … $2012 = 2010 + 2$

ونكتب: … $2010 = 10 \times 201$

ومنه: … $2012 = 10 \times 201 + 2$

ب- نعين باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} **على العدد 11:**

لدينا: … $a^{2012} \equiv a^{10\times201+2}\ [11]$

بالتفكيك: … $a^{2012} \equiv a^{10\times201} \times a^2\ [11]$

بالتعويض: … $a^{2012} \equiv 1 \times a^2\ [11]$

أي: … $a^{2012} \equiv 1 \times 6^2\ [11]$

وبما أن: … $6^2 \equiv 3\ [11]$

فإن (حسب خاصية التعدي): … $a^{2012} \equiv 3\ [11]$

باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} **على العدد** 11 **هو:** … 3

(11) دورة جوان 2013 - الموضوع الأول

1) **ندرس توافق العددين 2013 و 718 بترديد 7:**

لدينا: … $2013 - 718 = 1295$

ولدينا: … $1295 \equiv 0\ [7]$

أي: … $2013 - 718 \equiv 0\ [7]$

بما أن العدد $(2013 - 718)$ **يقبل القسمة على** 7**، فالعددان** 2013 **و** 718 **متوافقان بترديد** 7.

2) **أ- نعين باقي القسمة الإقليدية للعدد** 4^6 **على 7:**

لدينا: … $4^6 \equiv (2^2)^6\ [7]$

ونكتب: … $4^6 \equiv (2^2)^{3\times2}\ [7]$

كما يمكن أن نكتب: … $4^6 \equiv (2^3)^{2\times2}\ [7]$

أي: … $4^6 \equiv (2^3)^4\ [7]$

نجد: … $4^6 \equiv 8^4\ [7]$

ولدينا: … $8 \equiv 1\ [7]$

ومنه: … $4^6 \equiv 1^4\ [7]$

إذن: … $4^6 \equiv 1\ [7]$

باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 **على** 7 **هو:** … 1

ملاحظة:

يمكن حساب: … $4^6 = 4096$

فيكون: … $4096 \equiv 1\ [7]$

ب- استنتاج أنه، من أجل كل عدد طبيعي n: $4^{6n} - 1 \equiv 0\ [7]$.

لدينا: … $4^6 \equiv 1\ [7]$

حسب خواص الموافقات: … $(4^6)^n \equiv 1^n\ [7]$

أي: … $4^{6n} \equiv 1\ [7]$

نضيف العدد (-1) **إلى طرفي الموافقة:**

ينتج: … $4^{6n} - 1 \equiv 1 - 1\ [7]$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n: … $4^{6n} - 1 \equiv 0 [7]$

3) **أ- نعين باقي قسمة كل من:** 2013 **و** 718 **على** 7.

لدينا: … $2013 = 287 \times 7 + 4$

نكتب: … $2013 \equiv 4\ [7]$

- **باقي القسمة الإقليدية للعدد** 2013 **على** 7 **هو:** … 4

ولدينا: … $718 = 102 \times 7 + 4$

نكتب: … $718 \equiv 4\ [7]$

- **باقي القسمة الإقليدية للعدد** 718 **على** 7 **هو:** … 4

ب- نبين أنه، من أجل كل عدد طبيعي n**:**

العدد $3 \times 718^{6n} + 2013$ **يقبل القسمة على** 7.

لدينا: … $718 \equiv 4\ [7]$

حسب خواص الموافقات: … $(718)^{6n} \equiv 4^{6n}\ [7]$

وبما أن: … $4^{6n} \equiv 1\ [7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): … $718^{6n} \equiv 1\ [7]$

نضرب طرفي الموافقة في العدد $(+3)$**:**

نجد: … $3 \times 718^{6n} \equiv 3\ [7]$ … (1)

ولدينا: … $2013 \equiv 4\ [7]$ … (2)

بجمع (1) **و** (2) **طرف لطرف:**

نجد: … $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 7\ [7]$

وبما أن: … $7 \equiv 0\ [7]$

فإن (حسب خاصية التعدي):

ينتج: … $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 0\ [7]$

إذن العدد $3 \times 718^{6n} + 2013$ **يقبل القسمة على** 7.

4) **أ- نتحقق أن:** $1434 \equiv -1\ [11]$.

لدينا: … $1435 \equiv 0\ [7]$

نضيف العدد (-1) **إلى طرفي الموافقة:**

فنكتب: … $1435 - 1 \equiv 0 - 1\ [7]$

ومنه: … $1434 \equiv -1\ [7]$

ب- نعين الأعداد الطبيعية n، الأصغر من 25، بحيث:

$$1434^{2n} + n \equiv 0\ [7]$$

نضع: .... $1434^{2n} + n \equiv 0\ [7] \ldots (1)$

لدينا: .... $1434 \equiv -1\ [7]$

حسب خواص الموافقات: .... $(1434)^{2n} \equiv (-1)^{2n}\ [7]$

بما أن $2n$ عدد زوجي فإن: .... $(-1)^{2n} = 1$

ومنه: .... $1434^{2n} \equiv 1\ [7] \ldots (2)$

نعوض (2) في (1) نجد: .... $1 + n \equiv 0\ [7]$

أي: .... $n \equiv -1\ [7]$

ومنه: .... $n \equiv 6\ [7]$

ونكتب: .... $n = 7k + 6\ \ (k \in \mathbb{N})$

لتعيين الأعداد الطبيعية n، الأصغر من 25، نحل في $\mathbb{N}$ المتراجحة:

$n \leq 25$

أي: .... $7k + 6 \leq 25$

$7k \leq 25 - 6$

$7k \leq 19$

ومنه: .... $k \leq \frac{19}{7}$

إذن قيم k هي: .... $k \in \{0, 1, 2\}$

نلخص قيم n في الجدول التالي:

k	0	1	2
$n = 7k + 6$	6	13	20

إذن قيم n هي: .... $n \in \{6, 13, 20\}$

(12) دورة جوان 2013 - الموضوع الثاني

a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 2\ [7]$ و $b \equiv 6\ [7]$.

1) نعين باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7:

لدينا: .... $a \equiv 2\ [7]$

نضرب طرفي الموافقة في العدد $(+3)$:

نجد: .... $3a \equiv 6\ [7] \ldots (1)$

ولدينا: .... $b \equiv 6\ [7] \ \ldots (2)$

بجمع (1) و (2) طرف لطرف:

نجد: .... $3a + b \equiv 12\ [7]$

وبما أن: .... $12 \equiv 5\ [7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $3a + b \equiv 5\ [7]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7 هو: 5

2) نعين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7:

لدينا: .... $a \equiv 2\ [7]$

حسب خواص الموافقات: .... $a^2 \equiv 2^2\ [7]$

ينتج: .... $a^2 \equiv 4\ [7] \ldots (3)$

ولدينا: .... $b \equiv 6\ [7]$

حسب خواص الموافقات: .... $b^2 \equiv 6^2\ [7]$

وبما أن: .... $6^2 \equiv 1\ [7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $b^2 \equiv 1\ [7]$

نضرب طرفي الموافقة في العدد $(+3)$:

ينتج: .... $3b^2 \equiv 3\ [7] \ldots (4)$

بجمع (3) و (4) طرف لطرف:

نجد: .... $a^2 + 3b^2 \equiv 7\ [7]$

وبما أن: .... $7 \equiv 0\ [7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $a^2 + 3b^2 \equiv 0\ [7]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7 هو: 0

3) أ- نتحقق أن: $b \equiv -1\ [7]$.

لدينا: .... $b \equiv 6\ [7]$

نضيف العدد $(+1)$ إلى طرفي الموافقة:

ينتج: .... $b + 1 \equiv 6 + 1\ [7]$

أي: .... $b + 1 \equiv 7\ [7]$

وبما أن: .... $7 \equiv 0\ [7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $b + 1 \equiv 0\ [7]$

نضيف العدد (-1) إلى طرفي الموافقة:

ينتج: .... $b + 1 - 1 \equiv 0 - 1\ [7]$

ومنه: .... $b \equiv -1\ [7]$

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{2013} على 7:

لدينا: .... $b \equiv -1\ [7]$

حسب خواص الموافقات: .... $b^{2013} \equiv (-1)^{2013}\ [7]$

بما أن 2013 عدد فردي فإن: .... $(-1)^{2013} = -1$

أي: .... $b^{2013} \equiv -1\ [7]$

ومنه: .... $b^{2013} \equiv 6\ [7]$

- إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{2013} على 7 هو: 6

- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{1434} على 7:

لدينا: .... $b \equiv -1\ [7]$

حسب خواص الموافقات: .... $b^{1434} \equiv (-1)^{1434}\ [7]$

بما أن 1434 عدد زوجي فإن: .... $(-1)^{1434} = 1$

ومنه: .... $b^{1434} \equiv 1\ [7]$

- إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{1434} على 7 هو: 1

4) نعين الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a+b)^n + n \equiv 0\ [7]$.

نضع: .... $(a+b)^n + n \equiv 0\ [7] \ldots (*)$

لدينا: .... $a \equiv 2\ [7] \ldots (I)$

ولدينا: .... $b \equiv 6\ [7] \ldots (II)$

بجمع (I) و (II) طرف لطرف:

نجد: .... $a + b \equiv 8\ [7]$

وبما أن: .... $8 \equiv 1\ [7]$

فإن (حسب خاصية التعدي):

ينتج: .... $a + b \equiv 1\ [7]$

حسب خواص الموافقات: .... $(a+b)^n \equiv 1^n\ [7]$

ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا: .... $1^n \equiv 1\ [7]$

ومنه: .... $(a+b)^n \equiv 1\ [7] \ldots (III)$

نعوض (III) في $(*)$ نجد: .... $1 + n \equiv 0\ [7]$

أي: .... $n \equiv -1\ [7]$

ومنه: .... $n \equiv 6\ [7]$

ونكتب: .... $n = 7k + 6\ \ (k \in \mathbb{N})$

(13) دورة جوان 2014 - الموضوع الأول

1) نعين باقي القسمة الإقليدية للعدد 28 على العدد 9:

لدينا: .... $28 = 3 \times 9 + 1$

أي: .... $28 \equiv 1\ [9]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد 28 على العدد 9 هو: 1

2) نبين أنه من أجل كل عدد طبيعي k: $10^k \equiv 1\ [9]$.

لدينا: .... $10 \equiv 1\ [9]$

حسب خواص الموافقات: .... $10^k \equiv 1^k\ [9]$

ومن أجل كل عدد طبيعي k لدينا: .... $1^k \equiv 1\ [9]$

إذن من أجل كل عدد طبيعي k لدينا: .... $10^k \equiv 1\ [9]$

3) استنتاج أن:

$4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1\ [9]$.

نضع: .... $A = 4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28$

لدينا: ..... $A \equiv 4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28\ [9]$

بالتعويض: .... $A \equiv 4 \times 1 + 3 \times 1 + 2 \times 1 + 1\ [9]$

أي: .... $A \equiv 4 + 3 + 2 + 1\ [9]$

نجد: .... $A \equiv 10\ [9]$

وبما أن: .... $10 \equiv 1\ [9]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $A \equiv 1\ [9]$

ومنه: ...... $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1\ [9]$

4) أ- نتحقق أن: $2^3 \equiv -1\ [9]$.

لدينا: .... $9 \equiv 0\ [9]$

نضيف العدد (-1) إلى طرفي الموافقة:

أي: .... $9 - 1 \equiv 0 - 1\ [9]$

نجد: .... $8 \equiv -1\ [9]$

ولدينا: .... $8 = 2^3$

إذن: .... $2^3 \equiv -1\ [9]$

ب- نعين الأعداد الطبيعية n بحيث: $2^{6n} + n - 1 \equiv 0\ [9]$.

لدينا: .... $2^{6n} + n - 1 \equiv 0\ [9] \ldots (*)$

ولدينا: .... $2^3 \equiv -1\ [9]$

حسب خواص الموافقات: .... $(2^3)^{2n} \equiv (-1)^{2n}\ [9]$

أي: .... $2^{6n} \equiv (-1)^{2n}\ [9]$

بما أن $2n$ عدد زوجي فإن: .... $(-1)^{2n} = 1$

ومنه: .... $2^{6n} \equiv 1\ [9] \ldots (1)$

نعوض (1) في $(*)$ نجد: .... $1 + n - 1 \equiv 0\ [9]$

ومنه: .... $n \equiv 0\ [9]$

ونكتب: .... $n = 9k \quad (k \in \mathbb{N})$

(14) دورة جوان 2014 - الموضوع الثاني

نعين الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث في كل حالة من الحالات الخمس مع التبرير.

1) نبحث عن عدد قواسم العدد 1435:

طريقة 1:

نحلل العدد 1435 إلى جداء عوامل أولية:

ينتج: .... $1435 = 5^1 \times 7^1 \times 41^1$

عدد قواسم 1435 هو: $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 8$

● ومنه الجواب الصحيح هو: .... $\boxed{1}$

ملاحظة:

لإيجاد عدد قواسم عدد طبيعي نحلله إلى جداء عوامل أولية، ثم نضيف العدد 1 إلى كل أسّ في التحليل، ثم نحسب جداء الأعداد المحصل عليها.

طريقة 2:

نعين مجموعة قواسم العدد 1435 ونعدها.

حيث: .... $D_{1435} = \{1,5,7,35,41,205,287,1435\}$

عدد قواسم 1435 هو: 8

2) إذا كان: $a \equiv -1\ [8]$ فإن باقي قسمة a على 8 هو:

لدينا: .... $a \equiv -1\ [8]$

أي: .... $a \equiv 7\ [8]$

إذن باقي قسمة a على 8 هو: 7

● ومنه الجواب الصحيح هو: .... $\boxed{2}$

3) العددان 1435 و 2014 متوافقان بترديد:

لدينا: .... $2014 - 1435 = 579$

ولدينا: .... $579 \equiv 1\ [2]$

و: .... $579 \equiv 3\ [4]$

و: .... $579 \equiv 0\ [3]$

أي: .... $2014 - 1435 \equiv 0\ [3]$

بما أن العدد $(2014 - 1435)$ يقبل القسمة على 3، فالعددان 2014 و 1435 متوافقان بترديد 3.

● ومنه الجواب الصحيح هو: .... $\boxed{3}$

4) إذا كان $x \equiv 2\ [5]$ و $y \equiv 2\ [5]$ فإن:

لدينا: .... $x \equiv 2\ [5]$

حسب خواص الموافقات: .... $x^9 \equiv 2^9\ [5]$

وبما أن: .... $2^9 \equiv 2\ [5]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $x^9 \equiv 2\ [5] \ldots (1)$

باتباع نفس الخطوات نخلص إلى: .... $y^9 \equiv 2\ [5] \ldots (2)$

بجمع (1) و (2) طرف لطرف نجد: .... $x^9 + y^9 \equiv 2 + 2\ [5]$

ومنه: .... $x^9 + y^9 \equiv 4\ [5]$

● ومنه الجواب الصحيح هو: .... $\boxed{3}$

5) لدينا $27 \equiv 21\ [6]$ إذن:

لدينا: .... $27 \equiv 21\ [6]$

لاحظ أن الأعداد 27، 21 و 6 يقبل كل منها القسمة على 3.

حيث: .... $27 = 3 \times 9$

و: .... $21 = 3 \times 7$

و: .... $6 = 3 \times 2$

فنكتب: .... $3 \times 9 \equiv 3 \times 7\ [3 \times 2]$

بقسمة كل أطراف الموافقة على العدد $(+3)$:

نجد: .... $9 \equiv 7\ [2]$

● ومنه الجواب الصحيح هو: .... $\boxed{2}$

(15) دورة جوان 2015 - الموضوع الأول

نعين الاقتراح الصحيح الوحيد مع التعليل، من بين الاقتراحات الثلاث في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

1) إذا كان a عددا صحيحا حيث: $a \equiv -1\ [5]$ فإن:

لدينا: .... $a \equiv -1\ [5]$

نضيف العدد $(+1)$ إلى طرفي الموافقة:

ينتج: .... $a+1 \equiv -1+1\ [5]$

أي: .... $a+1 \equiv 0\ [5]$

بما أن: .... $0 \equiv 100\ [5]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $a+1 \equiv 100\ [5]$

نضيف العدد (-1) إلى طرفي الموافقة:

ينتج: .... $a+1-1 \equiv 100-1\ [5]$

إذن: .... $a \equiv 99\ [5]$

- ومنه الجواب الصحيح هو: .... $\boxed{3}$

2) باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو:

لدينا: .... $99 \equiv 1\ [7]$

نضرب طرفي الموافقة في العدد (-1):

ينتج: .... $-99 \equiv -1\ [7]$

أي: .... $-99 \equiv 6\ [7]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو: 6

- ومنه الجواب الصحيح هو: .... $\boxed{2}$

3) من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على:

لدينا: .... $10 \equiv 1\ [3]$

حسب خواص الموافقات: .... $10^n \equiv 1^n\ [3]$

أي: .... $10^n \equiv 1\ [3]$

نضيف العدد (-1) إلى طرفي الموافقة:

ينتج: .... $10^n - 1 \equiv 0\ [3]$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n،

العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على: 3

- ومنه الجواب الصحيح هو: .... $\boxed{1}$

ملاحظة:

- العدد $10^n - 1$ لا يقبل القسمة على 5، لأن: ...... $10 \equiv 0\ [5]$
- العدد $10^n - 1$ لا يقبل القسمة على 2، لأن: ...... $10 \equiv 0\ [2]$

4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوما:

لتكن الأعداد الطبيعية المتعاقبة هي: n، $n+1$ و $n+2$. وليكن S مجموعها.

حيث: .... $S = (n) + (n+1) + (n+2)$

أي: .... $S = 3n + 3$

نكتب: .... $S = 3(n+1)$

نضع: .... $p = n+1$

فيكون: .... $S = 3p$

كل عدد من الشكل $3p$ هو مضاعف للعدد 3.

إذن مجموع ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوما **مضاعف للعدد 3**.

- ومنه الجواب الصحيح هو: .... $\boxed{2}$

(16) دورة جوان 2015 - الموضوع الثاني

a و b عددان صحيحان يحققان: $a \equiv 13\ [7]$ و $b \equiv -6\ [7]$.

1) نعين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b:

لدينا: .... $a \equiv 13\ [7]$

بما أن: .... $13 \equiv 6\ [7]$

فإن (حسب خاصية التعدي): .... $a \equiv 6\ [7]$

- إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو: 6

لدينا: .... $b \equiv -6\ [7]$

أي: .... $b \equiv 1\ [7]$

- إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو: 1

2) نبين أن العددين a^3+1 و b^3-1 يقبلان القسمة على 7:

لدينا: .... $a \equiv 6\ [7]$

ونكتب: .... $a \equiv -1\ [7]$

حسب خواص الموافقات: .... $a^3 \equiv (-1)^3\ [7]$

أي: .... $a^3 \equiv -1\ [7]$

نضيف العدد $(+1)$ إلى طرفي الموافقة:

ينتج: .... $a^3+1 \equiv -1+1\ [7]$

نجد: .... $a^3+1 \equiv 0\ [7]$

- ومنه: العدد a^3+1 يقبل القسمة على 7.

لدينا: .... $b \equiv 1\ [7]$

حسب خواص الموافقات: .... $b^3 \equiv 1^3\ [7]$

أي: .... $b^3 \equiv 1\ [7]$

نضيف العدد (-1) إلى طرفي الموافقة:

ينتج: .... $b^3-1 \equiv 1-1\ [7]$

نجد: .... $b^3-1 \equiv 0\ [7]$

- ومنه: العدد b^3-1 يقبل القسمة على 7.

3) أ- نتحقق أن: $a \equiv 2015\ [7]$

لدينا: .... $a \equiv 6\ [7]$

ولدينا: .... $2015 \equiv 6\ [7]$

ومنه: .... $a \equiv 2015\ [7]$

- نتحقق أن: $b \equiv 1436\ [7]$

لدينا: .... $b \equiv 1\ [7]$

ولدينا: .... $1436 \equiv 1\ [7]$

ومنه: .... $b \equiv 1436\ [7]$

ب- نعين باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $2015^3 + 1436^3$:

لدينا: .... $2015^3 + 1436^3 \equiv (-1)^3 + 1^3\ [7]$

أي: .... $2015^3 + 1436^3 \equiv -1+1\ [7]$

ومنه: .... $2015^3 + 1436^3 \equiv 0\ [7]$

- باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $2015^3 + 1436^3$ هو: 0

جـ- استنتاج أن: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0 [7]$

لدينا: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0 - 2^3 + 1\ [7]$

حيث: .... $2^3 \equiv 1\ [7]$

أي: ..... $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0 - 1 + 1\ [7]$

ومنه: .... $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0\ [7]$