

**التمرين الأول : (10 نقاط)**

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة مع التعليل
(1) الدالة $F: x \mapsto \ln(2x+4)$ هي دالة أصلية على المجال $[0; +\infty[$ للدالة f المعرفة بـ :

(أ) $f(x) = \frac{1}{x+2}$ (ب) $f(x) = \frac{1}{2x+4}$ (ج) $f(x) = \frac{1}{x+4}$

(2) التكامل $\int_0^1 3xe^{x^2} dx$ يساوي :

(أ) $\frac{1}{2}e$ (ب) $\frac{3}{2}(e-1)$ (ج) $6(e-1)$

(3) القيمة المتوسطة للدالة $h: x \mapsto \frac{1}{x \ln x}$ على المجال $[2; 4]$ تساوي :

(أ) $\frac{1}{2}(e-2)$ (ب) $\frac{\ln 2}{2}$ (ج) $\frac{1}{2} \ln(\ln 2)$

(4) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2e^{\frac{1}{x+1}} - x - 2$. (C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و

المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. نضع $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$. المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) والمستقيمت التي معادلاتها : $y = -x - 2$ ، $x = 0$ و $x = \alpha$ (عدد حقيقي موجب تماما) هي :

(أ) $A(\alpha) = 4e(e-1)cm^2$ (ب) $A(\alpha) = 2e(e^2 - e)cm^2$ (ج) $A(\alpha) = (e^2 - e)cm^2$

(5) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة بـ : $v_n = \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم . نضع : $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ، لدينا :

(أ) $S_n = \ln(n+1)$ (ب) $S_n = -\ln(n+1)$ (ج) $S_n = -\ln n$

التمرين الثاني : (10 نقاط)

(1) f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0; 1]$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{x}{x^2 + e}$.

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) بين انه من اجل $x \in [0; 1]$ لدينا : $f(x) \in [0; 1]$.

(II) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 1$ و من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

(1) أ) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا : $0 \leq u_n \leq 1$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة .

(2) أ) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} \leq \frac{1}{e} u_n$.

ب) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \leq \left(\frac{1}{e}\right)^n$.

(3) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

بالتوفيق للجميع