# اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المستوى: ثالثة "تقني رياضي ، علوم تجريبيّة"  المدّة: ساعتان

## التّمرين الأوّل:

$(u_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \dfrac{8u_n - 6}{u_n + 1} \end{cases}$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي يختلف عن $1$ .

1) أ) برهن أنه من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ : $u_n \neq 1$ .

ب) عيّن قيمة $\alpha$ حتى تكون المتتالية $(u_n)$ ثابتة .

2) نفرض في كل مايلي $u_0 = 8$ .

أ) تحقق أن: $u_{n+1} = 8 - \dfrac{14}{u_n + 1}$ . ثم برهن بالتراجع أن : $6 \leq u_n \leq 8$ .

ب) أثبت أن $(u_n)$ متتالية متناقصة تماما .

ج) إستنتج أن $(u_n)$ متتالية متقاربة نحو عدد $l$ يحقق : $l^2 - 7l + 6 = 0$ ثم عيّن نهايتها .

3) نعتبر الدّالة $f$ المعرفة على $[1;8]$ كمايلي : $f(x) = \dfrac{8x - 6}{x + 1}$ .

أ) عيّن إتجاه تغير الدّالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

ب)أدرس الوضع النسبي بين المنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة : $y = x$ ثم أنشئ تمثيليهما البيانيين في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

ج) مثل على حامل محور الفواصل $u_0$ ، $u_1$ و $u_2$ .

د) برهن بالتراجع أنه من أجل $n$ من $\mathbb{N}$ : $u_n = 1 - \dfrac{5}{\left(\dfrac{2}{7}\right)^{n+1} - 1}$ .

4) نعرف المتتالية $(L_n)$ من أجل كل عدد طبيعي $n$ بـ : $L_n = \dfrac{u_n - 6}{u_n - 1}$ .

أ) برهن أن $(L_n)$ متتالية هندسية يطلب إعطاء عبارة حدها العام .

ب) أحسب بدلالة $n$ مايلي : $S_n = L_0 + L_1 + \ldots + L_n$

$$S_n' = \frac{1}{u_0 - 1} + \frac{1}{u_1 - 1} + \ldots + \frac{1}{u_n - 1}$$

$$P_n = L_0^{2022} \times L_1^{2022} \times \ldots \times L_n^{2022}$$

ency-education.com/exams

## التّمرين الثاني:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ . وحدة الطول $(2cm)$

I. لتكن الدّالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}-\ln(e^x+1)$

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ . ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ وفسر النتيجة بيانيا .

2) بيّن أن الدّالة $g$ متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ .

II. لتكن الدّالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{-x}.\ln(e^x+1)$

1) أحسب $f'(x)$ وأكتبها بدلالة $g(x)$ . مستنتجا إتجاه تغير الدّالة $f$ .

2) بيّن أن المستقيمين $y=1$ و $y=0$ مقاربين أفقيين للمنحنى $(C_f)$ عند $-\infty$ و $+\infty$ على الترتيب

3) شكل جدول تغيرات الدّالة $f$ .

4) أنشئ التمثيل البياني للدّالة $f$ . ثم ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد إشارةحلول المعادلة :

$$\ln\left(1+\frac{1}{e^x}\right)=-x+e^{x+m}$$

III. لتكن الدّالة $K$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $K(x)=f(\ln x)$ و $(C_K)$ تمثيلها البياني

1) بيّن أنه من أجل $x>0$ : $K'(x)=\dfrac{1}{x^2}g(\ln x)$ .

2) أدرس إشارة $K'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها .

## التّمرين الثالث:

$f$ دالة معرفة على $]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x-1}{x-2}+\ln\left(\dfrac{x-1}{x-2}\right)$

1) $\alpha$ عدد حقيقي .بيّن أن الدّالة : $x\to(x-\alpha)\ln(x-\alpha)-x$ هي دالة أصلية للدّالة : $\ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha;+\infty[$ .

2) تحقق أن : $\dfrac{x-1}{x-2}=1+\dfrac{1}{x-2}$ . ثم عيّن دالة أصلية للدّالة $f$ على المجال $]2;+\infty[$ .

ency-education.com/exams

## التمرين الاول:

لتكن $f$ دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{(1+2e)x-e^2}{x+1}$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ .

2- ادرس حسب قيم $x$ إشارة $f(x)-x$ .

- لتكن $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $N$ كما يلي: $u_0=e+1$ $\quad u_{n+1}=f(u_n)$

3- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n \succ e$

4- استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ثم استنتج أنها متقاربة

- احسب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

5- لتكن $(v_n)$ متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ بـ: $v_n=\dfrac{1}{u_n-e}$

أ- بيّن أن المتتالية $(v_n)$ حسابية يطلب تعين أساسها $r$ وحدها الاول $v_0$ .

ب- اكتب $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$.

6- احسب $S_n$ و $S_n'$ : $S_n=v_0u_0+v_1u_1+...+v_nu_n$ $\quad S'=e^{\frac{u_0}{u_0-e}}\times e^{\frac{u_1}{u_1-e}}\times....\times e^{\frac{u_n}{u_n-e}}$

## التمرين الثاني:

لتكن $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=e^{-\frac{x+1}{2}}-e^{-x-1}$ ، نسمي $(C_f)$ المنحنى البياني الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ .

2- عيّن اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3- عيّن معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=-1$

4- أنشئ كلا من المماس $(T)$ والمنحنى $(C_f)$ .

5- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة $f(x)=mx+m$

6- $\lambda$ عدد حقيقي حيث $\lambda>0$. أحسب $S(\lambda)$ المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلتها $y=0$ و $x=-1$ و $x=\lambda$ ثم عيّن $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)$

I. نعرّف الدالة $g$ على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=f(x)+e^{-x-1}$

نسمي $g'$ ، $g''$ ، ..... ، $g^{(n)}$ الدوال المشتقة النونية للدالة $g$ حيث $n$ عدد طبيعي غير معدوم

- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم : $g^{(n)}(x)=\left(-\dfrac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}$

ency-education.com/exams

# التمرين الثالث:

$I$) الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ ما يلي: $g(x)=2x-1+2x\ln(2x)$

1- ادرس تغيرات الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2- احسب $g\left(\frac{1}{2}\right)$. استنتج إشارة $g(x)$.

$II$) لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}$

$(C)$ تمثيلها البياني الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ $\|\vec{i}\|=2cm$ .

1- احسب النهايات الدالة $f$ واستنتج المستقيمين المقاربين.

2- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما: $f'(x)=\frac{g(x)}{x(2x+1)^2}$

3- استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4- عيّن نقطة تقاطع $(C)$ مع محور الفواصل.

5- ادرس الوضع النسبي بين المنحنى $(C)$ والمستقيم $y=1$ .

6- أنشئ المستقيم المقارب و المنحنى $(C)$

- الدالة العددية $h$ المعرفة على $R^*$ بحيث: $h(x)=f(|x|)$

ا- بيّن أن $h$ دالة زوجية.

ب- أنشئ المنحنى $(\Gamma)$ للدالة $h$ انطلاقا من المنحنى $(C)$.

- الدالة العددية $k$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $k(x)=\frac{-\ln(2x)}{2x+1}$ . $(\gamma)$ تمثيلها البياني.

7- ادرس الوضع النسبي للمنحنيين $(C)$ و $(\gamma)$.

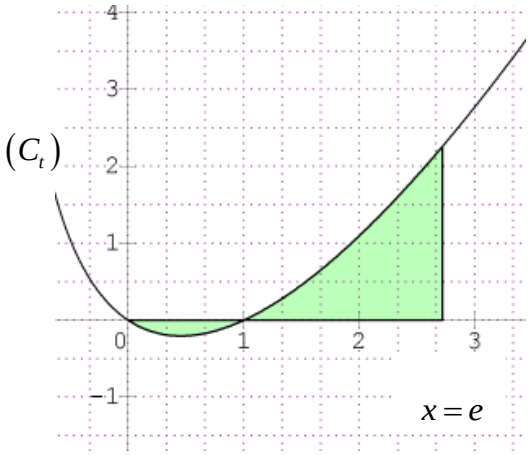
8- احسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $(C)$ و $(\gamma)$

والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ ، $x=\lambda$ ($\lambda$ عدد حقيقي و $\lambda>1$).

ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)$

سؤال إضافي: باستعمال التكامل بالتجزئة احسب $\int_0^e t(x)\,dx=\int_0^e (x-1)\ln(x+1)\,dx$

حيث $(C_t)$ منحنى الدالة $t$ أنظر الشكل




انتهى بالتوفيق للجميع

الأستاذ: قشار صلح

تتوقف عن المحاولة تتوقف عن الابداع

ency-education.com/exams

# الحل النموذجي للاختبار التجريبي رقم 4 للفصل الثاني

سنوات الثالثة الشعب العلمية

الأستاذ:قشار صلح

## التمرين الأول:

$f$ دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{(1+2e)x-e^2}{x+1}$

1- دراسة اتجاه تغير الدالة $f$

حساب المشتقة:

$$f'(x)=\frac{(1+2e)(x+1)-(1+2e)x+e^2}{(x+1)^2}=\frac{1+2e+e^2}{(x+1)^2}$$

ومنه $f'(x)=\dfrac{(1+e)^2}{(x+1)^2}$

بما أن $f'(x)\succ 0$ فإن الدالة $f$ متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$

- دراسة إشارة $f(x)-x$

$$f(x)-x=\frac{(1+2e)x-e^2}{x+1}-x=\frac{(1+2e)x-e^2-x^2-x}{x+1}$$

$$=\frac{-x^2-e^2+2ex}{x+1}=-\frac{(x-e)^2}{x+1}$$

ومنه $f(x)-x\prec 0$

- $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $N$ كما يلي: $\begin{cases}u_0=e+1\\u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$

2- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_n\succ e$

الخاصية $P(n)$... $u_n\succ e$

التحقق من صحة $P(0)$ لدينا $u_0=e+1$ ومنه $u_0\succ e$

ومنه $P(0)$ محققة.

نفرض صحة $P(n)$ و نبرهن صحة $P(n+1)$

لدنيا من الفرضية $u_n\succ e$

ولدينا الدالة $f$ المرفقة متزايدة تماما ومنه $f(u_n)\succ f(e)$

ومنه $u_{n+1}\succ e$ ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع

فإنه من اجل كل عدد طبيعي $u_n\succ e$

3- استنتاج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ثم استنتاج أنها متقاربة

لدينا $f(x)-x\prec 0$ يكافئ $u_{n+1}-u_n\prec 0$ من

المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما.

بما أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فإنها متقاربة

- حساب النهاية: لدينا $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=\lim\limits_{n\to\infty}u_{n+1}=l$

ومنه $l=\dfrac{(1+2e)l-e^2}{l+1}$ ومنه $l^2+l=(1+2e)l-e^2$

ومنه $l^2+l-(1+2e)l+e^2=0$ ومنه $(l-e)^2=0$ ومنه $l=e$

ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n=e$

4- $(v_n)$ متتالية عددية معرفة على $N$ بـ: $v_n=\dfrac{1}{u_n-e}$

أ- تبيان أن المتتالية $(v_n)$ متتالية حسابية مع تعين أساسها و $v_0$

$$v_{n+1}=\frac{1}{u_{n+1}-e}=\frac{1}{\dfrac{(1+2e)u_n-e^2}{u_n+1}-e}$$

$$=\frac{1}{\dfrac{(1+2e)u_n-e^2-eu_n-e}{u_n+1}}=\frac{1}{\dfrac{(1+2e)u_n-e^2-eu_n-e}{u_n+1}}$$

$$=\frac{1}{\dfrac{(1+e)u_n-(1+e)e}{u_n+1}}=\frac{u_n+1}{(1+e)u_n-(1+e)e}.$$

$$v_{n+1}-v_n=\frac{u_n+1}{(1+e)u_n-(1+e)e}-\frac{1+e}{(1+e)(u_n-e)}$$

$$=\frac{u_n-e}{(1+e)(u_n-e)}=\frac{1}{1+e}$$

ومنه $(v_n)$ متتالية حسابية اساسها $r=\dfrac{1}{1+e}$ وحدها الاول $v_0=1$

ب- كتابة $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$.

$$v_n=v_0+nr=1+\frac{n}{1+e}$$

لدينا $v_n=\dfrac{1}{u_n-e}$ ومنه $u_n-e=\dfrac{1}{v_n}$ ومنه

$$u_n=\frac{1}{v_n}+e$$

ومنه $u_n=\dfrac{1}{1+\dfrac{n}{1+e}}+e=\dfrac{1+e}{1+e+n}+e$

حساب $S_n$ و $S_n'$: $S_n=v_0u_0+v_1u_1+...+v_nu_n$

لدينا $v_n=\dfrac{1}{u_n-e}$ ومنه $v_n(u_n-e)=1$ ومنه $u_nv_n=ev_n$

ومنه

$$S_n=ev_0+ev_1+...+ev_n=e(v_0+v_1+...+v_n)$$

ومنه $S_n=e\left[\dfrac{n+1}{2}\left(2+\dfrac{n}{1+e}\right)\right]$

حساب $S'=e^{\frac{u_0}{u_0-e}}\times e^{\frac{u_1}{u_1-e}}\times....\times e^{\frac{u_n}{u_n-e}}$

لدينا $v_n=\dfrac{1}{u_n-e}$ ومنه $u_nv_n=\dfrac{u_n}{u_n-e}$ ومنه

$$S'=e^{u_0v_0}\times e^{u_1v_1}\times....\times e^{u_nv_n}=e^{u_0v_0+u_1v_1+...+u_nv_n}$$

ency-education.com/exams

ومنه $S' = e^{S_n}$ ومنه $S'_n = e^{\left[\frac{n+1}{2}\left(2+\frac{n}{1+e}\right)\right]}$

## التمرين الثاني:

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = e^{-\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1}$ ،

نسمي $(C_f)$ المنحنى البياني الممثل للدالة $f$

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\ ;\vec{i}\ ,\vec{j})$

1- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و تبيان أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} e^{-\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1} = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} e^{-\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1} = \lim_{x\to-\infty} e^{-x-1}\left(\frac{e^{-\frac{x+1}{2}}}{e^{-x-1}} - 1\right)$$

$$= \lim_{x\to-\infty} e^{-x-1}\left(e^{-\frac{x+1}{2}+x+1} - 1\right) = \lim_{x\to-\infty} e^{-x-1}\left(e^{\frac{x+1}{2}} - 1\right) = -\infty$$

2- تعين اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها:

-حساب المشتقة:

$$f'(x) = -\frac{1}{2}e^{-\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1} = \frac{1}{2}e^{-x-1}\left(-e^{\frac{x+1}{2}} + 2\right)$$

لدينا $\frac{1}{2}e^{-x-1} \succ 0$ ومنه $-e^{\frac{x+1}{2}} + 2 = 0$ ومنه $\ln 2 = \frac{x+1}{2}$

ومنه $x = \ln 4 - 1$

| $x$ | $-\infty$ | $ln(4)-1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |

ومنه الدالة $f$ متزايدة تماما على $]-\infty;\ln 4-1]$ ومتناقصة تماما على $[\ln 4-1;-\infty[$

جدول التغيرات:

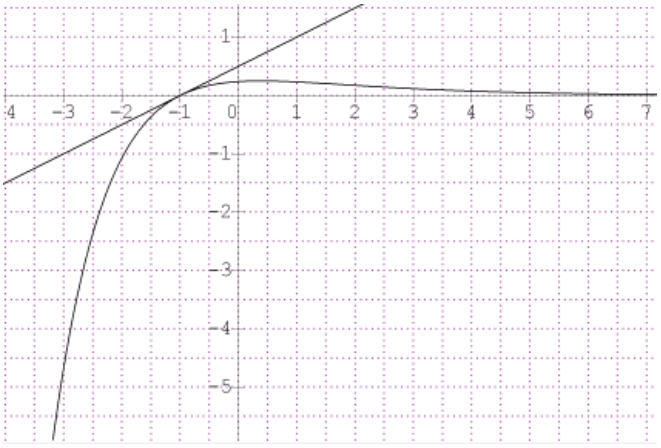
| $x$ | $-\infty$ | $ln(4)-1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $f(x)$ | $-\infty$ ↗ | $1/4$ | ↘ $0$ |

3- تعيين معادلة $(T)$ المماس للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$

$$y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = \frac{1}{2}(x+1) + 0$$

ومنه معادلة المماس $(T)$ هي $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

4- إنشاء $(T)$ و $(C_f)$



5- المناقشة بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة $f(x) = mx + m$

المستقيم $y = mx + m$ يشمل نقطة ثابتة هي

ومنه $0 = mx + m - y$ ومنه $0 = m(x+1) - y$

ومنه $y = 0$ و $x = -1$

ومنه المستقيمات $y = mx + m$ تشمل $(-1;0)$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع المستقيمات $y = mx + m$

$m \in ]-\infty;0]$ للمعادلة حل وحيد.

$m \in \left]0;\frac{1}{2}\right[$ للمعادلة حلين متمايزين.

$m = \frac{1}{2}$ من أجل للمعادلة حل مضاعف.

$m \in \left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ من أجل للمعادلة حلين متمايزين.

6- $\lambda$ عدد حقيقي حيث $\lambda > 0$.

حساب $S(\lambda)$ المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلتها $y = 0$ و $x = -1$ و $x = \lambda$ ثم تعيين $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)$

$$S(\lambda) = \int_{-1}^{\lambda} f(x)\,dx = \left[F(x)\right]_{-1}^{\lambda}$$

$$= \left[-2e^{-\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1}\right]_{-1}^{\lambda} = -2e^{-\frac{\lambda+1}{2}} + e^{-\lambda-1} + 1\ ua$$

ومنه $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} S(\lambda) = 1$

I. نعرّف الدالة $g$ على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(x) + e^{-x-1}$

نسمي $g'$ ، $g''$ ، ..... ، $g^{(n)}$ الدوال المشتقة النونية للدالة $g$ حيث $n$ عدد طبيعي غير معدوم

ency-education.com/exams

- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم :

$$g^{(n)}(x)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}$$

الخاصية $g^{(n)}(x)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}\ldots P(n)$

التحقق من أجل $P(1)$ أي

$$g^{(1)}(x)=\left(-\frac{1}{2}\right)e^{-\frac{x+1}{2}}\ldots P(1)$$

لدينا $f'(x)=-\frac{1}{2}e^{-\frac{x+1}{2}}+e^{-x-1}$

$$g'(x)=f'(x)-e^{-x-1}=f'(x)$$

$$=-\frac{1}{2}e^{-\frac{x+1}{2}}+e^{-x-1}-e^{-x-1}=-\frac{1}{2}e^{-\frac{x+1}{2}}$$

ومنه $P(1)$ محققة

نفرض صحة $P(n)$ ونبرهن صحة $P(n+1)$ أي

$$g^{(n+1)}(x)=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}e^{-\frac{x+1}{2}}$$

$$\left(g^{(n)}(x)\right)'=\left(-\frac{1}{2}\right)^n\times\left(-\frac{1}{2}\right)e^{-\frac{x+1}{2}}=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}e^{-\frac{x+1}{2}}$$

ومنه حسب مبدأ البرهان بالتراجع فإنه من أجل كل عدد طبيعي $n$

$$g^{(n)}(x)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}$$

## التمرين الثالث:

$I$) الدالة العددية $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ ما يلي:

$$g(x)=2x-1+2x\ln(2x)$$

1- دراسة تغيرات الدالة g:

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}2x-1+2x\ln(2x)=+\infty$$

$$\lim_{x\to0}g(x)=\lim_{x\to0}2x-1+\underbrace{2x\ln(2x)}_{0}=-1$$

حساب المشتقة: $g'(x)=2+2\ln(2x)+2=4+2\ln(2x)$

$4+2\ln(2x)=0$ ومنه $\ln(2x)=-2$ ومنه $x=\frac{e^{-2}}{2}$

| $x$ | $0$ | | $\frac{1}{2e^2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |

ومنه الدالة $g$ متزايدة تماما على $\left[\frac{1}{2e^2};+\infty\right[$

ومتناقصة تماما على $\left]-\infty;\frac{1}{2e^2}\right]$

جدول التغيرات:

| $x$ | $0$ | | $\frac{1}{2e^2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | ‖ $-1$ | ↘ | $-1-e^{-2}$ | ↗ | $+\infty$ |

2- حساب $g\left(\frac{1}{2}\right)$. استنتج إشارة $g(x)$

$g\left(\frac{1}{2}\right)=0$ ومنه

استنتاج إشارة الدالة $g$

| $x$ | $0$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |

$II$) الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}$$

(C) تمثيلها البياني الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ . $\|\vec{i}\|=2cm$

1- حساب النهايات الدالة $f$ واستنتاج المستقيمين المقاربين.

$$\lim_{x\to0}f(x)=\lim_{x\to0}\frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x\left(1-\frac{1}{2x}-\frac{\ln(2x)}{2x}\right)}{2x\left(1+\frac{1}{2x}\right)}=1$$

للمنحنى مستقيمين مقاربين $x=0$ و $y=1$

2- بيّن أنه: $f'(x)=\frac{g(x)}{x(2x+1)^2}$

$$f'(x)=\frac{\left(2-\frac{1}{x}\right)(2x+1)-2\left(2x-1-\ln(2x)\right)}{(2x+1)^2}$$

$$=\frac{-\frac{1}{x}+2+2\ln(2x)}{(2x+1)^2}=\frac{-1+2x+2x\ln(2x)}{x(2x+1)^2}$$

$$=\frac{g(x)}{x(2x+1)^2}$$

3- استنتاج اتجاه تغير الدالة $f$

لدينا $x(2x+1)^2\succ0$ ومنه إشارة الدالة $f$ من اشارة $g(x)$

| $x$ | $0$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |

ency-education.com/exams

ومنه الدالة $f$ متزايدة تماما على $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ ومتناقصة تماما على $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$

تشكل جدول تغيرات الدالة $f$

| $x$ | $0$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $1$ |

4- تعيين نقطة تقاطع (C)مع محور الفواصل:

نحل المعادلة $f(x)=0$ ومنه $2x-1-\ln(2x)=0$

ومنه $2x-1=0$ و $\ln(2x)=0$

ومنه $s=\left\{\frac{1}{2}\right\}$

5- دراسة الوضع النسبي بين المنحنى(C)والمستقيم $y=1$

$$f(x)-1=\frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}-1$$

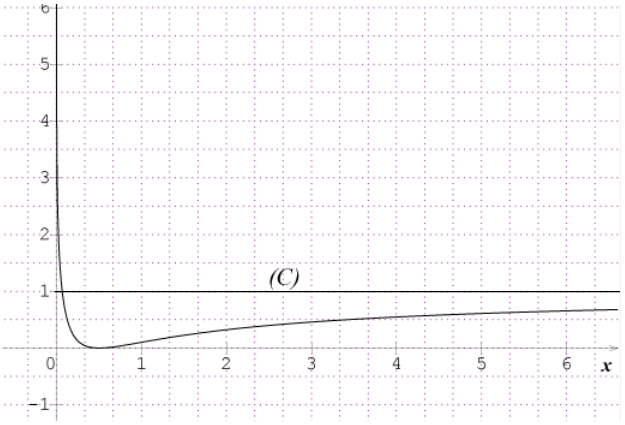
$$=\frac{-2+\ln(2x)}{2x+1}$$

ومنه $-2-\ln(2x)=0$ ومنه $\ln(2x)=-2$ ومنه $2x=e^{-2}$

ومنه $x=\frac{e^{-2}}{2}$

| $x$ | $0$ | | $\frac{e^{-2}}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $2x+1$ | ‖ | $+$ | | $+$ | |
| $-2+ln(2x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)-1$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |

6- انشاء المستقيم المقارب و المنحنى (C):




- الدالة العددية $h$ بحيث: $h(x)=f(|x|)$

ا- تبيان أن $h$ دالة زوجية:

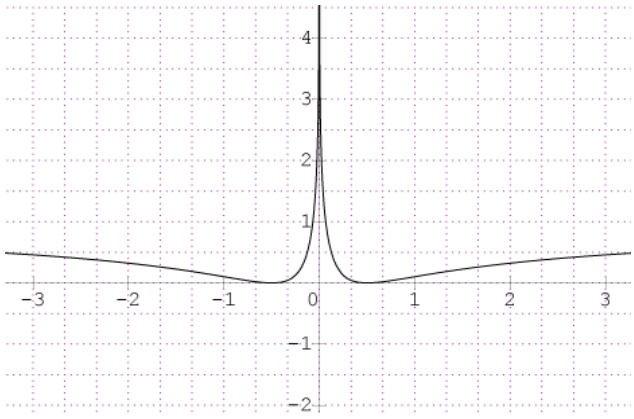
لدينا $D_h=R^*$ ومنه متناظرة بالنسبة للمبدأ.

$$h(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=h(x)$$

ت- انشاء المنحنى $(\Gamma)$ للدالة $h$ انطلاقا من المنحنى $(C)$

من أجل $x>0$ المنحنى $(\Gamma)$ و $(C)$ متطابقان.

وبما أن الدالة $h$ زوجية فإن المنحنى $(\Gamma)$ متناظر بالنسبة لمحور التراتيب



الدالة العددية $k$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $k(x)=\frac{-\ln(2x)}{2x+1}$

$(\gamma)$ تمثيلها البياني.

7- دراسة الوضع النسبي للمنحنيين $(C)$ و $(\gamma)$

$$f(x)-k(x)=\frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}-\frac{-\ln(2x)}{2x+1}$$

$$f(x)-k(x)=\frac{2x-1}{2x+1}$$

ومن أجل $x\in\left]0;\frac{1}{2}\right[$ المنحنى $(C)$ تحت المنحنى $(\gamma)$.

من أجل $x=\frac{1}{2}$ المنحنى $(C)$ يقطع المنحنى $(\gamma)$ عند $\left(\frac{1}{2};0\right)$.

ومن أجل $x\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ المنحنى $(C)$ فوق المنحنى $(\gamma)$.

8- حساب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $(C)$ و $(\gamma)$ والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ ، $x=\lambda$

$$S(\lambda)=\int_1^{\lambda}f(x)-k(x)\,dx=\int_1^{\lambda}\frac{2x-1}{2x+1}dx$$

$$=\int_1^{\lambda}\frac{2x+1-2}{2x+1}dx=\int_1^{\lambda}1-\frac{2}{2x+1}dx$$

$$=\left[x-\ln(2x+1)\right]_1^{\lambda}=\lambda-\ln(2\lambda+1)-1+\ln(3)$$

$$S(\lambda)=\left[\lambda-\ln(2\lambda+1)-1+\ln(3)\right]\times 4cm^2$$

حساب

$$\lim_{\lambda\to+\infty}S(\lambda)=\lim_{\lambda\to+\infty}4\left[\lambda-\ln(2\lambda+1)-1+\ln(3)\right]$$

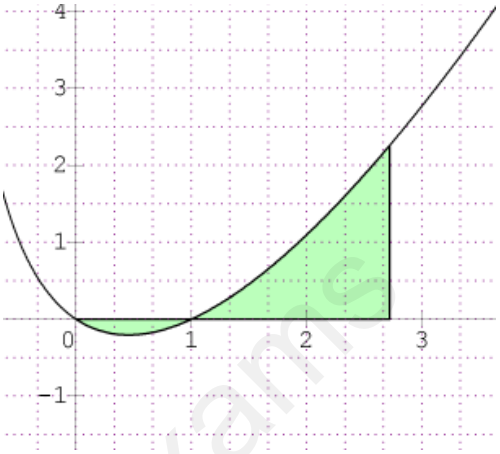
$$=\lim_{\lambda\to+\infty}4(2\lambda+1)\left[\frac{\lambda}{2\lambda+1}-\underbrace{\frac{\ln(2\lambda+1)}{2\lambda+1}}_{0}+\underbrace{\frac{\ln(3)}{2\lambda+1}}_{0}\right]$$

$$\lim_{\lambda\to+\infty}S(\lambda)=+\infty$$

ency-education.com/exams

**السؤال إضافي:** باستعمال التكامل بالتجزئة حساب

$$\int_0^e t(x)\,dx = \int_0^e (x-1)\ln(x+1)\,dx$$




$$\begin{cases} u(x) = \ln(x+1) \\ v(x) = x-1 \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x+1} \\ v(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - x \end{cases}$$

$$\int_0^e t(x)\,dx = -\underbrace{\int_0^1 t(x)\,dx}_{s_1} + \underbrace{\int_1^e t(x)\,dx}_{s_2}$$

ومنه

$$s_1 = -\int_0^1 t(x)\,dx = -\left[\ln(x+1)\left(\frac{1}{2}x^2 - x\right)\right]_0^1 + \int_0^1 \frac{1}{x+1}\left(\frac{1}{2}x^2 - x\right)dx$$

$$= -\left[\ln(x+1)\left(\frac{1}{2}x^2 - x\right)\right]_0^1 + \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{x^2-2x}{x+1}dx$$

$$= -\left[\ln(x+1)\left(\frac{1}{2}x^2 - x\right)\right]_0^1 + \frac{1}{2}\int_0^1 x - 3 + \frac{3}{x+1}dx$$

$$= -\left[\ln(x+1)\left(\frac{1}{2}x^2 - x\right)\right]_0^1 + \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}x^2 - 3x + 3\ln(x+1)\right]_0^1$$

$$= \frac{\ln 2}{2} - \frac{5}{4} + \frac{3\ln 2}{2}$$

$$s_1 = \frac{8\ln(2) - 5}{4}$$

$$s_2 = \left[\ln(x+1)\left(\frac{1}{2}x^2 - x\right)\right]_1^e - \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}x^2 - 3x + 3\ln(x+1)\right]_1^e$$

$$= \ln(e+1)\left(\frac{1}{2}e^2 - e\right) + \frac{\ln 2}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}e^2 - 3e + 3\ln(e+1)\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{-5}{2} + 3\ln 2\right)$$

$$s_2 = \ln(e+1)\left(\frac{1}{2}e^2 - e\right) + \frac{8\ln 2 - e^2 + 6e - 6\ln(e+1) - 5}{4}$$

ومنه

$$\int_0^e t(x)\,dx = s_1 + s_2 = 0{,}136 + 1{,}679 = 1{,}815\ ua$$

انتهى بالتوفيق للجميع

الأستاذ: قشار صلاح

تتوقف عن المحاولة تتوقف عن الابداع

KECHAR SALAH

باك 2022

ency-education.com/exams

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان الثلاثي الثاني — يوم: 21 مارس 2022

الشعبة: علوم تجريبية + تقني رياضي — المستوى: السنة الثالثة

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ثلاث ساعات

## التمرين الأول: 08 نقاط

**الجزء الأول:** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(3-x)e^{x}+3$.

1. ادرس تغيرات الدالة $g$.
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ بحيث $3,1<\alpha<3,2$، ثم استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$.

**الجزء الثاني:** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=\dfrac{x^{3}}{e^{x}+1}$ وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. أ. بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$ فإن: $f'(x)=\dfrac{x^{2}g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

   ب. بين أن $f(\alpha)=\alpha^{2}(\alpha-3)$ ثم اعط حصرا لـ $f(\alpha)$.
3. أ. اكتب معادلة للمماس $(\Delta)$ لـ $(C_f)$ في النقطة $O(0;0)$.

   ب. ادرس الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(\Delta)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
4. ليكن $(\Gamma)$ التمثيل البياني للدالة $x\mapsto x^{3}$ في المستوي السابق.

   ✓ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-x^{3}$ ثم فسر النتيجة هندسيا و ادرس الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(\Gamma)$.
5. مثل بيانيا $(C_h)$ ثم $(C_f)$.
6. نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=-\dfrac{|x|^{3}}{e^{|x|}+1}$ وليكن $(C_h)$ تمثيلها البياني في المستوي السابق.

   أ. بين أن الدالة $h$ دالة زوجية، ثم فسر النتيجة هندسيا.

   ب. احسب $h(x)+f(x)$ من أجل $x\in[0;+\infty[$، ثم استنتج طريقة لرسم $(C_h)$ انطلاقا من $(C_f)$ وارسمه.

## التمرين الثاني: 05 نقاط

أ. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=e$ ومن أجل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\dfrac{eu_n}{u_n+e}$.

في الوثيقة المرفقة $(C_f)$ هو التمثيل البياني للدالة $f$ المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{ex}{x+e}$ و $(\Delta)$ المستقيم ذا المعادلة $y=x$.



3as.ency-education.com

1. باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل الحدود $u_0$، $u_1$، $u_2$، $u_3$ و $u_4$ دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

2. أ) تحقق أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$ : $u_{n+1} = e - \dfrac{e^2}{u_n + e}$ ثم برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$ : $u_n > 0$.

ب) بين أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما على $N$ ثم استنتج أنها متقاربة واحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

II. نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{e}{u_n}$.

1. بين أن $(v_n)$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2. اكتب كلا من $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$. ثم استنتج مرة أخرى $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

3. احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ بحيث: $S_n = e^{v_0} + e^{v_1} + \ldots\ldots + e^{v_n}$.

## التمرين الثالث: 7نقاط

**الجزء الأول:** الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة $g$ المعرفة على المجال $I = ]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^3 - 1 - 3\ln(x)$.

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $g(1)$ | ↗ | $+\infty$ |

✓ احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$.

**الجزء الثاني:** الدالة $f$ معرفة على المجال $I = ]0;+\infty[$ بـ:

$f(x) = x + \dfrac{5 + 6\ln x}{4x^2}$، و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) احسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x \in I$ : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

2. بين أنه من أجل $x \in I$ : $f''(x) = \dfrac{9\ln(x)}{x^4}$ ثم استنتج أن $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها.

3. أ) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل لـ $(C_f)$ عند $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(\Delta)$.

ب) بين أن $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا لـ $(\Delta)$ معادلة له $y = x + \dfrac{3}{4}e^{\frac{2}{3}}$.

4. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ بحيث $0,4 < \alpha < 0,42$.

5. أ) أنشئ كلا من $(\Delta)$ و $(T)$ ثم مثل بيانيا $(C_f)$.

ب) عين بيانيا مجموعة قيم الوسيط الحقيقي $m$ التي من أجلها يكون للمعادلة $f(x) = x + \dfrac{3}{4}m$ حلان متمايزان.

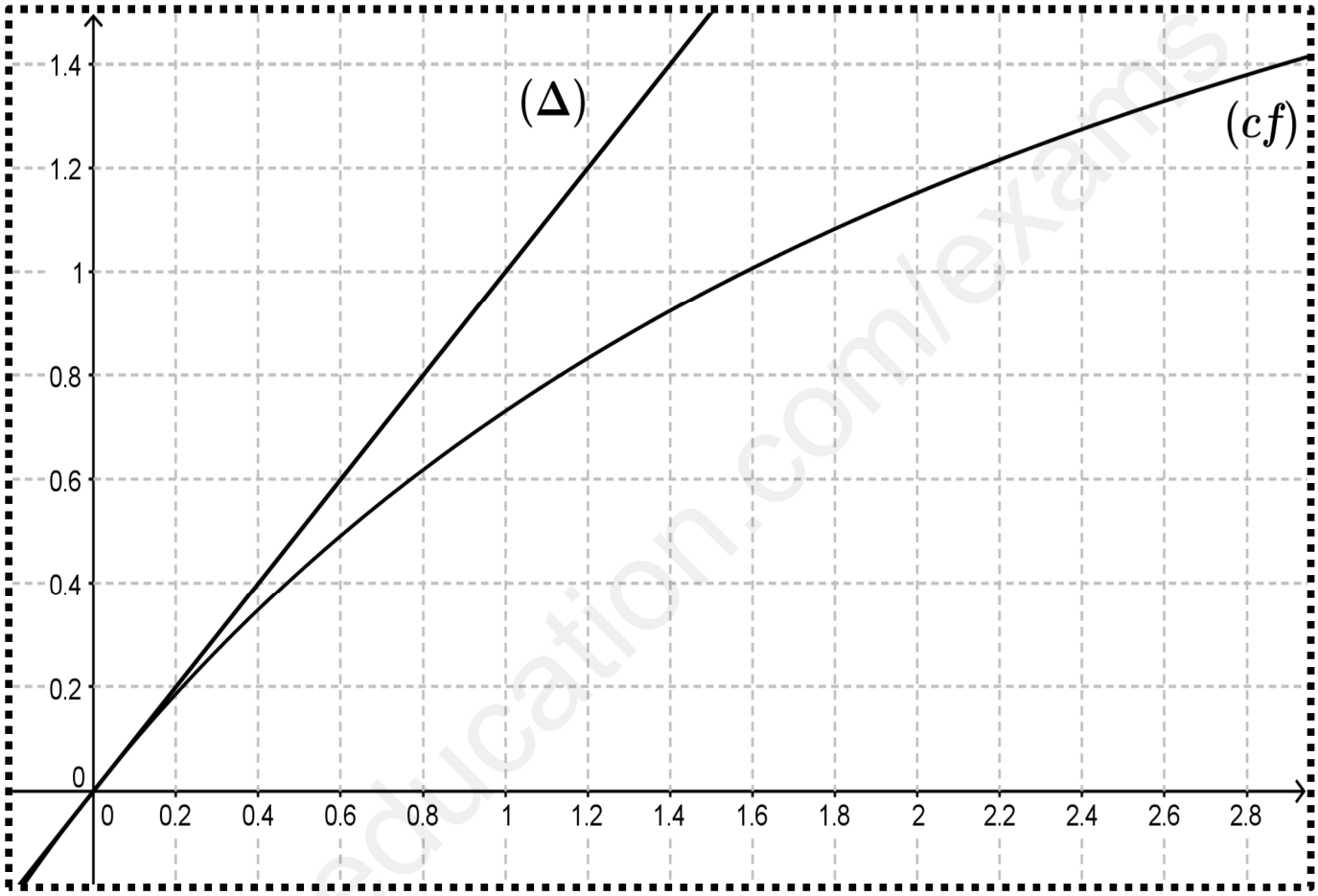
6. أ) بين أن الدالة $F$ المعرفة على المجال $I$ بـ: $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{11 + 6\ln x}{4x}$ دالة أصلية للدالة $f$ على $I$.

ب) احسب $A$ مساحة الحيز المستوي المحدد بـ $(C_f)$ و بالمستقيمات التي معادلاتها $x = 1$، $x = 2$ و $y = 0$.



3as.ency-education.com

| الوثيقة المرفقة | |
|---|---|
| الاسم: | اللقب: |




ency-education.com/exams

# الإختبار الثاني في الرياضيات

**التمرين الأول :** يحتوي صندوق على 8 كرات متماثلة منها $n$ كرة حمراء و البقية خضراء اللون

حيث $n$ عدد طبيعي و $2 \leq n \leq 6$ ، نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد

① أحسب بدلالة $n$ كـــلا من : **أ-** الإحتمال $P_1$ للحصول على كرتين من لونين مختلفين

**ب-** الإحتمال $P_2$ للحصول على كرتين من نفس اللون

② عين قيمة $n$ حتى يكون $P_2$ أصغريا ، ثم أحســبه

③ نأخذ $n = 4$ وليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي $3^K$ حيث K هو عدد الكرات الحمراء المسحوبة

- عين قيم $X$ ، و حدّد قانون إحتماله
- إستنتج قانون إحتمال $X^2$ ثم أحسب $E(X^2)$ و $P(C_5^X = 10)$

**التمرين الثاني :** **I -** **1/** برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ :

$$1+a+a^2+\cdots+a^n = \frac{a^{n+1}-1}{a-1} \quad / \quad a \neq 1$$

2/ عين العدد الطبيعي $n$ بحيث : $1+2+2^2+\cdots+2^n = 65535$

3 / X ، Y ، Z حدود متعاقبة في متتالية حسابية متزايدة

**أ-** أثبت أن : $2^X$ ، $2^Y$ ، $2^Z$ هي حدود متعاقبة في متتالية هندسية أساسها أكبر من 1

**ب-** عين الأعداد X ، Y ، Z حيث : $\begin{cases} X+Y+Z=9 \\ 2^X+2^Y+2^Z=42 \end{cases}$

**II-** نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم : $u_n = \int_{n-1}^{n} 2^{-x}\,dx$ ( تذكر : $2^{-x} = e^{-x\ln 2}$ )

**1-** برهن أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم $n$ : $u_n > 0$

**2-** أحسب $u_n$ بدلالة $n$ ، ثم بيّن أن $(u_n)$ متتالية هندسية

**3-** نضع : $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

✶- برهن أن : $S_n = \int_0^n 2^{-x}\,dx$ ، ثم أحسب $S_n$ بدلالة $n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$



3as.ency-education.com

**التمرين الثالث :**

❶ $g$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 - x + e^x$

1- أدرس تغيرات $g$

2 - إستنتج اشارة $g(-x)$ و $\acute{g}(-x)$ على $\mathbb{R}$

3 - تحقق أنه مهما كان العدد الحقيقي $x$ فإن : $1 + (x+1)\,e^x > 0$

4 - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_g)$ ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = 1$

❷ $f$ الدالة العددية المعرفة كمايلي : $f(x) = \ln(e^{-x} + x + 1)$

أ- بـــرّر أن $f$ معرفة على $\mathbb{R}$

ب- أدرس تغيرات $f$ ، ( لاحظ أن : $\acute{f}(x) = \dfrac{-\acute{g}(-x)}{g(-x)}$ )

ج- أثبت أن : $f(x) = -x + \ln[\,(x+1)e^x + 1\,]$

د- بين أن : $\lim\limits_{x \to -\infty} (\,x + f(x)\,) = 0$

هـ- إستنتج أن المنحني $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$ بجوار $-\infty$

و- أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$

ي- أكتب معادلة للمماس $(T)$ الموازي للمستقيم $(\Delta)$

❸ نضـــع من أجل كل عدد حقيقي $x$ موجب تماما : $h(x) = \ln x$

1/ أثبت أنه من أجل $x > 0$ لدينا : $f(x) > h(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

2/ أحسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} (\,f(x) - h(x)\,)$ ، ماذا تستنتج ؟

3/ أنشئ كلا من $(T)$ و $(\Delta)$ و $(C_f)$ و $(C_h)$

4/ ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد واشارات حلول المعادلة :

$f(x) = -x + 1 - 2m$

بالتوفيق و النـــــــجاح



BAC2022BAC2022BAC2022B

3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مدرية التربية لولاية تيبازة — ثانوية تركية محمود بوا سماعيل

المستوى والشعبة : 3ع ت — اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات — 17مارس2022

**التمرين الأول : (06نقاط)** أسئلة مستقلة عن بعضها :

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية التالية : $y' = 2x^2 + x - 1$ مع $y_0 = 2$

2- لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2;2\}$ بـ : $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-4}$

أ- بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x) = 1 + \dfrac{a}{x-2} + \dfrac{b}{x+2}$ حيث $a, b$ اعداد حقيقة يطلب تعينهما .

ب- استنتج مجموعة الدوال الأصلية للدالة $f$ .

3- تحقق أن الدالة $G$ أصلية للدالة $g$ على المجال $I$ ثم عين الدالة الأصلية على $I$ التي تنعدم من أجل $x_0 = 1$ :

$G(x) = x(\ln x - 1)$ , $I = ]0;+\infty[$ حيث $g(x) = \ln(x)$ .

**التمرين الثاني (☺05نقاط)** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{3x}{x+1}$ ونسمّي $(C_f)$ منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

I. $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{u_n+1} \\ u_0 = 1 \end{cases}$

1) – على الوثيقة المرفقة مثّل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)$ (دون حسابها و موضحا خطوط الإنشاء) .

2) – ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ وتقاربها .

3) – برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n < 2$ .

4) ادرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ و تقاربها . ثم عيين $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ .

II. نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة على $n$ بـ : $v_n = 1 - \dfrac{2}{u_n}$ .

أ- اثبت أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .

ب- اكتب عبارة $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$ . تحقق من نهاية المتتالية $(u_n)$ .

ت- اكتب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث : $S_n = \dfrac{u_0}{u_0-2} + \dfrac{u_1}{u_1-2} + \cdots + \dfrac{u_n}{u_n-2}$

**التمرين الثالث ( 09 نقاط)**



3as.ency-education.com

I. نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $f(x)=\ln x+1-\frac{1}{x}$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2- احسب $f(1)$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $]0;+\infty[$ .

3- لتكن الدالة $F$ المعرفة على $]0;+\infty[$ حيث : $F(x)=x\ln x-\ln x$

أ- بين أن $F$ دالة اصلية لـ : $f$ على المجال $]0;+\infty[$ .

ب- استنتج أن دالة $F$ متزايدة تماما على $]1;+\infty[$ .

ت- بين ان المعادلة $F(x)=1-e^{-1}$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $]1.9;1.96[$.

II. نعتبر الدالتين $g$ و $h$ المعرفتين على $]0;+\infty[$ حيث : $g(x)=\frac{1}{x}$ و $h(x)=\ln x+1$

حيث $(C_g)$ و $(C_h)$ منحنيهما البيانين في مستوى منسوب الى معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1- استنتج الوضع النسبي لـ $(C_h)$ بالنسبة لي $(C_g)$ .

2- بين كيف يتم إنشاء $(C_h)$ انطلاقا من لتمثيل البياني لدالة اللوغاريتم النبيري ثم أنشئ $(C_h)$ و $(C_g)$ .

3- نضع $A$ مساحة الحيز المحدد بالمنحنيين $(C_h)$ , $(C_g)$ و المستقيمين ذو المعادلتين $x=1$ , $x=e^{-1}$.

أ- عبر عن $A$ بدلالة $f(x)$ .

ب- بين أن $A=1-e^{-1}$ .

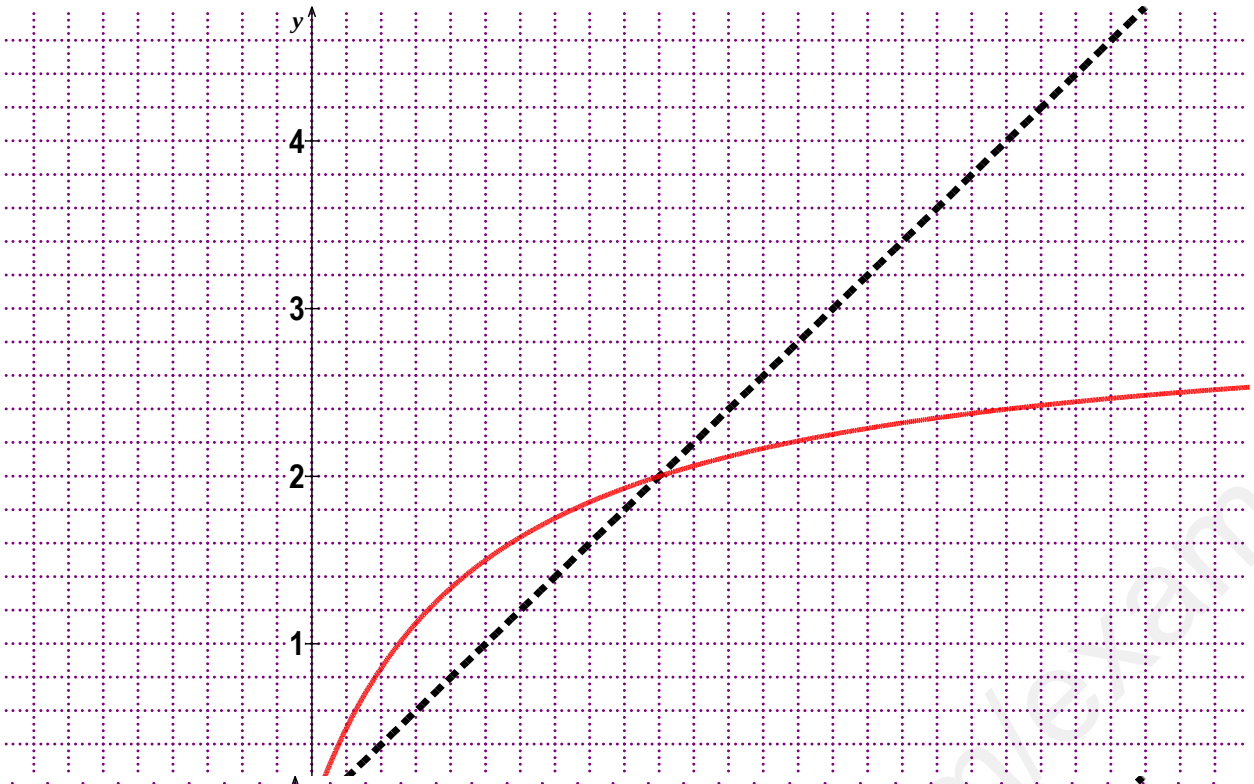
انتهـــــى الموضوع

ency-education.com/exams

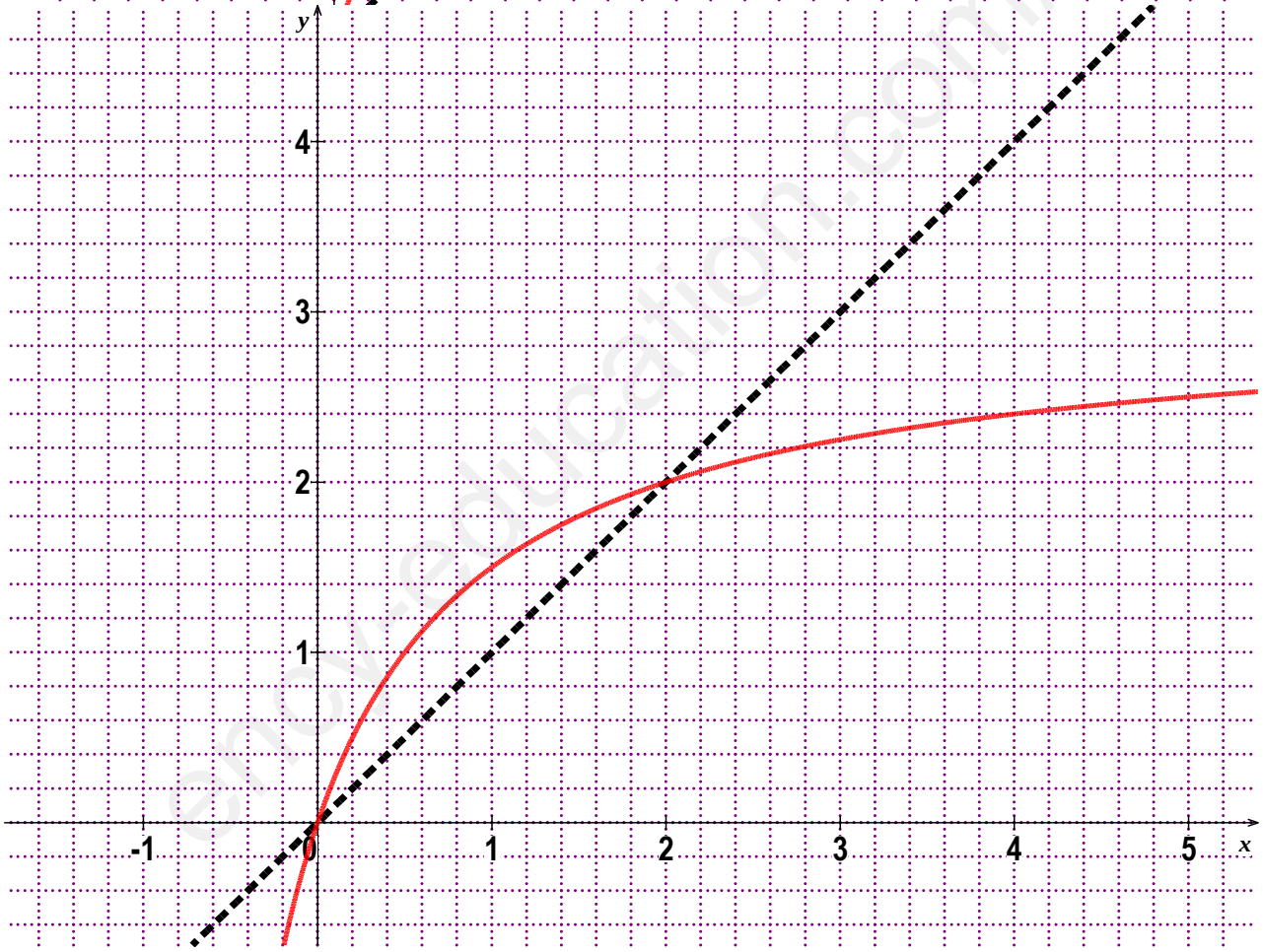


3as.ency-education.com

الاسم اللقب :




الاسم اللقب :
.....




ency-education.com/1ams


3as.ency-education.com

| | |
|---|---|
| متقن : خلاف بشير .خنشـــــــــلة . | الأقســـام : 3 علوم تجريبية |
| السنة الدراسية : 2022/2021 | المـــــــدة : 3 ساعات ونصف |

# اختبار الثلاثي الثاني لمادة الرياضيات

**التمرين الأول :** ( 05 ن )

$(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0$ حيث $u_0 = -\frac{5}{4}$

ومن اجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = (2+u_n)^2 - 2$ .

1) أ) برهن بالتراجع ان من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $-2 < u_n < -1$

ب)ادرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ .

جـ) استنتج ان المتتالية $(u_n)$ متقاربة ثم احسب $\lim u_n$

2) $(v_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = ln(u_n + 2)$

أ) برهن ان المتتالية $(v_n)$ هندسية . عين اساسها وحدها الاول .

ب) اكتب عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$ .

3) احسب بدلالة $n$ الجداء : $p_n = (u_1+2)(u_2+2)(u_3+2).....(u_n+2)$

**التمرين الثاني:** ( 08ن )

**الجزء الأول :** $h$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = e^x - x + 2$

1) ادرس تغيرات الدالة $h$ ثم شكل جدول تغيراتها

2) استنتج إشارة $h(x)$ من اجل كل عدد حقيقي $x$

**الجزء الثاني :** $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x-1)e^{-x} + x + 1$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ( الوحدة $2cm$ )

1) احسب كلا من $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2) أ) بين ان من اجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x) = e^{-x} \times g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين ان المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$ يطلب تعيين معادلة له .

ب) ادرس الأوضاع النسبية للمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$

4) عين قيمة العدد الحقيقي $b$ حتى يكون المستقيم $(T)$ ذو المعادلة $y = x + a$ مماس للمنحنى $(C_f)$ في نقطة يطلب تعيين احداثييها .

5) احسب $f(0)$ و $f(-1)$ ثم أنشئ كلا من $(\Delta)$ و $(T)$ ثم المنحنى $(C_f)$ على المجال $[-1;+\infty[$

6) $m$ وسيط حقيقي . عين قيم الوسيط $m$ التي من اجلها تقبل المعادلة $x = e^x(m-1)+1$ حلين متمايزين .

ency-education.com/exams



3as.ency-education.com

7) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة جد دالة اصلية للدالة $g : x \mapsto (x-1)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$ و التي تنعدم من اجل $0$ .

ب) احسب بـــ $cm^2$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها: $x=0$ ، $x=2$ ، $y=x+2$

**التمرين الثاني:** ( 07 ن )

**الجزء الأول :** $g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $g(x)=-1-\frac{1}{x^2}+2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $1,89<\alpha<1,90$

3) استنتج إشارة $g(x)$ من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ .

**الجزء الثاني :** $f$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $f(x)=-x-2+\frac{3+2\ln x}{x}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ( الوحدة $2cm$ )

1) أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ . فسر بيانيا النتيجة . ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2) أ) بين ان من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{1}{x^2}\times g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب) استنتج ان الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $\left]0;\frac{1}{\alpha}\right]$ و متناقصة تماما على المجال $\left[\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$

ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين ان المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$ يطلب تعيين معادلة له .

ب) ادرس الأوضاع النسبية للمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$

4) أ) تحقق ان : $y=-2x+2$ معادلة للماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة $A$ التي فاصلتها $1$ .

ب) بوضع : $f(x)-(-2x+2)=\frac{h(x)}{x^2}$ ادرس اتجاه تغير الدالة $h$

جـــ) احسب $h(1)$ . و عين اشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$ . ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة $A$ ؟

5) أ) أنشئ المماس $(T)$ و المقارب $(\Delta)$ ثم المنحنى $(C_f)$ . ( نأخذ $f(\frac{1}{\alpha})=0,7$ )

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها:

$x=1$ ، $x=e$ ، $y=-x-2$

**انتهى.**

ency-education.com/exams

السنة الثالثة ثانوي علوم تجريبية

اختبار الدورة الثانية في مادة الرياضيات

المدة 3 ساعتان — الأستاذ مكامن محمد

الإثنين 21 مارس 2022

ثانوية مناهل العلم

**التمرين الأول**

**: ( 04 نقاط )**

لكل سؤال توجد إجابة واحدة عيّنها مع التبرير :

1. $a$ عدد حقيقي . الأعداد : $a$ ، $a+3$ ، $a+9$ بهذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية هندسية من أجل :

[ أ ] $a=3$ [ ب ] $a=5$ [ ج ] $a=-1$

[ د ] $a=2$

2.نعرّف من أجل كل عدد طبيعي $n$ المجموع : $S=e^{ln5}+e^{2ln5}+e^{3ln5}+\cdots+e^{nln5}$ فهو يساوي :

[ أ ] $S=5^{n+1}-1$ [ ب ] $S=-\frac{5}{4}(1-5^n)$ [ ج ] $S=\frac{1}{4}(1-5^{n+1})$ ]

د ] $S=\frac{5}{4}(5^{n+1}-1)$

3. العدد $A=ln(e+e^{-1}+2)-2ln(e+1)$ بعد تبسيطه هو :

[ أ ] $A=0$ [ ب ] $A=1$ [ ج ] $A=-1$

[ د ] $A=e$

4. نعرّف من أجل كل عدد طبيعي $n$ المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة بحدها العام : $v_n=ln(n+2)-ln(n+1)$.

من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، المجموع $S_{2020}=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{2020}$ يساوي :

[ أ ] $-\ln 2022$ [ ب ] $ln(\frac{2022}{2021})$ [ ج ] $1-ln2022$

[ د ] $ln\,2022$

**التمرين الثاني : ( 05 نقاط )**

لتكن المتتالية $(U_n)$ المعرفة بـ : $U_0=e-1$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+1}=(1+U_n)e^{-1}-1$.

1. أحسب الحدود : $U_1$ ، $U_2$ و $U_3$.

2. أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1+U_n>0$ .

3. بيّن أنّ المتتالية $(U_n)$ متناقصة . برّر أنّ المتتالية $(U_n)$ متقاربة ثمّ أحسب نهايتها.

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $V_n=2(1+U_n)$ .

أ . بيّن أنّ المتتالية $(V_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب . أكتب $V_n$ و $U_n$ بدلالة $n$ .

جـ . أحسب بدلالة $n$ المجموع : $S_n=ln(V_0)+ln(V_1)+ln(V_2)+\cdots+ln(V_n)$ .

**التمرين الثالث : ( 04 نقاط )**

يحتوي صندوق على أربعة كرات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 ، 1- و أربع كرات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 ، 1- و أربع كرات خضراء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 1- ، 1-



ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

كل الكرات متجانسة و لا نميّز بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات في آن واحد و نعتبر الأحداث التالية :

$A$ : " الحصول على الألوان الثلاثة " ، $B$ : " الحصول على نفس الرقم "

1. ما هو عدد الإمكانيات ؟

2. أ . أحسب كلا من $P(A)$ ، $P(B)$ ثمّ بيّن أنّ $P(A \cap B) = \frac{3}{110}$ .

ب . هل الحدثان $A$ و $B$ مستقلان ؟ برّر إجابتك .

جـ . استنتج $P_A(B)$ و $P_B(A)$.

3. نعتبر المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق .

عرف قانون الإحتمال للمتغير $X$ ثمّ أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$ .

**التمرين الرابع : ( 07 نقاط )**

لتكن الدالة $f$ المعرفة على المجال $]-\frac{3}{2};+\infty[$ بـ : $f(x) = x^2 - 3x + \frac{5}{2}\ln(2x+3)$.

$(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1\ cm$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-\frac{3}{2} \\ >}} f(x)$ ثمّ فسّر هندسيا النتيجة الثانية .

2. أدرس إتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]-\frac{3}{2};+\infty[$ ثمّ شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

3. أثبت أنّ المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثييها .

4. أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{3}{2}$ .

5. أحسب $f(0)$ و $f(3)$ ثمّ أرسم $(T)$ و $(C_f)$.

6. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و إشارة حلول المعادلة : $2x + 3 = e^{\frac{2}{5}(-x^2+3x+m)}$ .

7. أ . تحقق أنّ الدالة $x \longmapsto \frac{1}{2}[(2x+3)\,ln(2x+3) - 2x]$ هي دالة أصلية للدالة $x \longmapsto ln(2x+3)$ .

ب . أحسب مساحة حيز المستوي بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$ ، $x = -1$ و $x = 1$ .

8. لتكن $g$ دالة معرفة على المجال $]-\frac{3}{2};\frac{3}{2}[$ بـ : $g(x) = x^2 + 3|x| + \frac{5}{2}\ln(3-2|x|)$ و $(C_g)$ تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

أ . أدرس شفعية الدالة $g$ .

ب . إشرح كيفية رسم $(C_g)$ إعتمادا على منحنى الدالة $f$ ، ثمّ أرسمه بلون مغاير في نفس المعلم السابق.



3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية.

ثانوية: الشهيد باهي الطاهر بالعقلة — السنة الدراسية: 2022/2021

الشعبة: علوم تجريبية + تقني رياضي — المدة: 2 ساعة

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

## التمرين الأول: (06 نقاط)

**1-** $(u_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3}$.

أ) بين من أجل كل عدد طبيعي $n$ أن: $u_{n+1} = 1 - \dfrac{4}{u_n + 3}$ ، ثم برهن بالتراجع أن: $-1 < u_n \leq 0$

ب) حدد اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ واستنتج أنها متقاربة.

2- نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{1}{u_n + 1}$

أ) بين أن $(v_n)$ متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) احسب $v_n$ بدلالة $n$ ، ثم استنتج $u_n$ بدلالة $n$.

3- احسب بدلالة $n$ المجموع: $S_n = u_0 \times v_0 + u_1 \times v_1 + u_2 \times v_2 + \ldots\ldots + u_n \times v_n$.

## التمرين الثاني: (06 نقاط)

$f$ و $g$ دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ و $g(x) = \dfrac{x^3}{1+x^2}$ ونعتبر $I_1 = \int_0^1 f(x)dx$ و $I_2 = \int_0^1 g(x)dx$

اختر الإجابة الوحيدة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث مع التعليل

1- أ) $I_1 = \ln 2$ ب) $I_1 = \dfrac{1}{2}\ln 2$ جـ) $I_1 = \ln 3$

2- أ) $I_1 + I_2 = \int_0^1 xdx$ ب) $I_1 + I_2 = \dfrac{1}{2}\int_0^1 xdx$ جـ) $I_1 + I_2 = 2\int_0^1 xdx$

3- أ) $I_2 = 1 - \ln 2$ ب) $I_2 = 1 - \dfrac{1}{2}\ln 2$ جـ) $I_2 = \dfrac{1}{2}(1 - \ln 2)$

## التمرين الثالث: (8 نقاط)

$f$ دالة معرفة على $D = ]1, +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 + 2\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$)

1- أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا، ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

ب) حدد اتجاه تغير الدالة $f$ على $D$، واستنتج جدول تغيراتها.

2- أثبت أن المستقيم $(\Delta)$ معادلته: $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحنى $(C_f)$ محددًا الوضع النسبي بينهما.

3- تحقق أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ في النقطة فاصلتها 2 معادلته: $y = 3 + \ln 4$

4- أنشئ $(C_f)$، $(\Delta)$ و $(T)$

5- $m$ وسيط حقيقي

أ) تحقق أن النقطة $A(2; 3 + \ln 4)$ نقطة ثابتة من المستقيم معادلته: $y = mx - 2m + 3 + \ln 4$

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم $m$ عدد حلول المعادلة: $f(x) = mx - 2m + 3 + \ln 4$



3as.ency-education.com

# امتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات

## التمريـــن الأول:

$g$ الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ: $g(x)=3-\dfrac{6}{x+2}$

$(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$. ( الوثيقة -1-)

1) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0=8$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+1}=3-\dfrac{6}{U_n+2}$

أ/ مثّل على محور الفواصل الحدود : $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ (دون حساب).

ب/ ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ وتقاربها.

2) أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1\le u_n\le 8$ .

ب/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(1-u_n)}{u_n+2}$ ،

جـ/ حدّد اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ثم استنتج أن $(u_n)$ متقاربة.

3) $(v_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=1-\dfrac{1}{U_n}$

أ/ بيّن أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب/ اكتب كلا من $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$، ثم احسب $\lim\limits_{n\to\infty} U_n$

## التمرين الثاني:

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{2}{1+e^x}$

$(c_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) تأكد أن: $f(x)=x+\dfrac{2e^{-x}}{1+e^{-x}}$

2) عين دالة أصلية للدالة $f$ على $\mathbb{R}$ .

3) احسب $A$ مساحة الحيّز المحدّد بالمنحنى $(c_f)$ وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما:
$x=0$ و $x=4$



ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

**التمرين الثالث:**

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

$(I)$ نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي: $g(x)=1+x^2-2x^2\ln x$

1) احسب نهايتي الدالة $g$ عند طرفي مجال تعريفها .

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $g$ .

3) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً $\alpha$ حيث $\alpha\in\left]\frac{3}{2};2\right[$ . فسّر النتيجة بيانيا.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$.

$(II)$ نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي $f(x)=\dfrac{\ln x}{x^2+1}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين بيانيا.

2) أثبت أنه من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x\left(x^2+1\right)^2}$ .

3) استنتج اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيراتها .

4) بيّن أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha^2}$

5) أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ لـ $(c_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$

6) ارسم $(c_f)$ و $(\Delta)$ . نأخذ : $\alpha=1,89$ ، $f(\alpha)=0,14$

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة $2\ln x=x^3+x+2mx^2+2m$

انتهى . . .

بالتوفيق



3as.ency-education.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الجلفة
المستوى :السنة ثالثة ثانوي

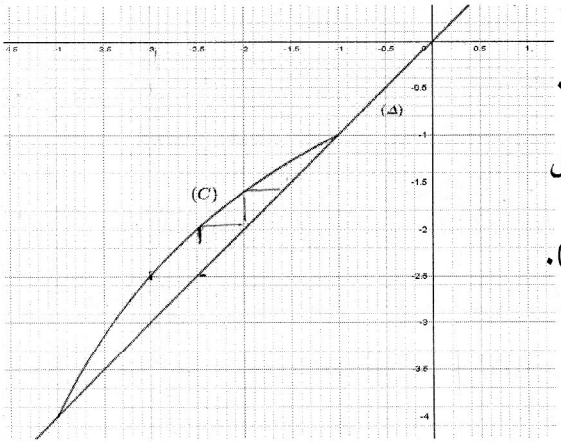
ثانوية : عمور عبدالقادر
الشعبـة : علوم تجريبية

إختبـار الفصـــل الثاني

ساعتان

## التمرين الأول :

**I)** $f$ دالة معرفة على المجال $[-4;-1]$ بـ : $f(x)=\dfrac{2x-4}{x+7}$. $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(لاحظ الشكل)




1) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج أنه : إذا كان $x\in]-4;-1[$ فإن $f(x)\in]-4;-1[$.

**II)** $(U_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ ، حيث $U_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+1}=f(U_n)$.

1) مثل على حامل محور الفواصل الحدود الخمسة الأولى للمتتالية $(U_n)$.

2) أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(U_n)$ وتقاربها.

3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $-4<U_n<-1$.

4) ادرس اتجاه تغير المتتالية $(U_n)$.

5) استنتج أن المتتالية $(U_n)$ متقاربة .

**III)** $(V_n)$ متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ بـ : $V_n=\dfrac{-U_n-1}{U_n+4}$.

1) أثبت أن المتتالية $(V_n)$ هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$، معينا حدها الأول.

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن $\dfrac{3}{U_n+4}=V_n+1$ .

2) اكتب $V_n$ بدلالة العدد الطبيعي $n$ ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_n=-4+\dfrac{3}{1+2\left(\dfrac{1}{2}\right)^n}$.

3) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ .

4) اكتب بدلالة العدد الطبيعي $n$ كلا من $S_n$ و $T_n$ حيث :

$$S_n=\frac{1}{U_0+4}+\frac{1}{U_1+4}+\frac{1}{U_2+4}+\ldots+\frac{1}{U_n+4}$$

$$T_n=V_0+4.V_1+4^2.V_2+\ldots+4^n.V_n$$



3as.ency-education.com

## التمرين الثاني:

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=(x^2+1)e^x+x$ ، $(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الأطوال هي $1cm$ )

1) أحسب نهايات $f$ عند $+\infty$ و $-\infty$ .

2) بين أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ فإن $f'(x)=(x^2+1)e^x+x$ .

$(x+1)^2e^x+1$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أ) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$ .

ب) أدرس الوضعية النسبية بين $(C)$ و $(\Delta)$ .

5) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $[-0.8;-0.7]$ .

6) بين ان $(C)$ يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعين احداثياتهما .

7) أرسم $(C)$ و $(\Delta)$ .

II) لتكن $h$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ ، حيث $b;a$ و $c$ أعداد حقيقة .

1) عين $b;a$ و $c$ حتى تكون الدالة $h$ أصلية للدالة $x\longrightarrow(x^2+1)e^x$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدلة $f$ .

2) أحسب مساحة الحيز المحدد بـ $(C)$ و $(\Delta)$ والمستقيمين $x=-2$ و $x=0$ .

بالتوفيق



ency-education.com/exams

3as.ency-education.com

# إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

## التمرين الأول: (7ن)

لتكن $(u_n)$ متتالية عددية معرفة على $N$ بـ : $u_1 = \frac{1}{2}$ و $u_0 = -1$

ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$

**1 /** أحسب $u_2$ وإستنتج أن المتتالية $(u_n)$ لا حسابية و لاهندسية

**2 /** نعرف من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $V_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$

أ ) برهن أن $(V_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وأحسب حدها الأول $V_0$ .

ب ) عبر عن $V_n$ بدلالة $n$ .

ج ) أحسب بدلالة $n$ المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$

**3 /** نعرف من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $K_n = \frac{u_n}{V_n}$

أ ) أثبت أن $(K_n)$ متتالية حسابية أساسها $r = 2$.

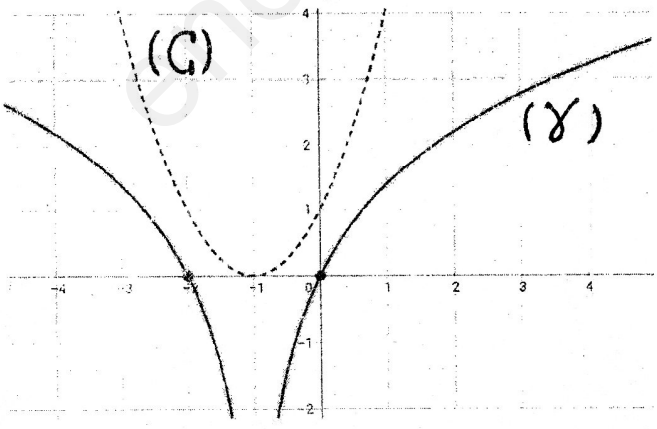
ب ) أكتب $K_n$ بدلالة $n$ ، ثم إستنتج $u_n$ بدلالة $n$

ج ) أحسب بدلالة $n$ المجموع : $T_n = u_0 + 2u_1 + 2^2u_2 + \cdots + 2^nu_n$

**4/** بوضع $E_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $E_n = 2 - \frac{2n+3}{2^n}$

## التمرين الثاني : (13)




المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I- $(\gamma)$ هو التمثيل البياني للدالة $x \mapsto ln(x+1)^2$
و $(C)$ هو التمثيل البياني للدالة $x \mapsto (x+1)^2$

**1 /** بقراءة بيانية حدد وضعية $(\gamma)$ بالنسبة إلى $(C)$ على $R - \{-1\}$

1



3as.ency-education.com

**2 /** $g$ دالة معرفة على $R-\{-1\}$ بـ : $g(x)=(x+1)^2-ln(x+1)^2$

إستنتج أن $g(x)>0$ من أجل كل عدد حقيقي $x$ يختلف عن -1 .

**II_** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $R-\{-1\}$ بـ : $f(x)=\frac{2}{x+1}+\frac{ln(x+1)^2}{x+1}+x+2$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

**1 /** أحسب نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة تعريفها ، ثم فسّر النتيجة بيانيا .

**2 / أ -** بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ يختلف عن -1 أن : $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$

**ب -** عين إتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

**ج -** بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x+2$ مقارب لـ $(C_f)$.

**د -** ادرس وضعية المستقيم $(\Delta)$ بالنسبة للمنحنى $(C_f)$ .

**3 / أ -** تحقق أن النقطة $A(-1,1)$ هي مركز تناظر لـ $(C_f)$ .

**ب -** بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين مختلفين $\alpha$ ، $\beta$ حيث : $-0,7<\alpha<-0,6$ و $-1,5<\beta<-1,4$ .

**ج -** بين أن $(C_f)$ يقبل مماسين $(T_1)$ و $(T_2)$ يوازيان المستقيم $(\Delta)$ يطلب كتابة معادلتيهما .

**4 /** أنشئ كل من $(T_1)$ ، $(T_2)$ ، $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$.

**5 /** ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$

**6 / أ -** بين أن الدالة $F$ المعرفة على $R-\{-1\}$ هي دالة أصلية لـ $f$ حيث :

$$F(x)=\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{1}{4}[ln(x+1)^2]^2+2ln|x+1|$$

**ب -** أحسب مساحة الحيز المستوي المحصور بين حامل محور الفواصل و المنحنى $(C_f)$ والمستقيمان اللذان معادلتاهما $x=0$ و $x=2$ .

**بالتوفيق**

**أساتذة المادة**



3as.ency-education.com

# اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

المدة: 2 ساعة

## التمريـــــن الأول

$(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة بحدها الاول $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n+2}$

1 ) أ- برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $0 < u_n \leq 1$

ب- أدرس اتجاه تغير $(u_n)$ و استنتج أنها متقاربة.

2 ) $(v_n)$ المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n = \frac{u_n}{u_n+\alpha}$ ( $\alpha$ عدد طبيعي غير معدوم)

-عين $\alpha$ بحيث تكون $(v_n)$ هندسية.

3 ) نفرض الآن أن : $\alpha = 1$

أ- برهن أن $(v_n)$ متتالية هندسية متقاربة ،أكتب $v_n$ بدلالة $n$ .

ب- عبر عن $u_n$ بدلالة $v_n$ و استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

ج- نضع: $s_n = \frac{1}{u_0+1} + \frac{1}{u_1+1} + \ldots\ldots + \frac{1}{u_n+1}$ و $s_n' = \ln v_0 + \ln v_1 + \ldots\ldots + \ln v_n$

بين أن : $s_n = n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ و أن : $s_n' = -(n+1)(n+2)\ln\sqrt{2}$

## التمريـــــن الثاني

(I) $g$ الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ ب: $g(x) = \frac{1}{x+1} - \ln(x+1)$

1 ) أدرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2 ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,7 < \alpha < 0,8$ و استنتج اشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$ .

(II) $f$ الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ ب: $f(x) = x(1 - \ln(x+1))$ و $(c_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ .

1 ) أ- أحسب: $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب- أحسب $f'(x)$ و بين أنه من أجل كل $x$ من $]-1;+\infty[$ : $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ .

ج- شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

2 ) بين أن $f(\alpha) = \frac{\alpha^2}{\alpha+1}$ و استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ .

3 ) أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(c_f)$ عند المبدأ O .

4 ) عين إحداثيات نقط تقاطع $(c_f)$ مع حاملي محوري الإحداثيات ثم أرسم $(T)$ و $(c_f)$ على $]-1;e]$ .

5 ) أ- بين أن الدالة : $h : x \mapsto \frac{1}{2}\left[x^2\ln(x+1) - \ln(x+1) - \frac{1}{2}x^2 + x\right]$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto x\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$ .

ب- $\lambda$ عدد حقيقي بحيث : $-1 < \lambda < 0$ , أحسب المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(c_f)$ و المماس $(T)$ و بالمستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = \lambda$ و $x = 0$ .

ج- أحسب : $\lim\limits_{\lambda\to-1} \mathcal{A}(\lambda)$ .

6 ) K هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;1[$ ب: $k(x) = x(1 - \ln(1 - |x|))$ و $(c_k)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق .

- بين أن k فردية ثم أنشيء $(c_k)$ اعتمادا على $(c_f)$ .

بالتوفيـــق والنجاح إن شاء الله



3as.ency-education.com